II B 2 (1)

Compendium

der populären

Mechanik und Maschinenlehre.

Von

Adam Burg,

k. k. Regierungsrath, ordentlichem öffentlichem Professor der Mechanik und Maschinenlehre am k. k. polytechnischen Institute in Wien, Ritter mehrerer hoher Orden und Mitglied mehrerer in- und ausländischer gelehrten Gesellschaften, Akademien und Vereine.

Mit einem Hefte von zwanzig Kupfertafeln.

Wien.

Gedruckt und im Verlage bei Carl Gerold.

1846.

SB Passau Regierungsbibliothek

09 N4

171 303 350

Regierungsbibliothek Niederbayern
SB Passau

Seiner Excellenz

dem

Hochgebornen Herrn

Franz Anton Grafen von Kolowrat-Liebsteinsky,

Seiner k. k. apostol. Majestät wirklichem geheimen Rathe, Kämmerer, Staats- und Conferenz-Minister,

Herr der Herrschaften Reichenau, Czernikowicz, Wamberg, Maierhöfen, Pfraumberg und Koschatek, dann der Güter Borohradek, Horaticz und Schiefselicz in Böhmen, und der Herrschaft Ebreichsdorf in Nieder-Österreich, Ritter des goldenen Vliefses, Grofskreuz des österr. kaiserl. Leopold-Ordens, Besitzer des goldenen Civil-Ehren-Kreuzes, Ehren-Bailli und Grofskreuz des souverainen Ordens des heiligen Johann von Jerusalem, Ritter des russisch kaiserl. Ordens des heiligen Andreas, des heiligen Alexander-Newsky, des weifsen Adlers, des St. Wladimir, und der heiligen Anna erster Klasse, dann Grofskreuz des königl. sächsischen Ordens der Rautenkrone, Protector des böhmischen allgemeinen Wittwen- und damit verbundenen Taubstummen-Institutes, Präsident der königl. böhmischen Gesellschaft der Wissenschaften, wirkliches Mitglied der k. k. Landwirthschafts-Gesellschaft in Wien, Ehrenmitglied der k. k. Landwirthschafts-Gesellschaft in Krain, des landwirthschaftlichen Vereines in Bayern, der grofsherzogl. weimar. Societät für die gesammte Mineralogie zu Jena und der päpstl. Akademie der schönen Künste zu Bologna, dann wirkendes Mitglied der Gesellschaft des vaterländischen Museums in Böhmen, Ehren-Mitglied der isländischen Literatur-Gesellschaft, ordentliches Mitglied der königl. Gesellschaft für nordische Alterthumskunde zu Kopenhagen, und Ehrenmitglied der k. k. Akademie der schönen Künste zu Mailand, dann Mitglied der kaiserl. Akademie der bildenden Künste in Wien, und Ehrenmitglied des Athenäums in Brescia, des Ferdinandeums in Tyrol, des Industrie- und Gewerb-Vereins in Inner-Österreich, Ehrenmitglied des Museums Francisco-Carolinum für Österreich ob der Enns und Salzburg, dann der k. k. Gartenbau-Gesellschaft in Wien, und des Vereines für geognost. montanist. Durchforschung von Tyrol und Vorarlberg, Protector der allgem. wechselseitigen Capitalien- und Renten-Versicherungs-Anstalt und Curator des n. ö. Gewerb-Vereins, Protector der k. k. Gesellschaft der Ärzte in Wien, Ehrenmitglied der Akademie der Künste und Wissenschaften zu Mailand, dann Ehrenbürger der k. k. Haupt- und Residenzstadt Wien etc.

in tiefster Ehrfurcht

gewidmet

vom Verfasser.

Euer Excellenz!

Bei der rastlosen und bewundernswürdigen Thätigkeit, mit welcher **Euer Excellenz** die goldenen Früchte eines langjährigen Friedens: Künste und Wissenschaften, commerzielle und industrielle Fortschritte pflegen; bei der Hochherzigkeit, mit welcher **Euer Excellenz** jedes, auch noch so bescheidene Streben, welches die Wohlfahrt des Staates fördert, aufmuntern und bei unserm gnädigsten und huldvollsten Monarchen unterstützen und zur Anerkennung bringen: ist die grofse und allgemeine Verehrung gegen **Euer Excellenz** nur eine gerechte und natürliche Folge, und werden diese hohen und ausgezeichneten Verdienste zugleich auch von der Nachwelt als ein unvergängliches Denkmal der Gröfse und Vaterlandsliebe bewundert werden.

Wenn ich es daher wage, **Euer Excellenz** diese bescheidene Arbeit ehrfurchtsvoll zu widmen, und dieses

Buch mit einem so hoch gefeierten Namen zu schmücken, so geschieht es nicht bloſs, um **Euer Excellenz** auch von meiner Seite einen geringen Beweis von dieser allgemeinen Verehrung zu geben, sondern vorzüglich, um jene unbegrenzte Dankbarkeit, welche in meinem Herzen für das gnädige Wohlwollen und huldvolle Vertrauen, womit mich **Euer Excellenz** so oft beglückt haben, niemals erlöschen wird, auch öffentlich aussprechen und an den Tag legen zu können.

Der ich in aller Ehrfurcht verharre

als

Euer Excellenz

gehorsamster Diener

Adam Burg.

Vorrede.

Bei der grofsen Wichtigkeit, welche die ausübende Mechanik in ihrer Anwendung auf das Eisenbahn-, Dampfschiffahrts- und Maschinenwesen überhaupt heut zu Tage erlangt hat, bedarf wohl das Erscheinen eines Leitfadens oder Compendiums dieses wichtigen Zweiges der angewandten Mathematik keiner weitern Rechtfertigung, vielmehr glaube ich durch die Herausgabe dieses Buches, dessen Tendenz eine durchaus praktische ist, einem wahren und fühlbaren Bedürfnisse der jetzigen Zeit entgegen gekommen zu seyn.

Bei meinen überhäuften Amtsgeschäften würde ich mich jedoch zur Bearbeitung eines solchen Compendiums nach elementärer Methode kaum entschlossen haben, indem es immer meine Absicht war, die erste Mufse zur Herausgabe eines Lehrbuches der Mechanik und Maschinenlehre auf Grundlage der höhern Mathematik, d. i. mit Voraussetzung der Differential- und Integralrechnung, zum Gebrauche für meine ordentlichen Schüler zu benützen; allein da ich nun auch seit einigen Jahren an Sonn- und Feiertagen, für Handwerker und Techniker überhaupt, populäre Vorlesungen über Mechanik und Maschinenlehre am k. k. polytechnischen Institute zu geben habe, und diese Vorträge, bei welchen ich theils keine, theils nur wenige mathematische Vorkenntnisse voraussetzen darf, besonders zahlreich, und dabei auch von Lehrern und Beamten besucht werden — was eben auch ein Beweis von der industriellen Richtung und dem dadurch hervorgerufenen Bedürfnifs unserer Zeit ist, so konnte ich mich dem vielseitigen Verlangen und Aufforderungen, diesen Zuhörern einen praktischen Leitfaden in die Hand zu geben,

um so weniger entziehen, als diese nicht leicht in der Lage sind, sich durch Nachschreiben oder durch Benützung anderer weitläufigerer Werke eine Nachhilfe zu verschaffen, während dieses bei meinen übrigen Zuhörern, die den ordentlichen Curs durchmachen, und daher die nöthigen Vorkenntnisse aus der höhern Mathematik mitbringen müssen, schon deſshalb leichter möglich ist, weil die nach meinen Vorlesungen von fleiſsigen und hierzu befähigten Schülern zusammengetragenen Schriften vielfältig verbreitet sind.

Was nun den Plan oder das System betrifft, nach welchem ich dieses Compendium bearbeitet habe, so schien es mir dennoch zweckmäſsig, die aufgestellten Sätze und Formeln überall, wo es ohne groſsen Aufwand von mathematischen Entwickelungen möglich war, gehörig zu begründen, und nur dort, wo man die Differenzial- und Integralrechnung nicht wohl entbehren kann, und diese auf die weitschweifigste und ermüdendste Weise durch unendliche Reihen ersetzen müſste, habe ich es vorgezogen, das Resultat des höhern Calculs, wie dieſs z. B. bei dem Betrag der Reibung der verzahnten Räder der Fall ist, für die Anwendung ganz einfach anzugeben und zu erläutern. Die praktische Tendenz dieses Buches fortwährend im Auge haltend, war ich bemüht, sowohl die Anordnung der einzelnen Materien und Gegenstände, als auch die Beweisführungen, selbst wenn es auf Kosten der strengen mathematischen Disciplin — welche mir dabei nur Nebensache war — geschehen muſste, auf die einfachste, natürlichste und verständlichste Weise durchzuführen.

Ueberzeugt, daſs die verlangte praktische Brauchbarkeit eines solchen Buches nur durch die gröſste Deutlichkeit und Einfachheit im Vortrage erreicht werden kann, muſste ich dieser Rücksicht jede andere unterordnen, und durfte daher z. B. nicht anstehen, gleich in der Statik bei dem Satze des Kräftenparallelogrammes, Begriffe und Eigenschaften zu Hilfe zu nehmen, welche wohl an und für sich hinreichend verständlich, gleichwohl aber streng genommen in das Kapitel der Dynamik gehören.

Da es mir ferner durch eine langjährige Erfahrung im Lehrfache nur zu gut bekannt ist, daſs die meisten Lehrsätze und Formeln

nur dann richtig verstanden und aufgefafst werden, und zugleich, was im vorliegenden Falle mit die Hauptsache, einen praktischen Nutzen gewähren, wenn sie durch passende Beispiele gehörig erläutert werden; so habe ich es auch an solchen, häufig aus meinen eigenen praktischen Erfahrungen hergenommenen, Beispielen nirgends fehlen lassen.

Wenn ich mich bei einigen Gegenständen, wie z. B. den Wasserrädern, Dampfmaschinen, Eisenbahnen und Dampfschiffen etwas weiter ausgelassen oder verbreitet habe, als es vielleicht die Grenzen eines Compendiums zu gestatten scheinen; so darf dieses wohl mit der grofsen Wichtigkeit und Bedeutung, welche diese Zweige der ausübenden Mechanik in unseren Tagen erlangt haben, entschuldigt werden. Durch die häufige Benützung der kleinern Schrift wurde es übrigens möglich, in diesem mässigen Bande eine Masse von Sätzen, Beispielen, praktischen Erfahrungen und Bemerkungen aufzunehmen, welche man selbst in weit gröfseren und kostspieligeren Werken vergebens suchen würde; aus diesem Grunde dürfte dieses Buch auch meinen ordentlichen Schülern — welche nur hin und wieder eine Ableitung mittelst des höhern Calculs zu ergänzen oder hinzuzufügen haben — so wie überhaupt allen Jenen, welche an der theoretischen sowohl als ausübenden Mechanik irgend ein Interesse finden und hierin Belehrung suchen, von besonderem Nutzen seyn.

Was die dem Texte beigegebenen Kupfertafeln betrifft, so möchte wohl durch die bei uns noch wenig bekannte und dabei angewandte isometrische Projection eine neue Bahn gebrochen worden seyn, wofür ich meinem vormaligen Assistenten, gegenwärtigen Professor der Mechanik und Maschinenlehre am ständischen Johanneum zu Grätz, Herrn *Wilhelm Engerth*, welcher die betreffenden Zeichnungen auf eine so lobenswerthe Weise ausführte, hiemit öffentlich meinen Dank um so mehr ausdrücken mufs, als es in Deutschland, mit wenig Ausnahmen, bisher Sitte war, diesem Theile der Darstellung eines mathematischen oder mechanischen Werkes gar keine Aufmerksamkeit zu schenken, und denselben rein nur als Nebensache zu behandeln. Aus diesem Grunde ver-

dient auch der Herr Verleger, welcher mein Bestreben: den geehrten Lesern das vorliegende Compendium zugleich in einer anständigen und gefälligen Form zu übergeben, sowohl durch die Ausstattung des Textes, als durch die Verwendung eines unserer tüchtigsten Kupferstecher in diesem Fache, Herrn *Aigner,* zum Stiche der Kupfertafeln, auf das uneigennützigste und kräftigste unterstützte, meinen besondern Dank.

Die noch stehen gebliebenen Druckfehler sind weniger dem sehr geschickten und aufmerksamen Setzer, als meiner Geschäftsüberhäufung zuzuschreiben, welche mir leider nicht immer gestattete, der Correctur, die ich grofsentheils in der Nacht besorgen mufste, jene Aufmerksamkeit zuzuwenden, welche ein so schwieriger, mit so vielen Beispielen und Ziffern versehener Satz erfordert; wefshalb ich auch auf die Nachsicht der geneigten Leser, welche diese am Schlusse angezeigten Berichtigungen nun selbst leicht vornehmen können, rechnen zu dürfen glaube.

Ich schliefse diese Vorrede mit dem lebhaftesten Wunsche, dafs das vorliegende Compendium eben so nachsichtsvoll und beifällig, wie meine frühern Werke, namentlich das gröfsere Lehrbuch und das Compendium der höhern Mathematik, beurtheilt und aufgenommen, und durch dessen Erscheinen der beabsichtigte Zweck und Nutzen im reichsten Mafse erreicht und herbeigeführt werden möge.

Wien, den 25. März 1846.

Der Verfasser.

Inhalts-Anzeige.

Erster Theil.

Mechanik fester Körper.

Seite

Einleitung . 3

Eigenschaften der Körper —

Eintheilung der Körper, Kräfte; Mechanik und ihre Unterabtheilungen . . 4, 5

Erster Abschnitt.

Statik.

Erstes Kapitel.

Von der näheren Bestimmung der Kräfte, so wie von ihrer Zusammensetzung und Zerlegung.

Ruhe und Bewegung; Gleichgewicht; nähere Bestimmung der Kräfte . . 6

Zusammensetzung der auf einen Punct wirkenden Kräfte; Mittelkraft . 7

Kräftenparallelogramm 10

Zusammensetzung von Kräften in verschiedenen Ebenen. Beispiele . . . 12

Zusammensetzung der auf mehrere Puncte eines Körpers wirkenden Kräfte 14

Zusammensetzung von parallelen Kräften 16

Mittelpunct der parallelen Kräfte 17

Zweites Kapitel.

Vom statischen Momente.

Satz der Momente 18

Statisches Moment einer Kraft in Beziehung auf einen Punct 19

Satz der statischen Momente für parallele Kräfte 22

Drittes Kapitel.

Von dem Gewichte, Schwerpunct und der Stabilität der Körper.

Erklärungen . 23

Mafs für die Massen der Körper; Dichte und specifisches Gewicht . . 24, 25

Seite
Tafel der specifischen Gewichte einiger Körper 26
Beispiele über die Anwendung der specifischen Gewichte 27
Schwerpunct der Linien 29
» der ebenen Flächen 31
» der krummen Flächen 33
» der Körper 34
Empirische Methode zur Bestimmung des Schwerpunctes 37
Gleichgewichtsbedingungen für schwere Körper 38
Sicheres und unsicheres Gleichgewicht; Maſs für die Stabilität 39

Viertes Kapitel.

Von den auf Seile oder Schnüre wirkenden Kräften.

Gleichgewichtsbedingungen eines Körpers, welcher auf einer Schnur frei hin und her gleiten kann 41
Gleichgewichtsbedingungen für mehrere an einem Seile hängende Gewichte (Seilpolygon) . 42
Die Kettenlinie . 44

Fünftes Kapitel.

Von dem Gleichgewichte der Maschinen, Satz der virtuellen Geschwindigkeiten.

Erklärungen . 46

Der Hebel.

Mathematischer und physischer Hebel 47
Gleichgewichtsbedingungen für den mathematischen Hebel 48
Eintheilung des Hebels in drei Arten 49
Aufgaben und Beispiele über den Hebel 50
Gleichgewicht beim physischen oder materiellen Hebel 53
Zusammengesetzter Hebel 54
Die Krämerwage. Bedingungen, welche eine solche Wage erfüllen soll . . 55
Die Schnellwage. Eintheilung des Wagbalkens 57
Die Zeigerwage . 59
Die tragbare Brücken- oder Decimalwage 60
Die Straſsen- oder Mauthwage 61
Die deutsche, französische und schwedische Heblade 62, 63

Die Rolle.

Feste und bewegliche Rolle 64
Gleichgewichtsbedingungen für die feste und bewegliche Rolle 65
» an einem Rollensysteme 66
» am Flaschenzuge 68

Seite

Das Rad an der Welle.

Gleichgewichtsbedingung für das Rad an der Welle 69
Winden. Gleichgewicht für ein System von Wellrädern 71
Verzahnte Räder . 72
Die Wagenwinde; Aufzugmaschinen; Kraniche 74, 75

Die schiefe Ebene.

Gleichgewichtsbedingung für einen Körper auf der schiefen Ebene . . . 76
Das Lauf- oder Tretrad; die Tretscheibe 78, 79

Der Keil.

Bedingungen für das Gleichgewicht am Keil 81

Die Schraube.

Bedingung des Gleichgewichtes bei der Schraube 83
Die Schraube ohne Ende; die englische Winde 84, 85
Satz oder Princip der virtuellen Geschwindigkeiten 86

Zweiter Abschnitt.

Dynamik.

Einleitung. Bahn und Richtung. Zeit. Verschiedene Arten der Bewegung 90, 91
Geschwindigkeit. Fortschreitende und drehende Bewegung. Winkelgeschwindigkeit . 92

Erstes Kapitel.

Von den Gesetzen der gleichförmigen und gleichförmig veränderten Bewegung und dem Mafse der Kräfte. Zerlegung und Zusammensetzung der Geschwindigkeiten.

Gesetze für die gleichförmige Bewegung 94
Beispiele. Mafs für momentan wirkende Kräfte 95
Gröfse der Bewegung. Gleichförmig veränderte Bewegung 96
Gesetze für die gleichförmig beschleunigte und verzögerte Bewegung . . 97
Mafs der constanten Kräfte; Mafs einer veränderlichen Kraft 98, 99
Von der Zusammensetzung und Zerlegung der Geschwindigkeiten . . . —

Zweites Kapitel.

Vom freien und gehinderten Falle der Körper.

Die Schwerkraft erscheint uns als eine constant wirkende Kraft 101
Formeln für den freien Fall der Körper 102
Vertical aufwärts geworfene Körper 103
Schief geworfene Körper . 105

Seite
Bewegung zweier Gewichte über eine Rolle (Überwucht) 106
Allgemeiner Ausdruck für die Beschleunigung der Massen 107
Fall oder Bewegung auf der schiefen Ebene 108
Fall oder Bewegung über eine krumme Linie . . , ... 110
Einfaches und zusammengesetztes Pendel. Schwingungszeit des einfachen Pendels im luftleeren Raume 110, 111
Gesetze der Pendelschwingungen. Mittelpunct des Schwunges . . . 113, 114

Drittes Kapitel.

Von der Centrifugal- oder Fliehkraft.

Bestimmung der Fliehkraft 115
Beispiele . 118
Das Centrifugalpendel 120

Viertes Kapitel.

Von dem Momente der Trägheit und der Bestimmung des Mittelpunctes des Schwunges.

Begriff des Momentes der Trägheit 121
Moment der Trägheit eines Körpers oder Systemes materieller Puncte . . 123
Moment der Trägheit in Beziehung auf eine Achse, welche mit einer durch den Schwerpunct gehenden parallel ist —
Moment der Trägheit einer geraden (materiellen) Linie 124
» eines Rechteckes und Parallelopipedes 126
» eines rechtwinklichen und gleichschenkligen Dreieckes 127
» eines Kreises oder Cylinders und einiger anderer Körper 129
Bestimmung des Mittelpunctes des Schwunges 132

Fünftes Kapitel.

Von der Wirkung oder Leistung der Kräfte.

Leistung oder Arbeit einer Kraft 135
Ausdruck für die Leistung einer constanten, einer variablen Kraft . 136, 137
Leistung der Kräfte bei Maschinen, beim verticalen Heben einer Last 138, 139
Motoren, Nutzeffect, Pferdekraft 140
Unterschied zwischen lebendigen und leblosen Motoren. Kraftformel . . . 141
Kraftmesser oder Dynamometer. Anwendung desselben 143
Tabelle für die Leistungen der Menschen und Thiere 145, 146
Wirkung oder Leistung der Schwerkraft 147
Wirkung oder Leistung durch die lebendige Kraft ausgedrückt 148
Wirkung oder Leistung, um in einer bloſs trägen Masse eine Geschwindigkeitsänderung zu erzeugen 149
Aufsammlung von Arbeit in einer trägen Masse 150

Seite

Sechstes Kapitel.

Theorie der Kurbel und des Schwungrades.

Erklärung der einfachen, jedoch doppelt wirkenden Kurbel 152
Zweifache Kurbel . 154
Dreifache Kurbel. Theorie des Schwungrades 156
Anwendung des Schwungrades 160

Siebentes Kapitel.

Vom Stofse der Körper.

Erklärung . 163
Stofs unelastischer Körper 164
Verlust an lebendiger Kraft durch den Stofs unelastischer Körper 167
Stofs vollkommen elastischer Körper 168
Durch den Stofs vollkommen elastischer Körper findet kein Verlust an lebendiger Kraft Statt 169
Stofs von vollkommen elastischen Körpern 170
Mittelpunct des Stofses 171
Ballistisches Pendel 173

Achtes Kapitel.

Von der Verzahnung.

Zweck und Bedingungen der Verzahnung 174
Bestimmung der Krümmung der Zähne 176
Bestimmung der Halbmesser der Räder. Dicke der Zähne 180
Innere Verzahnung. Verzahnung eines Rades mit einer Zahnstange . . 184, 185
Hebeköpfe für Stampfwerke, für Stirnhämmer 186, 187
Winkelverzahnung. Verzahnung bei der Schraube ohne Ende 188, 189

Neuntes Kapitel.

Von den Hindernissen der Bewegung.

Reibung. Mafs der gleitenden Bewegung 191
Reibungscoefficient und Arbeit oder Wirkung der Reibung 192
Tabellen für die Reibungscoefficienten von der Ruhe aus und während der Bewegung . 194, 195
Reibung auf der horizontalen, auf der schiefen Ebene 195, 196
Reibung am Keil; Reibung bei der Schraube 198, 199
Reibung an den Zähnen der Räder; Reibung eines Cylinders auf seiner Basis 200
Drehende oder Zapfenreibung 201
Tabelle für die entsprechenden Coefficienten 203
Zapfenreibung am Rad an der Welle; detto am Flaschenzuge . . . 204, 205
Reibung eines Seiles über einen Cylinder 206

Seite
Wälzende oder rollende Reibung. Frictionsrollen 207, 208
Der Prony'sche Zaum . 210
Unbiegsamkeit oder Steifheit der Seile 211
Unbiegsamkeit des Seils beim Rad an der Welle 213
Steifheit der Seile beim Flaschenzuge; Steifheit der Ketten 214

Zehntes Kapitel.

Von der Festigkeit der Materialien.

Absolute Festigkeit . 215
Modul der Elasticität . 216
Tabelle für die absolute Festigkeit mehrerer Körper 218
Relative Festigkeit . 220
Körper von gleichem Widerstande 224
Werthe der Brechungscoefficienten. Tabelle dafür 225
Stärke der Wellzapfen . 227
Stärke der Zähne und Kämme 228
Biegung elastischer Körper. Bestimmung des Moduls der Elasticität 230, 231
Gröfste Belastung mit Rücksicht auf die Biegung 232
Rückwirkende Festigkeit 235
Torsionsfestigkeit . 238
Röhrenstärke . 242

Eilftes Kapitel.

Von den allgemeinen Eigenschaften der in Bewegung befindlichen Maschinen.

Erklärungen . 245
Arbeitsverlust der bewegenden Kraft 246
Zweck der Maschinen . 247
Das Perpetuum Mobile! . 249
Beharrungsstand . 250
Einflufs einer periodischen Bewegung auf den Nutzeffect 251
Nachtheil der Stöfse bei Maschinen 252
Vorzüge der gleichförmigen Bewegung bei Maschinen —
Veränderliche Bewegung bei Maschinen 254
Regulirung der Bewegung —
Moderatoren . 256
Regulatoren . 257
Centrifugal-Regulator . 258
Umwandlung oder Transformation der Bewegung 261
Watt'sches Parallelogramm 266

Zweiter Theil.

Mechanik flüssiger Körper.

Erster Abschnitt.

Hydrostatik.

Erstes Kapitel.

Von den Eigenschaften und Gleichgewichtsbedingungen der tropfbar flüssigen Körper.

	Seite
Haupteigenschaften der tropfbar flüssigen Körper	271
Princip des gleichen Druckes nach allen Richtungen	272
Gestalt der freien Oberfläche. Druck auf den Boden eines Gefäfses	274
Seitendruck	276
Mittelpunct des Druckes	279
Communicirende Gefäfse	280
Druck der Flüssigkeiten auf eingetauchte Körper	281
Aufgaben über die Bestimmung der specifischen Gewichte	283
Gleichgewichtsbedingungen für schwimmende Körper	286

Zweiter Abschnitt.

Hydrodynamik oder Hydraulik.

Erstes Kapitel.

Von dem freien Ausflusse des Wassers aus Gefäfsen.

a) Ausflufs bei *constanten* Druckhöhen.

Ausflufs aus Boden- oder horizontalen Öffnungen	288
Tabelle für die Fallgeschwindigkeiten	290
Gröfse des Reductionscoefficienten	291
Ausflufs aus Seitenöffnungen	293
Tabelle für die betreffenden Reductionscoefficienten	295
Beispiele	297
Untergetauchte Öffnungen. Seitenausflufs bei geringen Druckhöhen	298
Beispiele und Aufgaben	300

b) Ausflufs bei *abnehmenden* Druckhöhen.

Entwicklung der betreffenden Formeln	301
Beispiele	302

Seite

Zweites Kapitel.

Von dem Ausflusse des Wassers aus einem Behälter in einen andern.

Wenn der Wasserspiegel in beiden Behältern constant bleibt 304
Bei veränderlichem Wasserspiegel in dem einen oder andern Gefäfse . . . 305

Drittes Kapitel.

Von der Bewegung des Wassers in Röhrenleitungen.

Einleitung . 307
Formeln für Röhrenleitungen, welche ganz offen sind 309
Formeln für am untern Ende verengte Leitungen 311

Viertes Kapitel.

Von dem Drucke des Wassers gegen die obere Wandfläche einer Röhrenleitung.

Ableitung des *Bernoulli*'schen Satzes über diesen Druck 313
Bestimmung dieses Druckes durch das Piezometer 316

Fünftes Kapitel.

Von der Leitung des Wassers in Canälen.

Einleitung . 317
Relation zwischen den verschiedenen Geschwindigkeiten des Wassers in demselben Canale 319

Sechstes Kapitel.

Von dem Stofse des Wassers gegen eine Tafel oder Schaufel und dem Widerstande des Wassers gegen Körper, welche in demselben bewegt werden.

Erklärung. Stofs eines isolirten Wasserstrahls 320
Stofs und Widerstand im unbegrenzten Wasser 324
Tabelle für den Widerstandscoefficienten 326
Widerstand einiger von krummen Flächen begrenzter Körper 328
Stofs im begrenzten Wasser. Effect des Wasserstofses 330

Siebentes Kapitel.

Von den Wasserrädern.

Einleitung. Fallhöhe des Aufschlagwassers 331
Verlust an lebendiger Kraft. Eintheilung der Wasserräder 332

Seite

Unterschlächtige Wasserräder.

Das Rad im Schufs- oder Schnurgerinne 333
Durchmesser des Rades. Anzahl der Schaufeln 335
Schaufelstellung. Theoretischer Effect eines solchen Rades 336
Nutzeffect eines solchen Rades 337
Das Rad im freien Strome 339
Ruderräder der Dampfboote 340
Poncelet'sches Wasserrad 342
Nutzeffect dieses Rades 344

Zellenräder.

Erklärung . 346

Oberschlächtige Wasserräder.

Construction der Zellen 347
Effect dieser Räder 349

Mittel- oder rückenschlächtige Räder.

Erklärungen . 353
Effect dieser Räder 355

Kropfräder.

Erklärung . 356
Effect dieser Räder 357
Erfahrungsresultate 358
Beispiele . 359

Horizontale Wasserräder.

Erklärung . 363
Horizontale Stofs- und Druckräder 363, 364
Reactionsräder . 366
Nutzeffect . 368
Whitelaw'sche oder Schottische Turbine 369
Effect dieser Turbine 371
Fourneyron'sche Turbine 373
Wirkungsart und Nutzeffect dieser Turbine 374, 375
Bestimmungen der Hauptdimensionen derselben 377

Achtes Kapitel.

Von der Wassersäulenmaschine.

Erklärung . 381
Effect der Wassersäulenmaschine 383

Seite

Neuntes Kapitel.

Von den Pumpen.

Erklärung 386

Saug- und Hebepumpe.

Wesentliche Bestandtheile einer Saugpumpe 386
Wirkungsart der Saugpumpe 388
Gröſste Ansaughöhe. Nöthige Betriebskraft sammt Beispiel 389

Druckpumpen.

Erklärung. Kolben und Ventile 395
Nöthige Betriebskraft sammt Beispiel 396

Vereinigtes Saug- und Druckwerk.

Beispiel (die Kaiser-Ferdinands-Wasserleitung in Wien) 399

Feuerspritzen.

Erklärung und Effect einer Feuerspritze 401
Beispiel 403

Dritter Abschnitt.

Aërostatik.

Einleitung 405
Gleichgewicht der Luft. Druck der Atmosphäre 406
Mariotte'sches Gesetz. Ausdehnung der Luft durch Wärme 408
Zahlenangaben über die Ausdehnung mehrerer fester Körper 409
Dichte der Luft- und Gasarten 410
Manometer 412
Theilung der Scala 414

Erstes Kapitel.

Von den Aërostaten.

Erklärung. Beispiel 416, 417

Vierter Abschnitt.

Aërodynamik.

Erstes Kapitel.

Von dem Ausflusse der Luft aus Behältern.

Einleitung 419
Betreffende Formeln 420
Beispiele 423

Seite

Zweites Kapitel.

Von der Bewegung der Luft in Röhrenleitungen.

Entwicklung der betreffenden Formeln. Beispiele 425

Drittes Kapitel.

Von den Gebläsen.

Erklärung. Verschiedene Gattungen von Gebläsen 430
Das Cylindergebläse . 433
Windregulatoren . 434
Nutzeffect des Cylindergebläses 436
Beispiele . 439

Viertes Kapitel.

Von dem Widerstande und Stoſse der Luft.

Erklärung . 440
Beispiele . 442

Fünftes Kapitel.

Von den Windrädern (Windflügeln).

Erklärung . 446
Effect der Windflügeln 447

Sechstes Kapitel.

Von der bewegenden Kraft des Wasserdampfes.

Wesentliche Eigenschaften des Wasserdampfes 449
Tabelle für die Dampfspannung bei verschiedener Temperatur 451
Unterschied zwischen Gasen und Dämpfen 453
Tabelle für das relative Volumen des Wasserdampfes 455
Formeln, um das relative Volumen des Dampfes aus dessen Spannung zu finden . 457
Die zur Dampfbildung nöthige Wärme 458
Condensirung des Dampfes 459
Geschwindigkeit des ausströmenden Dampfes 460
Heizkraft verschiedener Brennmaterialien 462

Siebentes Kapitel.

Von den Dampfmaschinen.

Erklärung. Eintheilung der Kolbenmaschinen 464
Die doppelt wirkende *Watt*'sche Dampfmaschine 466

Seite
Der Dampfkessel . 467
Gröfse der Heizfläche . 468
Gröfse des ganzen Kessels 470
Gröfse des Schornsteines 471
Beispiele . 474
Sicherheitsventile . 475
Stärke oder Dicke der Kesselbleche 476
Die eigentliche Dampfmaschine 478

Berechnung des Nutzeffectes der Dampfmaschinen.

Gewöhnliche oder ältere Theorie 482
Beispiel . 486
Berechnungsmethode der englischen Ingenieure 487
Beispiele für Expansionsmaschinen mit Condensation 488
» ohne Condensation 489
Tabelle für den Nutzeffect der Dampfmaschinen nach den verschiedenen Systemen . 490
Theorie der Dampfmaschinen nach *Pambour* 491
Anwendung nach dieser Theorie auf Hochdruckmaschinen ohne Condensation 499
» auf die *Watt*'sche Niederdruckmaschine 501
» auf die *Cornwall*'sche Maschine mit Expansion und Condensation 503
Locomotivmaschinen 505
Beispiel hierüber . 510
Berechnung des Widerstandes, welchen die Kolbenflächen bei Bewegung eines Eisenbahnzuges zu überwinden haben —
Beispiele hierüber . 512
Gröfse der Leistung einer Pferdekraft, ausgedrückt durch das Fortschaffen einer bestimmten Last auf der Eisenbahn 515
Tredgold'sche Regeln zur einfachen Berechnung der Locomotive 517
Tabelle zur Berechnung der Wirkung des Dampfes bei verschiedenen Expansionsverhältnissen . , ... 521

Schiffs-Dampfmaschinen.

Einleitung . 523
Wirkung oder Arbeit der Schaufel- oder Ruderräder 526
Relation zwischen der Kraft der Maschinen und den Dimensionen des Schiffes 530
Verwendung der Dampfboote zum Remorquiren 532
Einflufs des Gewichtes der Maschine auf die Geschwindigkeit des Schiffes . 533
Beispiel . 538

Achtes Kapitel.

Berechnung einiger zum Verarbeiten der Stoffe und Materialien bestimmten Maschinen.

Einleitung . 542

Seite

Mahlmühlen.

Erklärung . 542
Nöthige Betriebskraft 543
Beispiel . 544

Stampfwerke.

Erklärung . 545
Nöthige Betriebskraft 546
Beispiel . 549

Hammerwerke.

Erklärung . 552
Berechnung eines Schwanzhammers 553
Beispiel . 559

Dampfhammer.

Erklärung . 562

Sägmühlen.

Erklärung . 565
Nöthige Betriebskraft 570
Beispiel . 576
Fortpflanzung der Bewegung durch Riemen 578
Die Kreis- oder Circularsäge 581

Angaben

einiger Maſse, Gewichte und sonstiger in der ausübenden Mechanik am häufigsten vorkommenden Gröſsen.

Österreichische Maſse und Gewichte 583

Vergleichung der Maſse.

a) Des Französischen mit dem Wiener 584
b) Des Englischen mit dem Wiener 585
c) Des Französischen mit dem Englischen 586

Vergleichung der Gewichte.

a) Des Französischen mit dem Wiener 587
b) Des Englischen mit dem Wiener —
c) Des Französischen mit dem Englischen —
Vergleichung des Preuſsischen Maſses und Gewichtes —
Vergleichung des Baierischen Maſses und Gewichtes 588
Vergleichung des herzoglich-Baden'schen Maſses und Gewichtes 589
Vergleichung des Groſsherzogl. Hessen'schen Maſses und Gewichtes . . . —

Seite

Verschiedene Angaben über Brennstoffe.

Holzgewicht . 590
Kohlengewicht . —
Heizkraft des Holzes, der Holzkohlen und des Torfes 591
Heizkraft der Torf-, Braun- und Steinkohlen, dann der Kohks und des Anthracits . 592
Heizkraft nach *Morin's* Angaben —
Gewicht von 1 Kubikfuſs verschiedener Substanzen, nach *Morin's* Angaben 594
Gewichtstabelle für Eisenbleche 595
Gewicht von 1 Kubikfuſs destillirtem Wasser, in den verschiedenen Landesmaſsen und Gewichten —
Werthe von g oder der Beschleunigung der Schwere, nach dem betreffenden Landesmaſse . —
Streck- und Dehnbarkeit der Metalle 596
Tafel der specifischen Gewichte mehrerer Körper —
Numerische Werthe einiger anderer Gröſsen 599
Literatur . 601

Erster Theil.

Mechanik fester Körper.

Einleitung.

§. 1. Erklärungen. Alles was sich unsern Sinnen als raumerfüllend darstellt, heifst Stoff oder Materie. Ein begrenzter Theil der Materie wird Körper, und zwar im Gegensatze eines mathematischen, welcher ohne alle Materie gedacht wird, physischer Körper, ein unendlich kleiner Theil davon, materieller Punct genannt. Die Summe der materiellen Theilchen oder Puncte eines Körpers heifst dessen Masse.

§. 2. Eigenschaften der Körper. Der Erfahrung zufolge kommen allen uns bekannten Körpern folgende Eigenschaften zu:

1. Die Undurchdringlichkeit. In dem Raume, welchen ein Körper erfüllt, kann sich nicht gleichzeitig ein zweiter Körper befinden. (Wesen der Materie.)
2. Das Begrenztseyn nach allen Seiten. In Folge dieser Eigenschaft besitzt jeder Körper sowohl eine gewisse Form oder Gestalt, als auch ein bestimmtes Volumen.
3. Die Porosität. Der Raum eines Körpers wird von der Materie, woraus der Körper besteht, nicht stetig erfüllt, sondern es finden dabei Zwischenräume (Poren) Statt, welche durch fremdartige Stoffe ausgefüllt seyn können, so, dafs die Menge der materiellen Theilchen oder die Masse des Körpers immer kleiner als dessen Volumen ist.
4. Die Theilbarkeit. Alle Körper können, so weit diefs unsere Sinne und Werkzeuge zulassen, fortwährend in immer kleinere Theile zertheilt werden; ob dabei ohne die Unvollkommenheit unserer Sinne und Werkzeuge die Theilung ohne Ende fortgesetzt werden könnte, ist unbekannt. Jedenfalls stellt man sich vor, dafs alle Körper aus Elementartheilchen *(Molécules)* bestehen, welche nicht mehr weiter theilbar und so klein sind, dafs sie für unsere Sinne nicht mehr wahrnehmbar sind; man nennt sie daher auch materielle Puncte (§. 1.).

5. Die Schwere. Alle Körper zeigen ein Bestreben sich gegen die Erde zu bewegen; werden sie frei ausgelassen, so folgen sie diesem Streben, d. h. sie fallen; werden sie daran gehindert, so äufsern sie einen Druck oder Zug auf das Hindernifs; eine an einem feinen Faden hängende Bleikugel z. B. zeigt dabei die Richtung der Schwere an.

6. Das Beharrungsvermögen oder die Trägheit. Kein Körper kann aus dem Zustande, in welchem er sich eben befindet, selbstthätig in einen andern, also nicht aus der Ruhe in eine Bewegung oder aus der Bewegung in die Ruhe übergehen. Diese Eigenschaft oder vielmehr dieses Unvermögen eines Körpers seinen Zustand in Hinsicht auf Ruhe oder Bewegung zu ändern, ist mit dem Wesen der Materie innigst verbunden und ein charakteristisches Merkmal derselben.

§. 3. **Eintheilung der Körper.** Je nachdem sich die Theilchen eines Körpers nur mit einer merkbaren Kraftäufserung oder absolut leicht verschieben lassen, heifst der Körper fest oder flüssig. Die festen Körper besitzen eine gewisse Cohäsion und eine selbstständige Form oder Gestalt, und werden je nach dem verschiedenen und eigenthümlichen Zusammenhange dieser Theilchen, in harte, weiche, spröde, dehnbare, elastische und unelastische Körper eingetheilt, obschon diese Eigenschaften mehr relativ als absolut sind.

Die flüssigen Körper werden in tropfbare und ausdehnsame Körper getheilt; die erstern, wie z. B. das Wasser, zeigen einen so schwachen Zusammenhang, dafs sich dieser nur in ganz kleinen Mengen, in der Tropfenbildung kund gibt, und auch zugleich, so weit sie ein Gefäfs erfüllen, die Form desselben annehmen; wegen des geringen Grades der Zusammendrückbarkeit, welchen sie besitzen, werden sie gewöhnlich auch unzusammendrückbare Flüssigkeiten genannt. Die ausdehnsamen Flüssigkeiten, wie z. B. die atmosphärische Luft, unterscheiden sich von den erstern wesentlich durch ihre leichte Zusammendrückbarkeit und durch das Bestreben ihrer einzelnen Bestandtheilchen, sich von einander zu entfernen; da sie also keine Cohäsion zeigen, so können sie nur in von allen Seiten geschlossenen Gefäfsen, welche sie dann immer ganz erfüllen, eingeschlossen werden.

§. 4. **Kräfte.** Geht ein Körper von einem Orte zu einem andern über, so sagt man er bewege sich, und schreibt diese Bewe-

gung (da er diese nicht selbsthätig bewirken kann, §. 2, 6) einer äussern Ursache zu, die man (physische) Kraft und in diesem Falle insbesondere bewegende Kraft nennt. Überhaupt heiſst Kraft alles dasjenige, was in der Materie Bewegung erzeugt oder zu erzeugen strebt und öfter auch verhindert. Das Wesen der Kräfte selbst kennen wir nicht, und beurtheilen diese nur aus ihren Wirkungen; je nach den Wirkungen werden *die Kräfte* in bewegende, beschleunigende, anziehende, abstoſsende u. s. w. getheilt; die Ursache von der Schwere der Körper nennen wir Schwerkraft. In Beziehung auf die Natur oder Gattung der Kräfte gibt es Muskel-, Wasser-, Wind-, Dampfkräfte u. s. w.

§. 5. Mechanik und ihre Unterabtheilungen.

Die Mechanik ist die Wissenschaft, welche von den Gesetzen und Erscheinungen handelt, die aus der Wirkung der Kräfte auf die Körper hervorgehen; man theilt sie zur leichtern Übersicht in die Mechanik fester, und in jene flüssiger Körper ein, je nachdem man die Wirkungen der Kräfte auf feste oder flüssige Körper betrachtet. Jeder dieser beiden Theile zerfällt wieder in zwei Theile, und zwar der erstere in die Statik und Dynamik, oder in die Lehre vom Gleichgewichte und in jene von der Bewegung fester, der letztere dagegen in die Hydrostatik und Hydrodynamik oder Hydraulik, d. i. in die Lehre vom Gleichgewichte und der Bewegung tropfbar flüssiger Körper; in Beziehung auf die ausdehnsamen Flüssigkeiten werden diese beiden Theile Aërostatik und Aërodynamik oder Pneumatik genannt.

Erster Abschnitt.

Statik.

Erstes Kapitel.

Von der näheren Bestimmung der Kräfte, so wie von ihrer Zusammensetzung und Zerlegung.

§. 6. **Ruhe und Bewegung.** Von einem Körper, welcher seinen Ort nicht verändert, sagt man er ruhe; für uns ist jede Ruhe nur eine relative, nämlich gegen die ihn umgebenden Gegenstände, weil jeder uns zugängige Körper an der doppelten Bewegung der Erde theil nimmt, also eben so wenig absolut ruht, als ein in einem segelnden Schiffe ruhig sitzender Mensch. Ändert dagegen ein Körper seinen Ort auf eine stetige Weise, so sagt man er bewege sich.

§. 7. **Gleichgewicht.** Ein Körper kann ruhen, entweder indem gar keine, oder auch indem Kräfte auf ihn wirken, welche sich gegenseitig aufheben; im letztern Falle sind die Kräfte, oder wie man sich auch kürzer ausdrückt, ist der Körper im Gleichgewichte, und dieser Zustand unterscheidet sich von der Ruhe nur durch das Bestreben zur Bewegung.

§. 8. **Nähere Bestimmung der Kräfte.** Man unterscheidet bei einer jeden auf einen Körper wirkenden Kraft: 1$^{\text{tens}}$ ihren Angriffspunct, 2$^{\text{tens}}$ ihre Richtung, und 3$^{\text{tens}}$ ihre Größe oder Intensität.

Der Angriffspunct *A* (Fig. 1) ist derjenige Punct des Körpers *M*, auf welchen die Kraft unmittelbar wirkt. Die Richtung der Kraft ist die durch den Angriffspunct gehende gerade Linie *A B*, nach welcher die Kraft den Punct *A* des Körpers bewegt oder zu bewegen strebt. Übri-

gens kann jeder Punct der Geraden AB oder ihrer Verlängerung zum Angriffspuncte der Kraft genommen werden, wenn dieser mit dem erstern A unveränderlich verbunden ist.

Zur Schätzung der Gröfse oder Intensität einer Kraft, vergleicht man sie mit einer beliebigen zur Einheit gewählten Kraft, wozu sich am besten die Gewichtseinheit eignet; denn wirkt z. B. eine ziehende Kraft auf den Körper M in der Richtung AB, so kann man in A eine Schnur oder einen Faden befestigen, diesen in der Richtung AB über eine Rolle gehen lassen und an den Faden ein Gewicht von solcher Gröfse anhängen, dafs dadurch auf den Körper derselbe Zug wie durch die zu schätzende Kraft (welche z. B. eine Muskelkraft seyn kann) hervorgebracht wird; hat das Gewicht P Pfunde, so kann man dieses Gewicht als das Mafs für die Intensität dieser Zugkraft ansehen, oder diese letztere ganz einfach gleich P setzen, wenn man das Pfund zur Gewichtseinheit und zugleich als Einheit der Kräfte annimmt. Ist p überhaupt die Kräfteneinheit, so wird eine $2, 3 \ldots n$ Mal so grofse Kraft durch $2p$, $3p \ldots np$, oder wenn man $p = 1$ setzt, schlechtweg durch die Absolutzahl $2, 3 \ldots n$ ausgedrückt.

Für die Ableitung der Gesetze des Gleichgewichtes sind weniger diese absoluten Zahlen, als die Verhältnifszahlen zwischen den Gröfsen der Kräfte nothwendig; man erhält sie am einfachsten, indem man die geraden Linien, nach welchen die Kräfte wirken, durch Annahme einer ganz beliebigen Linieneinheit den betreffenden Kräften proportional abschneidet.

§. 9. Zusammensetzung der auf einen Punct wirkenden Kräfte. Zwei gleiche Kräfte, welche auf einen beweglichen Punct nach gerad entgegengesetzten Richtungen wirken, halten sich das Gleichgewicht oder heben sich auf; umgekehrt erkennt man, dafs zwei Kräfte einander gleich sind, wenn sie unter diesen Umständen im Gleichgewichte stehen.

Durch das Zusammennehmen von $2, 3 \ldots n$ solchen gleichen Kräften erhält man eine $2, 3 \ldots n$fache Kraft.

§. 10. Mittelkraft oder Resultirende. Wirken auf einen Punct M (Fig. 2) mehrere Kräfte p, q, r nach derselben Richtung MA, so kann man diese durch eine einzige Kraft R, welche der Summe aus diesen einzelnen Kräften gleich ist, ersetzen. Diese Kraft $R = p + q + r$, welche genau dasselbe bewirkt, was die ein-

zelnen Kräfte bewirken, heifst die **Mittelkraft** oder **Resultirende**, während auf diese bezogen die Kräfte p, q, r die **gleichgeltenden** oder auch (besonders wenn ihre Richtungen einen Winkel bilden) **Seitenkräfte** genannt werden.

Wirken z. B. auf den Punct M die Kräfte von 2, 3 und 5 Pfund in der Richtung MA, so ist die ebenfalls von M gegen A wirkende Resultirende $R = 10$ Pf.

Das Verfahren, um aus mehreren Kräften die Mittelkraft zu finden, heifst das **Zusammensetzen**, das entgegengesetzte, um eine Kraft in mehrere Seitenkräfte zu zerlegen, das **Zerlegen** der Kräfte.

§. 11. Wirken zwei **ungleiche** Kräfte P und Q nach gerad entgegengesetzten Richtungen MA und MB auf einen Punct M (Fig. 3), so ist ihre Resultirende der **Unterschied** aus beiden Kräften und dabei nach jener Seite hin wirksam, nach welcher die gröfsere dieser beiden Kräfte wirkt; es ist nämlich $R = P - Q$ oder $= Q - P$, je nachdem $P > Q$ oder $Q > P$ ist; im erstern Falle wirkt R gegen A, im letztern gegen B.

Ist z. B. $P = 5$ und $Q = 3$ (auf die Benennung der Kräfteneinheit kommt es dabei nicht an), so wird $R = 5 - 3 = 2$ nach A wirksam, d. h. es ist für den Erfolg genau eben so, als ob anstatt der beiden vorhandenen Kräfte von 5 und 3, z. B. 5 Pf. und 3 Pfund, welche auf M nach MA und MB wirken, nur die einzige Kraft von 2 Pf. von M nach A wirksam oder vorhanden wäre. Denn zerlegt man die Kraft $P = 5$ in die beiden gleichgeltenden $3 + 2$, so hält die Kraft 3 von P der Kraft $Q = 3$ (§. 9) das Gleichgewicht, so, dafs diese beiden Kräfte auf die Resultirende keinen Einflufs haben und als nicht vorhanden angesehen werden können; dadurch bleibt aber nur noch die einzige nach MA wirkende Kraft von 2 Pfund übrig, welches sofort die Resultirende ist.

§. 12. Wirken auf einen Punct M (Fig. 4) mehrere Kräfte P, Q, S, P', Q' theils nach einer, theils nach der entgegengesetzten Richtung, so ist ihre Resultirende $R = (P + Q + S) - (P' + Q')$ oder $= (P' + Q') - (P + Q + S)$, je nachdem die eine oder die andere Summe der nach einerlei Seite hin wirkenden Kräfte die gröfsere ist.

Ist z. B. $P = 2$, $Q = 5$, $S = 3$, $P' = 6$ und $Q' = 8$, so ist $R = (6 + 8) - (2 + 5 + 3) = 4$ die Gröfse der Resultirenden und MB ihre Richtung.

§. 13. Weitere Art die Resultirende zu finden. Betrachtet man in allen vorhergehenden Fällen die Kräfte nicht blofs in wie ferne sie Bewegung erzeugen wollen, sondern wirklich erzeugen; so kann die Resultirende in allen Fällen auch dadurch gefunden

werden, dafs man die Kräfte auf ihren Richtungen proportional aufträgt (§. 8) und die dadurch begrenzten geraden Linien zugleich als die Wege ansieht, die der bewegliche Punct in einerlei Zeit zurücklegen würde, wenn jede der einzelnen Kräfte allein nach der betreffenden Richtung wirksam wäre.

Sind z. B. in jenem Falle, in welchem (§. 11) zwei Kräfte nach entgegengesetzten Richtungen wirken, $P = 3$ und $Q = 2$ Pfund dieser auf M (*Fig.* 5) nach MA und MB wirkenden Kräfte; so trage man eine *beliebige* Linieneinheit e von M gegen A bis a 3, und gegen B bis b 2 *Mal* auf, so, dafs sich $Ma : Mb = 3 : 2$, also wie $P : Q$ verhalten. Obschon nun die Linien Ma und Mb den Kräften P und Q blofs proportional sind, so ist es doch erlaubt kurzweg diese den Kräften selbst gleich und $Ma = P$, $Mb = Q$ zu setzen.

Wirken aber zwei oder mehrere Kräfte auf einen beweglichen Punct eine gewisse Zeit t hindurch gleichzeitig ein, so ist der Erfolg genau derselbe, als ob jede Kraft für sich während der Zeit t, aber eine nach der andern gewirkt hätte. Geht z. B. ein Mensch in einem segelnden Schiffe von einem Puncte A (Fig. 6) des einen Bordes zu einem andern Puncte B des andern, und macht das Schiff während dieser Zeit den Weg $AC = BD$ vorwärts; so hat der Mensch gleichzeitig zwei Bewegungen: eine von A nach B, und die zweite von A nach C. Liefse nun sein eigentlicher Weg auf der Wasserfläche eine Spur zurück, so wäre diese die gerade Linie AD, d. i. die Diagonale des aus den beiden Linien AC und AB construirten Parallelogramms $ABDC$; denn theilt man AC und AB in eine beliebige, aber die nämliche Anzahl gleicher Theile Aa, $ab\ldots$, Aa', $a'b'\ldots$; so macht das Schiff die Wege Aa, $ab\ldots$, während der Mensch jene Aa', $a'b'\ldots$ zurücklegt; ist nun aber der Punct A in a, so ist a' in m, ist A in b, so ist b' in n u. s. w. so, dafs sich also der Mensch nach Verlauf der einzelnen auch noch so kleinen Zeitintervallen, in den Endpuncten der Diagonalen der kleinen Parallelogramme aa', $bb'\ldots$, folglich fortwährend auf der geraden Linie AD und zuletzt, nach Verlauf der bestimmten Zeit, im Endpuncte D der Diagonale AD befindet. Hätten nun aber diese beiden Bewegungen des Menschen nicht gleichzeitig, sondern nach einander Statt gefunden, wäre also z. B. der Mensch zuerst von A nach B gegangen und hätte dann erst das Schiff seinen Weg BD gemacht, oder wäre zuerst das Schiff von A nach C gesegelt und hätte hierauf der Mensch seinen Weg $AB = CD$ zurückgelegt, so würde er in beiden Fällen an den Punct D, wie bei der gleichzeitigen Bewegung angelangt seyn.

Diesen Satz nun auf unser vorliegendes Beispiel angewendet, denken wir uns zuerst die Kraft von 3 Pfund allein wirksam, so wird sie den Punct *M* in einer bestimmten Zeit von *M* nach *a* bringen; wirkt jetzt die Kraft 2 Pf. nach ihrer Richtung, so bringt sie (da die Wirkungen den Kräften proportional sind) diesen Punct in einer gleichen Zeit um das Stück 3 1 = *Mb* zurück, so, dafs sich also *M* im Puncte 1 befindet; da nun dasselbe auch durch die gleichzeitige Wirkung der beiden Kräfte 3 und 2 erfolgt, und aufserdem eine Kraft = 1 ebenfalls diese Wirkung hervorbringt, so ist diese letztere = 3 — 2, gerade so wie wir bereits in §. 11 fanden, die Resultirende aus den beiden Kräften *P* und *Q*.

§. 14. **Kräftenparallelogramm.** Wirken zwei Kräfte *P* und *Q* (Fig. 7) auf einen Punct *M* unter irgend einem Winkel *AMB*, so schneide man auf ihren Richtungen *MA* und *MB* diese Kräfte (im Sinne des vorigen Paragraphes) ab, d. i. man mache *Ma* = *P* und *Mb* = *Q* (d. h. *Ma* : *Mb* = *P* : *Q*), ergänze aus den Puncten *a* und *b* das Parallelogramm *MbCa* und ziehe die Diagonale *MC*; so stellt diese die Resultirende *R* sowohl der Gröfse als auch der Lage nach vor, oder es ist *R* = *MC* (d. h. *Ma* : *Mb* : *MC* = *P* : *Q* : *R*); denn theilt man *Ma* und *Mb* in eine gleiche Anzahl gleicher Theile in den Puncten 1, 2..., 1′, 2′...; so würde die Kraft *Q* für sich allein den beweglichen Punct *M* in denselben Zeitabschnitten nach den Puncten 1′, 2′... bringen, in welchen ihn die Kraft *P* nach den Puncten 1, 2... brächte. Denkt man sich nun die beiden Kräfte immer nach einander wirkend, so wird, wenn *M* in 1 ist, dieser Punct in der zugehörigen gleichen Zeit von der Kraft *Q* durch die Gerade 1*m*, welche der *M*1′ gleich und parallel ist, geführt, der Punct *M* also während des ersten Zeitintervalles durch beide Kräfte *P* und *Q* (vereint oder getrennt) nach *m* gebracht werden. Eben so zeigt man, dafs dieser Punct *M* nach dem zweiten Zeitintervall in *n* seyn mufs, wenn 2*n* gleich und parallel mit *M*2′ ist, u. s. w., so, dafs also durch die vereinte oder combinirte Wirkung beider Kräfte der bewegliche Punct *M* der Reihe nach die Puncte *m*, *n*, *o*, *p*, *C*, nämlich die Spitzen der einzelnen Parallelogramme 11′, 22′...*ab* einnimmt, durch welche Puncte sofort die Resultirende gehen mufs. Nun ist aber aus der Geometrie bekannt, dafs diese sämmtlichen Puncte *m*, *n*..*C* in einer geraden Linie liegen, welche die Diagonale des Parallelogramms *MaCb*, welches defshalb auch Kräftenparallelogramm genannt wird, bildet.

Da in einem jeden Dreieck eine Seite (z. B. MC) immer kleiner als die Summe der beiden übrigen (Mb und $bC = Ma$) und gröfser als ihr Unterschied ist, so ist auch die Resultirende R in einem solchem Falle kleiner als die Summe (und zwar um so kleiner, je gröfser der Winkel AMB ist) und gröfser als der Unterschied der beiden Seitenkräfte P und Q.

Ist z. B. $P = 5$ und $Q = 3$ Pfund, so trage man eine beliebige Linieneinheit e (Fig. 8) 5 Mal auf MA und 3 Mal auf MB bis A und B auf, ergänze das Parallelogramm, ziehe die Diagonale MC und untersuche, wie oft dieselbe Linieneinheit e in dieser enthalten ist; fände man z. B. dafür die Zahl $7^1/_2$, so wäre die Resultirende $R = 7^1/_2$ Pf. Am bequemsten dient zu solchen Constructionen ein tausendtheiliger Mafsstab.

§. 15. Zerlegung einer Kraft in zwei Seitenkräfte. Soll umgekehrt eine nach der Richtung MC (Fig. 9) wirkende Kraft P in zwei Kräfte nach den Richtungen MA und MB zerlegt werden, so schneide man auf MC ein Stück Mc der gegebenen Kraft proportional ab (indem man z. B. eine beliebig gewählte Linieneinheit so oft aufträgt, als P Pfunde hat), ziehe durch c zu MB und MA die Parallelen ca und cb, so stellen Ma und Mb die gesuchten Seitenkräfte p und q vor, welche sich zu der gegebenen Kraft P eben so, wie die Linien Ma und Mb zu jener Mc verhalten.

Hat z. B. die gegebene Kraft P 20 Loth, und verhalten sich nach vollendeter Construction die drei Linien $Mc : Ma : Mb$ wie $4 : 5 : 3$, so, dafs also die 4 Theile von Mc die 20 Loth, folglich 1 Theil 5 Loth bezeichnet, so wird $p = 5 \times 5 = 25$ und $q = 3 \times 5 = 15$ Loth.

§. 16. Zusammensetzung von Kräften, *welche auf einen Punct wirken und in* **ein und derselben Ebene** *liegen.* Wirken z. B. drei Kräfte P, P', P'' auf den beweglichen Punct M (Fig. 10) nach den in derselben Ebene liegenden Richtungen MA, MB, MD; so schneide man darauf die Linien MA, MB, MD diesen Kräften P, P', P'' proportional ab, setze zuerst zwei dieser Kräfte, z. B. P und P' nach §. 14 zusammen, so stellt die Diagonale MC ihre Resultirende vor; diese verbinde man mit der dritten Kraft P'', indem man abermals das Parallelogramm $MCED$ construirt, so bezeichnet die Diagonale ME die Resultirende R aus diesen beiden, folglich auch aus den drei Seitenkräften P, P', P''. Auf dieselbe Weise findet man auch die Mittelkraft von 4 und überhaupt jeder beliebigen Anzahl von Kräften; dabei ist die Ordnung, nach welcher man die Kräfte mit einander verbindet, willkürlich. Stehen die gegebenen Kräfte im Gleichgewichte, so findet man die vorletzte Resultirende der letzten Kraft gleich und gerade entgegengesetzt.

Mit Rücksicht darauf, dafs bei dieser Construction durch den Endpunct A der ersten Kraft P die Gerade AC gleich und parallel mit der zweiten Kraft P', durch den Endpunct C die Gerade CE gleich und parallel mit der dritten Kraft P'' ist, und die Diagonale oder Resultirende ME das dadurch entstehende Polygon $MACE$ schliefst — kann man die Resultirende R auch ganz einfach durch Construirung dieses Polygons (Fig. 10, a) finden, in welchem man die offen bleibende Seite durch die Gerade ME schliefst, welche sofort die gesuchte Resultirende ist. Schliefst sich das Polygon durch die zuletzt aufgetragene Kraft von selbst, so stehen die gegebenen Kräfte unter sich im Gleichgewichte oder es ist $R = 0$. Dieses Verfahren kann offenbar auf jede Anzahl von in einer Ebene liegenden Kräften ausgedehnt werden.

Anmerkung. Stehen also die 3 auf den Punct M wirkenden Kräfte P, P', P'' (Fig. 10, b) unter einander im Gleichgewichte und bilden ihre in einer Ebene liegenden Richtungen die Winkel a, b, c; so entsteht durch dieses Verfahren das Dreieck ABC, dessen Seiten $= P$, P', P'' und Winkel $A = 180 - a$, $B = 180 - b$, $C = 180 - c$ sind. Da sich nun nach einem bekannten Satze in jedem Dreiecke die Seiten wie die Sinusse der gegenüberliegenden Winkel verhalten und zwei Nebenwinkel (wie A und a) gleiche Sinus haben, so hat man für das Gleichgewicht der 3 auf M wirkenden Kräfte auch

$$P : P' : P'' = Sin\, c : Sin\, b : Sin\, a.$$

§. 17. Zusammensetzung von Kräften, *welche auf einen Punct wirken und in* verschiedenen *Ebenen liegen.*

Wirken auf den Punct M (Fig. 11) 3 Kräfte nach den Richtungen MA, MB, MC, und bezeichnen diese genannten Linien zugleich die Kräfte selbst; so stellt die Diagonale MD des Parallelogramms AB die Mittelkraft aus den beiden ersten Kräften vor; construirt man ferner mit dieser und der dritten Kraft MC das Parallelogramm CD, so ist die Diagonale ME desselben die gesuchte Resultirende aus den 3 gegebenen Kräften.

Wie man sieht, ist hier die Resultirende nichts anders als die Diagonale des aus den drei Seiten MA, MB, MC construirten Parallelopipedes, welches ein senkrechtes ist, wenn die Richtungen der Kräfte wechselweise auf einander senkrecht stehen.

§. 18. Beispiele über die Zerlegung der Kräfte.

1. Wird beim Schiffszug gegen den Strom das Schiff BC (Fig. 12) durch eine Kraft P in der Richtung AP schief gegen das Ufer MN gezogen, so mufs man zur Beurtheilung der Richtung, welche das Schiff nimmt, diese Kraft P in zwei auf einander senkrechte Kräfte p und p'

nach den Richtungen *AC* (die Länge des Schiffes) und *Ab* zerlegen. Da aber durch die Form und Bauart des Schiffes diese letztere Kraft so gut wie verloren geht (indem diese die grofse, an der Seite des Schiffes anliegende Wassermasse wegschieben müfste), so bleibt nur die erstere, welche also das Schiff in der mit dem Ufer parallelen Richtung *BC* fortbewegt.

2. Ist das eine Ende einer Schnur an einem horizontal in eine Wand eingeschlagenen Nagel *A* (Fig. 13) befestigt und hierauf ohne gespannt zu seyn über die Rolle *C* geführt, so kann, wenn an dem Puncte *M* ein Gewicht *Q* aufgehängt wird, welches sich in einem Ringe auf der Schnur verschieben läfst, zuerst gefragt werden, wie grofs für das Gleichgewicht die am andern Ende der Schnur lothrecht wirkende Kraft *P* seyn mufs, und dann, welchen Druck oder Zug der Nagel *A* dabei zu erleiden hat. Um diese Fragen zu beantworten, mufs man das Gewicht *Q* als eine lothrecht wirkende Kraft ansehen und diese in zwei Kräfte nach den Richtungen *MA* und *MB*, nach welchen die Schnur gespannt wird, zerlegen. Nimmt man also auf der durch *M* gehenden lothrechten Linie $MD = Q$ und construirt das Parallelogramm *ab*, so stellen *Ma* und *Mb* die beiden Seitenkräfte vor, von denen die letztere die Gröfse der Kraft *P* angibt. Zerlegt man die erstere *Ma*, um die Kraft zu finden, welche den Nagel aus der Wand herauszuziehen sucht, neuerdings in zwei auf einander senkrechte Kräfte nach horizontaler und verticaler Richtung, so erhält man durch Construirung des Rechteckes *de* sofort *ad* für die in *A* nach horizontaler und *ae* für die an denselben Punct nach verticaler Richtung wirkenden Kraft.

Ist das Gewicht *Q*, wie es in Fig. (13, *a*) dargestellt ist, weiter in die Höhe gezogen, so zeigt ein Blick auf die Zeichnung (weil *MD* denselben Werth behält), dafs jetzt sowohl *P* als auch die horizontale Zugkraft *ad* auf den Nagel gröfser ist, als in der vorigen Lage des Gewichtes.

3. Stellt *MN* (Fig. 14) das Segel eines Schiffes vor, welches von dem Winde in der Richtung *FO* getroffen wird, dessen Stärke durch die Linie *OD* dargestellt werden soll; so zerlege man, um den Erfolg der Einwirkung des Windes zu finden, *DO* in zwei Seitenkräfte *CO* und *EO*, wovon die eine in die Richtung der Segelfläche fällt und die andere darauf senkrecht steht. Da die erstere dieser beiden Kräfte verloren geht und die zweite das Schiff in der Richtung *Od* zu bewegen sucht, so zerlege man $Od = OE$ abermals in zwei auf einander senkrechte Kräfte *Oa* und *Ob*, so stellt die erstere die Kraft vor, mit welcher das Schiff seiner Länge *BA* nach vorwärts, die letztere dagegen

jene Kraft dar, mit welcher das Schiff seitwärts (leewärts) getrieben wird, wobei jedoch die letztere, in Folge der eigenthümlichen Form des Schiffes, nur eine geringe Wirkung äufsern kann.

Auf derselben Wirkung beruht das sogenannte Laviren der Schiffe bei ganz contrairem Winde.

§. 19. Zusammensetzung von Kräften, *welche auf* **mehrere** *Puncte eines Körpers wirken.* Wirken an den Endpuncten A und B (Fig. 15) der steifen geraden Linien AB zwei Kräfte P und Q nach den in einerlei Ebene liegenden, gegen M zu convergirenden Richtungen AD und BE, und stellen diese genannten Stücke zugleich die Kräfte P und Q selbst vor; so verlängere man DA und EB bis sich diese Geraden in M durchschneiden, so kann man (§. 8) diesen Punct als den gemeinschaftlichen Angriffspunct der beiden Kräfte P und Q ansehen. Schneidet man jetzt $Ma = AD$ und $Mb = BE$ ab und construirt das Parallelogramm ab, so ist die Diagonale Mc die Resultirende aus den beiden Kräften P und Q. Verlängert man diese Diagonale, so kann man den Durchschnittspunct C mit der Geraden AB als den Angriffspunct der Resultirenden R ansehen, deren Gröfse durch $CF = Mc$ dargestellt wird.

Fällt man aus einem Puncte C der Geraden Mc auf AM und BM die Perpendikel CG und CH, so wie auch noch auf Mc das Perpendikel ad, so ist das Dreieck Mad jenem MGC und das Dreieck acd jenem MCH (wegen W. acd = W. cMb) ähnlich und man hat

$$\frac{ad}{Ma} = \frac{GC}{MC} \text{ und } \frac{ad}{ac} = \frac{HC}{MC},$$

oder wenn man die erste Gleichung durch die zweite dividirt:

$\frac{ac}{Ma} = \frac{GC}{HC}$ oder wegen $Ma = P$ und $ac = Mb = Q$, auch

$\frac{Q}{P} = \frac{GC}{HC}$ oder was dasselbe ist $P : Q = CH : CG \ldots$ (1,

d. h. die Kräfte P und Q verhalten sich verkehrt wie die aus einem Puncte C ihrer Resultirenden auf ihre Richtungen gefällten Perpendikel.

Anmerkung. Es ist leicht zu sehen, dafs die Länge der Geraden AB auf die Gröfse der Resultirenden keinen Einflufs hat.

§. 20. Denselben Satz für parallele Kräfte. Der vorige Satz ist von der Gröfse des Winkels AMB unabhängig, er gilt also auch noch, wenn derselbe Null, d. h. wenn die beiden Kräfte

P und Q zu einander parallel sind. In diesem Falle bilden aber die beiden Perpendikel CG und CH (Fig. 16) eine **gerade** Linie und da die Dreiecke CAG und CBH ähnlich sind, so folgt

$$CH : CG = CB : CA \quad \text{oder}$$

(Gleichung 1 des vorigen Paragraphes)

$$P : Q = CH : CG = CB : CA \ldots (2,$$

d. h. *die Seitenkräfte P und Q verhalten sich umgekehrt wie die Entfernungen des Angriffspunctes C der Resultirenden von den Angriffspuncten der beiden Seitenkräfte.*

Aus dieser Proportion folgt zugleich $P : P + Q = CB : AB$ und daraus ist $CB = AB \frac{P}{P+Q}$, wodurch der Angriffspunct C der Resultirenden gegeben ist. Eben so ist auch $CH = GH \frac{P}{P+Q}$, die Entfernung der Resultirenden von der Kraft Q, und da diese (weil GH, P und Q constant sind), wo man auch den Punct C in der Resultirenden annehmen mag, dieselbe bleibt, so folgt, dafs die Resultirende mit den Seitenkräften **parallel** läuft.

Um die **Gröfse** der Resultirenden zu finden, bemerke man, dafs für $AB = 0$ die beiden Seitenkräfte in C zusammenfallen und sofort (§. 10) $R = P + Q$ ist; da nun nach dem vorigen Satze (§. 19, Anm.) die Gröfse der Resultirenden von der Länge der Geraden AB unabhängig ist, so bleibt für alle Fälle die Gröfse $R = P + Q \ldots (3$ ungeändert.

Wirken also zwei parallele Kräfte nach einerlei Richtung, so theilt 1stens die Resultirende die gerade Linie, welche den Abstand der beiden Seitenkräfte bestimmt, im verkehrten Verhältnifs der Kräfte, 2tens ist die Richtung der Resultirenden mit jener der Seitenkräfte parallel, und 3tens ist die Resultirende gleich der Summe der Seitenkräfte.

Um daher zwischen zwei parallelen, an den Endpuncten einer frei beweglichen Geraden AB nach derselben Seite hin wirkenden Kräften das Gleichgewicht herzustellen, wird man die Gerade AB im Puncte C im umgekehrten Verhältnifs der beiden Kräfte theilen und in diesem Puncte eine Kraft, welche der Summe aus den beiden gegebenen Kräften gleich ist, mit dieser parallel, jedoch in entgegengesetzter Richtung anbringen.

Auch ist nun leicht die umgekehrte Aufgabe: eine gegebene Kraft R in zwei parallele, nach einerlei Richtung wirkende Kräfte zu zerlegen, aufzulösen.

Anmerkung. Will man die Gröſse der Resultirenden, d. i. die vorige Relation (3 von dem obigen Satze in §. 19 unabhängig, nämlich unmittelbar für parallele Kräfte ableiten, so darf man nur zu den beiden gegebenen Kräften AD und BE (Fig. 17) zwei gleiche, sonst aber beliebige Kräfte Aa und Bb, welche in der Verlängerung von AB nach entgegengesetzten Richtungen wirken, und sonach, da sie sich aufheben, an dem Resultate nichts ändern, hinzufügen, die aus AD, Aa und BE, Bb entstehenden Resultirenden Ac und Bd bestimmen, diese bis zu ihren Durchschnitt M verlängern und darauf $Mr = Ac$, $Ms = Bd$ abschneiden, durch M mit AB eine Parallele ziehen und die Resultirenden Mr, Ms neuerdings in ihre ursprünglichen Kräfte Mm, Mp und Mn, Mo auflösen; so findet sich, daſs von den vier zuletzt genannten Kräften, welche man anstatt der beiden ursprünglichen parallelen Kräfte substituiren kann, jene beiden Mm und Mn, da sie einander gleich sind (jede ist $= Aa = Bb$) und entgegengesetzt wirken, aufheben und daher die beiden übrigen $Mp = AD$ und $Mo = BE$, da sie nach derselben Richtung wirken, durch ihre Summe $AD + BE$ die Resultirende CF darstellen, wodurch die obige Relation (3 direct abgeleitet ist.

§. **21.** Wirken die beiden parallelen Kräfte nach entgegengesetzten Richtungen und ist z. B. $Q > P$; so zerlege man (Fig. 18) Q in zwei parallele Kräfte P und R, wovon die erstere durch A geht, so, daſs also $Q = P + R$ oder $R = Q - P$. . . (1 wird. Ist C der Angriffspunct dieser Kraft R auf der verlängerten Geraden AB, so ist (voriger Paragraph) $P : R = BC : AB$, woraus

$$BC = AB \frac{P}{Q - P} \ldots (2$$

folgt.

Da sich nun die beiden im Puncte A wirkenden Kräfte P aufheben, so bleibt nur die Kraft R als gesuchte Resultirende der beiden ursprünglichen Kräfte P und Q übrig, deren Gröſse aus (1 und Lage durch Gleichung (2 bestimmt ist; die Resultirende ist nämlich dem Unterschiede aus beiden gegebenen Kräften gleich, und wirkt mit ihnen parallel nach jener Seite hin, nach welcher die gröſsere der beiden Kräfte wirkt.

Anmerkung. Für den besondern Fall von $P = Q$ wird aus (2

$$BC = \frac{AB \cdot P}{0} = \infty,$$

d. i. Unendlich, zum Zeichen, daſs es in diesem Falle für die beiden Kräfte keine Resultirende gibt, folglich auch durch das Hinzufügen einer einzigen Kraft kein Gleichgewicht hergestellt werden kann.

§. **22. Zusammensetzung von parallelen Kräften,** *welche auf ein System von Puncten wirken, die fest*

mit einander verbunden sind. Wirken die parallelen Kräfte p, p', p''... auf die mit einander verbundenen Puncte A, B, C... (Fig. 19) im Raume nach einerlei Richtung, so suche man nach §. 20 zuerst die Resultirende aus den beiden Kräften p und p', indem man ihre Angriffspuncte durch die Gerade AB verbindet, und diese in M so theilt, dafs $AM : BM = p' : p$ wird. Denkt man sich in diesem Puncte M die Resultirende $r = p + p'$ angebracht und verbindet man diese mit der dritten Kraft p'', so erhält man auf gleiche Art auf der Geraden MC den Angriffspunct der neuen Resultirenden $r' = p + p' + p''$; diese mit der nächsten Kraft p''' verbunden, erhält man (durch Theilung der Geraden ND, so dafs $NO : OD = p''' : r'$) den Angriffspunct O der Resultirenden $R = p + p' + p'' + p'''$, und so fährt man fort, bis man auch die letzte Seitenkraft in Verbindung gebracht hat.

Wirken die parallelen Kräfte theils nach der einen, theils nach der entgegengesetzten Richtung, so suche man nach der vorigen Weise sowohl von jenen Kräften, welche nach der einen, als auch von jenen, welche nach der entgegengesetzten Seite wirken, die Resultirende, und dann erst von diesen beiden parallelen, nach entgegengesetzten Richtungen wirkenden Kräften nach dem vorigen Paragraphe die Mittelkraft, so ist diese zugleich auch die gesuchte Resultirende aus den ursprünglich gegebenen Kräften.

§. 23. Mittelpunct der parallelen Kräfte. Aus dem Verfahren des vorigen Paragraphes geht hervor, dafs wenn die sämmtlichen parallelen Kräfte um ihre Angriffspuncte wie immer gedreht werden, dabei aber nicht aufhören, unter sich parallel zu seyn, weder die Gröfse der Resultirenden, noch ihr Angriffspunct verändert wird; auch bleibt der Angriffspunct der Resultirenden noch derselbe, wenn die sämmtlichen Kräfte so vergröfsert oder verkleinert werden, dafs ihr Verhältnifs zu einander dasselbe bleibt (wenn man also jede nfach oder von jeder den nten Theil nimmt), blofs die Gröfse der Resultirenden ändert sich dabei, und zwar in demselben Verhältnifs.

Aus diesem Grunde heifst dieser Angriffspunct der Resultirenden auch Mittelpunct der parallelen Kräfte.

Auch läfst sich ganz einfach zeigen, oder folgt vielmehr aus dem Bisherigen schon von selbst, dafs wenn die Angriffspuncte der parallelen Kräfte in einer Ebene oder in einer geraden Linie liegen, auch der Mittelpunct dieser Kräfte in derselben Ebene oder der nämlichen geraden Linie liegen müsse.

Zweites Kapitel.

Vom statischen Momente.

§. **24. Moment einer Kraft** *in Beziehung auf eine* **Ebene.** Unter dem auf eine Ebene bezogenen Momente einer Kraft versteht man das Product aus dieser Kraft in das aus ihren Angriffspuncte auf die bezügliche Ebene gefällte Perpendikel.

§. **25.** Es seyen nun P und Q zwei parallele, an den Endpuncten der Geraden AB (Fig. 20) nach derselben Richtung wirkenden Kräfte, und R ihre durch C gehende Resultirende; ferner seyen p, q, r die aus den Angriffspuncten A, B, C dieser Kräfte auf die beliebige Ebene MN gefällten Perpendikel Aa', Bb', Cc'; so ist wegen $R = P + Q$ auch $Rr = Pr + Qr$, und da, wenn ab mit der Verbindungslinie $a'b'$ parallel gezogen wird, $r = Cc' = Aa' - Aa = p - Aa$ und eben so auch $r = Bb' + Bb = q + Bb$ ist, so folgt auch

$$Rr = P(p - Aa) + Q(q + Bb) \text{ oder}$$

$$Rr = Pp + Qq + Q.Bb - P.Aa.$$

Da aber (§. 20, Gl. 2) $P : Q = CB : CA = Bb : Aa$ (wegen Ähnlichkeit der Dreiecke BCb und ACa) also $P.Aa = Q.Bb$ oder $Q.Bb - P.Aa = 0$ ist, so folgt endlich

$$Rr = Pp + Qq \;...\; (m,$$

d. h. das Moment der Resultirenden auf irgend eine Ebene bezogen, ist gleich der Summe der Momente der beiden parallelen Kräfte in Beziehung auf dieselbe Ebene.

Anmerkung 1. Geht die Ebene MN durch den Angriffspunct C der Resultirenden, so wird $r = 0$, also $Pp + Qq = 0$, woraus sofort folgt, dafs (weil P und Q gleiche Zeichen haben) die Perpendikel p und q entgegengesetzte Zeichen erhalten, also zu verschiedenen Seiten der Ebene MN liegen müssen.

Anmerkung 2. Wirken die Kräfte P und Q nach entgegengesetzten Richtungen, so darf man diese nur auch mit entgegengesetzten Zeichen, d. i. die eine mit $+$, die andere mit $-$ in die Gleichung (m setzen, um die analoge zu erhalten; ist z. B. $R = P - Q$, so ist auch

$$Rr = Pp - Qq \;...\; (m'.$$

§. **26. Satz der Momente,** *für eine* **beliebige** *Anzahl von* **parallelen** *Kräften.* Wird das Verfahren des vori-

gen Paragraphes wiederholt, d. h. die Resultirende aus den beiden ersten Kräften mit der dritten Kraft verbunden, und hierauf wieder der vorige Satz angewendet, sodann die Resultirende der drei ersten Kräfte mit der vierten Kraft eben so combinirt, u. s. w. fort; so erhält man endlich, wenn P, P', P'' ... die parallelen Kräfte, und p, p', p'' ... die aus ihren Angriffspuncten auf die bezügliche Ebene (Ebene der Momente) gefällten *Perpendikel*, so wie R die Resultirende und r das aus ihrem Angriffs*punct oder* dem Mittelpunct der parallelen Kräfte auf dieselbe Ebene gezo*gene Perpendikel* sind, ganz allgemein:

$$Rr = Pp + P'p' + P''p'' + \ldots \quad (n.$$

Anmerkung 1. Diese Gleichung kann zur Bestimmung von r, d. i. des Abstandes des Mittelpunctes der parallelen Kräfte von der Ebene der Momente benützt werden. Nimmt man aufser dieser noch zwei, am einfachsten auf derselben senkrechte Ebenen an, und bestimmt aus den ganz ähnlichen Relationen (indem man aus den Angriffspuncten der parallelen Kräfte auch auf diese beiden Ebenen die Perpendikel fällt) eben so die Abstände r' und r'' dieses Mittelpunctes von diesen beiden neuen Ebenen; so ist durch diese drei Abstände die Lage dieses Mittelpunctes im Raume vollkommen bestimmt.

Anmerk. 2. Auch folgt aus dieser Relation (n, dafs wenn die Kräfte P, P'... unter sich im Gleichgewichte stehen, also $R = 0$ ist, sofort auch die Summe der Momente, auf jede beliebige Ebene bezogen, gleich Null seyn mufs.

Dieselbe Relation von $0 = Pp + P'p' + \ldots$ findet auch noch Statt, ohne dafs das Gleichgewicht besteht, wenn man die Ebene der Momente durch den Mittelpunct der parallelen Kräfte legt, weil dafür $r = 0$ ist.

Anmerk. 3. Sind endlich sämmtliche Kräfte einander gleich, und ist ihre Anzahl $= n$, so ist $Rr = P(p + p' + \ldots)$ oder wegen $R = nP$, sofort $r = \frac{p + p' + \ldots}{n}$ oder das aus dem Mittelpuncte der parallelen Kräfte auf eine Ebene gefällte Perpendikel ist in diesem Falle das arithmetische Mittel von allen aus den Angriffspuncten der Kräfte auf dieselbe Ebene gefällten Perpendikeln.

§. 27. Statisches Moment einer Kraft *in Beziehung auf einen* **Punct.** Fällt man aus einem beliebigen Puncte auf die Richtung einer Kraft ein Perpendikel, so heifst das Product aus der Kraft in dieses Perpendikel, statisches Moment der Kraft, in Beziehung auf diesen Punct, welcher Mittelpunct des Momentes genannt wird.

Wirken nun auf einen Punct M (Fig. 15) zwei Kräfte P und Q

und bezieht man ihre Momente auf einen Punct C ihrer Resultirenden, so ist (§. 19), wenn man die Perpendikel $CG = p$ und $CH = q$ setzt:

$$P : Q = q : p \quad \text{oder} \quad Pp = Qq,$$

d. h. die statischen Momente der beiden Kräfte sind in Beziehung auf irgend einen in ihrer Resultirenden liegenden Punct einander gleich.

§. 28. Wirken auf einen Punct drei Kräfte und stehen diese unter sich im Gleichgewichte, so mufs jede derselben der Resultirenden aus den beiden übrigen Kräften gleich und ihr gerade entgegengesetzt seyn. Nimmt man daher in der Richtung der einen dieser drei Kräfte einen Punct an, so müssen zufolge des vorigen Satzes die statischen Momente der beiden übrigen Kräfte auf diesen Punct bezogen einander gleich seyn.

§. 29. Wirken auf einen Punct M (Fig. 21) zwei Kräfte P und Q nach den durch die Pfeile angedeuteten Richtungen, und ist R ihre Resultirende, so nehme man den Mittelpunct O der statischen Momente in der Ebene dieser Kräfte, jedoch aufserhalb der Resultirenden, und fälle aus diesem Puncte auf die Richtungen der Kräfte die Perpendikel Oa, Ob und Oc, deren Gröfse wir durch p, q, r bezeichnen wollen. Man zerlege die Kraft P in zwei Seitenkräfte S und S' nach den Richtungen MO und MQ, so ist R die Resultirende aus den beiden Kräften S und $Q + S'$, wovon die erstere nach MO und die letztere nach MQ wirkt, folglich nach dem Satze des vorigen Paragraphes (indem der Mittelpunct O der Momente in der ersten der drei Kräfte S, R und $S' + Q$ liegt) $Rr = (Q + S')q = Qq + S'q$, oder da in Beziehung auf die beiden Kräfte P und S' (nach demselben Satze, indem die drei Kräfte S, S' und $-P$ einander das Gleichgewicht halten) $S'q = Pp$ ist, auch $Rr = Pp + Qq \ldots (1,$ d. h. das statische Moment der Mittelkraft ist gleich der Summe der statischen Momente der beiden Seitenkräfte.

§. 30. Nimmt man den Punct O nicht aufserhalb, sondern (Fig. 21, a) innerhalb des Winkels PMQ, so fällt bei der angenommenen Zerlegung der Kraft P in S nach MO und S' nach MQ, diese letztere in die Verlängerung von QM über M hinaus, so dafs jetzt S' negativ wird und die vorige Gleichung 1) die Form $Rr = Qq - Pp \ldots (2$

erhält, was man auch unmittelbar aus der Gleichung 1) findet, indem darin für den gegenwärtigen Fall das Perpendikel p negativ genommen werden muſs.

§. **31.** Sieht man die Gerade MO als eine steife um O drehbare Linie an, so streben die beiden Kräfte P und Q im ersten Falle (§. 29) diese *Gerade*, also auch den Punct M, nach derselben, im zweiten Falle *aber* (*vorigen* Paragraph) nach entgegengesetzten Richtungen zu drehen.

Dieſs vorausgesetzt, kann man auch sagen, daſs das statische *Moment* der Resultirenden gleich ist der Summe oder dem Unterschiede der *statischen* Momente aus den Seitenkräften, je nachdem diese Kräfte ihren Angriffspunct nach derselben, oder nach entgegengesetzten Seiten zu drehen streben; im ersten Falle sucht die Resultirende diesen Punct ebenfalls nach derselben, im letzteren dagegen nach jener Seite zu drehen, nach welcher ihn jene Seitenkraft, deren Moment das gröſsere ist, zu drehen strebt.

Sieht man dagegen die Perpendikel Oa, Ob, Oc als steife, um O drehbare Linien an, so kann man sich auch vorstellen, daſs die Kräfte P, Q und ihre Resultirende R diese Linien an den Angriffspuncten a, b, c um den Punct O, und zwar im ersten Falle nach einerlei, im letztern nach entgegengesetzten Richtungen (wobei P in einem, Q und R im andern Sinne wirken) umzudrehen suchen.

§. **32. Allgemeiner Satz.** Durch Wiederholung dieser Schlüsse zeigt man überhaupt, daſs das statische Moment der Resultirenden aus mehreren auf einen Punct wirkenden, in derselben Ebene liegenden Kräften gleich ist der Summe der Momente der einzelnen Kräfte, wenn diese den gemeinschaftlichen Angriffspunct in Beziehung auf den Mittelpunct der statischen Momente, nach derselben Seite, oder wenn dieſs nicht der Fall, gleich ist dem Unterschied aus den Momenten jener Kräfte, welche diesen Angriffspunct nach der einen, und den Kräften, welche ihn nach der entgegengesetzten Seite zu drehen suchen.

Um beide Fälle in einen einzigen Satz zusammenzufassen, darf man bloſs jene Kräfte, welche den Angriffspunct nach einer Seite drehen wollen, mit + und die übrigen, welche also eine entgegengesetzte Drehung bewirken wollen, mit dem entgegengesetzten Zeichen — belegen, dann ist in beiden Fällen das statische Moment der Resultirenden, auf einen ganz beliebigen Punct bezogen, gleich der algebraischen Summe der

statischen Momente der Seitenkräfte, oder es ist

$$Rr = Pp + P'p' + P''p'' + \ldots \quad (a.$$

Halten sich die sämmtlichen Kräfte P, P'... das Gleichgewicht, so ist ihre Resultirende $R = 0$, folglich auch

$$Pp + P'p' + P''p'' + \ldots = 0 \quad (b.$$

Diese Bedingungsgleichung für das Gleichgewicht der Kräfte P, P'... mufs also für jeden beliebigen Punct, als Mittelpunct der Momente genommen, gelten, während sie auch bestehen kann, ohne dafs Gleichgewicht Statt findet, wenn man diesen Mittelpunct in der Resultirenden annimmt, wofür in Gl. (*a* das Perpendikel $r = 0$ wird.

§. 33. Satz der Momente für parallele Kräfte. Da die in den letzten Paragraphen entwickelten Sätze von den Winkeln, unter welchen die Kräfte auf den Punct M wirken, ganz unabhängig sind; so gelten sie auch noch für parallele in derselben Ebene liegende Kräfte. Um indefs den betreffenden Satz für parallele Kräfte direct abzuleiten, seyen P und Q (Fig. 22) zwei parallele, an den Endpuncten der Geraden AB nach einerlei Richtung wirkende Kräfte, und R ihre Resultirende. Nimmt man in der Ebene dieser drei Kräfte, aufserhalb ihren Richtungen den Mittelpunct O der statischen Momente an, fällt aus diesem auf die Richtungen der Kräfte das Perpendikel Ob und setzt wieder die den Kräften P, Q, R entsprechenden Perpendikel $Oa = p$, $Ob = q$ und $Oc = r$; so ist $R = P + Q$ und wegen

$$Oc = Oa + ac \text{ und auch } Oc = Ob - bc$$

offenbar

$$R.Oc = P(Oa + ac) + Q(Ob - bc) = P.Oa + Q.Ob + P.ac - Q.bc$$

oder wegen $P.ac = Q.bc$ (§. 20, Gl. 2) sofort $Rr = Pp + Qq \ldots (1.$

Auf dieselbe Art zeigt man, dafs wenn der Punct O zwischen den Richtungen der Kräfte P und Q angenommen wird, die Gerade Ob, oder die Angriffspuncte a, c, b nicht wie hier, nach einerlei Richtung um den Mittelpunct der Momente O gedreht werden, sofort das statische Moment der Mittelkraft dem Unterschied aus den Momenten der Seitenkräfte gleich, d. i. $Rr = Pp - Qq \ldots (2$ ist.

Endlich kann auch durch Wiederholung dieser Schlüsse der Satz der Momente für jede b e l i e b i g e Anzahl von p a r a l l e l e n Kräften, wenn sie dabei in ein und derselben Ebene liegen, also die Giltigkeit der obigen Gleichung (a:

$$Rr = Pp + P'p' + P''p'' + \ldots \quad (n$$

bewiesen werden.

Drittes Kapitel.

Von dem Gewichte, Schwerpunct und der Stabilität der Körper.

§. 34. Erklärungen. Unter Schwere versteht man jene Kraft, welche alle Körper lothrecht oder senkrecht gegen die Oberfläche der Erde zu bewegen strebt; sie wird deſshalb auch irdische Schwere genannt, um sie von der allgemeinen Schwere oder Gravitation, welche die sämmtlichen Planeten und Cometen gegen die Sonne zu bewegen strebt, zu unterscheiden. Die Richtung der Schwerkraft müſste also überall nach dem Mittelpuncte der Erde gehen, wenn diese eine vollkommene Kugel wäre; obschon sie aber in der That ein an den Polen abgeplattetes Sphäroid bildet, so kann hier gleichwohl von dieser sehr geringen Abweichung von der genauen Kugelform gänzlich abstrahirt werden.

Die Schwere erstreckt sich nicht nur auf alle Körper, sondern auch auf ihre sämmtlichen materiellen Puncte auf ganz gleiche Weise, und obschon diese Puncte nach geraden Linien gezogen werden, welche gegen den Mittelpunct der Erde convergiren; so können diese doch, da erstlich die Ausdehnung *ab* (Fig. 21, *b*) der Körper gegen den Erdhalbmesser ganz unbedeutend ist, und dann auf den convergirenden Linien nur ganz kurze Stücke *am*, *bn* genommen werden, diese Linien oder Richtungen als zu einander parallel angesehen werden. Da nämlich der Erdhalbmesser in runder Zahl beinahe 860 deutsche Meilen beträgt (der mittlere Erdhalbmesser, nämlich für die Breite von 45° ist = 6336745 Meter), so bilden erst die Halbmesser von 2 Puncten, die auf der Oberfläche der Erde um nahe 100 Fuſs von einander entfernt sind, einen Winkel am Mittelpuncte der Erde von 1 Secunde oder den 3600sten Theil eines Grades.

Obschon ferner auch, wenn man sich von der Oberfläche der Erde entfernt, oder in einer verticalen Linie aufwärts steigt, die Schwerkraft im quadratischen Verhältniſs der Entfernung vom Mittelpuncte der Erde abnimmt (im innern der Erde nimmt sie bloſs nach dem einfachen Verhältniſs, und zwar so ab, wie die Entfernung vom Mittelpuncte abnimmt, sie ist also im Mittelpuncte selbst gleich Null), ferner auch noch eine Abnahme in einerlei Höhe gegen den Aequator zu (wegen der Abplattung der Erde und der Umdrehung um ihre Achse) Statt findet; so sind diese Veränderungen für gewöhnlich so unbedeutend, daſs man sie bei den gegenwärtigen Untersuchungen gänzlich übergehen kann.

§. 35. Mafs für die Massen der Körper. Da der Erfahrung zufolge die materiellen Theilchen aller, auch noch so verschiedenartiger Körper an einem und demselben Orte mit vollkommen gleicher Stärke von der Erde angezogen werden, also alle Körper gleich schwer sind; so haben gleiche Massen an demselben Orte der Erde auch gleiches Gewicht, oder die Gewichte verschiedener Massen verhalten sich wie die Massen selbst und umgekehrt. Sind M, M' zwei Massen und P, P' ihre Gewichte an demselben Orte, so ist also $M : M' = P : P'$; setzt man $M' = 1$ und das Gewicht der Masseneinheit $P' = f$, so folgt aus dieser Proportion

$$P = Mf \quad \text{oder} \quad M = \frac{P}{f} \ldots (1.$$

Drückt man, wie es bei uns üblich ist, die Masse durch Gewichtseinheiten aus, so wird $f = 1$ und also ganz kurz

$$M = P \ldots (1',$$

d. h. so oft die Gewichtseinheit in dem Gewichte P einer Masse enthalten ist, eben so oft ist auch die Masseneinheit (jene Masse, deren Gewicht $= 1$ ist) in dieser Masse M enthalten, oder die Masse und ihr Gewicht werden bei dieser Annahme durch die nämliche Zahl ausgedrückt.

Ungeachtet der Veränderlichkeit der Schwere (voriger Paragraph) bleibt die Zahl, welche das Gewicht der Masse, also auch die Masse M selbst ausdrückt, an jedem Orte der Erde dieselbe, sobald man das Gewicht durch Abwägen bestimmt, indem das Gewicht der Masse M in eben dem Verhältnifs zu- oder abnimmt, wie die zur Einheit genommene Masse. Nähme man z. B. das Gewicht f von 1 Kubikzoll Wasser zur Gewichtseinheit und dessen Masse m zur Masseneinheit, so wäre, wenn an irgend einem Orte der Erde das Gewicht P der Masse M, d. i. $\frac{P}{f} = n$ ist, auch $M = n . m$ oder $\frac{M}{m} = n$; es sey nun an einem andern Orte die Schwere z. B. nur halb so grofs, so ist das Gewicht von 1 Kubikzoll Wasser $f' = \frac{1}{2} f$ und jenes der Masse M, $P' = \frac{1}{2} P$; durch das Abwägen findet man aber wieder $\frac{P'}{f'} = \frac{\frac{1}{2} P}{\frac{1}{2} f} = n$ und man drückt also hier ebenfalls die Masse M durch nm oder für $m = 1$, schlechtweg durch n wie am ersten Orte aus.

Anmerkung. Die französischen, und nach ihnen mehrere deutsche Schriftsteller nehmen die Masseneinheit m so an, dafs ihr Gewicht an jedem Orte der Erde durch dieselbe Zahl ausgedrückt wird, durch welche die von der Schwere bewirkte Geschwindigkeitsänderung eines frei fallenden Körpers in einer Secunde an dem betreffenden Orte bezeichnet wird. Wird näm-

lich diese Geschwindigkeitsänderung in einer Secunde mit g bezeichnet, so wird nach dieser Annahme $f = g$, also $P = Mg$ und $M = \frac{P}{g}$ gesetzt, indem auch hier, wie weiter unten (§. 142) gezeigt wird, g genau in demselben Verhältnifs wie P veränderlich ist, also wie es seyn soll, M constant bleibt.

§. 36. Dichte der Körper. Unter der Dichte eines *Körpers* versteht man den Quotienten (die Verhältnifszahl) aus dem Vo*lumen in* die Masse des Körpers. Ist nämlich D die Dichte, M die Masse und V das Volumen eines Körpers, so ist $D = \frac{M}{V}$. Für einen zweiten Körper ist eben so $D' = \frac{M'}{V'}$, folglich $D : D' = \frac{M}{V} : \frac{M'}{V'}$, daher für $V' = V$ sofort $D : D' = M : M' = P : P'$ (nach dem vorigen Paragraphe). Besitzt also z. B. 1 Kubikzoll Eisen 7 Mal so viel Masse (wiegt er also auch 7 Mal so viel) als 1 Kubikzoll Holz, so sagt man das Eisen sey 7 Mal dichter als das Holz.

§. 37. Specifisches Gewicht. Unter dem specifischen Gewichte eines Körpers versteht man entweder das Gewicht der Volumeneinheit dieses Körpers, oder gewöhnlicher, die Verhältnifszahl zwischen dem Gewichte dieses Körpers bei einem beliebigen Volumen und dem Gewichte eines eben so grofsen Theiles eines andern Körpers, z. B. des Wassers, welches auch in der That zur Vergleichung der festen und tropfbar flüssigen Körper durchaus gewählt wird. Ist also z. B. ein Kubikfufs Eisen 7 Mal so schwer als ein Kubikfufs Wssser (also auch jedes beliebige Volumen des Eisens 7 Mal so schwer als ein gleich grosses Volumen Wasser), so sagt man, das specifische Gewicht sey = 7. Da für Luft- und Gasarten diese Zahlen sehr klein ausfallen würden, so wählt man zu ihrer Vergleichung anstatt des Wassers allgemein die atmosphärische Luft. Diese beiden Körper, Wasser und atmosphärische Luft, werden defshalb als Vergleichungsgröfsen gewählt, weil diese am leichtesten an allen Orten der Erde auf einen bestimmten Zustand in physischer und chemischer Beziehung gebracht werden können.

§. 38. Nach dem letztern, nun allgemein angenommenen Sinne des specifischen Gewichtes folgt, dafs sowohl die Dichte als das specifische Gewicht eines festen oder tropfbar flüssigen Körpers durch d i e s e l b e Zahl ausgedrückt wird, wenn man die Dichte des Wassers zur

Einheit der Dichten nimmt; denn wiegt z. B. das Eisen unter gleichen Volumen 7 Mal so viel als das Wasser, so ist das erstere (§. 36) auch 7 Mal dichter; wird also die Dichte des Wassers = 1 gesetzt, so ist jene des Eisens = 7, welches sofort dieselbe Zahl wie für das specifische Gewicht des Eisens ist. Aus diesem Grunde kann man auch das Gewicht eines Körpers, seinem Volumen multiplicirt mit dessen Dichte, anstatt mit seinem specifischen Gewichte, d. i. *m*)... $P = VD$ gleich setzen.

Die nachstehende Tabelle enthält das specifische Gewicht einiger der wichtigsten Körper, dessen Bestimmung in das Gebiet der Physik gehört.

§. 39. Tafel der specifischen Gewichte einiger Körper. Für die festen und tropfbar flüssigen Körper ist das Wasser, für Luft- und Gasarten die atmosphärische Luft zur Einheit genommen.

Benennung der Körper.	Spec. Gewicht.	Benennung der Körper.	Spec. Gewicht.
Feste Körper.		Stahl, Gufs-	7·919
Ahornholz	·750	Steinkohlen	1·232—1·510
Basalt	2·722—2·864	Tannenholz (Weifs-)	·550
Bausteine, im Mittel .	2·500	» (Roth-) .	·498
Blei	11·352—11·445	Ulmenholz	·671
Braunkohle	1·280	Zink, gegossen . . .	7·213
Eichenholz	·8500—1·270	» gehämmert . .	7·861
Eis, im Mittel	·950	Zinn, gegossen . . .	7·291
Eisen, geschmiedetes	7·788		
» gegossenes . .	7·207—7·251	Tropfbar flüssige Körper.	
Elfenbein	1·825—1·917		
Eschenholz	·845	Alkohol	·7920
Glas	2·450—3·00	Bier	1·023—1·034
» Flint-, engl. . . .	3·442	Olivenöl	·9153
Kalkstein	2·456—2·720	Seewasser	1·0286
Kohle (Pech-)	1·29—1·35	Wasser, destillirtes .	1·000
Kupfer, gegossen . .	8·788	Wein	·9925—1·02
» gehämmert .	9·000		
Lindenholz	·604	Gasarten.	
Marmor	2·736—2·838	Atmosph. Luft	1 0000
Messing	7·8—8·4	Kohlenoxydgas	·9569—·9722
Platin, gehämmert .	21·314	Kohlensaures Gas . .	1·5196—1·5277
Quarz	2·652	Kohlenwasserstoffgas	·5546—·5555
Quecksilber	13·597	Öhl erzeugendes Gas .	·9706—·9722
Sand	1·399—1·771	Sauerstoffgas	1·1026—1·1111
Silber, gegossen . . .	10·414	Stickgas	·9691—·9722
» gehämmert . .	10·622	Wasserdampf	·6239—·6362
Stahl	7·795	Wasserstoffgas	·0688—·0732

§. 40. Beispiele *über die Anwendung des* **specifischen** *Gewichtes.*

1. Um das Gewicht P eines Körpers aus seinem Volumen und specifischen Gewichte zu finden, sey V das Volumen und s das specifische Gewicht desselben, so wie γ das Gewicht der kubischen Einheit, also eines Kubikfuſs Wassers, wenn man den Fuſs zur Einheit des Längenmaſses nimmt; so ist ganz einfach $P = Vs\gamma$... (1 oder da 1 Kubikfuſs Wasser auf das Wiener Maſs und Gewicht bezogen, genau genug $56\frac{1}{2}$ Pfund wiegt, auch

$$P = 56.5\,sV \ldots (2,$$

wobei man s für den betreffenden Körper aus der vorigen Tabelle zu nehmen und V in Kubikfuſs auszudrücken hat, um P in Pfunden zu erhalten.

Beispiel. Um das Gewicht einer guſseisernen cylinderischen Welle von 7·6 Zoll Durchmesser und 18 Fuſs Länge zu finden, so ist ihr kubischer Inhalt $V = \frac{1}{4} \cdot \frac{(7\cdot6)^2 . 3\cdot1415}{144} \times 18 = 5\cdot67$ Kubikfuſs. Nimmt man ferner aus der vorigen Tabelle $s = 7\cdot207$, so erhält man nach der Formel (2 genau genug $P = 2305$ Pfund oder nahe 23 Centner für das Gewicht der Welle.

2. Um den Inhalt eines irregulären Gefäſses zu finden, wäge man zuerst das leere Gefäſs ab, dessen Gewicht $= p$ seyn mag; hierauf fülle man dasselbe mit einer Flüssigkeit, z. B. mit Wasser, und wäge es abermals, sey p' das betreffende Gewicht, so ist $p' - p$ das Gewicht der Flüssigkeit vom gesuchten Volumen des Gefäſses V; dividirt man dieses Gewicht durch das Gewicht der kubischen Einheit der Flüssigkeit, hier also durch 56·5, so gibt der Quotient (vermöge Gl. 2) das gesuchte Volumen V.

Auf eine ähnliche Art kann man auch aus dem Gewichte P z. B. einer Statue, deren specifisches Gewicht $= s$ ist, den kubischen Inhalt oder das Volumen derselben finden, indem wieder $V = \frac{P}{s\gamma}$ (nach Gl. 1) ist.

3. Wenn zwei Substanzen, deren Gewichte p und p', Volumina v, v' und Dichten d u. d' sind, mit einander vermischt oder nach Umständen zusammen geschmolzen werden, und dabei keine Ausdehnung oder Zusammenziehung eintritt (oder diese wenigstens so gering ist, daſs sie vernachläſsigt werden kann), also das Volumen der Mischung gleich der Summe der Volumina der beiden Zuthaten; wenn ferner P das Gewicht, V das Volumen und D die Dichte des Gemisches oder der

Legirung ist; so hat man $P = p + p' \ldots$ (1 und $V = v + v'$ oder (§. 38, Gl. m) $\frac{P}{D} = \frac{p}{d} + \frac{p'}{d'} \ldots$ (2.

Aus diesen beiden Gleichungen (1 und (2 folgt ganz einfach

$$p = \frac{P\,d\,(D - d')}{D\,(d - d')} \text{ und } p' = \frac{P\,d'\,(d - D)}{D\,(d - d')}$$

und aus Gl. (2:

$$D = \frac{P}{\frac{p}{d} + \frac{p'}{d'}}.$$

Gesetzt man habe ein Stück Bronce, d. i. eine Legirung aus Kupfer und Zinn, im Gewichte von 111 Pfund und dem specifischen Gewichte (welches man bestimmen wird) = 8·612; so findet man wie viel Kupfer (= p) und wie viel Zinn (= p') in dieser Legirung enthalten ist, wegen $P = 111$ und $D = 8{\cdot}612$, ferner (aus der Tabelle) $d = 8{\cdot}788$ und $d' = 7{\cdot}291$ sofort $p = 100$, folglich $p' = 111 - 100 = 11$ Pfund.

§. 41. Gewicht, Schwerpunct und Mittelpunct der Massen. Die Einwirkung der Schwere auf die materiellen Puncte eines Körpers kann (§. 34) so angesehen werden, als ob ein System paralleler und unter sich gleicher Kräfte, deren Zahl unendlich grofs ist, auf diese Puncte wirksam wäre. Die Resultirende aus allen diesen Kräften, deren Gröfse gleich der Summe und Richtung parallel mit diesen Kräften, also lothrecht ist, bildet das Gewicht des Körpers, welches daher keineswegs mit der Schwere verwechselt werden darf. Der Angriffspunct dieser Resultirenden, welchen wir (§. 23) Mittelpunct der parallen Kräfte genannt haben, heifst hier Schwerpunct des Körpers; er ist also derjenige Punct, in welchem man sich das gesammte Gewicht des Körpers vereinigt denken kann, oder um welchen, wenn er befestigt oder unterstützt wird, der Körper in allen Lagen im Gleichgewichte bleibt. Da man sich aus gleichem Grunde auch die sämmtlichen materiellen Theilchen m, m' ..., nämlich die gesammte Masse $M = m + m' + \ldots$, in so ferne sie schwer sind, in diesem Puncte vereinigt denken kann, so wird dieser Punct auch öfter Mittelpunct der Masse genannt.

§. 42. Ist die Masse eines Körpers durchaus gleich vertheilt, besitzt er also (§. 36) durchaus einerlei Dichte, so heifst der Körper homogen, ein Zustand, welcher bei den zunächst folgenden Untersuchungen immer vorausgesetzt wird; im entgegengesetzten Falle wird der Körper heterogen genannt. Weil nun (§§. 35 und 41) die Gewichte der Körper ihren Massen und diese (wenn die Körper homo-

gen) dem Volumen proportional sind; so kann man auch bei den folgenden Untersuchungen für die Gewichte die Massen oder Volumina setzen.

§. 43. Ebene und Linie oder Durchmesser der Schwere. Eine jede Ebene, welche einen Körper dergestalt durchschneidet, daſs sich zu jedem materiellen Theilchen, welches man auf der einen Seite dieser Ebene annimmt, ein anderes auf der entgegengesetzten Seite mit dem ersten symmetrisch liegendes vorfindet, heiſst Symmetrie-Ebene, oder weil in ihr der Schwerpunct des Körpers liegen muſs, indem je zwei gegen die Ebene symmetrisch liegende, also davon gleichweit abstehende materielle Puncte gegen diese Ebene gleiche aber entgegengesetzte Momente (§. 25, *m*) haben, die sich sofort paarweise aufheben, wodurch die Gleichung (*n* §. 26 in $Pr = o$ übergeht, woraus $r = o$ folgt und anzeigt, daſs der Mittelpunct der parallelen Kräfte, hier der Schwerpunct in derselben Ebene liegt, auch Ebene der Schwere.

Eben so wird auch jede gerade Linie, welche durch den Schwerpunct eines Körpers geht, Linie oder Durchmesser der Schwere genannt.

Schwerpunct der Linien.

§. 44. Bei dieser Bestimmung setzt man voraus oder stellt sich vor, daſs die Linien schwer, und da man sie als homogen annimmt, ihre Gewichte ihren Längen proportional seyen.

Der Schwerpunct einer geraden Linie liegt in ihrer halben Länge, weil je zwei gegen diesen Halbirungspunct symmetrisch liegende Puncte gleiche Momente haben, oder auch eine durch diesen Punct senkrecht auf diese Gerade gelegte Ebene eine Ebene der Schwere ist.

Der Schwerpunct eines Kreises liegt aus demselben Grunde in seinem Mittelpuncte, so wie der Schwerpunct überhaupt jedes regelmäſsigen Polygons mit dem Mittelpuncte desselben zusammen fällt.

§. 45. Um den Schwerpunct von dem Umfange eines Dreieckes ABC (Fig. 23) zu finden, dessen Seiten AC, BC, AB die Längen a, b, c haben, halbire man diese Seiten in den Puncten m, n, p; so sind diese die Schwerpuncte dieser Linien, also die Angriffspuncte der 3 parallelen Kräfte a, b, c (weil diese dem Gewichte der Linien und diese wieder der Länge derselben §. 42 proportional sind), wofür man

nach §. 22 den Mittelpunct bestimmen wird. Man zieht nämlich mn, theilt diese Gerade im Puncte r so, daſs $nr : mr = a : b$ wird, zieht die Gerade rp und theilt diese in o so, daſs $ro : op = c : a + b$ Statt findet; so ist o der gesuchte Schwerpunct.

Auf dieselbe Art verfährt man, wenn statt dem Dreieck ein Polygon gegeben ist.

Zieht man das Dreieck mnp, so läſst sich zeigen, daſs der so bestimmte Schwerpunct o zugleich der Mittelpunct des in diesem Dreieck mnp eingeschriebenen Kreises ist.

§. 46. Schwerpunct eines Kreisbogens. Um den Schwerpunct des Kreisbogens $ADB = s$ (Fig. 24) zu finden, dessen Halbmesser $Cc = CD = r$ und Sehne $AB = a$ seyn mag, ziehe man den auf AB senkrechten Halbmesser CD; so ist dieser, da er den Kreisbogen in zwei symmetrische Theile theilt, ein Durchmesser der Schwere und enthält den gesuchten Schwerpunct O. Um aber noch CO zu finden, theile man den Bogen ADB in sehr viele gleiche Theile, so, daſs jeder Theil davon wie ab als ein Bogenelement, nämlich als gerade Linie angesehen werden kann, fälle sodann aus den Endpuncten a, b und dem Halbirungspuncte c auf die Sehne AB die Perpendikel am, bn, cp, und ziehe auch noch den Halbmesser Cc; nimmt man nun eine durch den mit AB parallel gezogenen Durchmesser MN gehende, auf der Kreisebene senkrechte Ebene als diejenige an, worauf man die statischen Momente bezieht, so ist das statische Moment des Bogenelementes ab sofort $ab \times cp$, oder, wenn ad mit AB parallel gezogen wird, wegen Ähnlichkeit der Dreiecke abd und Ccp, wodurch $ab : ad = Cc : cp$ wird, auch $ab \times cp = ad \times Cc = mn \times r$. Da nun mn die Projection des Bogens ab auf die Sehne AB ist, so wird, wenn man die Projectionen der folgenden Bogenelemente mit $m'n'$, $m''n''$... bezeichnet, die Summe der statischen Momente aus allen Bogenelementen $= r\,(mn + m'n' \ldots) = r \,.\, AB = ra$.

Da ferner O der Mittelpunct der parallelen Kräfte seyn soll, deren Summe der Länge des Bogens $ADB = s$ proportinal ist, also durch s bezeichnet werden kann; so ist, wenn man $CO = x$ setzt (§. 33, Gl. n) $sx = ra$ oder $s : a = r : x$ und daraus $x = \frac{ra}{s}$. . . (1,

d. h. der Abstand des Schwerpunctes vom Mittelpuncte des Kreisbogens ist die vierte Proportionalgröſse zwischen dem Bogen, der zugehörigen Sehne und dem Halbmesser.

Schwerpunct der ebenen Flächen.

§. 47. Da auch hier wieder homogene, d. i. solche Flächen vorausgesetzt werden, bei welchen gleich grofse Theile auch ein gleiches Gewicht besitzen, so werden die Gewichte den Flächen pr portional, also diese letztern wieder unmittelbar statt den Gewichten selbst gesetzt.

Hieraus folgt unmittelbar, dafs der Schwerpunct einer jeden regelmäfsigen Figur, wie eines Rechteckes, eines Quadrates, eines regulären Polygons der Kreisfläche, der Ellipse u. s. w. in ihrem Mittelpuncte liegt.

§. 48. Schwerpunct eines Dreieckes. Theilt man das Dreieck ABC (Fig. 25) durch äufserst oder unendlich nahe liegende, mit der Seite AB parallel laufende Linien in schmale Streifen, d. h. löst man die Dreiecksfläche in ihre Elemente parallel mit AB auf, so können diese als Rechtecke angesehen werden. Halbirt man AB in D und zieht CD, so halbirt diese Gerade alle mit AB parallelen Linien wie EF in G, so, dafs also die Linie CD durch die sämmtlichen Schwerpuncte dieser Rechtecke oder Flächenelemente geht, folglich auch der Schwerpunct der ganzen Fläche (d. i. §. 23 der Mittelpunct der parallelen Kräfte) in dieser Geraden liegt, diese also eine Linie der Schwere ist.

Halbirt man nun noch eine der beiden übrigen Seiten, z. B. BC in d, und zieht die Gerade Ad, so mufs aus gleichem Grunde auch diese eine Linie der Schwere seyn, so, dafs also der gesuchte Schwerpunct des Dreieckes im Durchschnitt O dieser beiden Geraden CD und Ad liegt.

Da die Verbindungslinie Dd mit AC parallel und dadurch das Dreieck AOC jenem DOd ähnlich, also $CO:OD = AC:Dd = AB:DB = 2:1$ ist; so folgt $CO = 2\,OD$, also $CD = 3\,OD$ oder $OD = \frac{1}{3}CD$ und $CO = \frac{2}{3}CD$.

Der Schwerpunct eines Dreieckes liegt also in der geraden Linie, welche den Halbirungspunct einer Seite mit der gegenüber liegenden Spitze des Dreieckes verbindet um $\frac{2}{3}$ Theile dieser Linie von der Spitze abwärts.

Denkt man sich drei gleiche Massen in den Scheitelpuncten eines Dreieckes angebracht, so fällt der Schwerpunct derselben mit dem Schwerpuncte des Dreieckes zusammen; denn der Schwerpunct der beiden ersten in den Puncten A und B angebrachten Massen liegt im Halbirungspuncte D und bildet den Angriffspunct der doppelten Masse, diese mit der dritten Masse in C combinirt, mufs man zur Bestimmung des Angriffspunctes der

Resultirenden, CD in O so theilen, daſs $CO : OD = 2 : 1$ wird, was aber auch für den Schwerpunct des Dreieckes ABC der Fall ist.

§. 49. Schwerpunct eines beliebigen Vieleckes. Um den Schwerpunct irgend eines Polygons zu finden, theile man dasselbe in Dreiecke, bestimme nach dem vorigen Paragraphe den Schwerpunct eines jeden dieser Dreiecke und denke sich diese als die Angriffspuncte von parallelen Kräften, welche beziehungsweise den Flächen dieser Dreiecke gleich sind; so ist der Mittelpunct dieser parallelen Kräfte sofort der gesuchte Schwerpunct des Polygons.

§. 50. Schwerpunct eines Kreissectors. Um den Schwerpunct des Kreissectors $ADBC$ (Fig. 26) zu finden, sey der Bogen $ADB = s$, dessen Sehne $AB = a$, der Halbmesser $CA = CD = r$, und der Abstand des gesuchten Schwerpunctes O, auf dem den Sector in D halbirenden Halbmesser CD (als Linie der Schwere) $CO = x$. Theilt man den Bogen in unendlich viele gleiche Theile, wie mn, und zieht an die Theilungspuncte die Halbmesser; so wird die Fläche des Sectors in lauter sehr kleine Dreiecke, wie Cmn, aufgelöst, deren Schwerpuncte nach §. 48 um $\frac{2}{3}$ des Halbmessers von C abstehen. Beschreibt man daher aus C mit dem Halbmesser $Ca = \frac{2}{3}r$ einen Kreisbogen adb (welcher also mit dem äuſsern concentrisch ist), so enthält dieser die Schwerpuncte dieser sämmtlichen Dreiecke Cmn, und da diese letztern gleich groſs sind, so ist dieser Kreisbogen adb gleichmäſsig schwer, und man hat nur noch den Schwerpunct dieses Bogens zu bestimmen. Nach §. 46 (Gl. 1) ist aber $x = \frac{Ca \times ab}{adb}$, oder da die ähnlichen Bögen und zugehörigen Sehnen ihren Halbmessern proportional sind, folglich $Ca = \frac{2}{3}r$, $ab = \frac{2}{3}a$ und $adb = \frac{2}{3}s$ ist, so folgt

$$x = \frac{2}{3}\frac{ra}{s} \quad . \; . \; . \; (2$$

für den gesuchten Abstand des Schwerpunctes O des Sectors vom Mittelpuncte C.

Verwandelt sich der Sector in einen Halbkreis, so wird wegen $a = 2r$ und $s = r\pi$ sofort $x = \frac{4r}{3\pi}$ oder beinahe $\frac{4}{9}r$ (genauer $= \cdot 42\,r$).

Zieht man aus C mit einem Halbmesser $Ca = r'$ zu demselben Winkel ACB den concentrischen Kreisbogen adb, und ist o der Schwerpunct des Sectors aCb; so ist eben so $Co = \frac{2}{3}\frac{r'a'}{s'}$, wobei $a' : a = r' : r$ und

$s' : s = r' : r$, also $a' = \frac{r'a}{r}$ und $s' = \frac{r's}{r}$, folglich $Co = \frac{2}{3} r' \frac{a}{s}$. Ist ferner F die Fläche des Sectors ABC, f jene des Sectors aCb und f' jene des Kreisbandes $ADBadb$, so wie i dessen Schwerpunct; so ist $F.CO = f.Co + f'.Ci$ und daraus wegen $F = \frac{1}{2} rs$, $f = \frac{1}{2} r's' = \frac{1}{2} r'^2 \frac{s}{r}$ und $f' = F - f$, wenn man substituirt und reducirt:

$$Ci = \frac{2}{3} \frac{a}{s} \left(\frac{r^3 - r'^3}{r^2 - r'^2}\right) \ldots (3.$$

§. 51. Schwerpunct eines Kreissegmentes.

Um den Schwerpunct O des Kreissegmentes ADB (Fig. 27), wofür der Halbmesser $CA = CD = r$, der Bogen $ADB = s$ und Sehne $AB = a$ seyn soll, zu finden, ziehe man an den Halbirungspunct D des Bogens den Halbmesser CD als eine Linie der Schwere, und bemerke, dafs, so wie das Segment der Unterschied zwischen dem Sector $ACBD$ und dem Dreieck ACB, so auch das statische Moment des Segments auf irgend eine Ebene oder Gerade bezogen, der Unterschied aus dem Momente des Sectors und jenem des Dreieckes ist. Ist nämlich a der Schwerpunct des Dreieckes, b jene des Sectors und O der Schwerpunct des Segmentes, und sind f', F und f der Reihe nach ihre Flächen; so wirken in den 3 genannten Puncten die parallelen Kräfte f', F, f, wobei F die Resultirende aus den beiden übrigen ist. Man hat daher (§. 25) $F.Cb = f'.Ca + f.CO$ oder, wenn man $CO = x$ setzt und wegen $F = \frac{1}{2} rs$, $f' = \frac{1}{2} a.CE$, $Ca = \frac{1}{3} CE$ (§. 48), $Cb = \frac{2}{3}\frac{ra}{s}$ (§. 50), auch $\frac{1}{3} r^2 a = \frac{1}{3} a.CE^2 + fx$, woraus, wenn man noch für CE^2 den aus dem rechtwinkligen Dreiecke ACE folgenden Werth $AC^2 - AE^2 = r^2 - \frac{1}{4} a^2$ setzt, sofort folgt:

$$x = \frac{a^3}{12f} \ldots (3.$$

Schwerpunct der krummen Flächen.

§. 52. Schwerpunct einer cylinderischen Mantelfläche.

Da der Schwerpunct dieser Fläche sowohl in der Achse als in der mit der Grundfläche des Cylinders in der halben Höhe parallel geführten Ebene liegen mufs; so findet man diesen Punct, wenn man die Länge der Achse halbirt.

Auf gleiche Weise liegt auch der Schwerpunct von der Umfläche eines Prisma im Halbirungspuncte jener Geraden, welche die Schwerpuncte der beiden Grundflächen verbindet.

§. 53. Schwerpunct einer geraden Kegelfläche. Denkt man sich durch Theilung der Peripherie die Basis in sehr viele gleiche Theile und Verbindung der Theilungspuncte mit der Spitze des Kegels durch gerade Linien die conische Mantelfläche in lauter sehr schmale gleichschenkliche Dreiecke zerlegt, so geht eine mit der Basis im Abstande von $\frac{2}{3}$ der Höhe des Kegels von der Spitze abwärts parallele Ebene (§. 48) durch die sämmtlichen Schwerpuncte dieser Flächenelemente, also auch durch den gesuchten Schwerpunct der Kegelfläche selbst, der zugleich auch in der Achse des Kegels, mithin im Durchschnitte der Achse mit der genannten Ebene, oder, wenn man die Achse in 3 gleiche Theile theilt, in dem zweiten dieser Theilungspuncte von der Spitze abwärts liegt.

Auf ganz gleiche Weise liegt auch der Schwerpunct von der Umfläche einer Pyramide um $\frac{2}{3}$ der Länge der Achse von der Spitze abwärts.

Um den Schwerpunct der Mantelfläche eines mit der Basis parallel abgestutzten Kegels (oder auch einer abgestutzten Pyramide) zu finden, mufs man den Kegel ergänzen, diesen aus den beiden Theilen des gegebenen und Ergänzungskegel ansehen und darauf den Satz der statischen Momente genau auf dieselbe Art anwenden, wie diefs in §. 51 bei der Bestimmung des Kreissegmentes geschah.

§. 54. Schwerpunct einer Kugelschale und Kugelzone. Theilt man die krumme Oberfläche der Zone ***AEBD*** (Fig. 28) durch unendlich nahe liegende, mit der kreisförmigen Basis ***AEBF*** parallel laufende Ebenen in unendlich kleine Zonen von durchaus gleicher Höhe; so haben sie auch alle eine gleiche Oberfläche (indem jede davon gleich ist dem Producte aus dem Umfange des gröfsten Kugelkreises in die Höhe der Zone), und da der Schwerpunct einer jeden solchen Zone in ihrer halben Höhe, also in der auf der Grundfläche ***AEBF*** im Mittelpuncte ***C*** senkrechten Geraden ***CD*** liegt, diese Linie sonach durchaus gleich schwer ist; so liegt der gesuchte Schwerpunct der krummen Oberfläche der Zone, diese mag eine oder zwei Grundflächen besitzen, im Halbirungspuncte von ***CD***, d. i. in der halben Höhe der Achse der Zone.

Schwerpunct der Körper.

§. 55. Schwerpunct einer dreiseitigen Pyramide. Theilt man die Seite ***BC*** (Fig. 29) des Dreieckes ***BCD*** der Pyramide ***ADBC*** im Puncte ***E*** in zwei gleiche Theile, verbindet ***E***

mit D und A durch gerade Linien, schneidet $Dp = \frac{1}{3} DE$ und $Aq = \frac{1}{3} AE$ ab; so sind p und q die Schwerpuncte der Dreiecke BDC und ABC. Da nun nach einer geometrischen Eigenschaft die Gerade Ap durch die Schwerpuncte a sämmtlicher Dreiecke bcd geht, welche durch den Schnitt der Pyramide mit Ebenen entstehen, die mit der Basis BCD parallel laufen; so enthält diese Gerade auch den Schwerpunct der sämmtlichen Körperelemente der Pyramide, welche entstehen, wenn man diese mit unendlich nahe liegenden und mit BCD parallel laufenden Ebenen durch die ganze Höhe durchschneidet, so, dafs also diese Verbindungslinie Ap ein Durchmesser der Schwere ist.

Da aus gleichem Grunde auch die Verbindungslinie Dq eine solche Linie der Schwere seyn mufs, so liegt der gesuchte Schwerpunct O der Pyramide im Durchschnitte dieser beiden Linien.

Zieht man die Hilfslinie pq, so ist diese mit AD parallel (weil im Dreiecke DEA, $Ep:Eq = ED:EA$), mithin das Dreieck Opq jenem DOA ähnlich und sonach $AO : Op = AD : pq = DE : Ep = 3 : 1$, woraus $AO = 3\,Op$ und daher $Ap = 4\,Op$, oder $Op = \frac{1}{4} Ap$ und $AO = \frac{3}{4} Ap$ folgt; der Schwerpunct der Pyramide liegt also in der Geraden, welche den Schwerpunct der Grundfläche mit der gegenüber liegenden Spitze verbindet um $\frac{3}{4}$ Theile dieser Geraden von der Spitze abwärts.

§. 56. Schwerpunct einer vielseitigen Pyramide und des Kegels. Da man jede vielseitige Pyramide in lauter dreiseitige zerlegen kann, deren Grundflächen zusammen jene der gegebenen Pyramide ausmachen und gemeinschaftliche Spitzen in der Spitze dieser Pyramide liegen, so mufs eine Ebene, welche in dem Abstande von $\frac{3}{4}$ der Höhe der Pyramide von der Spitze abwärts mit der Grundfläche parallel geführt wird, nach dem vorigen Paragraphe durch die Schwerpuncte der sämmtlichen dreiseitigen Pyramiden, folglich auch durch den gesuchten Schwerpunct der ganzen Pyramide gehen; da dieser Punct aber auch in jener Geraden, welche den Schwerpunct der Grundfläche mit der Spitze der Pyramide verbindet, mithin im Durchschnitte derselben mit der vorigen Ebene liegt, so darf man auch hier, wie es bei der dreiseitigen Pyramide der Fall ist, diese Verbindungslinie nur in 4 gleiche Theile theilen, so ist der von der Spitze abwärts genommene dritte Theilungspunct der Schwerpunct der Pyramide.

Offenbar gilt dieselbe Regel auch für die Bestimmung des Schwerpunctes eines Kegels, indem man diesen als eine Pyramide von unendlich vielen Seiten ansehen kann.

§. 57. Schwerpunct einer abgestutzten Pyramide oder eines abgekürzten Kegels. Um den Schwerpunct einer mit der Basis parallel abgestutzten Pyramide zu finden, mufs man sich diese ergänzt denken, die ganze ergänzte Pyramide als aus 2 Theilen: der gegebenen und der Ergänzungspyramide bestehend ansehen, und das statische Moment (ähnlich dem Verfahren im §. 51) der ganzen Pyramide der Summe der statischen Momente der beiden Theile gleich setzen. Bezeichnet man zwei ähnlich liegende Seiten in den beiden Grundflächen, wie AB und ab (Fig. 30) mit A und a, die Höhe der Pyramide Pp durch h; so findet man für den gesuchten Schwerpunct O den Abstand

$$PO = \tfrac{1}{4} h \frac{A^2 + 2Aa + 3a^2}{A^2 + Aa + a^2}$$

und eben so für einen mit der Basis parallel abgekürzten Kegel, dessen obere Basis den Halbmesser r und untere jenen R hat:

$$PO = \tfrac{1}{4} h \frac{R^2 + 2Rr + 3r^2}{R^2 + R\cdot + r^2}.$$

Für $r = R$ wird, wie es seyn soll, indem der Kegel in einen Cylinder übergeht, $PO = \frac{1}{2} h$.

§. 58. Schwerpunct eines Kugelausschnittes. Denkt man sich den Kugelausschnitt $CBAD$ (Fig. 31) vom Halbmesser $CB = CA = r$ in lauter unendlich kleine Pyramiden aufgelöst, deren Grundflächen zusammen die kugelförmige Basis $BsDcA$ des Sectors ausmachen und deren Spitzen mit der Spitze des Sectors, d. i. mit dem Mittelpuncte C der Kugel zusammenfallen, ferner das Gewicht jeder dieser Elementarpyramiden in ihrem Schwerpuncte vereinigt; so liegen diese sämmtlichen Schwerpuncte in der Kugeloberfläche, welche (§. 56) mit dem Halbmesser $= \frac{3}{4} r$ aus C, also concentrisch mit der Basis des Kugelsectors angenommen wird. Gibt man daher dieser Kugelfläche das Gewicht des Kugelsectors (nämlich dessen Inhalt), so ist der Schwerpunct O dieser Kugeloberfläche sofort auch der gesuchte Schwerpunct des Kugelausschnitts.

Ist also $Ca = \frac{3}{4} CA = \frac{3}{4} r$, $aO = \frac{1}{2} ae = \frac{1}{2} \cdot \frac{3}{4} AE = \frac{3}{8} AE$, so ist (§. 54)

$$CO = Ca - aO = \tfrac{3}{4} r - \tfrac{3}{8} AE = \tfrac{3}{8} (2r - AE),$$

wo AE die Höhe der entsprechenden Kugelzone $BsDcA$ ist. Für die Halbkugel ist $AE = r$, folglich $CO = \frac{3}{8}r$.

§. 59. Schwerpunct eines Kugelabschnittes. Der Kugelabschnitt $BsDcA$ (Fig. 31) ist der Unterschied zwischen dem Kugelsector $BCDcA$ und dem Kegel $BsDcC$; wird, da die Schwerpuncte dieser beiden letzteren Körper bereits gefunden wurden, der Unterschied der statischen Momente dieser beiden Körper dem statischen Momente des Kugelsegmentes (auf ähnliche Weise, wie im §. 51) gleich gesetzt, so erhält man, wenn O' der gesuchte Schwerpunct des Kugelabschnittes und die Höhe desselben $AE = a$ ist:

$$CO' = \tfrac{3}{4}\,\frac{(2r - a)^2}{3r - a}.$$

Für die Halbkugel wird $a = r$; also $CO' = \frac{3}{4}\cdot\frac{r^2}{2r} = \frac{3}{8}r$, wie zuvor.

Anmerkung. Daſs der Schwerpunct eines regelmäſsigen Körpers, wie einer Kugel, eines Würfels u. s. w. wieder im Mittelpuncte liegt, bedarf keiner Erwähnung mehr.

§. 60. Practische oder empirische Methode zur Bestimmung des Schwerpunctes. Aus der im §. 41 angeführten Eigenschaft des Schwerpunctes folgt, daſs, wenn ein Körper an einem Faden aufgehängt wird, der Körper nur dann ruhen kann, wenn sich der Schwerpunct desselben und der Befestigungspunct des Fadens in einer lothrechten oder verticalen Linie befinden. Verlängert man daher dabei, wenn C (Fig. 32) der Aufhänge- und A der Befestigungspunct des Fadens ist, die Richtung desselben nach AB in das Innere des Körpers, so geht diese durch dessen Schwerpunct O. Wiederholt man dasselbe Verfahren in Beziehung auf einen zweiten Punct A', welcher nicht in der Verlängerung von AB liegt, so geht auch dabei die Verlängerung $A'B'$ der Fadenrichtung durch den Schwerpunct O; dieser liegt demnach im Durchschnitte dieser beiden Geraden AB und $A'B'$.

Da ein Punct auch durch den Durchschnitt dreier Ebenen bestimmt wird, so kann man den betreffenden Körper auch in 3 verschiedenen Positionen auf eine Schneide oder scharfe Kante eines Prisma in's Gleichgewicht bringen, sich jedesmal durch die Auflaglinie oder Kante eine verticale Ebene durchgelegt denken; so werden sich diese Ebenen ebenfalls im Schwerpuncte des Körpers durchschneiden.

Diese beiden Verfahrungsarten geben auch dann noch die Lage des Schwerpunctes an, wenn die Körper (§. 42) heterogen sind.

§. 61. **Gleichgewichts - Bedingungen für schwere Körper.** Die Kenntnifs von der Lage des Schwerpunctes eines Körpers ist schon defshalb sehr wichtig, weil es nur dadurch möglich wird, die Bedingungen anzugeben, unter welchen der Körper die eine oder andere Lage mit Sicherheit annehmen kann.

Ruht z. B. ein Körper *S* (Fig. 33) mit einem einzigen Puncte *A* auf einer horizontalen Ebene, so kann der Widerstand, welchen die Ebene dem verticalen (dem Gewichte des Körpers gleichen) Drucke des Körpers in diesem Puncte entgegensetzt, als eine eben so grofse aufwärts wirkende Kraft angesehen (oder durch eine solche Kraft ersetzt) werden; soll also das Gleichgewicht bestehen oder der Körper in dieser Lage ruhen, so mufs die durch den Schwerpunct *O* gehende lothrechte Linie durch den Stützpunct *A* gehen, weil sich zwei gleiche gerad entgegengesetzt wirkende Kräfte, wenn sie nicht denselben Angriffspunct haben, nicht das Gleichgewicht halten können und der Punct *O* um jenen *A* eine Drehung erhielte. Wirken auf den Körper aufser der Schwere noch andere Kräfte, so mufs für das Gleichgewicht die Resultirende nicht blofs durch den Stützpunct *A* gehen, sondern diese zugleich auch auf der horizontalen Ebene *MN* senkrecht stehen und von oben nach unten wirken; weil, wenn die Resultirende auf der Ebene schief stände, diese in zwei renkrechte Kräfte, wovon die eine mit der Ebene parallel wäre zerlegt werden könnte, und diese letztere ein Gleiten auf der Ebene *MN* bewirken würde.

§. 62. Ruht ein Körper (Fig. 34) auf zwei Puncten *A* und *B* einer solchen Ebene, so ist es für das Gleichgewicht hinreichend, wenn die Resultirende aus allen auf den Körper einwirkenden Kräften lothrecht von oben nach unten und durch einen Punct der Geraden *AB*, zwischen *A* und *B* gehet; denn man kann sich in diesem Falle die Resultirende in zwei parallele Kräfte aufgelöst denken, welche durch die Puncte *A* und *B* gehen und sofort durch den Widerstand, welchen die horizontale Ebene in diesen Puncten leistet, aufgehoben werden. Wirken aufser der Schwere keine weitern Kräfte auf den Körper, so ist es hinreichend, wenn die durch den Schwerpunct *O* gezogene Verticallinie durch irgend einen Punct der Geraden *AB* (mit Ausschlufs ihrer Verlängerung) geht.

§. 63. Eben so wird bei einem mit drei Puncten auf einer horizontalen Ebene ruhenden Körper das Gleichgewicht bestehen, wenn die durch dessen Schwerpunct gehende lothrechte Linie, oder im Falle außer der Schwere noch andere Kräfte einwirken, die von oben nach unten wirkende Resultirende in das Dreieck fällt, welches durch die Verbindung der drei Stützpuncte gebildet wird. Dasselbe gilt auch hinsichtlich des Polygons, welches aus der Verbindung aller Stützpuncte, wenn ihre Zahl größer als 3 ist, entsteht.

So wird z. B. das schiefe Prisma *M* in Fig. 35 auf einer horizontalen Ebene stehen bleiben, weil die Horizontalprojection des Schwerpunctes *O* in die Grundfläche *ab* fällt. Dagegen fällt das Prisma in Fig. 36 oder der schiefe Cylinder in Fig. 37 um, weil diese Projection über die Grundfläche hinausfällt; das Prisma dreht sich dabei um die Kante *bc*.

§. 64. Sicheres und unsicheres Gleichgewicht. Hat ein auf einer horizontalen Ebene ruhender Körper das Bestreben seine Lage, wenn er aus dieser gebracht wird, sogleich wieder einzunehmen, so sagt man, er habe ein sicheres (stabiles) Gleichgewicht; findet dagegen selbst bei der geringsten Verrückung der Lage das Gegentheil Statt, so besitzt er ein unsicheres (labiles) Gleichgewicht; da der Schwerpunct eines Körpers fortwährend das Bestreben zu fallen hat, so wird er im ersten Falle die möglichst tiefe und im letztern die höchste Lage gegen die horizontale Ebene, worauf er ruht, einnehmen, oder sich derselben wenigstens noch nähern können.

So wird z. B. eine elliptische Scheibe (Fig. 38) auf dem Endpunct *b* der kleinen Achse ruhend ein sicheres, dagegen auf dem Endpunct der großen Achse *a* ein unsicheres Gleichgewicht besitzen, weil bei einer auch noch so geringen Wälzung der Ellipse um den Bogen *bc*, wodurch *c* der Unterstützungspunct wird, der Schwerpunct *O* im ersten Falle steigt, und im zweiten fällt, indem $Oc > Ob$ und $< Oa$ ist.

Eben so hat die an einem Faden oder steifen Draht befestigte Kugel *A* in Fig. 39, wo der Faden oder Draht in *C* aufgehangen ist, ein stabiles, dagegen in der Lage Fig. 39, *a*, wo sich die Kugel auf den Draht und dieser auf eine Unterlage *C* stützt, ein labiles Gleichgewicht.

§. 65. Maſs für die Stabilität oder Standfähigkeit eines Körpers. Ein auf einer horizontalen Ebene ruhender Körper kann ein mehr oder weniger sicheres Gleichgewicht besitzen, je nachdem unter sonst gleichen Umständen seine Basis größer oder kleiner ist, und bei gleicher Grundfläche, dessen Schwerpunct tiefer

oder höher liegt. So wird z. B. ein Lineal (Fig. 40) auf die flache Seite gelegt, wie in 1., sicherer ruhen, als wenn es wie in 2. auf die Kante gelegt wird, und in dieser Lage wieder sicherer im Gleichgewichte seyn, als in der aufrechten Stellung 3.; zugleich wird es im letztern Falle wieder leichter um die Kante *AC*, als um jene *AB* umfallen, indem schon eine geringe Neigung des Lineals um diese Kante *AC* hinreicht, die Horizontalprojection *a* des Schwerpunctes *O* über die Grundfläche *BC* hinausfallen zu machen; endlich wird auch unter einerlei Umständen ein eisernes Lineal, da es ein gröfseres Gewicht besitzt, nicht so leicht als ein hölzernes umfallen oder umgeworfen werden.

Da also das Umwerfen irgend eines auf einer horizontalen Ebene *MN* ruhenden Körpers *AE* (Fig. 41) um eine seiner Kanten *AB* für irgend eine Kraft *P* um so schwieriger wird, je gröfser sein Gewicht und der Abstand *mC* der Horizontalprojection von der Kante *AB* ist, so kann das Product aus diesen beiden Gröfsen, welche das Umdrehungsmoment um *AB* bildet, als Mafs für die Stabilität des Körpers in Beziehung auf die Kante *AB* angesehen werden.

Ist *CE* eine durch den Schwerpunct *O* des Körpers verticale, auf der Kante *AB* senkrechte Ebene, und darin *OD* ein aus *C* mit dem Abstande *CO* bis zu der durch *C* gehenden lothrechten Linie *Cc* gezogener Kreisbogen; so mufs, wenn der Körper um *AB* wirklich umgeworfen werden soll, der Schwerpunct *O* diesen Bogen beschreiben, und da dieser für einen tiefer liegenden Punct *o* gröfser ausfällt, auch der Punct *o* bis *d* höher, als jener von *O* bis *D* gehoben werden mufs; so folgt, dafs bei gleichem Gewichte und Abstande *Cm*, die Stabilität in Beziehung auf ein völliges Umwerfen um so gröfser ist, je tiefer der Schwerpunct liegt.

Auf den hier erörterten Eigenschaften der Stabilität beruhen im gemeinen Leben unzählige Verfahrungs- und Benehmungsarten. Beim Beladen eines Wagens oder der Ausrüstung eines Schiffes legt man die schweren Lasten zu unterst und die leichtern oben auf, um den Schwerpunct möglichst tief herab zu bringen; auch sieht man darauf, dafs die durch diesen Punct gehende Verticallinie in die halbe Breite des Wagens oder Schiffes fällt. Menschen und Thiere verändern bei ihren Bewegungen den Schwerpunct fortwährend und gleichsam instinctmäfsig auf eine solche Weise, dafs dieser dabei beständig unterstützt wird. Der Mensch lernt diese nothwendigen Veränderungen von Kindheit auf und oft nur mit vieler Mühe. Steht er aufrecht, so fällt die durch seinen Schwerpunct (der zwischen den Hüften liegt) gehende Verticallinie zwischen die Füfse; beim Gehen wirft oder bewegt er den Schwerpunct abwechselnd auf die rechte und linke Seite, so wie er den linken oder rechten Fufs hebt, um diesen Punct über jenen

Fuſs zu bringen, der eben den Boden berührt; aus diesem Grunde ist das ungehinderte Marschiren in geschlossenen Reihen nur dadurch möglich, daſs Alle mit demselben Fuſse austreten und Schritt halten. Trägt der Mensch eine Last auf dem Rücken, so beugt er sich vorwärts, im entgegengesetzten Falle nach rückwärts; eben so nach rechts, wenn er links eine Last trägt u. s. w., um den gemeinschaftlichen Schwerpunct seines Körpers und der Last zwischen seine Füſse zu bringen. Will er von einem Stuhle frei aufstehen, so muſs er früher entweder durch Vorbeugung des Oberkörpers oder dadurch, daſs er die Füſse etwas zurück unter den Stuhl schiebt, den Schwerpunct über die Füſse bringen. Derjenige, welcher beim Fechten oder Ringen einen Stoſs auf die Brust auspariren oder aushalten will, spreizt die Füſse weit aus einander, um durch Vergröſserung der Basis seine Standfähigkeit zu vergröſsern. In einem kleinen schwankenden Kahn oder Wagen ist es oft gefährlich aufzustehen, weil dadurch der Schwerpunct höher zu liegen kommt und der Kahn leichter umschlagen kann, u. s. w. u. s. w.

Viertes Kapitel.

Von den auf Seile oder Schnüre wirkenden Kräften.

§. 66. Spannung einer Schnur. Ist das eine Ende einer Schnur befestigt, und wirkt am andern Ende eine ziehende Kraft P, so heiſst P die Spannung der Schnur. Diese Spannung bleibt auch noch dieselbe, wenn an beiden Enden der Schnur zwei gleiche Kräfte P nach entgegengesetzten Richtungen wirken und sich also im Gleichgewichte halten. Wirken dagegen an den Endpuncten einer Schnur zwei ungleiche Kräfte, P und p, nach entgegengesetzten Richtungen, und ist $P > p$, so ist die Spannung der Schnur $= p$, weil der Ueberschuſs oder die Resultirende $P - p$ der beiden Kräfte Bewegung erzeugt und auf die Spannung keinen Einfluſs hat.

§. 67. Bedingungen für das Gleichgewicht eines schweren Körpers, welcher längs einer an beiden Enden befestigten Schnur frei hin und her gleiten kann. Ist die Schnur AMA' (Fig. 42) in den Puncten A, A' befestigt, und an diese mittels eines losen Ringes M das Gewicht Q aufgehangen, so muſs für's Gleichgewicht die Schnur nothwendig in die durch die Puncte A, A' gelegte verticale Ebene fallen. Da der bewegliche Aufhängpunct M, wenn dieser in der genannten Ebene so herumgeführt wird, daſs dabei die beiden Faden- oder

Schnurstücke AM, $A'M$ fortwährend straff gespannt bleiben, bekanntlich eine Ellipse beschreibt, deren grofse Achse $BB' = A'M + MA'$ ist, und Brennpuncte A, A' sind; so ist es für den vorliegenden Fall genau eben so, als sollte der schwere Körper auf dem concaven Theil BMB' der krummen Linie im Gleichgewichte bleiben, was sofort fordert, dafs die durch seinen Schwerpunct gehende lothrechte Linie im Stütz- oder Aufhängpunct M auf der Curve normal stehe und dafs für das stabile Gleichgewicht dieser Punct zugleich der tiefste sey, den der Ring also auch das Gewicht Q dabei einnehmen kann. Beide Bedingungen sind aber für jenen Punct M der Ellipse vorhanden, für welchen die Tangente TT' horizontal, also die Normale CM vertical ist. Da nun aber, wie aus der Geometrie bekannt, der Winkel AMA' der beiden Leitstrahlen durch die Normale CM halbirt wird, so folgt zugleich, weil die Kraft Q der aus den Spannungen der Seilstücke MA und MA' entstehenden Resultirenden gleich seyn mufs, dafs diese beiden Spannungen gleich grofs sind (weil die Resultirende nur für zwei gleiche Seitenkräfte in der Mitte liegt); denn schneidet man auf MC das Stück $Ma = Q$ ab und ergänzt das Parallelogramm bb', so stellen $Mb = Mb'$ die Spannungen der Schnurstücke vor.

Beispiel. Ist eine Schnur von der Länge $AC + BC = l$ (Fig. 43) in den Puncten A und B befestigt, und hängt man, wie z. B. bei manchen Strassenlaternen mittels eines Ringes, der auf der Schnur gleiten kann, eine Laterne oder ein Gewicht Q auf; so findet man den Punct C, in welchem Q im Gleichgewichte bleibt, durch folgende Construction:

Da nach dem Vorhergehenden, wenn man durch C die lothrechte Linie GC zieht, die Winkel a und b einander gleich seyn müssen, so ist, wenn man auch durch B die Verticallinie DF zieht und AC bis zum Durchschnitt F verlängert, das Dreieck BCF gleichschenklich, nämlich $CF = CB$ (weil die Winkel an der Basis a und b, wie bemerkt, einander gleich sind), folglich ist $AF = AC + CF = AC + CB = l$. Durchschneidet man also die durch B gezogene lothrechte Linie DBF mit dem Halbmesser l aus A in F, zieht die Gerade AF, halbirt FB in E und zieht durch diesen Punct auf DF eine Senkrechte; so durchschneidet diese die vorige Gerade AF in dem gesuchten Puncte C, in welchem sich der schwere Körper auf der Schnur in's Gleichgewicht setzt.

§. 68. Gleichgewichtsbedingungen für mehrere an einem Seile hängende Gewichte (Seilpolygon). Ist das Seil oder die Schnur AMA' (Fig. 44) in den Endpuncten A, A' befestigt, und hängen in den Puncten M, M', M'', die man Knoten nennt, die Gewichte P, P', P''; so kann man, wenn

sich das Gleichgewicht durch die Lage der Schnur $AMM'M''A'$, welche übrigens wieder in die durch A, A' gehende verticale Ebene fällt, hergestellt hat, ohne Störung derselben anstatt der festen Puncte A, A' Kräfte S, S' nach den Richtungen MA, $M''A'$ annehmen, welche den in A und A' Statt findenden Spannungen des Seils gleich sind.

Für den Punct M erscheint aber auch die Spannung des Seilstückes MM' als eine in M nach MM' wirkende Kraft s, z. B. (die auch zugleich der Spannung von M' gegen M gleich ist), so, dafs auf den Punct M 3 Kräfte S, s und P wirken, die unter sich im Gleichgewichte stehen; damit aber das Gleichgewicht bestehen kann, so müssen diese drei Kräfte zuerst in ein und derselben Ebene, folglich (wegen P) in einer Verticalebene liegen, und dann mufs (§. 16. Anmerk.)

$$S : s = \sin PMM' : \sin AMP$$

seyn. Eben so mufs für den Punct M', wenn die Spannung des Seilstückes $M'M''$ in dieser Richtung $= s'$ ist (s' ist dann auch die Spannung in M'' gegen M'), erstlich P' wieder mit MM' und $M'M''$ in einerlei, folglich, da P' mit P parallel ist, in die vorige Ebene fallen und dann $s : s' = \sin P'M'M'' : \sin MM'P'$ Statt finden.

Eben so ist für die drei Kräfte P'', s' und S', welche auf M'' wirken: $s' : S' = \sin P''M''A' : \sin M'M''P''$,
bleibt man bei drei solchen Knoten stehen und setzt diese drei Proportionen zusammen, so erhält man

$$S : S' = \sin P''M''A' : \sin AMP = \sin NBA' : \sin ABN,$$

eine Proportion, welche für jede Anzahl von Knoten gilt, und auch von den obigen Proportionen unabhängig auf folgende Art gefunden wird.

Verlängert man nämlich die beiden letzten Seilstücke AM und $A'M''$ bis zu ihrem Durchschnitt B, so mufs die Resultirende der parallelen Kräfte P, P' ... nothwendiger Weise durch diesen Punct B, und da P, P' ... Gewichte darstellen, so mufs die durch B gezogene Verticallinie BN durch den Schwerpunct dieser Gewichte gehen, weil sonst die drei Kräfte S, S' und $R = P + P' + \ldots$ nicht im Gleichgewichte seyn könnten. In diesem Falle ist aber (bereits citirte §. 16) $S : S' = \sin A'BN : \sin ABN$ (welches die vorige Relat. ist), und $S : R = \sin A'BN : \sin ABA'$.

Durch diese beiden Proportionen sind die in den Befestigungspuncten A, A', und damit dann auch durch die frühern Proportionen die in den übrigen Knotenpuncten M, M' ... Statt findenden Spannungen bestimmt; auch geht hervor, dafs das ganze Seilpolygon in einer v e r t i c a l e n E b e n e liegt.

Die in den einzelnen Puncten Statt findenden Spannungen lassen sich auch leicht durch Construction der Kräftenparallelogramme finden. So nehme man, um die Spannung im Puncte M zu bestimmen, auf der lothrechten Linie MP das Stück Mb gleich oder proportional dem Gewichte P, verlängere AM und construire das Parallelogramm $bMad$; so stellt Md die Spannung ($= S$) nach AM im Puncte A, und Ma ($= s$) jener des Seilstückes MM' in M' gegen M' (so wie auch zugleich jene in entgegengesetzter Richtung, da $Mm = Ma$ ist und seyn mufs) vor.

§. **69. Die Kettenlinie.** Hängt man eine vollkommen biegsame Schnur, oder auch eine aus äufserst feinen Gliedern bestehende Kette mit ihren Endpuncten auf zwei Puncte A und A' (Fig. 45) auf, so bildet diese eine in der durch die Aufhängpuncte A, A' gehenden verticalen Ebene liegende Curve ANA', welche Kettenlinie heifst. Da man sich die Curve als eine gewichtslose Schnur denken kann, welche nach ihrer ganzen Länge mit unendlich vielen und eben so kleinen Gewichten, deren Summe dem Gewichte der Schnur gleich ist, gleichförmig belastet ist; so hat man ein Seilpolygon von unendlich vielen und kleinen Seiten, auf welches sich sofort die Gesetze des vorigen Paragraphes anwenden lassen.

Zieht man an den End- oder Aufhängpuncten an die Curve die Tangenten AB, $A'B$, so mufs also wieder die durch ihren Durchschnittspunct B gezogene Verticallinie durch den Schwerpunct O der Kettenlinie gehen, oder was dasselbe ist, die Resultirende aus allen den unendlich vielen und kleinen parallelen Kräften, welche auf die Schnur lothrecht wirken, mufs durch den Punct B gehen. Nimmt man also auf dieser lothrechten Linie das Stück $BD =$ dem Gewichte der Kette oder Schnur und construirt das Parallelogramm EF, so stellen EB und FB die Spannungen der Kette in den Aufhängpuncten A und A' nach den Richtungen der Tangenten AB, $A'B$ vor.

Ist $W.EBD > W.DBF$, so ist auch

$$ED < DF,\ ED = FB > DF = EB,$$

oder die Spannung in A' gröfser als jene in A (was auch aus

$$S : S' = \sin A'BD : \sin ABD \text{ folgt}).$$

§. **70.** Um die Spannung der Schnur oder Kette in jedem andern Puncte, z. B. in M (Fig. 46) zu bestimmen, kann man ohne Störung des Gleichgewichtes den Punct M als fest annehmen und das Stück MA' der Kette unberücksichtigt lassen; eben so kann man den tiefsten Punct N der Curve befestigt denken und das Stück AN weglassen, so wird

für das Bogenstück *NM* immer noch das Gleichgewicht bestehen. Zieht man also an dieses in den Endpuncten *N* und *M* die Tangenten, so müssen sich diese in der durch den Schwerpunct des Kettenstückes *NM* gehenden Verticallinie *FG* durchschneiden, und die nach den Tangenten gemessenen Spannungen müssen sofort mit dem Gewichte dieses Kettenstückes *NM* im Gleichgewichte stehen; der Punct *E* steht also im Gleichgewichte mit der in *M* Statt findenden, gegen *EM* gerichteten Spannung, ferner der in *N* gegen *EN* gerichteten Spannung, und endlich dem nach *EG* wirkenden Gewichte des Bogens *MN*. Hieraus folgt nun, wenn man das Kräftenparallelogramm *ab* construirt, das Eigenthümliche, dafs die Spannung der Schnur oder Kette in irgend einem Puncte *M* eine (constante) horizontale Seitenkraft *Ea* hat, welche der Spannung des tiefsten Punctes *N*, und eine verticale Seitenkraft *Eb* besitzt, welche dem Gewichte des Seil- oder Kettenstückes *MN*, vom tiefsten Punct *N* bis zum betreffenden Punct *M* gezählt, gleich ist.

Aus diesem Grunde erleiden die höher liegenden Puncte eine grössere Spannung als die tiefer liegenden.

Liegen die beiden Aufhängpuncte *A*, *A′* in einer horizontalen Linie (in einerlei Horizont), so liegt der tiefste Punct *N* der Curve in der halben Länge der Kette und die verticale Spannung in jedem Aufhängpuncte ist daher dem halben Gewichte der Kette gleich, während, wie schon bemerkt, die horizontalen Spannungen einander gleich und so grofs sind, wie die Spannung im tiefsten Puncte *N*.

Anmerkung. Eine der vorzüglichsten Anwendungen findet die Kettenlinie auf die in der neuern Zeit häufig ausgeführten Häng- oder Kettenbrücken, obschon dabei, wenn die horizontale an den Ketten aufgehängte Fahrbahn der ganzen Länge nach gleichförmig so bedeutend belastet wird, dafs dagegen das Gewicht der Ketten selbst vernachläfsigt werden kann, diese Curve in eine gemeine Parabel übergeht.

Denkt man sich an der Kettenlinie *ANA′* kleine feste Kugeln angereiht, welche sich der Reihe nach berühren und die Schwerkraft nach gerad entgegengesetzter Richtung wirkend, wodurch, weil (§. 23) der Mittelpunct der parallelen Kräfte oder der Schwerpunct dadurch nicht geändert wird, das Gleichgewicht bestehen bleibt; so kann man den Bogen auch so umkehren, dafs er in derselben verticalen Ebene in die Lage *AN′A′* (Fig. 45) kommt, folglich die Kugeln durch ihre blofse Berührung diesen Bogen als ein freies oder selbst tragendes Gewölb bilden, die Spannungen in den einzelnen Gliedern der Kette gehen hier in Pressungen der Kugeln über.

Wird ein Seil zum Fortziehen einer Last, z. B. eines Schiffes mit einem Ende B (Fig. 47) an die Last Q befestigt, und wirkt am andern Ende A eine Zugkraft P; so bildet das Seil eine Kettenlinie ANB. Zieht man in A und B die Tangenten AD, BD und durch ihren Durchschnittspunct D die verticale Linie CD, so ist, wenn G das Gewicht des Seils bezeichnet, da P die Spannung des Seils in A ist:

$$P : G = \sin CDB : \sin ADB.$$

Soll das Seil nach der geraden Linie BA ausgespannt werden, so mufs der Winkel CDB in einen rechten Winkel übergehen oder $= 90$, und jener $ADB = 180$ Grad werden; dafür wird $\sin CDB = 1$ und $\sin ADB = 0$, folglich ist $P : G = 1 : 0$, und daraus $P = \frac{G}{0} = \infty$, d. h. entweder müfste das Seil kein Gewicht haben, oder die Kraft P müfste unendlich grofs seyn; da nun in der Wirklichkeit keines von beiden Statt findet, so läfst sich auch, wenn die Zugkraft horizontal wirkt, das Seil niemals in eine mit dieser Richtung zusammen fallende gerade Linie ausspannen. Eben so wenig ist diefs auch für eine nicht horizontale Gerade möglich, weil dabei immer wieder $\sin ADB = 0$ werden müfste, während $\sin CDB$ einen von Null verschiedenen Werth besitzt; nur für eine verticale Linie ist dieses anders.

Fünftes Kapitel.

Von dem Gleichgewichte bei Maschinen, Satz der virtuellen Geschwindigkeiten.

§. 71. Erklärungen. Jede Vorrichtung, mittelst welcher eine Kraft auf einen aufserhalb ihrer Richtung liegenden Punct fortgepflanzt oder wirksam gemacht wird, um dort einen gewissen Widerstand zu überwinden oder überhaupt irgend eine Arbeit zu verrichten, welches der Kraft, wenn sie unmittelbar auf diesen Punct wirken müfste, schwer oder gar nicht möglich wäre, pflegt man eine Maschine zu nennen. Dabei ist eine scharfe Gränzlinie zwischen Werkzeugen, Instrumenten und Maschinen weder möglich noch auch nothwendig, und man richtet sich in der Benennung derselben gewöhnlich nach dem Sprachgebrauche.

Der mit einer Maschine zu überwindende Widerstand heifst gewöhnlich die Last; da aber auch diese, z. B. wenn sie in einem zu hebenden Gewichte besteht, als Kraft dienen kann, so sind Kraft und Last bei einer Maschine mehr in ihrer Benennung und ihrer relativen Beziehung als in ihrem Wesen verschieden, daher nennt man die Last auch

manchmal die Gegenkraft. Diese muſs für das statische Gleichgewicht der Maschine, welches wir hier zu untersuchen haben, mit der Kraft in einem bestimmten Verhältniſs stehen, und wenn dieses auch, wie wir weiter unten sehen werden, von jenem Verhältniſs in etwas verschieden ist, welches bei der Bewegung der Maschine oder dem sogenannten dynamischen Gleichgewichte eintritt, wo auch die Nebenhindernisse, wie die Reibung u. s. w. in Betracht kommen, so bildet es gleichwohl die Grundlage auch für das Verhältniſs zwischen Kraft und Last beim dynamischen Gleichgewichte.

Je nach dem Zwecke der zu verrichtenden Arbeit gibt es auch unzählig verschiedene Maschinen; bei den meisten derselben kommen einzelne Bestandtheile vor, die selbst wieder als Maschinen angesehen werden können, und eine derartige Maschine heiſst eine zusammengesetzte Maschine, im Gegensatze von den einfachen Maschinen, wo keine solchen Bestandtheile vorkommen.

Obschon sich streng genommen alle einfachen Maschinen zuletzt auf den Hebel und die schiefe Ebene zurückführen lassen, so nimmt man doch gewöhnlich sechs einfache Maschinen an, nämlich den Hebel, die Rolle, das Rad an der Welle, die schiefe Ebene, den Keil und die Schraube (wozu noch manchmal eine siebente: die Seilmaschine gerechnet wird), von diesen reducirt sich die zweite und dritte auf den Hebel, und die fünfte und sechste auf die schiefe Ebene.

Im Nachstehenden sollen sowohl diese sechs einfachen, als auch einige der damit in Verbindung stehenden wichtigsten zusammengesetzten Maschinen behandelt werden.

Der Hebel.

§. 72. Mathematischer und physischer Hebel. Unter einem mathematischen Hebel versteht man eine gewichtlose, unbiegsame krumme, gerade oder gebrochene Linie, welche sich um einen ihrer Puncte (Stütz-, Drehungspunct oder Hypomochlion) drehen läſst, und auf welche zwei oder mehrere Kräfte in der Art wirken, daſs sie eine Drehung derselben um diesen festen Punct zu bewirken suchen.

Vertauscht man die mathematische Linie mit einer physischen schweren Linie (welche zugleich recht gut jede Stange, woraus ein wirklicher Hebel besteht, darstellen kann), so erhält man den physischen oder materiellen Hebel. Da die Gesetze für den mathematischen Hebel einfacher zu entwickeln, und sodann sehr leicht mit

geringen Hinzufügungen auf den physischen Hebel zu übertragen sind; so wird bei den folgenden Untersuchungen immer der erstere vorausgesetzt.

§. 73. Gleichgewichtsbedingungen für den mathematischen Hebel. Es sey ACB (Fig. 48) ein Hebel, dessen Drehungspunct C ist, und auf welchen in den Puncten A und B die beiden Kräfte P und Q in den angedeuteten Richtungen wirken; so muſs, weil für das Gleichgewicht die Resultirende aus beiden Kräften aufgehoben oder unwirksam gemacht werden muſs, diese nothwendig durch den festen Drehungs- oder Stützpunct C gehen. Damit aber dieses Satt finden kann, müssen der Punct C und die beiden Kräfte (d. h. ihre Richtungen) in einer und derselben Ebene liegen.

Verlängert man daher, wenn die Kräfte nicht parallel sind, ihre Richtungen bis zum Durchschnitt D, so muſs die Resultirende durch die Puncte D und C gehen, wodurch sofort ihre Lage bestimmt ist. Nach §. 19 (Gl. 1) ist aber, wenn man aus dem Puncte C auf die Richtungen der Kräfte P und Q die Perpendikel Ca und Cb fällt, $P:Q = Cb:Ca$, oder wenn man $Ca = p$ und $Cb = q$ setzt, auch

$$P : Q = q : p, \text{ oder } Pp = Qq \ldots (1$$

die Perpendikel p und q heiſsen die Hebelsarme der Kräfte P und Q. (Häufig nennt man auch die Theile AC, BC des Hebels selbst so.)

Diese Relation folgt noch einfacher aus §. 30, wenn man C als Mittelpunct der statischen Momente nimmt, und aus diesem Puncte die Perpendikel p und q auf die Richtungen der Kräfte P und Q fällt, indem dann, weil die Kräfte den Hebel um C nach entgegengesetzten Richtungen zu drehen streben, die statischen Momente derselben (Gl. 2, wo $r = o$ ist) einander gleich seyn müssen.

Anmerkung. Sind die Kräfte parallel, so daſs sich also ihre Richtungen nicht durchschneiden, so bezieht man sich auf die mit jener zweiten im §. 30 ganz analogen Gleichung (2 im §. 33, um die Giltigkeit der obigen Relation (1 auch für diesen Fall zu erweisen.

§. 74. Sollen also zwei Kräfte auf einen Hebel im Gleichgewichte stehen, so müssen ihre Richtungen mit dem Drehungspuncte des Hebels in derselben Ebene liegen, diese sich verkehrt wie ihre Hebelsarme verhalten, oder was dasselbe ist, gleiche statische Momente in Beziehung auf den Drehungspunct besitzen und zugleich den Hebel nach entgegen gesetzten Richtungen zu drehen suchen.

Ist Q der durch die Kraft P zu überwindende Widerstand, so wird Q gewöhnlich die Last genannt, und man findet die hierzu nöthige Kraft aus der Gleichung $P = \frac{Qq}{p}$, wobei eine Kraftersparung nur dann eintritt, wenn $\frac{q}{p} < 1$, also $q < p$ ist.

Der auf den Stütz- oder Drehungspunct C Statt findende Druck wird durch die Gerade CD ausgedrückt, wenn Cn, Cm mit den Richtungen der Kräfte parallel gezogen werden, und Dm und Dn die Kräfte P und Q darstellen.

§. 75. Eintheilung des Hebels in drei Arten.

Je nach der Lage des Stütz- oder Drehungspunctes theilt man den Hebel in einen Hebel der ersten Art, wenn der Drehungspunct C, wie in Fig. 49, zwischen dem Angriffspunct der Kraft P, und jenem der Last Q liegt; in den Hebel der zweiten Art, wenn der Angriffspunct der Last, wie in Fig. 50, zwischen dem Drehungspuncte und dem Angriffspuncte der Kraft, und endlich in den Hebel der dritten Art, wenn, wie in Fig. 51, der Angriffspunct der Kraft zwischen jenem der Last und dem Drehungspuncte liegt. Der Hebel der ersten Art wird auch ein zweiarmiger, jener der zweiten und dritten Art dagegen ein einarmiger Hebel genannt. Ein Hebel von der in Fig. 52 oder 53 dargestellten Form heifst ein Winkelhebel.

Aus der Ableitungsart der Relation (1 in §. 73 folgt von selbst, dafs diese Relation in allen hier angeführten Fällen oder Modificationen des Hebels gilt und richtig ist, so, dafs, wenn man in allen diesen Fällen aus dem Drehungspuncte C auf die Richtungen der Kräfte P und Q perpendikuläre Linien zieht, und ihre Längen beziehungsweise durch p und q bezeichnet, allgemein 1) . . . $Pq = Qq$, oder $P : Q = q : p$ Statt findet.

Anmerkung. Beim Hebel der zweiten Art ist in der Regel $Q > P$, also eine Kraftersparung, beim Hebel der dritten Art, $Q < P$, also ein Kraftverlust (dagegen ein Gewinn an Geschwindigkeit bei der wirklichen Bewegung) vorhanden.

Denkt man sich den Hebel in Bewegung, so beschreibt der Angriffspunct der kleinern Kraft in demselben Verhältnifs den gröfsern, und jener der gröfsern Kraft den kleinern Weg; will man also an Kraft ersparen, so mufs man ihr den gröfsern Weg zurücklegen lassen; will man dagegen durch eine vorhandene hinreichend grofse Kraft der geringern Last einen grofsen Weg in derselben Zeit zurücklegen lassen, so mufs man die Kraft nahe an dem Drehungspunct anbringen, wie diefs z. B. sehr weise bei der Bewegung des menschlichen Vorderarms durch die Muskelkraft der Fall ist.

Der Hebel kommt sowohl im gemeinen Leben als in den Künsten und Gewerben unter tausenderlei Formen und Anwendungen vor; um nur einige Fälle aufzuzählen, so gehören der Hebbaum, die Brechstange, der Geisfuſs, die Wage, Schere, Zange, der Lochbeutel der Tischler (ein Stemmeisen), der Schwengel bei Pumpen u. s. w. zu dem Hebel der ersten Art; der Schubkarren, zweiräderige Wagen, die Blechschere, das Ruder, der Limonienpresser, der Hebel bei einer Handfeuerspritze oder Druckpumpe u. s. w. zum Hebel zweiter Art, wozu auch noch der Schlüssel und Handgriff am Bohrer gezählt werden können; so wie endlich die Schaufel, Sense, Schafschere, Zuckerzange, Feuerzange, der Tritt am Spinnrade, der Vorderarm des Menschen u. s. w. zum Hebel der dritten Art.

§. 76. Aufgaben u. Beispiele über den Hebel.

1. Wenn bei einem Winkelhebel (Fig. 53), z. B. an einem Glockenzuge, der zu überwindende Widerstand $Q = 10$ Pfund ist, wie groſs muſs die damit im Gleichgewichte stehende Kraft P seyn?

Fällt man aus dem Drehungspuncte C auf die Richtungen der Kräfte P und Q die Perpendikel Ca und Cb, und findet man z. B. durch Abmessung $Ca = 4$ und $Cb = 6$ Zoll (oder einer andern beliebigen Einheit), so ist §. 73, Gl. 1. $P : Q = 6 : 4 = 3 : 2$, oder $2P = 3Q = 3 \cdot 10 = 30$, also $P = \frac{30}{2} = 15$ Pfund.

Obschon hier die Kraft gröſser als der Widerstand seyn muſs, so kann man vielleicht dennoch diese Einrichtung wählen wollen, um dem Angriffspuncte der Last eine gröſsere Bewegung mitzutheilen; denn wird z. B. der Punct A um 10 Zoll herabgezogen, so bewegt sich der Punct B nahe in seiner Richtung schon um 15 Zoll. (Dabei ist $P \cdot 10 = Q \cdot 15$, nämlich das Product aus der Kraft in ihrem Wege ist gleich dem Producte aus der Last in ihrem Wege.)

2. Für den Hebel AB (Fig. 54), an welchem zwei parallele Kräfte P und Q nach einerlei Richtung wirken, den Stütz- oder Drehungspunct zu finden.

Ist die gegebene Entfernung $AB = a$, so ist (§. 73, Anmerk.) $P : Q = BC : AC$, also auch $P : P + Q = BC : AB$, woraus $BC = a \frac{P}{P+Q}$ (1 folgt. Eben so findet man $AC = a \frac{Q}{P+Q}$..(1'.

Wirken die parallelen Kräfte P und Q (Fig. 55) nach entgegengesetzten Richtungen und ist $Q > P$, so liegt der Drehungspunct C in der Verlängerung von AB gegen B hin, und man hat wieder $P : Q = BC : AC$, oder auch $P : Q - P = BC : AB$, woraus $BC = a \frac{P}{Q-P}$ folgt. Wäre dagegen $P > Q$, so müſste der Drehungspunct C' in der Verlängerung von BA gegen A hin liegen, und man hätte $P : Q = BC' : AC'$,

also auch $P : P - Q = BC' : AB$, woraus $BC = a\,\frac{P}{P-Q}$ wäre. Für alle diese Fälle erhält man jedoch BC weit einfacher aus der vorigen Formel (1, in welcher man nur Q gegen P negativ, oder mit dem Zeichen Minus nehmen darf; denn damit folgt aus (1 $BC = a\,\frac{P}{P-Q}$. Ist nun $P > Q$, so fällt BC positiv aus, und der Punct C (oder in der Figur C') liegt eben so von rechts gegen links, wie es für die obige Formel (1 der Fall ist. Ist dagegen $P < Q$, so wird $BC = -a\,\frac{P}{Q-P}$ negativ, zum Zeichen, dafs jetzt der Punct C die entgegengesetzte Lage hat, und von links gegen rechts liegt.

Für den besonderen Fall von $P = Q$ wird $BC = \infty$, d. i. unendlich grofs, zum Zeichen, dafs hier durch gar keinen Stützpunct (übereinstimmend mit §. 21, Anmerk.) ein Gleichgewicht hergestellt werden kann.

3. Auf einem horizontal auf seinen Endpuncten A und B (Fig. 56) aufliegenden Hebel AB ruht eine Last Q, deren Schwerpunct in O ist; welchen Druck erleiden dabei die Stützen in A und B?

Schneidet die aus O gezogene lothrechte Linie, die hier zugleich auf AB perpendikulär ist, AB im Puncte C, und bezeichnet man die gesuchten Pressungen in A und B durch P und P'; so ist (wenn man B als Drehungspunct ansieht) $P : Q = BC : AB$, und daraus $P = Q\,\frac{BC}{AB}$. . . (3. Eben so ist (wenn man A als Drehungspunct nimmt) $P' = Q \cdot \frac{AC}{AB}$. . . (3', beide Drücke zusammen geben, wie es seyn soll $P + P' = Q$.

Liegt der Hebel schief, wie es z. B. der Fall ist, wenn mittelst desselben eine Last über eine Anhöhe hinauf oder herabgetragen wird; so schneidet die durch den Schwerpunct O der Last gezogene lothrechte Linie den Hebel AB (Fig. 57) in einem Puncte C zwischen dem Fufspuncte c des Perpendikels Oc und dem Puncte A (während vorhin C mit c zusammenfiel), wodurch nun in den vorigen Formeln 3) und 3') BC, also auch P gröfser, und AC, daher auch P' kleiner ausfällt, als wenn der Hebel horizontal liegt, so, dafs also durch diese schiefe Lage der tiefer stehende Träger in Nachtheil kommt.

§. 77. Gleichgewicht am Hebel, wenn auf diesen mehr als zwei Kräfte wirken. Wirken auf den Hebel AB (Fig. 58), dessen Drehungspunct C ist, die drei Kräfte S, S', S'' nach beliebigen Richtungen (übrigens mit C in einerlei Ebene), und fällt man aus dem Drehungspuncte C auf ihre Richtungen die Per-

pendikel s, s', s''; so kann man sich die Kraft S'', welche den beiden übrigen, die den Hebel nach einerlei Richtung zu drehen suchen, das Gleichgewicht halten mufs, in zwei parallele (an demselben Puncte B wirksame) Kräfte p und q zerlegt denken, so, dafs also $S'' = p + q$ ist, wovon die eine z. B. p, mit S und die andere q mit S' im Gleichgewichte steht.

Nun ist aber nach dem Satze des Hebels für zwei Kräfte (§. 74) $Ss = ps'$ und $S's' = qs''$, also wenn man diese Gleichungen addirt,

$$Ss + S's' = (p+q)\,s'' = S''s''.$$

Durch Wiederholung dieser Schlüsse erhält man für das Gleichgewicht von jeder beliebigen Anzahl von Kräften, welche auf den Hebel wirken, den allgemeinen Satz, dafs die Summe der statischen Momente (diese auf den Drehungspunct des Hebels bezogen) jener Kräfte, welche den Hebel nach einer Richtung drehen wollen, gleich seyn mufs der Summe der statischen Momente der übrigen Kräfte, welche ihn also nach der entgegengesetzten Richtung zu drehen suchen.

Beispiel. Wirken auf den geradlinigen Hebel AB (Fig. 59) in den Puncten A, D, E, B die Kräfte von 20, 5, 10 und 8 Pfund senkrecht nach den angedeuteten Richtungen, und soll für das Gleichgewicht der Drehungspunct desselben gefunden werden, wenn die Abstände $AD = 4$, $DE = 6$ und $EB = 2$ Fufs betragen; so setze man den Abstand des gesuchten Punctes C von A, d. i. $AC = x$; so wird $CD = x - 4$, $CE = 10 - x$, $BC = 12 - x$, und daher nach dem eben entwickelten Satze

$$20x = 5\,(x-4) + 10\,(10-x) + 8\,(12-x),$$

aus welcher Gleichung $x = 5\frac{1}{7}$ Fufs folgt, so, dafs also der Punct wirklich, wie man vorläufig angenommen hat, zwischen D und E liegt. Hätte man diesen Punct C zwischen E und B angenommen, so wäre $CD = x - 4$, $CE = x - 10$, $CB = 12 - x$, und die Bedingungsgleichung für's Gleichgewicht:

$$20x + 10\,(x-10) = 5\,(x-4) + 8\,(12-x)$$

(weil jetzt die beiden Kräfte von 20 und 10 den Hebel um C nach der einen, jene 5 und 8 aber nach der andern zu drehen suchen), woraus man nichts desto weniger wieder $x = 5\frac{1}{7}$ Fufs, wie vorhin findet; es ist also völlig gleichgiltig, in welchem Puncte der Geraden AB man vorläufig den gesuchten Drehungspunct annimmt.

2. Art. Nimmt man nicht den Drehungspunct C selbst, sondern irgend einen in der Geraden AB oder ihrer Verlängerung liegenden Punct O als Mittelpunct der statischen Momente, und denkt sich den gesuchten Drehungspunct als Angriffspunct der Resultirenden R der gegebenen parallelen Kräfte, also $R = 20 + 10 + 8 - 5 = 33$; so hat man, wenn z. B. $AO = 3$,

also $DO = 7$, $EO = 13$, $BO = 15$ ist, und wenn man $OC = x$ setzt (§. 33):

$$33x = 3.20 + 13.10 + 15.8 - 7.5 = 60 + 130 + 120 - 35 = 275,$$

u. daraus $x = 8\frac{1}{3} = 3 + 5\frac{1}{3}$, wodurch der Punct C genau wieder der vorige ist.

§. 78. Gleichgewicht beim physischen oder materiellen Hebel. Mit Hilfe des Satzes im vorigen Paragraphe ist es nun auch leicht, die für den mathematischen Hebel abgeleiteten Relationen auf den wirklichen oder materiellen zu übertragen; denn sieht man das Gewicht des Hebels als eine in seinem Schwerpuncte (den man nach dem Kapitel III bestimmen wird) nach lothrechter Richtung wirkende Kraft an, und bringt diese mit den übrigen auf den Hebel wirkenden Kräften in Verbindung, so kann man diesen als einen mathematischen Hebel ansehen und behandeln.

Beispiel. Um z. B. den Druck zu bestimmen, welchen der um einen in C angebrachten runden Bolzen drehbare horizontale Hebel AC (Fig. 60) auf das Sicherheitsventil V eines Dampfkessels ausübt, wenn der Druck auf das Ventil vom Puncte B des Hebels ausgeht, und im Puncte A desselben ein Gewicht $= P$ aufgehängt ist; ziehe man die Gerade AC, wo C der Mittelpunct des Kreises ist, welcher dem Querschnitt des Bolzens gleich ist, durchschneide diese in B durch die lothrechte Linie, welche durch den Mittelpunct des Ventils geht (wenn dieser Punct B nicht schon am Hebel selbst gegeben seyn sollte) und bestimme auch noch das Gewicht des Hebels $= G$, und dessen Schwerpunct O. Bezeichnet man den gesuchten Druck auf das Ventil durch Q, so ist dieser eben so grofs, als eine in B angebrachte, nach entgegengesetzter Richtung wirkende Kraft Q zur Herstellung des Gleichgewichtes seyn müfste, wofür aber (vor. Paragraph) $Q.CB = P.AC + G.OC$ Statt finden mufs, aus welcher Gleichung sofort der gesuchte Druck Q sehr leicht bestimmt wird.

Wäre z. B. $P = 10$ und $G = 2$ Pfund, $CB = 2$, $CA = 18$ (also der Hebel, wie man sagt $\frac{18}{2} = 9$ Mal übersetzt), und $OC = 8$ Zoll; so wäre nach der vorigen Gleichung $2Q = 18.10 + 8.2 = 196$, also der Druck auf das Ventil $Q = 98$ Pfund.

Hätte man früher das Gewicht G des Hebels auf den Aufhängpunct A reducirt, so würde dieser mit der Gröfse

$$(x.AC = G.OC)\; x = G\frac{OC}{AC} = \frac{4}{9}G = \frac{8}{9} \text{ Pfund}$$

auf diesen Punct gewirkt, und das Aufhänggewicht P um eben so viel vergröfsert, also auf $10\frac{8}{9}$ Pfund gebracht haben; dadurch wäre, den Hebel nun als einen mathematischen angesehen, $2Q = 18 \times 10\frac{8}{9} = 180 + 16 = 196$, und daraus wie zuvor $Q = 98$ Pfund gefunden worden.

Anmerkung. In der Anwendung wird man also, anstatt den Hebel abzuwägen, und dessen Schwerpunct zu suchen, einfacher den Druck bestimmen, welchen der leere Hebel, wenn er in C eingehängt und horizontal gehalten wird, im Puncte A auf eine Wage (der im vorigen Beispiele zu $\frac{8}{9}$ Pfund wäre gefunden worden) ausübt, und diesen noch zu dem Aufhängpuncte P hinzu addiren.

§. 79. Zusammengesetzter Hebel. Werden zwei oder mehrere Hebel so mit einander verbunden, daſs die Kraft für den einen, als Last für den andern Hebel erscheint; so heiſst eine solche Verbindung, die man gewöhnlich dann anbringt, wo ein einfacher Hebel zu lang seyn müſste — ein zusammengesetzter Hebel; dabei sind die Gesetze für das Gleichgewicht dieselben, wie für den einfachen Hebel, welche man nur wiederholt anwenden darf.

Ist bei dem zusammengesetzten Hebel in Fig. 61 $AC = a$, $BC = b$, $ac = a'$ und $bc = b'$, und wirkt am ersten Hebel im Puncte B die Last Q, und am zweiten in a die Kraft P; so ist, wenn die am ersten Hebel in A für das Gleichgewicht nöthige Kraft P' heiſst:

am ersten Hebel $P' : Q = b : a$

„ zweiten „ $P : P' = b' : a'$

und durch Zusammensetzung $P : Q = bb' : aa'$,

also verhält sich bei dieser (auf Kraftersparung abgesehenen) Einrichtung die Kraft zur Last, wie das Product der kürzern, zu dem Producte der längern Hebelsarme, ein Satz, welcher sofort für jede beliebige Anzahl von in dieser Art mit einander verbundenen einfachen Hebeln seine Giltigkeit behält.

Ist z. B. im vorliegenden Falle $a = 10$, $b = 2$, $a' = 8$ und $b' = 1$, so ist $P : Q = 2 : 80 = 1 : 40$; es kann also eine Kraft von 1 Pfund einer Last von 40 Pfund das Gleichgewicht halten. Handelt es sich aber um wirkliche Bewegung, so muſs, wie leicht zu sehen, die Kraft schon einen Weg von z. B. 40 Zoll beschreiben, bis die Last einen Weg von 1 Zoll zurücklegt (analog mit der Bemerk. in §. 75 und 76).

Bei dem in Fig. 61, a dargestellten Wagenheber, welcher beim Schmieren der Radachsen zum Lüften der Räder gebraucht wird, und aus einem zusammengesetzten Hebel AD, DB besteht, wovon der erstere als Hebel der ersten Art seinen Drehungspunct in C, Angriffspunct der Kraft in A und der Last in D, der letztere, als Hebel der zweiten Art, seinen Stützpunct in B, Angriffspunct der Kraft in D und der Last in E hat (auf welchen Punct sich der Achsenstock des Wagens stützt), ist, wenn $\frac{DE}{DB} = \frac{1}{3}$ und $\frac{CD}{AC} = \frac{9}{60}$ ist, sofort $P : Q = 9 : 180 = 1 : 20$.

Es kann also, wenn die zu hebende Last etwa 4 Centner beträgt, ein Mensch mit einer Kraft von $\frac{400}{20}$ = 20 Pfund, indem er den Hebel *AD* in *A* niederdrückt, diese Last bequem aufheben oder lüften.

Einige besondere Anwendungen des Hebels.

§. **80.** Von den unzähligen Anwendungen, welche der Hebel, wie wir bereits im §. 75 bemerkt haben, im practischen Leben findet, sollen noch einige der vorzüglichsten und wichtigsten in den nächstfolgenden Paragraphen in Kürze behandelt werden.

Die Krämerwage.

§. **81. Erklärung.** Die Krämerwage, mittelst welcher das Gewicht einer Waare durch ein gleich grofses Gegengewicht gefunden wird, besteht im Wesentlichen aus einem gleicharmigen Hebel *AB* (Fig. 62), dem W a g b a l k e n, an dessen Endpuncten *A* und *B* die S c h a l e n, wovon die eine zur Aufnahme der abzuwägenden Waare, und die andere zu jener der Gewichte bestimmt ist, aufgehängt sind, und welcher sonach in der halben Länge, d. i. in *C* unterstützt ist, oder hier seinen Drehungspunct hat. Senkrecht auf die Verbindungslinie *AB* wird an der halben Länge die Z u n g e angebracht, welche sich bei den Schwingungen des Wagbalkens in einer verticalen Ebene bewegt, und den horizontalen Stand des Balkens entweder an einem Gradbogen, oder wenn die Wage anstatt auf einem Stativ *N* in einer Schere aufgehängt wird, durch das Absehen daran anzeigt.

§. **82. Bedingungen, welche eine solche Wage erfüllen soll.** Man fordert von einer guten Krämerwage, erstens, dafs für gleiche Aufhänggewichte das Gleichgewicht bestehe; zweitens, dafs der Wagbalken dabei eine horizontale Lage annehme; drittens, dafs sich dieser Stand sogleich merklich ändere, wenn in die eine Schale ein kleines Gewicht zugelegt, also dadurch das Gleichgewicht gestört wird; und viertens, dafs die Wage im Stande des Gleichgewichtes ihre ursprüngliche horizontale Lage nach einigen Schwingungen wieder einnehme, wenn man sie daraus gebracht hat.

§. **83.** *Die* **erste** *Bedingung:* **Gleichheit der Gewichte,** fordert eine vollkommen gleiche Länge der beiden Arme des Balkens (die überdiefs auch noch genau symmetrisch seyn müssen);

denn ist W das eine Gewicht, z. B. jenes der Waare in S und P das andere oder Gegengewicht in S', ferner $AC = a$ und $BC = b$, so muſs für das Gleichgewicht $Wa = Pb$ Statt finden; soll nun $W = P$ werden, so muſs auch $a = b$ seyn.

Man prüft eine Wage auf diese Eigenschaft leicht durch Verwechslung der Gewichte W und P, indem man jetzt W in die Schale S', und P in jene S legt; sind die Arme gleich lang, so wird die Wage auch nach dieser Verwechslung einspielen, d. i. das Gleichgewicht anzeigen. Sind diese nicht gleich, so erhält man das wahre Gewicht der Waare W dadurch, daſs man dieselbe in die eine Schale, z. B. S legt, und diese gleichsam nur tarirt, indem man bis zur Herstellung des Gleichgewichts in die andere Schale S' beliebige Massen, wie Schrot u. dgl., legt. Hierauf nimmt man W aus S heraus, und legt dafür so lange bekannte Gewichte hinein, bis das Gleichgewicht abermals hergestellt ist; dieses letztere Gewicht gibt offenbar das genaue Gewicht der Waare an.

§. 84. *Die* **zweite** *Bedingung:* **Horizontalstellung** *des Wagbalkens* im Stande des Gleichgewichtes, wird erreicht, wenn der Drehungspunct c (Fig. 63) über dem Schwerpuncte o der beiden Gewichte P und W (jenes der Schalen mit inbegriffen), nämlich über der Verbindungslinie AB, oder wenigstens über dem Schwerpuncte des Wagbalkens liegt; denn wird der Wagbalken aus seiner Gleichgewichts-, d. i. horizontalen Lage gebracht, so wirkt im ersten Falle das im Schwerpuncte o wirkende Gewicht $P + W$ mit dem Momente $(P + W) cn$ zur Zurückdrehung desselben, und er ruht nur dann, wenn co vertical, also AB horizontal steht. Dasselbe gilt auch, wenn zwar c in o, oder sogar noch unter diesem Puncte, dagegen aber der Schwerpunct des Wagbalkens noch tiefer liegt, und dessen Umdrehungsmoment überwiegend ist. (Wäre dagegen bei dieser Lage, wo nämlich o über c liegt, nicht das Moment des Balkens, sonders jenes von $P + W$ das gröſsere oder überwiegend, so würde der Wagbalken bei der geringsten Verrückung aus seiner jetzt labilen (§. 64) Gleichgewichtslage sogleich umschlagen.)

§. 85. *Die* **dritte** *Bedingung:* **Empfindlichkeit** *der Wage,* wird erreicht, wenn erstens die Arme lang sind, zweitens das Gewicht des Wagbalkens gering ist (dabei muſs man ihm aber eine solche Form geben, daſs er nicht gebogen wird), drittens die aufgelegten Gewichte klein sind, viertens die Entfernung des Drehungspunctes von der Verbindungslinie AB klein, am besten gleich Null ist (in welchem

Falle der vorhin erwähnte dritte Punct keinen Einfluſs hat, und die Wage am empfindlichsten wird), und wenn fünftens auch die Entfernung des Schwerpunctes des Wagbalkens nur sehr wenig unter diesem Drehungspuncte liegt. (Dieser darf jedoch, wenn der Drehungspunct, wie es wünschenswerth ist, in der Geraden *AB* liegt, nicht auch zugleich in diese Linie hineinfallen, weil sonst das ganze System im Schwerpuncte aufgehängt, und dadurch die Bedingung in §. 84 nicht erfüllt wäre; eben so wenig darf er über dieser Linie liegen, weil der Wagbalken sonst umschlagen würde.)

§. 86. *Die* **vierte** *Bedingung:* **Beseitigung der Trägheit** *der Wage*, wird durch die möglichste Verminderung der Reibung am Zapfen *c* erreicht. Zu diesem Ende verfertigt man diesen aus Stahl, gibt ihm die Form einer Schneide, härtet diese und läſst sie abermals auf einer gehärteten Stahlplatte oder auch auf einem Edelsteine spielen; eine ähnliche Vorsicht gebraucht man auch bei den Aufhängepuncten der Schalen.

Vertauscht man bei einer sehr genau gearbeiteten, empfindlichen Wage die eine Schale mit einer kürzern, oft auch kleinern Schale, die unten mit einem Häkchen zur Aufnahme eines Platindrahtes oder Pferdehaares versehen ist; so hat man eine sogenannte hydrostatische Wage, welche sich besonders zur Bestimmung der specifischen Gewichte der Körper eignet.

§. 87. Die Schnellwage (römische Wage). Diese Wage besteht aus einem ungleicharmigen Hebel *AB* (Fig 64) der ersten Art, an dessen kürzern Arm ein Haken oder eine Schale zur Aufnahme der Waare *W*, auf dem längern Arm dagegen ein constantes Gewicht *P*, das Laufgewicht angebracht ist, welches durch bloſses Verschieben mit der Waare in's Gleichgewicht gesetzt wird; da also die Bestimmung des Gewichtes einer Waare nur durch ein geringeres oder weiteres Hinausschieben des Laufgewichtes bewirkt wird, so handelt es sich bei dieser Wage, welche in der Regel nur für gröſsere Lasten oder dort angewendet wird, wo nicht die gröſste Schärfe, sondern mehr ein schnelles Abwägen verlangt wird, vorzüglich um die Eintheilung des längern Armes *CA*.

§. 88. Eintheilung des Wagbalkens. Ist *O* der Schwerpunct des Wagbalkens, *G* dessen Gewicht, *G'* das Gewicht der Ketten und Wagschale, im Falle eine solche vorhanden (sonst wird der dafür angebrachte Haken zum Wagbalken gerechnet), und *P* das con-

stante Laufgewicht; so ist, wenn dieses letztere auf den Punct m geschoben, mit der leeren Schale (oder sonst mit dem bloſsen Haken) im Gleichgewichte steht, sofort (§. 77)

$$G.BC = P.Cm + G.CO.$$

Wird jetzt in die Schale die Waare W gelegt, und zur Herstellung des Gleichgewichtes das Gewicht P nach M geschoben, so ist eben so

$$(W + G)\,BC = P.CM + G.CO;$$

wird von dieser Gleichung die vorige abgezogen, so entsteht

$$W.BC = P.mM \ldots (1.$$

Muſs für die Waare W' das Laufgewicht nach M' geschoben werden, so ist eben so $W'.BC = P.mM'$, folglich $W : W' = mM : mM'$, d. i. die vom Anfangs- oder Nullpuncte m an gezählten Entfernungen des Laufgewichtes verhalten sich wie die Gewichte der Waaren.

Soll also z. B. die Theilung von Pfund zu Pfund vorgenommen werden, so theile man den kürzern Arm BC in eben so viele gleiche Theile, als das Laufgewicht P Pfunde enthält; sey diese Zahl $= n$ und $\frac{1}{n}\,BC = a$, oder $BC = na$, folglich aus der Gleichung (1 $W.na = n.1\,\text{Pf.} \times mM$, oder $mM = a\,\frac{W\text{Pf.}}{1\,\text{Pf.}} = aW$. Setzt man also, da von Pfund zu Pfund gewogen werden soll, W der Reihe nach $= 1, 2, 3 \ldots$; so wird aus dieser Gleichung eben so $mM = 1a, 2a, 3a \ldots$, so, daſs man also nur, nachdem man BC in n gleiche Theile getheilt hat, einen solchen Theil auf den längern Arm von m aus so oft, als es angeht, gegen A zu auftragen, und diese Puncte, wenn m der Nullpunct ist, mit $1, 2, 3 \ldots$ Pfunde bezeichnen darf. Ist die leere Schale (oder der Haken) nicht schwer genug, um mit dem Laufgewichte in m (was der nächste Punct an C seyn soll) im Gleichgewichte zu stehen, sondern muſs man dazu noch ein Gewicht von p Pfunden auflegen; so erhält der Punct m die Zahl p, die übrigen Theilungspuncte aber werden mit $p + 1, p + 2 \ldots$ Pfunde bezeichnet. Halbirt man die Intervalle der Theilung, so erhält man halbe Pfunde u. s. w.

Wird für dasselbe Laufgewicht der Arm BC 2, 3... n Mal kürzer, so fallen auch die Theilungen a 2, 3... n Mal kleiner aus, und umgekehrt. Bei kleinern Wagen werden deſshalb zwei gegenüber liegende Seiten des Wagbalkens (und zwar zwei diagonal gegenüber liegende Kanten) eingetheilt, und da man der Wage zwei Aufhängpuncte in der Art gibt, daſs der Arm BC für die eine Seite kürzer, als für die andere (gewöhnlich ist er nur $\frac{1}{4}$ so lang) ist, so sind auch die Intervalle der Theilung in demselben Verhältniſs kleiner, und es können davon mehr Theilstriche aufgetragen, also auch auf dieser Seite schwerere Lasten abgewogen werden, weſs-

halb man diese für gewöhnlich die **schwere**, die gegenüber liegende aber die **leichte** Seite nennt.

Bei den meisten dieser Wagen, bei welchen es sich überhaupt nur um die nächsten Grenzen (die z. B. um 1 oder $\frac{1}{2}$ Pfund aus einander liegen können) handelt, zwischen welche das Gewicht der Waare fällt, legt man den Drehungspunct nicht über, sondern etwas **unter** den Schwerpunct des Ganzen, wodurch also nur ein **labiles** Gleichgewicht eintreten kann, und ein Umschlagen des Wagbalkens nach der einen oder andern Seite vorherrschend, und dadurch eben die eine oder andere dieser beiden Grenzen angezeigt wird.

Soll dagegen diese Wage, wie die Krämerwage, im Stande des Gleichgewichtes ruhig einspielen — was aber eine längere Abwägungszeit erfordert — und diese bei einem geringen Hinausschieben des Laufgewichtes schon einen bedeutenden Ausschlag geben: so müssen im Wesentlichen dieselben Bedingungen vorhanden seyn, wie sie vorhin für die Krämerwage angegeben wurden.

§. 89, Die Zeigerwage. Zu den Wagen, welche sich auf den einfachen Hebel gründen, gehört besonders noch die Zeigerwage, bei welcher das Gewicht der Waare unmittelbar an einer kreisförmigen Scala BED (Fig. 65) durch einen Zeiger E des Hebels AC, an dessen anderm Ende A sich eine Schale S oder ein hakenförmiges Gehänge befindet, angegeben wird.

Nimmt man für die Rechnung eine gerade Scala in einer Verticallinie BN an, und sind darauf N der Nullpunct, d. h. die Stelle des Zeigers für die leere Wagschale, dagegen a und a' die den Gewichten der Waaren W und W' entsprechenden Theilstriche; so findet man, daſs

$$Na : Na' = W : W' \text{ sey.}$$

Hat man also diese verticale Scala nach gewissen gegebenen Bedingungen bezüglich des Umfanges und der Genauigkeit der zu construirenden Wage bestimmt (wofür die Rechnung einfacher als für die Kreisscala wird), so kann man durch Verbindung dieser Puncte a, a' ... mit dem Drehungspuncte C, welcher zugleich den Mittelpunct des Kreisbogens BED bildet, darauf die entsprechenden Theilstriche abschneiden und gehörig bezeichnen.

Am einfachsten und sichersten wird diese Scala auf dem Kreisbogen auf empirischem Wege zu Stande gebracht, indem man in die Schale nach und nach bekannte Gewichte legt, und dabei den jedesmaligen Stand des Zeigers markirt; beim Gebrauche muſs jedoch die Wage wieder genau so (was durch ein Senkblei angezeigt wird) gestellt werden, wie sie bei der Eintheilung der Scala stand.

Eine häufige und besondere Anwendung finden diese Wagen in den Spinnfabriken, beim Sortiren der Wollen- und Baumwollgarne, wo sie sogleich die Nummer der Feinheit anstatt dem Gewichte angeben, und dann Garn- oder Sortirwagen heifsen.

Auch die Federwagen, welche sich auf die Elasticität einer Stahlfeder gründen, und wovon in Fig. 65 *a* eine nach unserer Angabe dargestellt ist, gehören unter die Zeigerwagen.

§. 90. Die tragbare Brücken- oder Decimalwage. Diese in neuerer Zeit immer mehr zur Anwendung kommende Wage, bei welcher das Gewicht der Waare durch ein kleineres, gewöhnlich nur den zehnten Theil betragendes Gegengewicht (verjüngtes Gewicht) bestimmt wird, beruht auf den Gesetzen des zusammengesetzten Hebels, indem dabei mehrere Hebel, und zwar erstens der um C (Fig. 66) drehbare ungleicharmige Hebel (Schwanenhals) AB, an dessen längern Arm in A die Schale S zur Aufnahme der Gewichte, und an dem kürzern Arme zwei verticale Zugstangen Dd, Ba beweglich eingehängt sind; zweitens der um c drehbare einarmige Hebel (die Gabel) ac, dessen Endpunct a in die Stange Ba eingehängt ist, so wie endlich eine Brücke db zur Aufnahme der Waare W in Verbindung gebracht sind, wobei die Brücke von oben gesehen ein gleichschenkliches Dreieck bildet, dessen Spitze in d in die Zugstange Dd eingehängt ist, deren Basis dagegen mit zwei Schneiden f, f' (Fig. 66, a) auf den Hebel ac, der eigentlich auch nur die Seite eines ähnlichen Dreieckes acc', so wie der Punct c den Endpunct einer der beiden Schneiden c, c' bildet, aufliegt, in der Rechnung aber eben so, wie bd als ein einfacher Hebel angesehen werden kann. Zur Verminderung der Reibung sind alle Stütz- oder Drehungsachsen in Form von Schneiden aus gehärtetem Stahl verfertigt, und liegen auf flachen (nach einer Richtung beweglichen) gehärteten Stahlplatten auf.

Die Theorie dieser für den Handelsstand so wichtigen und bequemen Wage beruht in Folgendem:

Ist O (Fig. 66) der Schwerpunct der Brücke, und G ihr Gewicht, ferner o der Schwerpunct der Waare und W ihr Gewicht, so vertheilt sich das Gewicht G auf die beiden Puncte d und b in der Art, dafs (§. 76, Aufgabe 3, Gl. 3 u. 3') auf d der Theil $x = G\,\frac{Ob}{bd}$ und auf b jener $x' = G\,\frac{Od}{bd}$ kommt; eben so kommt von der Waare W auf den erstern Punct d der Antheil $y = W\,\frac{ob}{bd}$, und auf den letztern jener $y' = W\,\frac{od}{bd}$.

Da nun auf dem Punct f die Last $x' + y'$ ruht, so wird der Punct a,

also auch jener B mit einer Kraft von $(x' + y')\frac{cf}{ac}$, ferner der Punct d, also auch D mit einer Kraft $= x + y$ herabgezogen. Mufs daher zur Herstellung des Gleichgewichtes in die Schale S das Gewicht P gelegt werden, so ist für das Gleichgewicht am Hebel AB, wenn G' das Gewicht der Schalè ist, sofort

$$(P + G')\,AC = (x + y)\,CD + (x' + y')\,\frac{cf}{ac}\,CB.$$

Bestimmt man das Verhältnifs der Hebelsarme der beiden Hebel AB und ac auf eine solche Art, dafs $CD : CB = cf : ca$... (1 Statt findet, so wird $\frac{cf}{ac}\,CB = CD$, wodurch die vorige Gleichung vereinfacht wird, und in $(P + G')\,AC = (x + x' + y + y')\,CD$, oder, wenn man für x, x', y, y' die obigen Werthe setzt, in

$$(P + G')\,AC = (G + W)\,CD \text{ übergeht.}$$

Wird bei der Construction der Wage das Gewicht der Hebeln und Brücke so ausgeglichen, dafs diese mit der leeren Wagschale im Gleichgewichte stehen, so wird (in der vorigen Gleichung P und $W = o$ gesetzt) 2)... $G'.AC = G.CD$, und wenn man diese Gleichung von der vorigen abzieht, endlich $P.AC = W.CD$... I, woraus $P : W = CD : AC$ folgt. Soll nun, wie es bei diesen Wagen gewöhnlich ist, $P = \frac{1}{10}W$ seyn, so mufs auch $CD = \frac{1}{10}AC$ seyn. Von den beiden Bedingungsgleichungen 1) und 2), welche die Construction erfüllen mufs, ist die erstere um so wichtiger, weil von ihrer Erfüllung der wesentliche Umstand abhängt, dafs der Punct der Brücke, auf welchen die Waare gelegt wird, bei der Abwägung keinen Einflufs hat, die Waare also wo immer auf die Brücke hin gelegt werden kann.

§. 91. Die Strafsen- oder Mauthwage. So wie die tragbare Brückenwage in der Regel eine im Verhältnifs von $\frac{1}{10}$ verjüngte Wage ist, so werden die zum Abwägen ganzer Wägen mit ihren Ladungen, deren Construction auf einer ähnlichen, nur noch wirksameren Hebelverbindung beruht, gewöhnlich im Verhältnifs von $\frac{1}{100}$ verjüngt, so dafs 1 Pfund Gewicht den Werth von einem Centner hat.

Eine der besten Einrichtungen ist nach Schwilgue's Construction in Fig. 67 dargestellt. In dieser sind zwei gleichschenklige Dreiecke oder Gabelhebel EFF in der Art, wie bei der vorigen Wage nur einer vorkommt, jedoch in gröfsern Dimensionen (Ef hat nahe 6 Fufs und die Breite beträgt $4\frac{3}{4}$ Fufs) vorhanden, welche sich um die Schneiden oder dreiseitigen Prismen a, a, a, a auf beweglichen ebenen Platten drehen, auf den vier Schneiden c die Brücke N tragen, und sich in E mit der verticalen Zugstange oder dem Zaume vereinigen, welcher in den um

O drehbaren horizontalen Communicationshebel *D O* bei *J* eingehängt ist. Der Endpunct *D* dieses Hebels steht mittelst der verticalen Zugstange *BD* mit dem Endpuncte *B* des um *C* drehbaren Wagbalkens („Schwanenhalses“) *AB* in Verbindung, an dessen Endpunct *A* wieder die Wagschale *S* eingehängt ist.

Sobald sich nun die Waare *W* auf der Brücke *N* befindet, nehmen die Endpuncte *E* der Gabelhebel eine Bewegung nach abwärts an, wodurch der Endpunct *D* des Hebels *OD*, also auch die Zugstange *BD* mit dem Puncte *B* des Balkens *AB* nach abwärts, folglich der Punct *A* mit der Schale *S* nach aufwärts gezogen, und sofort durch aufgelegte Gewichte mit der Waare in's Gleichgewicht gebracht werden kann.

Da jedoch die acht Messerschneiden *a* und *c* beim Auffahren eines abzuwägenden Wagens durch die Erschütterung Schaden leiden würden, so ruht die Brücke anfangs, und zwar dadurch, dafs das Lager der Messerschneide *C*, welches in einem Gestelle *L* angebracht ist, das sich in dem Windenstocke *Z* vertical auf- und abschieben läfst, ganz herabgelassen ist, in den vier Ecken auf vier kegelförmigen gufseisernen Stützen *m* auf, und die Wage wird erst dann, durch Aufwinden des Trägers *L* (mittelst zweier Kegelräder, welche eine Schraubenspindel umdrehen) bis auf eine bestimmte Höhe, die sich von selbst markirt, wodurch der Hebel *AB*, der Punct *D*, also auch jener *E*, so wie endlich die vier Schneiden *c* in die Höhe steigen, und letztere die Brücke von unten fassen und heben, gelüftet, und zum Abwägen vorgerichtet. Ist dieses vorüber, so wird die Brücke wieder auf die vier Stützen *m* niedergelassen, und erst dann die Waare von der Brücke weggenommen.

Die Hebelverhältnisse bei dieser Brückenwage anlangend, so ist $\frac{gf}{Ef} = \frac{1}{10}$, $\frac{JO}{DO} = \frac{1}{5}$, und $\frac{BC}{AC} = \frac{1}{2}$, folglich hat man, wenn die Wage so construirt worden, dafs die leere Brücke *N* mit der leeren Wagschale *S* im Gleichgewichte steht (was dabei immer beobachtet wird), sofort $\frac{P}{W} = \frac{1}{10} \cdot \frac{1}{5} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{100}$, so, dafs also ein in die Schale *S* gelegtes Gewicht von 1 Pfund mit einer auf der Brücke *N* liegenden Waare von 1 Centner im Gleichgewichte steht.

Hebladen.

§. 92. Die deutsche und französische Heblade. Soll eine Last mittelst des Hebels, unter Ersparung an Kraft

(also Verlust an Geschwindigkeit) auf eine etwas bedeutendere Höhe gehoben werden, als es durch eine einmalige Bewegung des Hebels möglich ist, wie z. B. um einen gefällten Baum auf einen Wagen zu bringen; so muſs man, da der Weg der Last am Hebel unter dieser Bedingung nur sehr klein ist, den Stütz- oder Drehungspunct desselben selbst nach und nach höher bringen. Dieſs geschieht bei der deutschen Heblade, welche (Fig. 68) aus zwei Pfosten *mm* besteht, die durch zwischen gelegte Backen *n*, *n* um einige Zolle von einander abstehen, um eine Culisse zur Aufnahme des Hebels *AB* zu bilden, und mit zwei Reihen von Löchern versehen sind, dadurch, daſs man den doppelarmigen Hebel, an dessen Endpuncten *A* und *B* die Kraft *P* und Last *Q* wirken, aus der Lage *AB*, in welcher er auf einem durch *a* gesteckten eisernen Bolzen ruht, in die Lage $A'D$ bringt, den zweiten Bolzen aus *b* um ein Loch höher, nämlich nach b' steckt, und darauf den Hebel niederdrückend, bis er die Lage $A''E$ annimmt, die Last um die Höhe *DE* hebt, hierauf auch den Bolzen *a* in das nächst höhere Loch a' steckt, und in dieser Art so lange fortfährt, bis die Last *Q* auf die verlangte Höhe, die niemals bedeutend seyn kann, gehoben ist.

Bei der französischen Heblade (Fig. 69), welche aus einer starken eisernen, auf einem soliden Kreuzfuſs aufrecht stehenden Stange besteht, die an zwei Seiten mit sägartigen Einschnitten versehen ist, legen sich von den beiden, mit dem Hebel verbundenen eisernen Biegeln *a*, a', welche diesem als Stützpuncte dienen, durch das Auf- und Abwiegen des Hebels immer einer nach dem andern in diese Zahnlücken, und zwar immer um einen Zahn höher ein, so, daſs dadurch das bei der deutschen Heblade nothwendige Höherstecken des Bolzens erspart wird.

Sowohl die Löcher bei der erstern, als die sägförmigen Zähne bei der letztern Heblade müssen eine, der Länge des Hebels und der Bewegung des menschlichen Arms beim Auf- und Abwiegen des Hebels entsprechende Entfernung von einander haben, die man am sichersten und einfachsten durch eine wirkliche Construction findet.

§. 93. Die schwedische Heblade. Noch wirksamer, dafür aber auch für noch kleinere Bewegungen der Last bestimmt, ist die aus einem zusammengesetzten Hebel bestehende schwedische Heblade, deren Einrichtung leicht aus der Zeichnung in Fig. 70 zu ersehen ist.

Um die Wirksamkeit dieser Hebvorrichtung beim Ausziehen der Baumstöcke mit den Wurzeln zu zeigen, sey *AC* der auf dem Stock aufliegende, und

in B damit mittelst einer Kette oder eines Seiles verbundene Hebel, dessen vorderes Ende A auf den durch die Heblade gehenden, und wie bei der deutschen Heblade abwechselnd auf einen der beiden Bolzen, die nach und nach in die beiden Löcherreihen immer um ein Loch höher gesteckt werden, ruhenden Hebel DE, an welchen in D und E die Kraft wirkt, aufliegt. Wird nun der Hebel AC im Puncte A mit einer Kraft P aufwärts bewegt, so bildet C den Stütz- und B den Angriffspunct der Last oder des Widerstandes Q, und es ist $P = Q\,\frac{BC}{AC}$. Diese Kraft P bildet aber für den zweiten Hebel DE, welcher bei seiner jetzigen Lage auf dem Bolzen b aufliegen, und an welchen in D sowohl, als in E eine Kraft K, erstere auf-, letzere abwärts wirkend angebracht seyn soll, die Last, folglich ist $P \,.\, \frac{1}{2}ab = K \,.\, Db + K \,.\, Eb = K\,(Db + Eb) = K \,.\, DE$, oder für P substituirt: $Q \cdot \frac{1}{2}ab\,\frac{BC}{AC} = K \,.\, DE$, woraus

$$K : Q = \tfrac{1}{2}ab \,.\, BC = DE \,.\, AC \text{ folgt,}$$

welche Proportion auch für die folgenden Lagen des Hebels DE gilt.

Ist z. B. $AC = 10$, $BC = 2$, $DE = 8$ und $\frac{1}{2}ab = \frac{1}{3}$ Fufs, so ist

$$K : Q = \tfrac{1}{3} \,.\, 2 : 8 \,.\, 10 = \tfrac{2}{3} : 80 = 1 : 120.$$

Wäre also $K = 30$ Pfund, so könnte durch diese Hebvorrichtung ein Widerstand $Q = 3600$ Pf. $= 36$ Centner, und zwar von zwei Menschen leicht überwunden werden. Um jedoch diesen Widerstand auch nur um Einen Zoll zu heben, müssen die beiden Angriffspuncte D, E zusammen schon einen Weg aufwärts von 120 Zoll oder 10 Fufs zurücklegen.

Die Rolle.

§. 94. Feste und bewegliche Rolle. Unter einer Rolle versteht man eine kreisrunde Scheibe m (Fig. 71), welche an ihrem Umfange zur Aufnahme einer Schnur oder Kette mit einer Hohlkehle, dem sogenannten Schnurlauf, und im Mittelpuncte (eigentlich der Achse) mit einem runden, gewöhnlich eisernen oder stählernen Zapfen versehen ist, welcher ihre Umdrehungsachse bildet. Diese Achse ist entweder an der Scheibe befestigt, und wird in eine Schere oder einen Bügel a in runde Löcher als Zapfenlager eingelegt, oder es ist umgekehrt dieser cylinderische, die Achse bildende Bolzen in den Bügel befestigt, und es dreht sich die Scheibe, welche in ihrem Centrum kreisrund nach der Dicke des Bolzens ausgebohrt ist, um diesen Zapfen oder Bolzen. Der genannte Bügel a erhält die Form eines Hakens, und dieser wird entweder, wie in 1. oberhalb an einem Balken befestigt, oder er dient wie in 2. zur Aufnahme der Last Q, in welchem Falle dann das eine Ende A des Seils oberhalb befestigt, durch das Anziehen des

andern Endes, woran die Kraft P wirkt, die Rolle sammt der Last gehoben wird; im erstern Falle wird die Rolle eine feste, im letztern eine bewegliche genannt.

§. 95. Gleichgewichtsbedingung bei der festen Rolle. Wirken an der um C drehbaren Rolle vom Halbmesser $CA = CB = r$ (Fig. 72) nach den Tangenten AP, BQ die Kräfte P und Q, oder die Kraft P und Last Q, so verlängere man ihre Richtungen bis sie sich schneiden; ist D der Durchschnittspunct, so muſs für das Gleichgewicht die Resultirende aus P und Q nothwendig durch den festen Punct C gehen. Zieht man die Halbmesser CA und CB, so kann man das Ganze als einen um C drehbaren Winkelhebel ACB ansehen, an welchen in A und B die Kräfte P und Q nach den gegebenen Richtungen wirken, also ist für's Gleichgewicht (§. 75) $P.AC = Q.BC$, mithin wegen $AC = BC$, sofort auch $P = Q$, d. h. die Kraft gleich der Last.

Um den Druck p auf den Zapfen zu bestimmen, muſs man die Resultirende R aus den beiden Kräften P und Q suchen.

Schneidet man also von D aus die gleichen Stücke Dn und Dm auf den Richtungen der Kräfte ab und construirt das Parallelogramm mn, so ist $Da = R$, wenn $Dn = Dm$ die gleichen Kräfte P und Q darstellen; da aber die Dreiecke Dan und ABC (indem ihre Seiten auf einander senkrecht stehen) ähnlich sind, also $Dn : Da = BC : AB$, d. i. $P : R = r : AB$ ist, so ist auch, wenn man die Sehne $AB = a$ setzt, der gesuchte Druck auf den Zapfen R oder

$$p = \frac{a}{r} P \ldots (1.$$

Für $a = 2r$ sind die Kräfte P und Q parallel, und der Druck p am gröſsten, und zwar $p = 2P = P + Q$, wie am gleicharmigen Hebel, auf welchen die Kräfte senkrecht wirken.

§. 96. Gleichgewicht an der beweglichen Rolle. Ist das eine Ende E der Schnur, welche von der Rolle C (Fig. 73) den Bogen BaA umfaſst, befestigt, und wirkt am andern Ende nach der Richtung der Tangente AP die Kraft P, während an dem Zapfen C mittelst des Bügels a (Fig. 71, a) die Last (das Gewicht der Rolle mit inbegriffen) Q lothrecht wirkt; so kann man sich, da die Spannung in E der Kraft P gleich seyn muſs, diese Spannung durch eine eben so groſse, in der Richtung BE wirkende Kraft ersetzt denken, dadurch entstehen aber dieselben Bedingungen, wie bei der festen Rolle, so, daſs also die Resultirende aus diesen beiden Kräften in die

Richtung DC fallen, und der Last Q gleich seyn mufs. Ist nämlich wieder $CA = r$ und $AB = a$, so ist $P : Q = r : a$. . . (2, also die Kraft zur Last, wie der Halbmesser zu der Sehne des vom Seil umspannten Bogens.

Für $a = r$ (wofür W. $ACB = 60°$) ist $P = Q$. Für $a > r$ ist auch $Q > P$, und für $a = 2r$ am gröfsten, nämlich $Q = 2P$, so, dafs also, wenn die Schnüre parallel sind, die Kraft P am vortheilhaftesten wirkt.

Dieser letztere Fall, in welchem $P = \frac{1}{2}Q$ ist, erklärt sich auch schon dadurch, dafs von den beiden parallelen Schnüren jede die halbe Last zu tragen hat, weil sie sonst nicht gleich gespannt seyn könnten.

Anmerkung. Was die Anwendung der Rollen betrifft, so benützt man die feste Rolle überall dort, wo man die Richtung der Kraft ohne ihre Gröfse verändern will. Soll z. B. eine Last aus einem Brunnen oder Schacht mittelst Pferden heraufgezogen werden, so verwandelt man durch eine solche Rolle die verticale Richtung des Zugseils in eine horizontale.

Die bewegliche Rolle m (Fig. 74), welche gewöhnlich noch mit einer festen Rolle n verbunden wird, dient, um eine Last Q mit der halben Kraft P zu heben. Tritt aber wirkliche Bewegung ein, so fällt, wie leicht zu sehen, der Weg der Kraft P doppelt so grofs, als jener der Last Q aus, so, dafs auch hier wieder an Geschwindigkeit verloren geht, was an Kraft gewonnen wird.

§. 97. Gleichgewicht an einem Rollensysteme. Man verbindet oft (auf ähnliche Weise, wie beim zusammengesetzten Hebel) mehrere bewegliche Rollen so mit einander, dafs die Kraft für die eine zur Last der andern wird, wie z. B. in Fig. 75 in der Combination 1 von drei beweglichen und einer festen Rolle. Sind die Halbmesser der Rollen m, m' . . . der Reihe nach r, r', r'', und die Sehnen der von den Schnüren umfafsten Bögen eben so a, a', a''; so ist die an der ersten Rolle m nöthige Kraft p für das Gleichgewicht (§. 96), wenn man das Gewicht der Rolle gegen die Last Q als unbedeutend auslassen darf (oder dieses schon unter Q versteht) $p = \frac{r}{a}Q$. Für die zweite Rolle erscheint p als Last, und es ist die nöthige Kraft eben so $p' = \frac{pr'}{a'} = \frac{r}{a} \cdot \frac{r'}{a'} Q$. Eben so ist für die dritte Rolle

$$p'' = p' \frac{r''}{a''} = \frac{r}{a} \cdot \frac{r'}{a'} \cdot \frac{r''}{a''} Q;$$

und da endlich durch die feste Rolle n (§. 95) blofs die Richtung der Kraft verändert wird, also $P = p''$ ist, so hat man $\frac{P}{Q} = \frac{rr'r''}{aa'a''}$, oder

in einer andern Form $P : Q = rr'r'' : aa'a'' \ldots$ (1, und da diese Relation für jede beliebige Anzahl von beweglichen Rollen gilt, so verhält sich in einem solchen Systeme im Stande des Gleichgewichtes die Kraft zur Last, wie das Product aus den Halbmessern der beweglichen Rollen zu dem Producte aus den Sehnen der von den Schnüren umspannten Bögen dieser Rollen.

Laufen die Schnüre wie in Fig. 75, 2. mit einander parallel, so gehen die Sehnen in die Durchmesser über, und es tritt dann die gröfste Kraftersparung ein, indem man aus Gl. (1 hat $P : Q = 1 : 2 . 2 . 2$, oder für n bewegliche Rollen:

$$P : Q = 1 : 2^n, \text{ oder } P = \frac{1}{2^n} Q \ldots (2.$$

Für drei bewegliche Rollen ist also $P = \frac{1}{8} Q$, für vier Rollen $P = \frac{1}{16} Q$ u. s. w.

Sollen in diesem letztern Falle auch die Gewichte der beweglichen Rollen berücksichtigt werden, so sey G das Gewicht einer jeden einzelnen Rolle, folglich für die erste Rolle $p = \frac{1}{2}(Q + G)$, für die zweite Rolle

$$p' = \frac{1}{2}(p + G) = \frac{1}{4} Q + \frac{1}{4} G + \frac{1}{2} G = \frac{1}{4} Q + \frac{3}{4} G,$$

für die dritte Rolle

$$p'' = \frac{1}{2}(p' + G) = \frac{1}{8} Q + \frac{7}{8} G,$$

also für drei bewegliche Rollen, wegen $p'' = P$ sofort:

$$P = \frac{1}{2^3} Q + \frac{2^3 - 1}{2^3} G = \frac{1}{2^3} [Q + (2^3 - 1) G],$$

und eben so für n bewegliche Rollen

$$P = \frac{1}{2^n} [Q + (2^n - 1) G] \ldots (3,$$

$$\text{oder auch } P = \frac{Q - G}{2^n} + G \ldots (3'.$$

Ist z. B. $Q = 500$ Pfund und $G = 5$ Pfund, ferner $n = 5$; so ist $P = \frac{500 - 5}{32} + 5 = 20{\cdot}47$, d. i. nahe $20\frac{1}{2}$ Pfund.

Weiter unten werden wir sehen, dafs diese Kraft zur wirklichen Bewegung noch nicht hinreichend wäre, weil auch noch die Reibungen an den Zapfen der sämmtlichen Rollen und der Widerstand überwunden werden mufs, welchen die Schnüre wegen ihrer unvollkommenen Biegsamkeit darbieten. Auch findet man, dafs, wenn S und s die gleichzeitig von P und Q zurückgelegten Wege sind, sofort $S = 2^n s$ oder $S : s = Q' : P$ ist, wenn man die Gesammtlast, d. i. den eingeklammerten Theil in der Gleich. (3 mit Q' bezeichnet.

§. 98. Gleichgewicht am Flaschenzuge. Werden zwei oder mehrere Rollen in einem Gehäuse oder Kloben angebracht, so heifst man eine solche Verbindung (von ihrer Form) eine *Flasche*. Werden dagegen zwei solche Flaschen durch ein einziges fortlaufendes Seil so mit einander verbunden, dafs das Seil oder die Schnur immer abwechselnd von der Rolle der einen über die Rolle der andern geht, so nennt man eine solche Verbindung einen *Flaschenzug*; dabei wird die obere Flasche gewöhnlich an einem Balken befestigt, wodurch die in ihr enthaltenen Rollen ein System von *festen*, die untere Flasche dagegen, an welcher die Last aufgehängt wird, ein System *beweglicher* Rollen bildet.

Bei allen den in Fig. 76 dargestellten Flaschenzügen wird die ganze Schnur in eine gewisse Anzahl gleich tragender Schnüre getheilt, weil das Gleichgewicht bei dieser Anordnung nur dann bestehen kann, wenn die Spannung der Schnüre durchaus dieselbe ist. In 1 sind also 2, in 2 sind 3 und in 3 sind 6 tragende Schnüre vorhanden, mithin ist in diesen Fällen ganz einfach beziehungsweise, wenn unter Q die gesammte Last, mit Einschlufs des Gewichtes der beweglichen Flasche verstanden wird, $P = \frac{1}{2} Q$, $P = \frac{1}{3} Q$ und $P = \frac{1}{6} Q$. Sind allgemein n tragende Schnüre, also bei dieser Anordnung auch eben so viele Rollen vorhanden, so ist $P = \frac{1}{n} Q$, oder $P : Q = 1 : n$. . . (1,

d. h. *bei einem Flaschenzuge verhält sich die Kraft zur Last, wie die Einheit zur Anzahl der Rollen oder tragenden Schnüre.* (Die Schnur, woran die Kraft wirkt, kommt dabei nicht in Betracht, weil sie blofs die *Richtung* der Kraft ändert.)

Von dieser Flaschenform abweichend gibt es noch eine Menge Verbindungen von festen und beweglichen Rollen, die auf demselben Princip der gleichtragenden Schnüre beruhen, und immerhin noch Flaschenzüge genannt werden. So ist in Fig. 77 eine solche Verbindung dargestellt, bei welcher sich die Rollen in jedem der beiden Kloben nicht unter, sondern neben einander befinden, und sich in jedem derselben um eine gemeinschaftliche Achse drehen. Da dabei sechs tragende Schnüre angezeigt sind, so ist auch $P = \frac{1}{6} Q$. In Fig. 78 drehen sich ebenfalls sowohl die festen, als beweglichen Rollen, welche ungleiche Gröfse haben, und concentrisch auf einander befestigt sind, jedes System um eine gemeinschaftliche Achse; auch hier sind sechs tragende Schnüre angenommen, also ist für dieses Beispiel wieder $P = \frac{1}{6} Q$. In den in Fig. 79 und Fig. 80 dargestellten Combinationen ist, wie man leicht findet, bei der erstern $P = \frac{1}{7} Q$ (wegen $Q = x + \frac{1}{2} x + \frac{1}{4} x = \frac{7}{4} x$ und $P = \frac{1}{4} x$), und bei der letztern $P = \frac{1}{14} Q$.

Wir können endlich wieder bemerken, dafs, wenn wirkliche Bewegung eintritt, und die Last Q z. B. um 1 Fufs gehoben werden soll, dabei die Kraft P in den Anordnungen von 1, 2, 3, Fig. 76, beziehungsweise einen Weg von 2 Fufs (weil jedes der beiden tragenden Seilstücke um 1, also beide zusammen um 2 Fufs verkürzt werden müssen, was den Weg der Kraft P gibt), 3 Fufs und 6 Fufs zurücklegen, so, dafs durch den Weg ersetzt werden mufs, was an Kraft gewonnen werden soll, oder wieder, wie schon öfter bemerkt, an Geschwindigkeit eben so viel verloren geht, als an Kraft gewonnen wird. Dieselbe Bemerkung gilt, wie leicht zu sehen, auch für die übrigen in den Figuren 77 bis 80 dargestellten Combination, so, dafs wenn allgemein S und s die von P und Q gleichzeitig zurückgelegten Wege sind, sofort $S : s = Q : P$ Statt findet.

Beispiel. Um die Anzahl der Rollen bei einem Flaschenzuge zu finden, mittelst welchem eine Kraft von 50, mit einer Last von 400 Pfund im Gleichgewichte steht, ist $Q = nP$, und daraus $n = \frac{Q}{P} = \frac{400}{50} = 8$ Rollen. Zur Einleitung und Unterhaltung der Bewegung mufs diese Zahl, wie weiter unten gefunden wird, wegen den zu überwindenden Nebenhindernissen noch vergröfsert werden.

Das Rad an der Welle.

§. 99. Erklärung. Unter dem Rade an der Welle versteht man einen horizontal liegenden Cylinder oder eine Welle B (Fig. 81), welche sich um zwei an den Enden, in der Richtung ihrer Achse angebrachten Zapfen s, s, die gewöhnlich aus Eisen bestehen, und in dem sogenannten Zapfenlager e, e ruhen, wie um ihre eigene Achse umdrehen läfst, und zugleich mit einer kreisrunden Scheibe oder einem Rade b concentrisch und darauf senkrecht verbunden ist. Die Kraft wirkt dabei am Umfange des Rades nach der Tangente, während die Last gewöhnlich an einem Seile hängt, welches sich um die Welle aufwickelt.

Diese Maschine erscheint, ohne in ihren Gleichgewichtsbedingungen eine Aenderung zu erleiden, unter verschiedenen Formen in der Anwendung, und zwar als Hornhaspel (Fig. 82), Kreuzhaspel (Fig. 83), Spillenrad (Fig. 84) und Tummelbaum (Fig. 85), wobei die Welle aufrecht oder vertical steht.

§. 100. Gleichgewichtsbedingung für das Rad an der Welle. Vermöge der Steifheit der Welle und ihrer festen Verbindung mit dem Rade ist es gleichgiltig, in welchem Puncte B (Fig. 81, 1) ihrer Länge die Last Q hängt, so, dafs man diese für die Rechnung auch eben so gut in b, nämlich in der Radebene selbst

annehmen kann, wodurch die in 2 dargestellte Wirkungsart zwischen der Kraft P und der Last Q, welche beide nach den Tangenten der in derselben Ebene liegenden concentrischen Kreisen BE und AF wirken. Setzt man den Halbmesser der Welle $BC = r$, und jenen des Rades $AC = R$; so erscheint BCA als ein Winkelhebel, an dessen Armen r und R die Kräfte P und Q senkrecht wirken, so, daſs also für das Gleichgewicht $P : Q = r : R$. . . (1 Statt findet; am Rade an der Welle verhält sich also die Kraft zur Last, wie der Halbmesser der Welle zum Halbmesser des Rades.

Um den Druck und dessen Richtung auf die Zapfen der Welle zu finden, ziehe man durch C parallel mit den Richtungen von P und Q die Linien Ca, Cb, und schneide diese in a und b den Kräften P und Q proportional ab (wobei unter Q auch das Gewicht der Welle und des Rades mit begriffen seyn soll), so stellt die Diagonale Cd des daraus construirten Parallelogramms ab sowohl die Gröſse als Richtung dieses Druckes dar, welchen die beiden Zapfen zusammen auszuhalten haben.

Man kann die obige Bedingung für das Gleichgewicht auch noch, ohne den Angriffspunct der Last unmittelbar in die Ebene des Rades zu verstetzen, auf folgende Weise in Fig. 86 ableiten:

Denkt man sich durch die Welle im Aufhängpuncte B der Last, einen senkrechten oder normalen Querschnitt, und darin an dem Berührungspuncte B der Schnur den Halbmesser cB gezogen, welcher also horizontal liegt, und damit in der Radebene parallel, aber nach entgegengesetzter Richtung den Halbmesser Cb geführt, und in b auf Cb senkrecht, also hier in lothrehter Richtung zwei gleiche Kräfte Q', Q'', jede $= Q$ nach entgegengesetzten Richtungen angebracht (wodurch das Gleichgewicht zwischen P und Q nicht gestört wird); so wirken an den Endpuncten der Geraden Bb zwei parallele Kräfte Q und Q' $(= Q)$, deren Resultirende eine durch den Halbirungspunct D (welcher wegen Gleichheit der Dreiecke Bcd und bCD in die Achse der Welle fällt) gehende lothrechte Kraft $= 2\,Q$ ist, aber nichts weiter als einen Druck auf die Zapfen bewirkt, und von diesen aufgehoben wird. Dagegen hat man für die beiden noch übrigen Kräfte P und Q'', welche in der Ebene des Rades in den Entfernungen Cb und CA vom Drehungspuncte C wirken, für das Gleichgewicht $Q''.\,Cb = P.\,CA$, d. i. $Qr = PR$, wie zuvor.

Soll die Last um die Höhe s gehoben werden, so muſs die Kraft einen Weg von $S = \frac{R}{r} s$ zurücklegen, so, daſs mit Rücksicht auf die vorige Gleichung sofort $S : s = Q : P$, also auch hier wieder der mehr erwähnte Satz von dem Verluste an Geschwindigkeit, wenn an Kraft gewonnen wird, bestätigt ist.

§. 101. Winden oder stehende Haspel. Liegt beim Rad an der Welle diese letztere nicht horizontal, sondern hat sie eine verticale Stellung; so heifst eine solche Maschine gewöhnlich eine Winde oder ein stehender Haspel, und dient auch in dieser Form zum Aufziehen von Lasten aus einer Tiefe oder auf eine Höhe. In der in Fig. 85 dargestellten Form, in welcher diese Winde gewöhnlich zum Aufziehen von Werkstücken und Baumaterialien auf Gebäude benützt wird, und wobei die Umdrehung der Welle durch Menschen geschieht, welche an die horizontal durch die Welle geschobenen Stangen oder Hebel *a*, *a* angestellt werden, wird diese inbesonders Tummelbaum genannt, und ist, wie man sieht, streng genommen, schon eine Verbindung des Rades an der Welle mit der Rolle.

Ist die zu hebende oder fördernde Last bedeutend grofs, so läfst man die Welle nicht mehr durch Menschen, sondern durch Pferde umdrehen, und nennt dann diese Maschine (Fig. 87) einen Pferde-Göpel, den man auch überhaupt zum Betrieb vieler industrieller Maschinen anwendet, in welchem Falle gewöhnlich ein mit der Welle in Verbindung stehendes gezahntes Rad *AB*, an welchem jetzt, statt an einem Seile, der Widerstand wirkt, die Bewegung fortgepflanzt wird.

Wie schon bemerkt, bleiben bei allen diesen Maschinen, wohin auch noch die Erd- und Schiffswinde (Fig. 88) gehört, die für das Rad an der Welle abgeleitete Grundgleichung: $Qr = PR$ für das Gleichgewicht in Kraft, wenn man unter r den Abstand des Angriffspunctes der Last Q (also z. B. bei dem Göpel in Fig. 87, den Halbmesser CA des Rades AB, sonst, wenn sich die Last an einem, sich um die Welle aufwickelnden Seile befindet, den Halbmesser der Welle um die halbe Seildicke vermehrt), und unter R den Abstand des Angriffspunctes der Kraft P von der Achse der Welle versteht.

§. 102. Gleichgewicht für ein System von Wellrädern. Wirkt an dem Rade an der Welle M (Fig. 89), wobei wieder r und R die Halbmesser der Welle und des Rades seyn sollen, in A die Kraft P, dagegen an der Welle im Puncte b, anstatt der damit im Gleichgewichte stehenden Last (§. 100) $p\left(=\frac{R}{r}P\right)$ das Rad N einer zweiten Welle durch irgend eine Verbindung, z. B. (wenn es möglich) durch die blofse Reibung, auf eine solche Weise, dafs sich die erste Welle in M nicht umdrehen kann, ohne zugleich auch das Rad N um einen eben so grofsen Bogen mit umzudrehen; so erscheint p für dieses zweite Wellenrad als Kraft, und kann sonach mit der an

dieser Welle wirkenden Last Q im Gleichgewichte stehen, wenn $pR' = Qr'$ ist, wobei r' und R' die Halbmesser der Welle und des Rades N bezeichnen. Wird der vorige Werth von p in diese Gleichung gesetzt, so erhält man

$$\frac{RR'}{r} P = Qr', \text{ oder } P : Q = rr' : RR',$$

und da man dieses Gesetz offenbar auf jede beliebige Zahl von solchen Rädern ausdehnen kann, so verhält sich im Stande des Gleichgewichtes die Kraft zur Last, wie das Product aus den Halbmessern der Wellen zu jenen aus den Halbmessern der Räder (eine Relation, welche jener beim zusammengesetzten Hebel ganz analog ist, mithin gilt auch hier von der Bewegung, was dort hierüber bemerkt wurde).

Bringt man die Verbindung, wie sie in Fig. 90 dargestellt ist, durch Schnüre oder Riemen ohne Ende hervor, so erscheint bei einem solchen Systeme die Spannung jeder Schnur für die Welle als Last, und für das darauffolgende Rad als Kraft. Ist also $CA = R$, $Ca = r$, und haben R', r', dann R'', r'' dieselbe Bedeutung in den folgenden Wellrädern, und sind t, t' die Spannungen der beiden Schnüre ohne Ende $A'a$ und $A''a'$, so hat man nach §. 100: $P : t = r : R$, $t : t' = r' : R'$, $t' : Q = r'' : R''$, folglich, wenn man diese Proportionen in derselben Ordnung zusammensetzt, auch: $P : Q = rr'r'' : RR'R'' \ldots$ (2, wobei es natürlich gleichgiltig ist, ob die Schnur, wie jene $A''a'$, gerade, oder wie jene $A'a$, gekreuzt über die Umfänge der Räder und Wellen gelegt ist, nur laufen im letztern Falle die Räder nach entgegengesetzter, im erstern nach einerlei Richtung um.

Sind S und s die von P und Q gleichzeitig zurückgelegten Wege, so wie s' und s'' jene der Puncte A' und A'', so ist, wie leicht zu sehen, da, wenn die Schnüre nicht gleiten, bestimmten Schnurlängen auch ganz gleiche Bogenlängen der Kreise, um welche sie gehen, entsprechen, und die Bogenlängen zweier fest mit einander verbundenen concentrischen Kreise, wenn sie sich um irgend einen Winkel drehen, sich wie ihre Halbmesser verhalten, sofort $S : s' = R : r$, $s' : s'' = R' : r'$, $s'' : s = R'' : r''$, folglich, wenn man diese Proportionen in dieser Ordnung zusammensetzt, auch $S : s = RR'R'' : rr'r''$, oder mit Rücksicht auf die vorige Relat. 2): $S : s = Q : P \ldots$ (3, woraus wieder $PS = Qs$, oder der überall ausgesprochene Satz folgt.

§. 103. Verzahnte Räder. Da die im vorigen Paragraphe erwähnte Reibung der sich in ihrem Umfange unmittelbar berührenden Räder zur Fortbewegung derselben nicht hinreichend ist, so versieht man die Räder an ihrem Umfange (Fig. 91) mit gleich weit von einander abstehenden Zähnen, welche gehörig (wie im siebenten Kapitel

des zweiten Abschnittes erörtert wird) in einander greifend, die Reibung oder die Schnüre im Systeme des vorigen Paragraphes ersetzen, so, daſs die Seilspannungen t, t dabei in Drücke oder Pressungen zwischen diesen Zähnen übergehen.

Die mit solchen Zähnen versehenen Wellen heiſsen gewöhnlich Getriebe, und da auch hier die vorige Relation (2 gelten muſs, so kann man sagen, daſs sich bei einem Systeme von verzahnten Rädern im Stande des Gleichgewichtes, die Kraft zur Last wie das Product aus den Halbmesssern der Getriebe zu dem Producte aus den Halbmessern der Räder verhält. Eben so kann auch wieder die Relation (3 des vorigen Paragraphes hieher bezogen werden.

Da man durch ein solches Rädersystem jede beliebige Last Q mit einer gegebenen Kraft P auf sehr mannigfaltige Weise ins Gleichgewicht bringen kann, so darf man sich in einem gegebenen Falle nur zuerst über die Anzahl und Gröſse der Räder und Getriebe entscheiden, und dann die Verhältniſszahl aus Q durch P in passende Factoren zerlegen.

Soll z. B. eine Anordnung getroffen werden, durch welche eine Kraft $P = 20$ mit einer Last $Q = 7200$ Pfund im Gleichgewichte steht; so muſs (§. 102, Relat. 2) $\frac{R}{r} \cdot \frac{R'}{r'} \ldots = \frac{Q}{P} = 360$ seyn. Da nun die Aufgabe unbestimmt ist, so wollen wir zuerst die Anzahl der Räder und Getriebe auf vier festsetzen, folglich die Zahl 360 in vier Factoren in ganzen Zahlen zerlegen; da aber anch diese Aufgabe noch unbestimmt ist und mehrere Auflösungen zuläſst, so wollen wir noch die Bedingung hinzufügen, daſs diese möglichst einander gleich seyn sollen. Dadurch wird $360 = 3.3.5.8$ oder auch $= 3.4.5.6$; wählt man diese letztere Zerlegung, so hat man für die Verhältniſszahlen zwischen den Halbmessern der Räder und den Halbmessern der auf denselben Achsen befindlichen Getriebe, wenn man diese Halbmesser $= 1$ setzt:

$$\frac{R}{r} \cdot \frac{R'}{r'} \cdot \frac{R''}{r''} \cdot \frac{R'''}{r'''} = \frac{3}{1} \cdot \frac{4}{1} \cdot \frac{5}{1} \cdot \frac{6}{1}.$$

Man kann also unter andern Anordnungen vier gezahnte Räder und Getriebe nehmen, wovon das erste Rad 3 Mal so groſs als das auf derselben Achse befindliche Getrieb, die folgenden aber 4, 5 und 6 Mal so groſs sind. Die Halbmesser der Räder und Getriebe rechnet man dabei bis zu dem Puncte, wo sich die Zähne berühren, was gewöhnlich in der halben Länge der Zähne geschieht, und nennt diese die mittleren oder mechanischen Halbmesser.

Auf dieselbe Weise wird man auch verfahren, wenn statt dem Verhältniſs von $P : Q$ jenes der Wege $S : s$ gegeben ist, weil (§. 102, Relat. 3) $S : s = Q : P$ Statt findet.

§. 104. Die gemeine Wagenwinde. Zu den einfachsten Anwendungen der verzahnten Räder gehört die gewöhnliche Wagenwinde, welche in einer gezahnten Stange B (Fig. 92), die sich in einer Culisse des Gehäuses auf- und abschieben läſst, und in welche ein Getrieb oa, das mit einem gezahnten Rade ob auf derselben Achse o sitzt, eingreift, so wie aus einem zweiten Getrieb Cd, welches mit der Kurbel CA in Verbindung steht, d. i. auf derselben Achse C sitzt und in das Zahnrad ob eingreift, besteht. Sind also die Halbmesser $oa = r$, $ob = R$, $Cd = r'$, $CA = R'$ und ist P die im Puncte A an dem Kurbelarm CA wirkende Kraft (senkrecht auf CA), so wie Q die in der Richtung BE der Zahnstange wirkende Last; so ist eben so wie in den vorhergehenden Paragraphen $P : Q = rr' : RR'$, und wenn S und s die gleichzeitig von der Kraft P und Last Q zurückgelegten Wege sind, auch $S : s = Q : P = RR' : rr'$.

Das Getrieb Cd und das Rad ob bilden zusammen ein sogenanntes Vorgelege; bleibt dieses weg und bringt man die Kurbel unmittelbar an der Achse o an, so hat man die Wagenwinde ohne Vorgelege, jedoch von geringer Wirksamkeit, indem dabei $P : Q = r' : R'$ Statt findet.

Ist z. B. bei der erstern Winde $r = r' = 1$, $R = 4$ und $R' = 10$ Zoll; so ist $P : Q = 1 : 40$, so daſs, wenn $P = 25$ Pfund ist, sofort $Q = 1000$ Pfund oder 10 Centner betragen kann. Soll aber diese Last selbst nur um einen Zoll gehoben werden, so muſs der Punct A der Kurbel, wo die Kraft wirkt, schon einen Weg von 40 Zoll in der Kreisperipherie beschreiben.

§. 105. Aufzugmaschinen. Unter den verschiedenen Hebzeugen, Winden und Aufzugmaschinen wird die in Fig. 93 dargestellte, ganz aus Guſs- und Schmiedeisen bestehende Winde sehr häufig, besonders auch in mechanischen Werkstätten benützt. Da ihre Einrichtung, so weit es hier nothwendig, schon aus der bloſsen Zeichnung erhellet; so soll hier nur das für den Stand des Gleichgewichtes nöthige Verhältniſs zwischen Kraft und Last bestimmt werden.

Ist R der Halbmesser des auf der Achse der Seilwelle B befestigten Rades a, r jener des in dasselbe eingreifenden Getriebes b, welches sich auf der Kurbelachse befindet, und $cd = R'$ jener der Kurbel A, woran die Kraft P wirkt, während die Last Q mittelst eines Seiles, welches entweder, wenn die Last auf einen höher liegenden Punct aufzuziehen ist, über eine an diesem Orte angebrachte feste Rolle, oder wenn die Last aus der Tiefe zu heben ist, vertical abwärts geht, auf die Welle B, deren Halbmesser $= r'$ seyn soll, wirkt; so ist ganz einfach für das Gleichgewicht $P : Q = rr' : RR'$, und wenn, wie in den vorhergehen-

den Paragraphen, S und s die gleichzeitig von der Kraft P und Last Q zurückgelegten Wege sind,

$$S : s = Q : P = RR' : rr'.$$

Ist z. B. $R = 12$, $r = 1^1/_2$, $R' = 15$ und $r' = 6$ Zoll, so ist $P : Q = 1 : 20$, so daſs, wenn z. B. für zwei Menschen, welche an dieser Maschine an zwei Kurbeln arbeiten, $P = 50$ Pfund ist, sofort $Q = 1000$ Pfund oder 10 Centner seyn kann (immer mit Uebergehung der Nebenhindernisse), welche Last jedoch wieder 20 Mal langsamer gehoben wird, als die Angriffspuncte A der Kraft an den Kurbeln bewegt werden.

§. 106. Kraniche. Diese äuſserst nützlichen Aufzugmaschinen, welche je nach dem verschiedenen Zwecke, dem sie zu entsprechen haben, auch verschieden construirt werden, bestehen jedoch alle der Hauptsache nach, wie der in Fig. 94, gewöhnlich in Gieſsereien vorkommende einfache Kranich, aus einer um ihre Achse FE drehbaren aufrecht stehenden Säule M, mit welcher ein horizontal oder schief hinaus laufender Balken N, der Schnabel (woher auch die Benennung) durch Streben T fest und solid verbunden, und an welchem die feste Rolle c angebracht ist, über welche das zur Hebung der Last Q vorhandene Seil oder die Kette $Jdta$ geht, um auf einer horizontalen Seilwelle Ca, an deren Achse zugleich ein gezahntes Rad CB befestigt ist, in welches das mit der Kurbel OA auf derselben Achse O befindliche Getrieb OB eingreift, aufgewunden zu werden. Ist die Last bis auf eine bestimmte Höhe gehoben, so wird diese gewöhnlich durch Umdrehung der Säule M an einem andern, jedoch noch im Bereiche des Schnabels N liegenden Punct niedergelassen.

Ist nun bei diesem hier dargestellten Kranich $AO = R$, $OB = r$, $CB = R'$ und $Ca = r'$; so hat man, da die Spannung des Seiles, indem die Last Q an der beweglichen Rolle $c'd$ hängt (§. 96), $t = \frac{1}{2}Q$ ist (wobei unter Q das Gewicht der beweglichen Rolle mitbegriffen ist), und wenn P die an der Kurbel in A (senkrecht auf OA) wirkende Kraft ist, wegen $P : t = rr' : RR'$ (§§. 102, 103), sofort $P : Q = rr' : 2RR'$. Auch ist für die gleichzeitigen Wege S und s der Kraft P und Last Q, wieder $S : s = Q : P = 2RR' : rr'$.

Wäre z. B. $R = 12$, $R' = 24$, $r = 2$ und $r' = 6$ Zoll; so wäre $P : Q = 2.6 : 2.12.24 = 1 : 48$, dagegen auch $S : s = 48 : 1$.

Bei gröſsern Kranichen, wie sie z. B. zum Aus- und Einladen von Waaren in Schiffe angewendet werden, bringt man doppelte Räder und Getriebe zu beiden Seiten der Seilwelle von verschiedener Gröſse so in Verbindung, daſs man nach Verschiedenheit der Gröſse der Last entweder das gröſsere Getrieb in das kleinere Rad oder das kleinere Getrieb in das grös-

sere Rad (durch eine leichte Aus- und Einrückung) eingreifen lassen, und dadurch die Kraft (jedoch nur auf Kosten der Geschwindigkeit) vergröfsern kann, ohne dafs die Zahl der Arbeiter an den Kurbeln vermehrt werden darf. So wird bei dem in Fig. 95 skizzirten, sehr zweckmäfsig construirten Schiffskranich (welcher in Liverpool auf einem der Quais aufgestellt ist) im letztern Falle die Wirksamkeit der Kraft auf das Doppelte gesteigert.

Ist die Last nicht hoch zu heben, so bringt man oft auch zur Vergrösserung der Kraft, anstatt der angegebenen beweglichen Rolle $c'd$ einen Flaschenzug mit in Verbindung.

Bei manchen Kranichen läfst sich die aufgezogene Last auch noch längs des Schnabels N verschieben, um für die Puncte, wo die Last aufgezogen und wieder niedergelassen wird, einen gröfsern Spielraum zu haben. Ja es gibt sogar, um darin noch weniger beengt zu seyn, wie auf Eisenbahnen, in Maschinenwerkstätten u. s. w. auf Räder stehende transportable Kraniche, welche sich sammt der aufgezogenen Last an einen beliebigen Punct zum Abladen derselben bringen lassen.

Die schiefe Ebene.

§. 107. Erklärung. Eine gegen den Horizont oder eine horizontale Ebene MN (Fig. 96) unter irgend einem Winkel geneigte Ebene MP heifst eine schiefe Ebene. Fällt man dabei von einem ihrer Puncte B das Perpendikel BC auf die horizontale Ebene, zieht in dieser Ebene MN von C aus auf die Durchschnittslinie MO beider Ebenen eine Senkrechte CA, so wie auch aus diesem sich ergebenden Puncte A auf dieselbe Gerade MO in der Ebene MP die Senkrechte AB (welche sofort durch den ursprünglichen Punct B gehen mufs), so bildet der Winkel $BAC = \alpha$ des rechtwinklichten Dreieckes ACB, in welchem also AC eine horizontale und BC eine verticale Linie ist, den Neigungswinkel der schiefen Ebene. In der Regel wird immer nur dieses rechtwinkliche Dreieck ACB gezeichnet und unter AB die Länge, BC die Höhe und AC die Grundlinie der schiefen Ebene verstanden.

§. 108. Gleichgewichtsbedingung für einen auf einer schiefen Ebene liegenden schweren Körper. Wirken überhaupt auf einen, auf einer schiefen Ebene befindlichen Körper mehrere Kräfte, so kann das Gleichgewicht nur dann bestehen, wenn diese eine Resultirende haben, welche normal auf der schiefen Ebene steht und zugleich (§§. 61 — 63) durch den Stützpunct oder einen Punct der Berührungsfläche geht.

Liegt also ein Körper, dessen Schwerpunct in O (Fig. 97) und Ge-

wicht $= Q$ seyn soll, auf der schiefen Ebene AB und wirkt in der Ebene ABC, welche verlängert durch den Schwerpunct O gehen soll, durch diesen Punct eine Kraft P in der Richtung OE; so mufs die Resultirende aus dieser Kraft P und der durch O lothrecht von O nach F wirkenden Kraft Q in der auf AB senkrechten Linie OD liegen. Nimmt man daher in dieser Geraden einen Punct d an und construirt das Kräftenparallelogramm, so mufs für das Gleichgewicht 1).. $P : Q = Oa : Ob$, und wenn R die Resultirende aus P und Q ist, 2).. $R : Q = Od : Ob$ seyn, wobei R zugleich den auf die schiefe Ebene Statt findenden Normaldruck bezeichnet.

§. 109. Besondere Fälle. 1. Ist die Kraft P parallel mit der schiefen Ebene AB (Fig. 97, a), so ist wegen Ähnlichkeit der Dreiecke Obd und ABC sofort $P : Q : R = BC : AB : AC$,

also $P = \frac{BC}{AB} Q$. . . (1 und $R = \frac{AC}{AB} Q$. . . (2,

d. h. es verhält sich dabei die Kraft zu dem Gewichte des Körpers, wie die Höhe der schiefen Ebene zu ihrer Länge.

2. Ist dagegen die Kraft mit der Grundlinie AC (Fig. 97, b) parallel, so ist (wegen Ähnlichkeit der Dreiecke Oad mit ABC) eben so $P : Q : R = BC : AC : AB$,

woraus $P = \frac{BC}{AC} Q$. . . (3 und $R = \frac{AB}{AC} Q$. . . (4

folgt, oder es verhält sich für das Gleichgewicht die Kraft zum Gewichte des Körpers, wie die Höhe der schiefen Ebene zu ihrer Grundlinie.

Anmerkung 1. Denkt man sich im ersten der beiden besondern Fälle, nämlich in Fig. 97, a den Körper O durch die Kraft P über die schiefe Ebene $AB = S$ hinaufgezogen; so hat P den Weg S und die Last Q den Weg $s = BC$ zurückgelegt, und es ist also $S : s = AB : BC$ oder mit Rücksicht auf die Relation (1 auch $S : s = Q : P$, so dafs auch hier wieder $PS = Qs$ ist, oder der Weg der Kraft in demselben Verhältnifs gröfser seyn mufs als sie selbst kleiner als die Last ist. Ganz dasselbe gilt auch für die übrigen Fälle.

Anmerkung 2. Setzt man in dem allgemeinen Fall (Fig. 97) den Neigungswinkel der schiefen Ebene $BAC = \alpha$, jenen, welchen die Richtung der Kraft P mit der lothrechten Linie OF bildet, $= \alpha'$; so ist im Dreiecke Obd der Winkel $bOd = \alpha$ und Winkel $Obd = \alpha'$, und da sich nach einem Satze der Trigonometrie die Seiten eines Dreieckes wie die Sinus der gegenüberliegenden Winkel verhalten, so hat man, statt der Seiten gleich die Kräfte setzend:

$P : Q : R = Sin\,\alpha : Sin(\alpha + \alpha') : Sin\,\alpha'$ [weil $Sin\,b\,d\,O = Sin(\alpha + \alpha')$ ist].
Für den ersten der beiden besonderen Fälle, wenn nämlich P mit AB parallel ist, wird $\alpha' = 90 - \alpha$, daher $P : Q : R = Sin\,\alpha : 1 : Cos\,\alpha$, also $P = Q\,Sin\,\alpha \ldots$ (1 und $R = Q\,Cos\,\alpha \ldots$ (2.
Für den zweiten Fall, in welchem P mit AC parallel läuft, wird $\alpha' = 90°$, daher $P : Q : R = Sin\,\alpha : Cos\,\alpha : 1$ und daraus

$$P = Q\frac{Sin\,\alpha}{Cos\,\alpha} = Q\,tang\,\alpha \ldots (3 \text{ und } R = \frac{Q}{Cos\,\alpha} \ldots (4.$$

Beispiel 1. Liegt ein Körper im Gewichte von 12 Pfund auf einer schiefen Ebene von 30 Grad Neigung und soll er durch eine mit der schiefen Ebene parallelen Kraft P vom Hinabgleiten verhindert, oder durch diese im Gleichgewicht erhalten werden, so mufs, da sich in einem rechtwinklichten Dreieck ABC, in welchem der Winkel $BAC = 30°$ ist, $AB : BC = 1 : \frac{1}{2}$ verhält (die Seiten in Fig. 97, c sind nämlich, wenn man $AB = 1000$ setzt: $BC = 500$ und $AC = 866$, oder wenn man AB zur Einheit nimmt, $BC = {\cdot}5$ und $AC = {\cdot}866$), sofort, Relation (1, $P = \frac{1}{2}Q = 6$ Pfund seyn. Der Normaldruck wäre, Relation (2,

$$R = \frac{{\cdot}866}{1} \times 12 = 10{\cdot}39 \text{ oder nahe } 10\tfrac{2}{5} \text{ Pfund.}$$

Sollte dagegen die mit der Grundlinie AC parallele Kraft bestimmt werden, so müfste diese (Relat. 3) $= \frac{{\cdot}5}{{\cdot}866}12 = 6{\cdot}93$ Pf. seyn, während der Normaldruck auf die Ebene jetzt (Relat. 4) $= \frac{1}{{\cdot}866}12 = 13{\cdot}9$ Pfund betragen würde.

Die trigonometrische Auflösung dieser Aufgabe führt natürlich zu denselben Ergebnissen.

2. Sind zwei Körper von den Gewichten Q und Q' durch eine über eine Rolle N (Fig. 98) gehende Schnur mit einander verbunden und liegen diese auf zwei schiefen Ebenen von einerlei Höhe, jedoch verschiedenen Neigungswinkeln α und α'; so findet man die Bedingung für das Gleichgewicht dieser beiden Körper, wenn die Schnurstücke ON und $O'N$ parallel mit den schiefen Ebenen AC und BC gespannt sind, auf folgende Art.

Für die schiefe Ebene AC mufs die zur Erhaltung des Körpers O nöthige Kraft (§. 109, Gl. 1) $P = \frac{CD}{AC}Q$ und für die zweite Ebene $P' = \frac{CD}{BC}Q'$ seyn, und da ferner die Spannung der Schnur im Stande des Gleichgewichtes nach jeder Seite hin gleich grofs, also $P = P'$ seyn mufs, so folgt $\frac{CD}{AC}Q = \frac{CD}{BC}Q'$ oder $Q.BC = Q'.AC$, d. i. $Q : Q' = AC : BC$, d. h. es müssen sich die Gewichte der beiden Körper, wie die Längen der schiefen Ebenen verhalten, worauf sie liegen.

§. 110. Das Lauf- oder Tretrad. Zu den einfachen Anwendungen der schiefen Ebene kann man unter Anderen das

Laufrad rechnen, welches, wie aus der Darstellung in Fig. 99 ersichtlich ist, aus einer horizontalen Welle CB, woran die Last Q wirkt und einer mit dieser concentrisch verbundenen Trommel MN besteht, in deren inneren oder concaven Theil ein oder mehrere Arbeiter, indem sie von A gegen M vorwärts schreiten und ihre Füfse gegen die parallel mit der Welle oder Achse der Trommel befestigten Leisten u, u'... stemmen, durch ihr Gewicht die Umdrehung dieser Trommel sammt der Welle bewirken. Denkt man sich die zu überwindende Last durch ein Gewicht Q dargestellt, welches an einer Schnur auf der Welle vom Halbmesser $CB = r$ aufgewunden wird, setzt den Halbmesser der Trommel oder des Rades $CA = R$ und berücksichtigt, dafs man die Wirkung des Arbeiters hier so ansehen kann, als ob er beständig über die schiefe Ebene ac (welche das Rad im Puncte A tangirt) hinaufginge und dadurch die Puncte u, u'... des innern Radumfangs nach A herabbewegte; so bringt das in A lothrecht wirkende Gewicht P des Arbeiters nach der Richtung oder parallel mit der schiefen Ebene ca (also nach der Tangente des Kreises CA) eine Kraft p zur Umdrehung des Rades hervor, wofür (§. 109, Gl. 1) $p = \frac{cd}{ac} P$ oder da, wegen Ähnlichkeit der Dreiecke acd und ACD, $\frac{cd}{ac} = \frac{CD}{AC}$ ist, auch $p = \frac{CD}{AC} P$. . . (1 wird. Ferner ist, wie am Rad an der Welle (§. 100) $p : Q = r : R$ oder $Qr = pR$, oder wenn man für p den Werth aus (1 setzt, und da $AC = R$ ist, auch $Qr = P . CD$; es ist also so, als ob an den um C drehbaren Hebel BD am Puncte B die Last Q und in D die Kraft oder das Gewicht P des Arbeiters wirksam wäre.

Da übrigens die vorige Kraft p zugleich auch die Anstrengung ausdrückt, mit welcher der Arbeiter über die schiefe Ebene ac hinaufgeht, so ist das Verhältnifs dieser Anstrengung zur Last Q genau so, wie bei dem Rad an der Welle ($p : Q = r : R$), also in dieser Hinsicht nichts gewonnen.

Setzt man $p = \frac{1}{5} P$, d. h. nimmt man an, dafs der Mensch mit einer Anstrengung, welche den fünften Theil seines Gewichtes beträgt, für eine längere Arbeitsdauer am meisten leistet, so ist auch (Gleich. 1)

$$\frac{CD}{CA} = \frac{1}{5} \text{ oder } CD = \frac{1}{5} R,$$

wodurch der Punct A im Laufrade bestimmt ist, an welchem der Arbeiter am vortheilhaftesten wirkt. In frühern Zeiten wurden diese Laufräder weit häufiger und oft sehr unzweckmäfsig, wie z. B. zum Auf- und Abladen von Waaren mittelst Kranichen, als heut zu Tage angewendet.

§. 111. Die Tretscheibe oder das Tretrad.

Eine ähnliche Anwendung der schiefen Ebene findet an dem öfter in Bräu-

häusern, an den sogenannten Ochsenmühlen vorkommenden **Tretrade** Statt, welches im Wesentlichen aus einer schiefliegenden, mit einer darauf senkrecht stehenden Welle verbundenen kreisrunden Scheibe MN (Fig. 100) besteht, die sammt der Welle um ihre Zapfen oder Achse mn durch das Gewicht von Pferden oder Ochsen, die in A scheinbar gegen M vorschreiten, im Grunde aber durch das beständige Zurückweichen der Scheibe (welche auf ihrer obern Fläche wieder mit Trittleisten versehen ist) immer an derselben Stelle bleiben, umgedreht wird.

Die für das Gleichgewicht geltenden Relationen sind genau dieselben, wie im vorigen Paragraphe. Denkt man sich nämlich den durch Umdrehung des Tretrades zu überwindenden Widerstand wieder auf den Umfang der Welle B, deren Halbmesser $= r$ seyn soll, reducirt und in diesen Abstand gleich Q, setzt das Gewicht der in A wirkenden Thiere $= P$, und den Halbmesser $CA = R$; so ist wieder, wenn die Tretscheibe an dem Puncte A mit dem Horizont den Winkel cad bildet, die auf Umdrehung der Scheibe wirksame Kraft $p = \frac{cd}{ca} P$; ferner ist auch $pR = Qr$, und da p auch hier die Anstrengung der Thiere beim Hinaufsteigen über die schiefe Ebene ac ausdrückt, so steht diese mit der Last Q in demselben Verhältniſs von $r : R$, wie die Kraft zur Last bei dem Rad an der Welle.

Da auch bei den Ochsen und Pferden der fünfte Theil ihres Gewichtes die mittlere Zugkraft oder vortheilhafteste Anstrengung überhaupt gibt; so muſs auch hier der Punct A der Scheibe, auf welchen diese Thiere zu stellen sind, so gewählt werden, daſs im rechtwinklichten Dreiecke acd, wobei cd eine Tangente an die Kreischeibe bildet, $cd = \frac{1}{5} ac$ wird.

Der Keil.

§. 112. Erklärung. Ein senkrechtes Prisma, dessen beide Grundflächen $abc = efg$ (Fig. 101) gleichschenklichte Dreiecke sind, wird **Keil** genannt; dabei heiſsen die Flächen ag und bg die **Seiten**, jene af der **Rücken**, die Kante gc die **Schneide** und $cd = gh$ die **Höhe** des Keils. Das halbe Prisma, dessen Grundflächen die rechtwinklichen Dreiecke $acd = egh$ sind, wird öfter **einfacher**, und gegen diesen der vorige **doppelter** Keil genannt.

Man wendet den Keil gewöhnlich entweder dazu an, um einen Körper (wie z. B. Holz) zu spalten, oder (wie in Steinbrüchen) von einem andern loszutrennen, oder auch um im Gegentheil zwei Körper fest und stark an einander zu pressen; in allen diesen Fällen wirkt die Kraft (die gewöhnlich in Schlägen besteht) senkrecht auf den Rücken, während die Last entweder senkrecht auf die Höhe (also parallel mit dem Rücken) oder senkrecht auf die Seiten des Keils wirkt.

§. 113. Bedingungen für das Gleichgewicht am Keil. Wirkt bei dem einfachen Keil (Fig. 102) der Widerstand Q parallel mit dem Rücken BC, dagegen die Kraft P darauf senkrecht; so tritt für das Gleichgewicht genau dieselbe Bedingung, wie für die schiefe Ebene im zweiten besondern Fall des §. 109 ein; es ist nämlich $P : Q = BC : AC$, und da daraus auch $2P : Q = 2BC : AC$ oder auf den doppelten Keil (Fig. 103) bezogen und $2P = P'$ gesetzt, ebenfalls 1) . . . $P' : Q = BB' : AC$ Statt findet, so verhält sich überhaupt beim Keile in diesem Falle die Kraft zur Last, wie der Rücken zur Höhe des Keils.

Wirkt dagegen der Widerstand auf den Keil ABB' (Fig. 104) senkrecht auf die Seiten derselben, so müssen die drei Kräfte P, Q, Q auf irgend einen Punct a wirkend, unter sich im Gleichgewichte stehen, folglich ist $P : Q = ac : ab = BB' : AB$. . . (2 (vermöge der Ähnlichkeit der Dreiecke acb und ABB'), d. h. es verhält sich in diesem Falle die Kraft zum Widerstande, wie der Rücken oder Kopf des Keils zu der Seite oder Länge desselben.

Hieraus folgt auch, dafs der Keil um so wirksamer ist, je kleiner BB' gegen AB, d. i. je spitzer er ist. Auch wird diese letztere Hypothese, nämlich dafs der Widerstand auf die Seiten des Keils senkrecht wirke, in allen Fällen, wo derselbe zwischen zwei oder in einen Körper, um ihn zu spalten, eingetrieben wird, angenommen.

Hat die Kraft P in Fig. 103 den Weg AC zurückgelegt, so ist der Widerstand Q um BB' gewichen, so, dafs wenn man die von P und Q gleichzeitig zurückgelegten Wege mit S und s bezeichnet, sofort $S : s = AC : BB'$ oder, mit Rücksicht auf die obige Relation 1), auch $S : s = Q : P$ Statt findet.

Im zweiten Falle oder in Fig. 104 weicht der Widerstand Q um $nC + mC = 2nC$, während die Kraft P den Weg $AC = S$ zurücklegt; es ist aber

$$AC : Cn = AB : BC \quad \text{oder} \quad AC : 2Cn = AB : 2BC,$$

d. i. $S : s = AB : BB'$ und mit Rücksicht auf die hieher gehörige Relation 2) auch $S : s = Q : P$, also in allen Fällen wieder ganz analog mit dem bei den übrigen Maschinen ausgesprochenen Grundsatze $PS = Qs$.

Anmerkung. Der Keil kommt, aufser seiner ausgesprochenen Form und Anwendung, auch bei sehr vielen Werkzeugen, wie bei Messern, Scheeren, Äxten, Stemmeisen, Grabsticheln, Nägeln, Hobeleisen etc., als Hervorragungen bei den Feilen, Sägen u. s. w., und zwar nicht blofs in der prismatischen, sondern auch in der pyramidalen Form vor, wobei der Neigungswinkel je nach dem Zwecke und der verschiedenen Beschaffenheit des zu bearbeitenden Materials ebenfalls verschieden ist.

Die Schraube.

§. **114. Erklärungen.** Ist $a d'$ (Fig. 105) ein Rechteck, dessen Höhe $a d$ gleich der Höhe, und Grundlinie $a a$ gleich dem Umfange des geraden Cylinders $A E$ (von kreisförmiger Basis) ist; werden ferner die Seiten $a d$ und $a' d$ in den Puncten f, g, h und f', g', h' in eine gleiche Anzahl gleicher Theile getheilt und die Geraden $a f'$, $f g' \ldots$ gezogen, welche als eine Reihe von schiefen Ebenen von einerlei Grundlinien $a a'$ und gleichen Höhen $a' b$ angesehen werden können, und legt man endlich dieses Rechteck an den Cylinder so an, dafs $a d$ auf die Kante $A D$ fällt, und wickelt dasselbe um den Cylinder vollends herum, wodurch auch die zweite parallele Seite $a' d'$ mit $A D$, ferner auch die Puncte f', f mit F, g', g mit G u. s. w. zusammenfallen; so bilden diese geraden Linien $a f'$, $f g' \ldots$ eine einzige continuirliche krumme Linie $A K F \ldots D$ auf der Mantelfläche des Cylinders von durchaus gleicher Steigung, welche Schraubenlinie genannt wird. Dabei heifst jede Windung, wie $A K F$ ein Schraubengang, die Entfernungen $a f = A F = F G \ldots$ bilden die Höhe der Schraubengänge, und wenn man sich die Schraubengänge als Hervorragungen aus der Cylinderfläche denkt, so werden sie Schraubengewinde und der Cylinder selbst die Spindel genannt. Diese Gewinde sind entweder, wie in Fig. 106, *a*, dreieckig (vom Querschnitt $p o q$) oder, wie in Fig. 106, *b*, viereckig (vom Querschnitt $n q$), nämlich scharf oder flach. In beiden Fällen ist $a b$ die Höhe eines Schraubenganges, so wie der Abstand $c i$ eines Punctes i in der Mitte der Hervorragung bis zur Achse der Spindel der mittlere Halbmesser der Schraube. (Dieser bildet also das Mittel zwischen dem Halbmesser $n m$ des Kerns der Spindel, Fig. 106, *b*, und jenem $n' m'$ der die Gewinde berührenden Cylinderfläche.).

Wird ein Prisma $A B$ (Fig. 107) cylindrisch ausgebohrt, so, dafs der Kern der Spindel genau durchgeht, und werden dann noch in diese Höhlung Vertiefungen nach der Schraubenlinie und der Form der Gewinde der Spindel eingeschnitten, so, dafs diese hineinpassen; so heifst dieser Theil die Schraubenmutter und es wird, wenn diese festgehalten und die Spindel um ihre Achse, oder umgekehrt, diese um die feststehende Spindel umgedreht wird, im ersten Falle die Spindel, im letztern die Mutter bei einer jeden vollständigen Umdrehung um die Höhe eines Schraubenganges nach der Achse der Spindel fortrücken, gerade so, als würde ein Körper über die schiefe Ebene $a f'$ (Fig. 105) hinaufgezogen.

Anmerkung. Manchmal läfst man zwischen zwei auf einander folgenden Gewinden noch einen oder mehrere Schraubengänge durchlaufen, wodurch man eine Schraube mit mehrfachen, und zwar insbesondere mit zwei-, dreifachem Gewind u. s. w. erhält, je nachdem zwischen den Hauptgängen noch ein, zwei u. s. w. Schraubengänge durchgehen. Da die zwischenliegenden Gewinde auf die ursprüngliche Höhe des Schraubenganges keinen Einflufs haben, so steigen z. B. bei einer dreifachen Schraube bei einer Umdrehung der Spindel drei Gewinde heraus und diese haben auch in der Basis der Spindel drei Auslaufpuncte, die in der Kreisperipherie gleich weit von einander abstehen.

§. 115. Bedingung des Gleichgewichtes bei der Schraube. Denkt man sich die Schraubenspindel in einer verticalen Stellung mit einem Gewichte (ihr eigenes mitgerechnet) Q belastet und diese, während die Schraubenmutter fest bleibt, durch eine nach der Tangente der Spindel wirkende Kraft P' so umgedreht, dafs dadurch die Spindel mit der Last in die Höhe steigt; so hat man, da diese Wirkungsart eigentlich in dem Hinaufziehen der Last Q über eine fortlaufende schiefe Ebene durch eine mit der Grundlinie parallele Kraft P' besteht, nach §. 109 (zweiten Fall) und mit Beziehung auf Fig. 105 sofort für das Gleichgewicht $P' : Q = a'f' : aa'$ oder da $aa' =$ dem Umfange des Kreises vom Halbmesser r [worunter hier der mittlere (vorige Paragraph) verstanden wird], also $aa' = 2r\pi$ (wo $\pi = 3{\cdot}1416$) und $a'f' = AF$ die Höhe des Schraubenganges ist, die wir $= h$ setzen wollen, auch:

$$P' : Q = h : 2r\pi \ldots (m,$$

da man jedoch in der Regel die Kraft nicht unmittelbar an dem Umfang der Spindel, sondern in einer gröfsern Entfernung, z. B. an einem Hebel oder einem auf der Spindel (wie ein Rad an der Welle) befestigten Rade wirken läfst; so sey R diese Entfernung von der Achse der Spindel und P die dort senkrecht auf den Halbmesser R wirkende Kraft, so hat die auf den Umfang der Spindel reducirte Kraft die Gröfse (aus $P : P' = r : R$) $P' = P\frac{R}{r}$, mithin, wenn man diesen Werth statt P' in die vorige Relation (m setzt (wodurch aber streng genommen, wenn die Schraube als einfache Maschine angesehen werden soll, der Schraubenkopf als Cylinder vom Halbmesser R erscheint)

$$P : Q = h : 2R\pi \ldots (1,$$

d. h. es verhält sich die Kraft zur Last, wie die Höhe eines Schraubenganges zu dem Wege, welchen der Angriffspunct der Kraft während einer ganzen Umdrehung der Schraube macht.

Dieses Verhältnifs bleibt offenbar auch dasselbe, wenn sich anstatt der Spindel die Mutter um die feststehende Spindel dreht. Da die Schraube nur selten zum wirklichen Heben der Last Q verwendet wird, so mufs man in andern Fällen unter Q die Stärke des Druckes oder der Pressung verstehen, welcher durch Umdrehung der Spindel oder Mutter hervorgebracht wird. Ist die Schraube mehrgängig, so hat man unter h die Höhe zu verstehen, um welche die Spindel bei einer ganzen Umdrehung aus der Mutter heraussteigt, also bei einer zweifachen die Höhe von zwei Gewinden u. s. w.

Die obige Relation (1 gibt hier unmittelbar den bisher bei allen Maschinen nachgewiesenen Satz von $S : s = Q : P$ oder $PS = Qs$, nach welchem nämlich die Kraft in ihren Weg multiplicirt, dem Producte aus der Last in den von ihr gleichzeitig zurückgelegten Weg gleich seyn mufs.

Übrigens kann noch bemerkt werden, dafs die vorige Relation (3 ungeändert bleibt, man mag der Schraubenmutter nur ein einziges, oder zur Vertheilung der Last, wie es immer geschieht, mehrere Gewinde geben; enthält diese z. B. ihrer Höhe oder Dicke nach zwei Schraubengänge, so kommt auf jeden derselben die Last $\frac{1}{2} Q$, zu deren Überwindung allerdings nur die halbe Kraft oder $\frac{1}{2} P$ nothwendig ist; da aber dieser Widerstand zwei Mal vorkömmt, so ist dazu auch $\frac{1}{2} P$ zwei Mal nöthig, was wieder die ganze Kraft P gibt, und so auch in den übrigen Fällen.

Die Schraube ist in den Künsten und Gewerben unentbehrlich und dient zu den mannigfaltigsten Zwecken; dabei ist entweder die Mutter fest und die Spindel beweglich, wie bei den Münz-, Buchdrucker-, Öl-, Papier-, Siegel- und vielen anderen Pressen, den Schraubzwingen, Schraubstöcken u. s. w., oder es steht die Spindel fest, während die Mutter beweglich ist, wie bei den Servietten-, Karten-, Buchbinderpressen u. s. w.

Beispiel. Um das Verhältnifs der Kraft zur Last bei einer Schraube zu bestimmen, bei welcher die Höhe eines Schraubenganges einen Zoll und die Entfernung des Angriffspunctes der Kraft von der Achse der Spindel fünf Fufs beträgt, hat man, Alles in Fufsmafs ausgedrückt, nach der obigen Proportion (1 $P : Q = \frac{1}{12} : 10 \times 3{\cdot}1416 = 1 : 376{\cdot}99$; also nahe genug:

$$P : Q = 1 : 377,$$

wobei jedoch auf die bedeutende Reibung (die im siebenten Kapitel behandelt wird) keine Rücksicht genommen ist. Bei der wirklichen Bewegung mufs der Angriffspunct der Kraft P schon einen Weg von 377 Zoll oder Fufs zurücklegen, bis die Spindel oder Mutter mit der Last nur um einen Zoll oder einen Fufs längs der Achse fortrückt.

§. 116. Die Schraube ohne Ende. Läfst man eine Schraubenspindel F (Fig. 108), deren Gänge eine Höhe haben, die der Entfernung der nach der Neigung der Gewinde schief eingeschnittenen Zähne eines gezahnten Rades N gleich ist, in dieses Stirnrad so eingreifen, dafs die Achse der Spindel nach der Ebene dieses Rades liegt, so heifst eine solche Verbindung (also schon eine zusammengesetzte

Maschine) eine Schraube ohne Ende, manchmal auch ein Schneckenrad, und es wird durch eine ganze Umdrehung der Spindel (man mag nun einen oder mehrere Schraubengänge gleichzeitig in das Rad eingreifen lassen), welches gewöhnlich mittelst einer an der Achse der Spindel befestigten Kurbel AED geschieht (wobei die Kraft an dem Griffe ED wirkt), das um seine Achse C drehbare Rad um einen Zahn (= der Höhe eines Schraubenganges) fortgeschoben oder umgedreht, und dadurch irgend ein Widerstand überwunden, den man sich für die allgemeine Rechnung als eine Last Q denken kann, welche auf einer mit der Achse des Rades verbundenen Welle CB aufgewunden wird.

§. 117. Gleichgewichtsbedingung. Ist $CB = r$ der Halbmesser dieser Welle, R der mittlere Halbmesser des Rades N (diesen nämlich bis zur Mitte der Zähne gerechnet), an welchem eine Kraft $= P'$ wirken müfste, um mit der Last Q im Gleichgewichte zu stehen; ist ferner h die Höhe eines Schraubenganges der Spindel (also auch die Theilung der Zähne des Rades), und R' der Halbmesser der Kurbel (Länge des Kurbelknies), woran die Kraft P wirkt; so ist, da P' als Last für die Spindel wirkt (§. 115, Gl. 1) $2R'\pi . P = hP'$, und (§. 100) $P'R = Qr$. Diese Gleichung mit der erstern multiplicirt, gibt, da P' hinausfällt:

$$2RR'\pi P = Qhr, \text{ oder } P : Q = rh : 2RR'\pi \quad . . . (1.$$

Diese Relation involvirt ganz sichtbar wieder jene von $S : s = Q : P$, wo S und s wieder die gleichzeitigen Wege von P und Q bezeichnen. Ist z. B. $h = 1$, $r = 3$, $R = 6$ und $R' = 10$ Zoll, so ist $P : Q = 3 : 377$, oder nahe wie $1 : 126$; die Last wird jedoch, wenn der Punct D der Kurbel, woran die Kraft wirkt, schon einen Weg $= 126$ durchlaufen hat, erst einen Weg $= 1$ zurückgelegt haben.

§. 118. Die englische Winde. Anstatt der gezahnten Stange der gewöhnlichen Wagenwinde (§. 104) besitzt die äufserst wirksame englische Winde eine Schraubenspindel H (Fig. 109), deren kreisrunde Mutter B an ihrem Umfange mit einer Schraube ohne Ende C so in Verbindung steht, dafs durch Umdrehung dieser Spindel C, mittelst der Kurbel CA, sofort auch das Rad oder die Mutter B, welche zur Verminderung der Reibung auf einer kleinern runden Scheibe a aufliegt, umgedreht, und dadurch die Spindel H sammt der darauf wirkenden Last Q gehoben oder überhaupt bewegt wird.

Ist P die am Kurbelarme $AC = R'$ wirkende Kraft, h' die Höhe eines Schraubenganges an der Spindel C der Schraube ohne Ende, R der Halbmesser des als Schraubenmutter für die Hauptspindel H dienenden, an der Peripherie mit schiefen Zähnen versehenen Rades B, und h die Höhe der Schraubengänge der Spindel H; so ist, wenn man die am Umfange des Rades B für das Gleichgewicht nöthige Kraft $= P'$ setzt (welche sofort für die Spindel C die Last bildet) (§. 115):

$$P : P' = h' : 2R'\pi \text{ und } P : Q = h : 2R\pi,$$

oder wenn man diese beiden Proportionen zusammensetzt:

$$P : Q = hh' : 4\pi RR' = hh' : 39{\cdot}48\,RR' \quad \ldots (1.$$

Ist z. B. $h' = \frac{2}{3}$, $h = \frac{3}{2}$, $R = 6$ und $R' = 12$ Zoll, so hat man

$$P : Q = 1 : 2842{\cdot}6,$$

woraus die ungemeine Wirksamkeit dieser Winde erhellet; allein zu Folge des vielfach angeführten Grundsatzes, nach welchem man an Geschwindigkeit verliert, was an Kraft gewonnen wird, mufs der Angriffspunct A der Kraft in diesem Beispiele einen Weg von 2842·6 Zoll durchlaufen, bis die Last nur um 1 Zoll gehoben wird.

Uebrigens erleidet auch dieses Verhältnifs zum Vortheile der Kraft durch die Reibung, welche bei dieser Winde Statt findet, eine bedeutende Modification.

Satz oder Princip der virtuellen Geschwindigkeiten.

§. 119. Bei allen bisher behandelten, sowohl einfachen als zusammengesetzten Maschinen hat sich der Satz herausgestellt, dafs im Falle das Gleichgewicht zwischen Kraft und Last gestört, und eine Bewegung eingeleitet wird, die Producte aus diesen letztern in die Wege ihrer Angriffspuncte einander gleich sind. Stört man das Gleichgewicht nur in so weit, dafs diese Wege unendlich klein werden, und schätzt diese unendlich kleinen Wege, welche man die virtuellen Geschwindigkeiten der Angriffspuncte nennt, weil sie die Geschwindigkeiten bezeichnen, welche diese Puncte im ersten Augenblicke annehmen, oder annehmen würden, nach den Richtungen der Kräfte; so gilt dieser vorhin erwähnte Satz allgemein, und für jede Anzahl von Kräften, welche auf ein System von fest mit einander verbundenen Puncten im Gleichgewichte stehen.

Um davon nur einen einfachen Fall zu erläutern, seyen die beiden Kräfte S, S' (Fig. 110) auf den um C drehbaren Winkelhebel ACA' im Gleichgewichte, folglich, wenn CD und CD' auf den Richtungen der Kräfte S, S' senkrecht stehen (§. 75) $S . CD = S' . CD' \ldots (m.$

Kommen nun durch eine eingeleitete, unendlich kleine Bewegung dieses Hebels die Angriffspuncte A und A' nach a und a', wobei also die unendlich kleinen Winkel ACa und $A'Ca'$ einander gleich werden, die wir durch i bezeichnen wollen; so sind die unendlich kleinen Bögen Aa und $A'a'$ die virtuellen Geschwindigkeiten der Puncte A und A', und wenn man auf die Richtungen der Kräfte die Perpendikel ab und $a'b'$ fällt, so sind die Projectionen Ab und $A'b'$ die virtuellen Geschwindigkeiten der Wege dieser Kräfte (in vielen Fällen fallen diese Projectionen mit den virtuellen Geschwindigkeiten selbst zusammen); dabei wird Ab, weil diese Projection nach der Richtung der Kraft gezählt wird, als positiv, jene $A'b'$ dagegen, als in die Verlängerung der Kraft S' fallend, als negativ angenommen.

Da der kleine Bogen Aa als eine gerade Linie angesehen werden kann, so ist das Dreieck Aba jenem CAD ähnlich, und man hat $CD : CA = Ab : Aa$, und daraus, wenn man $Ab = w$ setzt: $w = CD \frac{Aa}{CA}$. Eben so folgt analog aus den beiden ähnlichen Dreiecken $A'b'a'$ und $CA'D'$, wenn man $A'b' = w'$ setzt: $w' = CD' \frac{A'a'}{CA'}$.

Nun ist aber Bog. $Aa = CA.i$ oder $\frac{Aa}{CA} = i$, und eben so $\frac{A'a'}{CA'} = i$, daher auch, diese Werthe in die beiden vorhergehenden Gleichungen substituirt, $w = CD.i$, und $w' = CD'.i$ oder $\frac{w}{w'} = \frac{CD}{CD'}$, und da aus der obigen Bedingungsgleichung (m $\frac{CD}{CD'} = \frac{S'}{S}$ folgt, so ist auch $\frac{w}{w'} = \frac{S'}{S}$, oder $S'w' = Sw$... (1, oder auch mit Rücksicht, daſs nach der vorigen Bemerkung w und w' entgegengesetzte Zeichen haben: $Sw + S'w' = o$. . . (1',
d. h. im Falle des Gleichgewichtes ist die algebraische Summe der Producte aus den Kräften in die virtuellen Geschwindigkeiten, diese nach den Richtungen der Kräfte genommen, gleich Null.

In diesem Satze nun, welcher allgemein für jede Anzahl von Kräften, welche auf ein System von Puncten wirken, und im Gleichgewichte stehen, bewiesen werden kann, und sich so ausspricht: daſs durch eine Störung des Gleichgewichtes, wodurch die Angriffspuncte der Kräfte um unendlich wenig verrückt, und wenn diese unendlich kleinen Wege auf die Richtungen der betreffenden Kräfte projicirt werden, sofort die algebraische Summe der Producte aus den Kräften in

diese entsprechenden Projectionen (welche theils positiv, theils negativ zu nehmen sind, je nachdem sie in die Richtungen der Kräfte oder ihrer Verlängerungen fallen) gleich Null ist, liegt der Satz oder das Princip der virtuellen Geschwindigkeiten, und ist zusammen genommen mit dem umgekehrten Satze, dafs, wenn diese eben genannte Relation Statt findet, auch das statische Gleichgewicht zwischen den Kräften bestehen mufs, in der ganzen Mechanik höchst fruchtbar und wichtig.

Beispiel 1. Um diesen schönen Satz durch einige Beispiele zu erläutern, nehmen wir zuerst den in §. 109 (2. Beispiel) behandelten Fall der beiden schiefen Ebenen, auf welchen (Fig. 98) zwei durch eine Schnur mit einander verbundene Körper im Gleichgewichte stehen, hier wieder auf.

Wird nämlich das Gleichgewicht gestört, und beschreiben die Schwerpuncte O, O' als Angriffspuncte der Kräfte Q und Q' die unendlich kleinen Wege Oa und $O'a'$, so sind diese die virtuellen Geschwindigkeiten und On, $O'n'$ ihre Projectionen auf die Kräfte; es ist also zu Folge des in Rede stehenden Satzes, und da hier nur zwei Glieder vorkommen, sofort $Q \,.\, On = Q' \,.\, O'n'$, oder $\frac{Q}{Q'} = \frac{O'n'}{On}$, und da wegen Ähnlichkeit der Dreiecke Ona und ACD, so wie von $O'n'a'$ und BCD, sofort $On = CD \frac{Oa}{AC}$ und $O'n' = CD \frac{O'a'}{BC}$, also $\frac{O'n'}{On} = \frac{AC}{BC} \,.\, \frac{O'a'}{Oa} = \frac{AC}{BC}$, weil $O'a' = Oa$ ist, auch $\frac{Q}{Q'} = \frac{AC}{BC}$ oder $Q : Q' = AC : BC$, wie im §. 109.

Beispiel 2. Bei einem aus n Rollen bestehendem Flaschenzuge nach der in Fig. 76 dargestellten Art, werde das zwischen der Kraft P und der Last Q bestehende Gleichgewicht gestört, so, dafs (Fig. 76, 3) B nach b und A nach a kommt, und Bb, Aa (was zwar hier nicht absolut nothwendig) unendlich klein, also die virtuellen Geschwindigkeiten der Angriffspuncte B und A sind; so hat man, da hier die Projectionen auf die Richtungen der Kräfte mit diesen virtuellen Geschwindigkeiten selbst zusammenfallen: $P \,.\, Aa = Q \,.\, Bb$. Ist aber $Bb = s$, so ist $Aa = ns$, weil jedes der n tragenden Schnüre um den gleichen Theil s verkürzt werden mufs, folglich wird auch $P \,.\, ns = Q \,.\, s$, oder wie früher in §. 98 (Gl. 1) $P : Q = 1 : n$.

Beispiel 3. Sey bei der Schraube ohne Ende, durch Störung des Gleichgewichtes der beiden Kräfte P und Q, welche an den Puncten D und B (Fig. 108) wirken, der Punct B nach b gekommen, also der unendlich kleine Bogen Bb die virtuelle Geschwindigkeit von B, deren Projection auf die Kraft Q sofort wieder mit diesem Bogen selbst zusammen fällt, indem der Weg dieses Punctes B auch der Weg der Kraft oder Last Q ist. Um nun auch den gleichzeitigen Weg des Angriffspunctes D der Kraft P zu finden, bemerke man, dafs ein Punct in der Peripherie des gezahnten Rades N vom mittlern Halbmesser R, in derselben Zeit den

Bogen $\frac{R}{r} Bb = \frac{R}{r} s$ beschreibt, wenn man Bog. $Bb = s$ setzt. Da auf eine ganze Umdrehung der Schraubenspindel F, d. i., wenn der Angriffspunct D der Kraft P den Weg $2R'\pi$ beschreibt, ein Fortrücken dieser Peripherie um die Höhe h eines Schraubenganges Statt hat, so findet man, welchen Theil der Peripherie dieser Punct D beschreiben mufs, während ein Punct der Peripherie des Rades N diesen Weg $\frac{R}{r} s$ zurücklegt aus der Proportion $h : 2R'\pi = \frac{R}{r} s : x$, und daraus $x = \frac{2R'Rs\pi}{hr}$, und da dieser also zugleich der Weg der Kraft P (der hier wieder mit der Projection zusammenfällt) ist, so hat man nach dem hier in Rede stehenden Satze der virtuellen Geschwindigkeiten:

$$P \cdot \frac{2RR'\pi}{hr} s = Qs, \text{ oder } P : Q = rh : 2RR'\pi$$

genau so wie oben im §. 117 Gl. (1.

Zweiter Abschnitt.

Dynamik.

Einleitung.

§. **120. Erklärungen.** Bei der Bewegung eines Körpers, welche (§. 4) in einer successiven Ortsveränderung desselben besteht, ist es in den meisten Fällen hinreichend, nur einen seiner Puncte, wofür man gewöhnlich den Schwerpunct nimmt, zu betrachten, so, daſs wir auch zuerst nur von der Bewegung eines Punctes handeln werden.

§. **121. Bahn und Richtung.** Die Linie, welche ein Punct bei seiner Bewegung beschreibt, heiſst sein Weg oder seine Bahn, und je nachdem diese gerad oder krumm ist, wird die Bewegung gerad- oder krummlinig genannt. Im erstern Falle bestimmt die gerade Linie, nach welcher die Bewegung Statt findet, zugleich die Richtung der Bewegung; bei der krummlinigen Bewegung ändert sich die Richtung jeden Augenblick, und man kann dabei nur von der Richtung reden, welche der bewegliche Punct (oder das Bewegliche) in irgend einem Puncte seiner Bahn hat; diese wird durch die Tangente bestimmt, welche man in diesem Puncte an die krumme Linie nach der Seite hin zieht, nach welcher die Bewegung Statt findet.

§. **122. Zeit.** Ein in Bewegung befindlicher Punct gelangt nur nach und nach von einem Puncte seiner Bahn zu einem folgenden, und in dieser Aufeinanderfolge von Begebenheiten liegt der Begriff von Zeit, ein Element, welches in der Statik durchaus nicht, wohl aber in der Dynamik besonders in Betracht kommt.

Da die Zeit eine gröfsere oder kleinere seyn kann, so ist sie mefs- und vergleichbar, und kann sowohl durch Zahlen als Linien dargestellt werden, wenn man eine gewisse Zeit zur Einheit nimmt. In der Regel legt man den mittlern Sonnentag, d. i. die auf das ganze Jahr gleich vertheilte, oder mittlere Dauer von einem Mittag (oder Durchgang der Sonne durch den Meridian) bis zum nächstfolgenden zum Grunde, wovon (so wie beim wahren Sonnentag und Sterntag) der 24ste Theil eine Stunde, davon der 60ste Theil eine Minute, von dieser der 60ste Theil eine Secunde u. s. w. genannt wird. In den folgenden Untersuchungen wird unter der Zeiteinheit immer stillschweigend die Secunde dieses mittlern Sonnentages verstanden. Im Allgemeinen dagegen versteht man unter Zeit eine Anzahl von Secunden, Minuten, Stunden u. s. w., und diese wird am einfachsten und genauesten durch die Uhren gemessen und bestimmt.

§. 123. Verschiedene Arten von Bewegungen. Legt das Bewegliche (oder der bewegliche Punct) in gleichen Zeiten, mögen diese auch noch so klein genommen werden, auch gleiche Wege zurück, so heifst die Bewegung gleichförmig, im entgegengesetzten Falle wird sie ungleichförmig oder veränderlich genannt.

Sind zwar die in gleichen Zeitintervallen von bestimmter Gröfse zurückgelegten Wege gleich grofs, dagegen jene der einzelnen unendlich kleinen Zeiten, woraus man sich ein solches Zeitintervall bestehend denken kann, ungleich; so heifst eine solche Bewegung (wie z. B. beim Hin- und Herschwingen eines Pendels) eine periodische, und man vereinfacht eine solche oft durch die Annahme einer mittlern gleichförmigen Bewegung, durch welche derselbe Weg in derselben Zeit zurückgelegt werden könnte.

§. 124. Momentan wirkende Kräfte erzeugen gleichförmige Bewegungen. Wirkt eine Kraft nur einen Augenblick auf ein Bewegliches, so mufs dasselbe, zu Folge des Beharrungsgesetzes (§. 2, 6) sowohl in gerader Linie, als auch mit gleichförmiger Bewegung ohne Ende fortgehen, weil dasselbe weder die erlangte Richtung noch die demselben mitgetheilte Bewegung selbstthätig ändern kann.

Wirkt zwar die Kraft durch eine längere Zeit auf das Bewegliche, hört aber dann zu wirken auf, so tritt von diesem Augenblicke an ebenfalls eine gleichförmige Bewegung ein.

§. 125. Geschwindigkeit. Die Vergleichung oder Beziehung des in einer bestimmten Zeit gleichförmig zurückgelegten Weges gibt einen Begriff von der *Geschwindigkeit* des Beweglichen; bestimmter dagegen versteht man unter Geschwindigkeit den in der *Zeiteinheit gleichförmig zurückgelegten Weg.*

Da nur bei der gleichförmigen Bewegung die Geschwindigkeit durchaus dieselbe bleibt, dagegen bei der veränderlichen Bewegung in jedem Augenblicke wechselt; so kann man bei dieser letztern nur (auf ähnliche Art wie bei der krummlinigen Bewegung von der Richtung) von der Geschwindigkeit reden, welche in einem bestimmten Augenblicke Statt findet, und diese wird durch jenen Weg bestimmt oder ausgedrückt, welchen das Bewegliche in der Zeiteinheit zurücklegen würde, wenn es mit dieser Geschwindigkeit gleichförmig fortginge.

§. 126. Fortschreitende und drehende Bewegung eines Körpers. Bewegen sich alle Puncte eines Körpers nach parallelen Linien mit gleichen Geschwindigkeiten, so sagt man, er habe eine *fortschreitende* oder *progressive* Bewegung. Bewegen sich dagegen alle Puncte bis auf einen, welcher ruht, um diesen Punct in Kugelflächen, deren Halbmesser die Abstände dieser Puncte von dem ruhenden Puncte sind, so sagt man, der Körper habe eine *drehende*, *rotirende* oder *rotatorische* Bewegung um diesen Punct, welcher der *Drehungspunct* heifst. Beschreiben endlich die Puncte um eine ruhende gerade Linie Kreise, deren Ebenen auf dieser Geraden senkrecht stehen, und deren Halbmesser die Entfernungen dieser Puncte von der ruhenden Geraden sind; so hat der Körper eine *drehende* oder *rotirende* Bewegung um diese Gerade, welche die *Umdrehungsachse* oder blofs *Achse* genannt wird.

§. 127. Winkelgeschwindigkeit. Bewegt sich die gerade Linie AC (Fig. 111) um den Punct C (oder ein Körper um eine durch C auf AC senkrechte Achse) mit gleichförmiger Bewegung, so beschreibt ein Punct a dieser Geraden, welcher vom Drehpuncte um die Einheit absteht, einen Kreis vom Halbmesser $= 1$; dabei heifst der von diesem Puncte a in der Zeiteinheit beschriebene Bogen $ab = \alpha$ die *Winkelgeschwindigkeit* der sich um C drehenden Geraden AC.

Dreht sich diese Gerade AC in einer Minute n Mal um den Punct C, so durchläuft der Punct a die Kreisperipherie vom Halbmesser 1,

d. i. den Weg 2π ebenfalls in dieser Zeit n, also in einer Secunde $\frac{n}{60}$ Mal, folglich ist sein in einer Secunde zurückgelegter Weg, d. i. die Winkelgeschwindigkeit der Geraden AC sofort $v = \frac{2n\pi}{60} = \frac{n\pi}{30}$.

Für einen Punct M dieser Geraden, dessen Abstand vom Drehungspuncte $CM = r$ ist, hat man, da sich die Geschwindigkeiten wie die gleichzeitig zurückgelegten Wege verhalten, wenn V die Geschwindigkeit von M ist, $v : V = \frac{n\pi}{30} : \frac{2rn\pi}{60} = 1 : r$, oder $V = rv$... (1, und daraus auch $v = \frac{V}{r}$... (2.

§. 128. Beschleunigende Kräfte erzeugen veränderliche Bewegungen. Unter einer beschleunigenden Kraft versteht man eine solche, welche ihre Wirkung auf das Bewegliche fortwährend, und zwar im Sinne oder in der Richtung der Bewegung wiederholt. (Wirkt eine solche Kraft der Bewegung entgegen, so heifst sie eine verzögernde Kraft.)

Ist nun eine solche Kraft veränderlich, so kann sie unmöglich eine andere Bewegung als eine veränderliche erzeugen; ist sie aber constant, d. h. wirkt sie, ohne dafs die Geschwindigkeit des Beweglichen darauf einen Einflufs hat, fortwährend mit gleicher Stärke oder Intensität, so mufs der von dem Beweglichen, im zweiten unendlich kleinen Zeittheilchen zurückgelegte Weg gröfser als jener im ersten Zeitelemente seyn, indem dieser aus dem Wege des ersten Zeittheilchens (nach dem Beharrungsgesetze), und noch aus jenem Zuwachse besteht, welcher durch die Einwirkung der Kraft auch während dieses zweiten Zeitelementes erzeugt wird. Eben so mufs der Weg in dem dritten Zeittheilchen wieder gröfser, als jener im zweiten seyn u. s. w. fort, so, dafs also auch in diesem Falle die Bewegung eine veränderliche, und zwar hier insbesondere eine beschleunigte ist.

Anstatt dafs hier die Wege immer gröfser werden, nehmen diese im Gegentheile immerfort ab, wenn die Kraft der Bewegung, welche wie immer entstanden seyn mag, entgegen, also verzögernd wirkt.

Von dem Augenblicke an, in welchem die veränderliche, oder im zweiten Falle, constante Kraft zu wirken aufhört, wird die Bewegung gleichförmig; denn in Folge des Beharrungsgesetzes mufs dann das Bewegliche, sich selbst überlassen, mit der Geschwindigkeit, die es im letzten Augenblicke noch durch die Einwirkung der Kraft erlangt hat, gleichförmig fortgehen.

Erstes Kapitel.

Von den Gesetzen der gleichförmigen und gleichförmig veränderten Bewegung und dem Mafse der Kräfte. Zerlegung und Zusammensetzung der Geschwindigkeiten.

§. 129. Gesetze für die gleichförmige Bewegung. Bezeichnet c die Geschwindigkeit, mit welcher das Bewegliche gleichförmig fortgeht, also (§. 125) den in jeder Secunde zurückgelegten Weg; so sind $2c$, $3c$. . . tc die Wege, welche das Bewegliche in 2, 3 . . . t Secunden durchläuft, so, dafs, wenn man diesen Weg allgemein mit s bezeichnet, sofort

$$s = ct \;...\; (1$$

die Gleichung für die gleichförmige Bewegung ist.

Da also der Weg gefunden wird, indem man die Geschwindigkeit, d. h. die Absolutzahl, welche anzeigt, wie oft die Linieneinheit in c, mit der Zeit, d. i. mit der unbenannten Zahl, welche angibt, wie oft die Zeiteinheit in t enthalten ist, multiplicirt; so kann man diesen auch geometrisch durch die Fläche eines Rechteckes AD (Fig. 112) darstellen, in welchem die Grundlinie $AB = t$ und Höhe $AC = c$, d. h. in welchem AC der in einer Secunde zurückgelegte Weg ist, und AB eben so viele Linieneinheiten als t Zeiteinheiten enthält. Die Fläche AD enthält nämlich dann eben so viele Flächeneinheiten, die sich auf die übrigens willkürlich gewählte Linieneinheit beziehen, als der Weg s Linieneinheiten enthält.

Bewegt sich z. B. ein Körper gleichförmig mit 2 Fufs Geschwindigkeit, so ist der nach vier Secunden zurückgelegte Weg (Gleich. 1) $s = 2 . 4 = 8$ Fufs. Trägt man eine beliebige Linienheit, welche 1 Fufs bedeuten soll, 4 Mal von A bis B (Fig. 112) und 2 Mal von A bis C, construirt aus diesen beiden Linien das Rechteck AD, so enthält dieses 8 Quadratfufs Fläche, so dafs die Absolutzahl 8 mit der vorigen für s gefundenen Zahl übereinstimmt.

§. 130. Aus der obigen Gleichung (1 folgt auch $c = \frac{s}{t} \;...\; (2$ und $t = \frac{s}{c} \;...\; (3$, d. h. die Geschwindigkeit ist der Quotient aus der Zeit in den Weg, die Zeit degegen die Verhältnifszahl aus der Geschwindigkeit in den Weg. Sind die Zeiten gleich, so verhalten sich die Geschwindigkeiten wie die zurückgelegten Wege u. s. w.

Beispiel 1. Ein Punct in der Peripherie eines Wasserrades bewegt sich mit 3 Fuſs Geschwindigkeit (per Secunde); welchen Weg beschreibt dieser Punct während $2\frac{1}{2}$ Minuten?

Hier ist $c = 3$ und $t = 2\frac{1}{2} \times 60 = 150$, folglich (Gl. 1)

$$s = 3 \times 150 = 450 \text{ Fuſs}.$$

Beispiel 2. Wie viele Umläufe muſs ein Mühlstein von 3 Fuſs Durchmesser in einer Minute machen, damit ein Punct in dessen äuſseren Peripherie eine Geschwindigkeit von 25 Fuſs erlange.

Der in einer Minute mit 25 Fuſs Geschwindigkeit zurückgelegte Weg beträgt $25 \times 60 = 1500$ Fuſs. Da nun die Peripherie von 3 Fuſs Durchmesser nahe 9·42 Fuſs beträgt, so ist die gesuchte Umlaufszahl

$$n = \frac{1500}{9 \cdot 42} = 159 \text{ sehr nahe.}$$

Beispiel 3. Welche Geschwindigkeit besitzt ein Punct in der Peripherie eines solchen Mühlsteins, welcher per Minute 200 Mal umläuft?

Hier ist der in einer Minute zurücklegte Weg $s = 200 \times 9 \cdot 42 = 1884$ Fuſs, folglich die gesuchte Geschwindigkeit (per Secunde) nach der Gl. (2

$$c = \tfrac{1884}{60}\ 31 \cdot 4 \text{ Fuſs}.$$

Auf dieselbe Weise findet man auch die m i t t l e r e Geschwindigkeit einer regelmäſsigen p e r i o d i s c h e n Bewegung, bei welcher die Geschwindigkeit (§. 123) innerhalb gewisser Gränzen veränderlich ist.

Beispiel 4. In welcher Zeit wird ein Rad von 4 Fuſs 8 Zoll Halbmesser 100 Umdrehungen vollenden, wenn dasselbe in jeder Minute 36 Umdrehungen macht?

Da der Umfang dieses Rades ($2 \times 4 \cdot 67 \times 3 \cdot 1416 =$) 29·33 Fuſs beträgt, so beschreibt ein Punct desselben in einer Minute den Weg von $36 \times 29 \cdot 33 = 1055 \cdot 88$ Fuſs, und es ist daher seine Geschwindigkeit

$$c = \frac{1055 \cdot 88}{60} = 17 \cdot 598 \text{ Fuſs}.$$

Der nach 100 Umdrehungen des Rades von diesem Puncte durchlaufene Weg ist aber $100 \times 29 \cdot 33 = 2933$ Fuſs, demnach ist endlich die hierzu nöthige Zeit nach Gleich. (3: $t = \frac{2933}{17 \cdot 598} = 166 \cdot 7$ Sec., oder das Rad wird zu 100 Umgängen die Zeit von 2 Minuten 46·7 Sec. brauchen.

Anmerkung. Da sich die Umdrehungszeiten wie die Anzahl der Umdrehungen verhalten, so kann diese Frage einfacher durch die Proportion

$$36 : 100 = 1 : x$$

aufgelöst werden, indem man daraus unmittelbar

$$x = \tfrac{100}{36} = 2 \cdot 78 \text{ M.} = 2 \text{ M}, 46 \cdot 8 \text{ S.},$$

wie zuvor findet.

§. 131. Maſs für momentan wirkende Kräfte.

Da uns die Natur der Kräfte gänzlich unbekannt ist, so können wir sie bloſs aus und nach ihren Wirkungen beurtheilen. Was nun die soge-

nannten momentan wirkenden Kräfte insbesondere anbelangt, so hält man eine solche für gröſser oder kleiner, je nachdem sie unter gleichen Umständen fähig ist, ein und demselben Körper eine gröſsere oder kleinere Geschwindigkeit mitzutheilen, und man nimmt sonach an, daſs diese Kräfte den Geschwindigkeiten proportional seyen, welche sie dem nämlichen Körper mittheilen können. Diese Annahme oder Hypothese kann, da sie nirgends widersprochen, sondern im Gegentheil durchaus bestätigt wird, als ein Grundsatz, und sonach diese in einem bestimmten Körper erzeugte Geschwindigkeit als Maſs der momentan wirkenden Kraft gelten, durch welche diese Geschwindigkeit erzeugt wurde.

Anmerkung. Dieser hier ausgesprochene Grundsatz bildet mit jenem, von dem Beharrungsvermögen (§. 2, 6) oder der Trägheit der Körper oder Materie die einzigen beiden Grundsätze oder Axiome der ganzen Mechanik.

§. 132. Gröſse der Bewegung. Erzeugen zwei Kräfte P und P' in verschiedenen Massen M und M' dieselbe Geschwindigkeit, so verhalten sich diese wie die Massen, oder es ist $P : P' = M : M'$; denn um der doppelten Masse dieselbe Geschwindigkeit wie der einfachen beizubringen, ist auch die doppelte Kraft nothwendig, indem $2M$ aus $M + M$ und $2P$ aus $P + P$ besteht, und sonach in jede Masse M wieder eine gleich groſse Kraft P einwirkt; dasselbe gilt allgemein von der Masse nM, in welche die nfache Kraft nP wirkt.

Erzeugen diese Kräfte aber in ein und derselben Masse ungleiche Geschwindigkeiten v und v', so verhalten sie sich zu Folge des im vorigen Paragraphe ausgesprochenen Satzes wir diese Geschwindigkeiten, oder es ist $P : P' = v : v'$. Es stehen daher die Kräfte im zusammengesetzten Verhältniſs der Massen und Geschwindigkeiten, oder es ist allgemein, wenn die Massen und Geschwindigkeiten ungleich sind:

$$P : P' = Mv : M'v' \quad \ldots (1.$$

Setzt man $P' = 1$ für $M' = 1$ und $v' = 1$, so folgt aus dieser Relation $P = Mv$, d. h. wenn man jene momentan wirkende Kraft, welche in der Masse $= 1$ eine Geschwindigkeit $= 1$ erzeugt, zur Einheit nimmt; so wird jede andere Momentankraft durch das Product aus der Masse in die Geschwindigkeit ausgedrückt, welche sie in dieser Masse erzeugt.

Dieses Product Mv heiſst auch Gröſse der Bewegung.

§. 133. Gleichförmig veränderte Bewegung. Wirkt auf einen Körper eine constante Kraft (§. 128), und nimmt

man die in ihm während eines beliebigen Zeittheilchens erzeugte Geschwindigkeit zur Einheit, oder setzt diese = 1, so erlangt der Körper während des zweiten eben so grofsen Zeittheilchens die Geschwindigkeit = 2 (weil jene = 1 vermöge dem Beharrungsvermögen aus dem ersten Zeittheilchen auf das zweite übertragen, und dann durch die gleich bleibende Einwirkung der Kraft während des zweiten Zeittheilchens neuerdings die Geschwindigkeit = 1 erzeugt wird, und zu der vorigen hinzukommt), in dem dritten Zeittheilchen die Geschwindigkeit = 3 u. s. w., so, dafs also die Geschwindigkeit genau so wie die Zeit zunimmt; eine solche Bewegung heifst eine gleichförmig beschleunigte, während, wenn die constante Kraft der Bewegung entgegenwirkt, und sonach die Geschwindigkeit eben so abnimmt, wie die Zeit zunimmt, eine gleichförmig verzögerte Bewegung entsteht; beide diese Bewegungen sind in der gleichförmig veränderten Bewegung enthalten.

§. 134. Gesetze für die gleichförmig beschleunigte und verzögerte Bewegung. Ist die Geschwindigkeit des Körpers oder Punctes am Ende der ersten Secunde (jene Geschwindigkeit nämlich, mit welcher das Bewegliche gleichförmig fortgehen würde, wenn am Ende dieser ersten Secunde die beschleunigende Kraft zu wirken aufhörte) $= c$, also am Ende der 2ten, 3ten .. tten Secunde $= 2c$, $3c$.. tc; so hat man zuerst für die Endgeschwindigkeit nach t Secunden die Gleichung

$$v = ct \ldots (1.$$

Um auch eine Gleichung für den zurückgelegten Weg zu finden, so stelle die Gerade AB (Fig. 113) die Zeit t, und das in B auf AB errichtete Perpendikel BC die Endgeschwindigkeit v dar; zieht man die Gerade AC, so wird jedes Perpendikel, wie ad die der Zeit $Aa = t'$ entsprechende Endgeschwindigkeit v' vorstellen; denn es ist nach dem Satze der ähnlichen Dreiecke $ad : BC = Aa : AB$, d. i. $v' : v = t' : t$, es sind also, wie es nach der vorigen Gleichung 1) seyn soll, die Endgeschwindigkeiten den Zeiten proportional.

Denkt man sich nun die Zeit t oder Gerade AB in eine sehr grofse Anzahl gleicher Theile, wie ab, bc ... getheilt, und in den Theilungspuncten die Perpendikel ad, be, cf ..., so wie auch die parallelen dr, es ... mit AB gezogen; so kann man sich vorstellen, dafs die Bewegung während eines jeden einzelnen dieser sehr kleinen Zeittheilchen ab, bc... gleichförmig bleibt, folglich die zurückgelegten

Wege (§. 129, Anmerk.) durch die entsprechenden Rechtecke *ar*, *bs* u. s. w., also der gesammte Weg durch die Summe aller dieser Rechtecke ausgedrückt werde. Je kleiner man diese einzelnen Zeitintervalle *ab*, *bc* . . . nimmt, desto mehr nähert sich diese Annahme der Wahrheit, und wenn man *AB* in unendlich viele gleiche Theile theilt, wodurch die einzelnen Zeitintervalle unendlich klein werden, so hat man sich dem Gesetze der gleichförmig beschleunigten Bewegung vollkommen genähert, und da in diesem Falle die Summe aller dieser unendlich schmalen Rechtecke die Fläche des Dreieckes *ABC* ausmacht, und diese durch $\frac{1}{2} AB \times BC$ ausgedrückt wird, so hat man auch für *AB* und *BC* die Werthe oder ihre Bedeutungen gesetzt, für den gesuchten Weg: $s = \frac{1}{2} tv$, oder wenn man für v aus der Gleich. 1) substituirt:

$$s = \tfrac{1}{2} ct^2 \quad . \; . \; . \; (2.$$

Die erste dieser beiden Gleichungen zeigt, dafs, wenn das Bewegliche schon im Anfange der Bewegung die am Ende der Zeit t erlangte Geschwindigkeit v gehabt, und mit dieser gleichförmig fortgegangen wäre, der in derselben Zeit t zurückgelegte Weg $= vt$ doppelt so grofs ausgefallen wäre. Zugleich ist ersichtlich, dafs das Bewegliche denselben Weg in der nämlichen Zeit mit gleichförmiger Bewegung zurückgelegt, wenn es dabei die Geschwindigkeit $\frac{1}{2} v$, d. h. die mittlere zwischen der Anfangsgeschwindigkeit (= Null) und der Endgeschwindigkeit $(= v)$ besitzt.

§. 135. Hat ein in Bewegung befindlicher Körper in dem Augenblicke als eine constante (d. i. gleichförmig verzögernde) Kraft seiner Bewegung entgegenwirkt, die Geschwindigkeit C, so wird nach Verlauf der Zeit t diese noch die Gröfse $v' = C - ct$ (nach der Gleich. 1) besitzen. Der während dieser Zeit zurückgelegte Weg dagegen ist (mit Rücksicht auf die Gleich. (2 des vorigen Paragraphs)

$$s = Ct - \tfrac{1}{2} ct^2.$$

Wirkt die constante Kraft nach derselben Richtung, nach welcher diese Geschwindigkeit C vorhanden ist, also beschleunigend, so gehen diese beiden Gleichungen in folgende über:

$$v' = C + ct \text{ und } s = Ct + \tfrac{1}{2} ct^2,$$

und es bezeichnet in allen diesen Formeln, c die Geschwindigkeit, welche die constante Kraft dem Beweglichen am Ende der Zeiteinheit, hier also nach der ersten Secunde mitgetheilt hat, oder was dasselbe ist, jene Geschwindigkeit, um welche der Körper in jeder Secunde beschleunigt wird.

§. 136. Mafs der constanten Kräfte. Da eine constante Kraft in einem Körper in einer bestimmten Zeit, z. B. in einer

Secunde, eine um so gröſsere Endgeschwindigkeit hervorbringt, je gröſser die Intensität der einzelnen Impulse der Kraft während dieser Zeit ist; so kann man auch die Gröſse oder Intensität der Kraft selbst dieser Endgeschwindigkeit proportional setzen, und eine beständige Kraft nach dieser Geschwindigkeit beurtheilen, also diese als Maſs für die constante Kraft nehmen.

§. 137. Maſs einer veränderlichen Kraft. Um die Gröſse einer veränderlichen Kraft, bei welcher also die Geschwindigkeitsänderung des Beweglichen in den einzelnen Zeiteinheiten nicht mehr constant ist, zu beurtheilen, sieht man diese in dem Augenblicke, in welchem sie gemessen werden soll, und zwar während eines unendlich kleinen Zeittheilchens als constant an, und vergleicht sie mit einer andern bekannten constanten Kraft, wobei diese beiden Kräfte den unendlich kleinen Geschwindigkeitsänderungen, welche sie in demselben Körper während dieses Zeitelementes hervorbringen können, proportional sind.

Von der Zusammensetzung und Zerlegung der Geschwindigkeiten.

§. 138. Wirken auf einen beweglichen Körper zwei oder mehrere gleichartige Kräfte nach verschiedenen Richtungen, so folgt er der Resultirenden aus diesen Kräften mit einer Geschwindigkeit, welche sich eben so aus den Seitengeschwindigkeiten, d. h. jenen, welche die einzelnen Kräfte jede für sich erzeugen würden, wie die Mittelkraft aus den Seitenkräften ableiten und bestimmen läſst.

Wird nämlich der bewegliche Punct M (Fig. 8) gleichzeitig von zwei momentan oder auch constant wirkenden Kräften P und Q nach den Richtungen MA und MB getrieben, wovon die erstere die Geschwindigkeit MA, und die letztere jene MB hervorbringt; so muſs, da (§. 131 und 136) die Kräfte den Geschwindigkeiten proportional sind, also die Linien MA und MB zugleich die beiden Seitenkräfte darstellen, eben so auch umgekehrt die daraus hervorgehende Resultirende MC, die aus den beiden Geschwindigkeiten MA und MB resultirende Mittelgeschwindigkeit vorstellen.

§. 139. Das Parallelogramm AB heiſst im vorliegenden Falle, in welchem nämlich die Seiten MA und MB Geschwindigkeiten bezeichnen, P a r a l l e l o g r a m m d e r G e s c h w i n d i g k e i t e n, und

7*

Regierungsbibliothek Niederbayern SB Passau

Alles das, was oben (Stat. Kapit. 1) von der Zerlegung und Zusammensetzung der Kräfte entwickelt wurde, gilt auch hier von der Zerlegung und Zusammensetzung der Geschwindigkeiten.

So ist z. B. für zwei Geschwindigkeiten $v = 3$ und $v' = 4$, welche (Fig. 114) einen rechten Winkel einschliefsen, die mittlere Geschwindigkeit $V = MC = 5$, wenn man $MA = 3$, $MB = 4$ abschneidet, und daraus das Rechteck AB construirt; dabei findet man den Winkel AMC oder m sehr nahe = 37 Grad. Durch Rechnung findet man

$$V = \surd(v^2 + v'^2) = \surd(9 + 16) = \surd 25 = 5,$$

und $\tang m = \frac{V'}{V} = \frac{3}{4} = \cdot 75$, und damit aus der Logarithmentafel

$$m = 36^\circ 52' \text{ sehr nahe.}$$

2. Um ferner die aus den beiden Geschwindigkeiten $v = 18{\cdot}25$, und $v' = 12{\cdot}45$ Fufs entspringende mittlere Geschwindigkeit V zu finden, wenn diese einen Winkel AMB (Fig. 115) von $112^\circ, 44'$ einschliefsen, erhält man, wenn MA und MB unter diesen gegebenen Winkel gezogen, und den beiden Geschwindigkeiten proportional abgeschnitten werden, durch Ergänzung des Parallelogramms (oder auch analytisch nach der Auflösung eines Dreieckes aus zwei Seiten und dem eingeschlossenen Winkel) $V = MC = 17{\cdot}68$ Fufs und W. $m = 40^\circ\, 30'\, 44''$.

Anmerkung. Die Fälle, in welchen Geschwindigkeiten zerlegt oder zusammengesetzt werden müssen, um gewisse Erscheinungen richtig zu beurtheilen, kommen in der Anwendung oder im gewöhnlichen Leben sehr häufig vor.

Wird z. B. ein Rad CM (Fig. 116) wie bei einer Drehbank durch eine Stange MV, welche in einem Stifte oder Zapfen bei M eingehängt ist, in drehende Bewegung gesetzt, und hat die Stange in der gezeichneten Lage die Geschwindigkeit V, so erhält man die in diesem Augenblicke Statt findende Geschwindigkeit eines Punctes M in der Peripherie des Rades, indem man V in zwei Seitengeschwindigkeiten Ma und Mb zerlegt, wovon die erstere nach der Tangente des Kreises gerichtet, und die zweite darauf senkrecht ist, also nach dem Mittelpuncte C geht. Stellt nämlich Mc die gegebene Geschwindigkeit V vor, so ist Ma die gesuchte für die Kreisperipherie in diesem Augenblicke, während die zweite Mb verloren geht, oder eigentlich gar nicht erzeugt wird.

Springt Jemand aus einem, mit voller Geschwindigkeit gehenden Wagen, z. B. aus einem Eisenbahn-Waggon, so wird er von zwei Geschwindigkeiten, nämlich von der horizontalen des Wagens AB (Fig. 117) und der verticalen AC der Schwere getrieben, er erlangt daher eine mittlere Geschwindigkeit nach der schiefen Richtung AD, die ihn zu Boden stürzen und bedeutend beschädigen kann. (Streng genommen bildet, wie weiter unten gezeigt wird, AD eine krumme Linie, weil die beiden Geschwindigkeiten AB und AC von zwei ungleichartigen Kräften, einer momentan und einer constant wirkenden Kraft erzeugt werden.)

Springt der Mensch mit eigener Anstrengung seitwärts, und z. B. senk-

recht auf die Richtung des Wagenlaufes *A B* (Fig. 117, *a*), nämlich gegen *A E*, so kommt er auf den Boden in einer Richtung und mit einer Geschwindigkeit an, welche durch die Diagonale *A D* der aus den drei Seitengeschwindigkeiten *A B*, *A E* und *A C* construirten Parallelopipedes dargestellt wird.

Wird eine Billardkugel gegen die elastische Bande *B B'* (Fig. 118) in der Richtung *A M* mit einer Geschwindigkeit gleich V gestofsen, so kann man diese in die zwei auf einander senkrechten Geschwindigkeiten $a M = v$ und $b M = v'$ zerlegen, wenn man die Linie $c M = V$ abschneidet und das Rechteck *a b* construirt; von diesen beiden Geschwindigkeiten geht die erstere nach dem Stofs unverändert gegen *M B'*, während die letztere durch die Eigenschaft der elastischen Bande in die gerad entgegengesetzte von gleicher Gröfse, also in *M b* verwandelt wird, welche mit der vorigen $M a' = M a$ die Resultirende *M c'* gibt, die wegen Gleichheit der Dreiecke *b M c'* und *b M c*, der ursprünglichen Geschwindigkeit $M c = V$ gleich ist, und wobei die Richtung *M D* mit der auf *B B'* senkrechten Geraden *M C* denselben Neigungswinkel *D M C*, wie die ursprüngliche Richtung *A M* bildet, so dafs Winkel $D M C =$ W. $A M C$ (also auch $B' M D = B M A$) ist. Da die Bande niemals vollkommen elastisch, folglich die zurückgeworfene Geschwindigkeit immer etwas kleiner als *M b* ist, so ist auch in der Wirklichkeit der Winkel *b M D* etwas (wenn auch sehr unbedeutend) gröfser als jener *b M A*.

Auf gleiche Weise liefsen sich noch viele Beispiele der Art über die Zerlegung der Geschwindigkeiten anführen.

Zweites Kapitel.

Vom freien und gehinderten Fall der Körper.

§. 140. Wirkung der Schwerkraft. Nach §. 34 fallen alle frei oder sich selbst überlassenen Körper, und zwar in Folge der Anziehung der Erdmasse, nach lothrechter Richtung gegen den Mittelpunct der Erde zu. Genaue Versuche haben überdiefs noch gelehrt, dafs alle Körper ohne Rücksicht auf ihre Natur und Beschaffenheit an demselben Orte und im absolut leeren Raume g l e i c h s c h n e l l fallen, so, dafs also die Ursache, aus welcher z. B. eine Flaumfeder in der Luft langsamer als ein Stückchen Blei herabfällt, lediglich in dem Widerstande der Luft liegt, welchen das dichtere Blei leichter als die Feder überwinden kann.

§. 141. Die Schwerkraft erscheint uns als eine constant wirkende, beschleunigende

Kraft. Obschon die Schwerkraft in derselben Verticallinie nach aufwärts im quadratischen Verhältnifs der Höhe (vom Mittelpunct der Erde an gezählt) abnimmt, so sind selbst die höchsten Berge gegen den Erdhalbmesser noch so unbedeutend, dafs man diese Abnahme ohne Fehler selbst bis auf diese Höhe vernachläfsigen kann. Wirkt aber sonach die Schwere als eine constante Kraft, so nehmen die Körper beim Fallen (§. 133) eine gleichförmig beschleunigte Bewegung an, und alle die in §. 134 für diese Bewegung entwickelten Gesetze finden sofort auch hier ihre Anwendung, wenn man nämlich dabei von dem Widerstande des Mittels, oder der Luft, in welchem der Körper fällt, und der nur in seltenen Fällen zu berücksichtigen kommt, abstrahirt.

§. 142. Formeln für den freien Fall der Körper. Alle bei einer gleichförmig beschleunigten Bewegung vorkommenden Gröfsen oder Relationen sind bestimmt, sobald entweder der Weg oder die Endgeschwindigkeit der ersten Secunde bekannt ist. Bezeichnet man, wie es früher und gröfstentheils auch noch jetzt in Deutschland üblich, diesen Weg der ersten Secunde beim freien Fall der Körper mit g, so ist die Endgeschwindigkeit (§. 134, Gl. 1 und 2) nach dieser Zeit gleich $2g$. Bezeichnet man dagegen mit den französischen Physikern (denen nun auch sehr viele deutsche folgen) diese Endgeschwindigkeit mit g, so ist der in der ersten Secunde zurückgelegte Weg gleich $\frac{1}{2}g$. Da wir uns nun dieser letztern, immer allgemeiner werdenden Bezeichnung anschliefsen, so haben wir durchaus unter g für Wien den Werth von 31 Wiener Fufs zu verstehen (genauer ist für die Breite von Wien im luftleeren Raume und auf das Niveau des Meeres reducirt, $g = 31{\cdot}03018$ F.), und da diese Gröfse zugleich (§. 136) das Mafs der beschleunigenden Kraft der Schwere ist, so bezeichnet sie für die Breite von Wien auch die Intensität der Schwerkraft.

Führt man diese Gröfse g in den beiden Grundformeln (1 und (2 des §. 134 anstatt c ein, so erhält man für die Endgeschwindigkeit v und den Fallraum h nach Verlauf von t Secunden:

$$v = gt \ldots (1 \quad \text{und} \quad h = \tfrac{1}{2}gt^2 \ldots (2,$$

und daraus durch Verbindung, aufser mehreren andern, noch die beiden für die Folge wichtigen Formeln:

$$v = \sqrt{(2gh)} = 7{\cdot}874\sqrt{h} \ldots (3 \quad \text{und} \quad h = \frac{v^2}{2g} = {\cdot}01613\, v^2 \ldots (4.$$

Setzt man in der Formel (2 $t = 1, 2, 3\ldots$ und Kürze halber den Weg der ersten Secunde $\frac{1}{2}g = 1$, so wird $h = 1, 4, 9, 16\ldots$, d. h. die nach Verlauf von 1, 2, 3... Secunden zurückgelegten Wege verhalten sich wie

die Quadrate der natürlichen Zahlen. Zieht man dagegen in die c. Reihe die Glieder von einander ab, so erhält man für die in den einzelnen Secunden zurückgelegten Wege die ungeraden Zahlen 1, 3, 5, 7 . . .

Beispiele und Aufgaben.

1. Fällt ein Körper durch die Zeit von fünf Secunden, so erlangt er die Geschwindigkeit von $v = 155$ Fufs und fällt durch eine Höhe von $h = 387\cdot5$ Fufs. Wäre er mit der mittlern Geschwindigkeit $\frac{0 + 155}{2} = 77\frac{1}{2}$ Fufs gleichförmig durch diese fünf Secunden gefallen, so würde er ebenfalls $77\frac{1}{2} \times 5 = 387\frac{1}{2}$ Fufs, also denselben Weg zurückgelegt haben.

2. Welche Geschwindigkeit erlangt ein frei fallender Körper, wenn er von einer Höhe von 50 Klaftern herabfällt?

Hier ist $h = 6 \times 50 = 300$ Fufs und nach der Formel (3

$$v = 7\cdot874 \sqrt{300} = 7\cdot874 \times 17\cdot32 = 136\cdot4 \text{ Fufs.}$$

3. Durch welche Höhe mufs ein Körper fallen, damit er eine Geschwindigkeit von 100 Fufs erlange?

Setzt man in der Formel (4 $v = 100$, so erhält man für die gesuchte Höhe

$$h = 161\cdot3 \text{ Fufs.}$$

4. In welcher Zeit wird ein Körper von der Spitze des St. Stephansthurmes herabfallen, wenn dessen Höhe zu 72 Klafter gerechnet wird?

Hier ist $h = 6 \times 72 = 432$ Fufs und damit aus der Formel (2:

$$t = \sqrt{\frac{2h}{g}} = \sqrt{\frac{864}{31}} = 5\cdot28 \text{ Secunden.}$$

§. 143. Vertical aufwärts geworfene Körper.

Die Formeln des vorigen Paragraphes gelten auch für Körper, welche mit einer gewissen Geschwindigkeit vertical aufwärts geworfen werden, wenn man sich bei ihrer Anwendung nur erinnert, dafs jetzt die Schwere (§. 135) als eine gleichförmig verzögernde Kraft wirkt, und dem Körper nun genau so viel an Geschwindigkeit benimmt, als sie im vorigen Fall erzeugt. Einige Beispiele werden die Sache erläutern.

Beispiele und Aufgaben.

1. Wie hoch kann ein Körper, welcher mit einer Geschwindigkeit von 62 Fufs vertical aufwärts geworfen wird, steigen?

Der Körper steigt so lange, bis durch den Einflufs der Schwerkraft seine ganze Geschwindigkeit vernichtet oder auf Null gebracht ist, folglich während zwei Secunden; weil ein von der Ruhe aus fallender Körper nach Verlauf von zwei Secunden (Formel 1) ebenfalls 62 Fufs Geschwindigkeit erlangt. (Nach §. 135 ist $v' = C - ct$ oder hier $0 = 62 - gt$, woraus ebenfalls $t = 2$ folgt.) Während zwei Secunden fällt aber ein Körper durch die Höhe $h = 15\cdot5 \times 4 = 62$ Fufs, folglich ist diefs auch zugleich die Höhe, welche der Körper erreicht. Kürzer folgt dieses Ergebnifs aus der Formel (4 des vorigen Paragraphes, indem der Körper mit der

Anfangsgeschwindigkeit von 62 Fuſs genau so hoch steigen muſs, um diese Geschwindigkeit zu verlieren, als er fallen müſste, um dieselbe zu gewinnen; es ist also nach dieser Formel

$$h = \frac{62 + 62}{62} = 62 \text{ Fuſs, wie zuvor.}$$

Anmerkung. Der steigende Körper legt in diesem Beispiele in der ersten Secunde den Weg von $62 - 15\frac{1}{2} = 46\frac{1}{2} = 3 \times 15\frac{1}{2}$, und in der zweiten Secunde jenen $62 - 46\frac{1}{2} = 1 \times 15\frac{1}{2}$, dagegen beim Fallen gerade umgekehrt in den beiden Secunden die Wege $1 \times 15\frac{1}{2}$ und $3 \times 15\frac{1}{2}$ Fuſs zurück.

2. Welche Höhe hat ein mit 100 Fuſs Geschwindigkeit aufwärts steigender Körper nach drei Secunden erreicht?

Ohne Einwirkung der Schwere wäre der in drei Secunden zurückgelegte Weg = 300 Fuſs, da aber die Schwerkraft während drei Secunden einen Weg von $15·5 \times 9 = 139·5$ Fuſs aufhebt (weil sie im umgekehrten Fall eben so viel erzeugt), so bleibt noch $300 - 139·5 = 160·5$ Fuſs für die gesuchte Höhe. (Diese Auflösung ist auch durch die in §. 135 für s aufgestellte Gleichung gegeben.)

Nach vier Secunden hat er eben so die Höhe von $4 \times 100 - 15·5 \times 16 = 152$ Fuſs über den Anfangspunct der aufsteigenden Bewegung (da die gröſste Höhe, welche er erreichen kann, $= \frac{10000}{62} = 163·29$ Fuſs ist, wozu er $\frac{100}{31} = 3·226$ Secunden braucht, so ist er am Ende der vierten Secunde schon wieder um $163·29 - 152 = 11·29$ Fuſs gefallen), nach der fünften Secunde von $500 - 15·5 \times 25 = 112·5$, nach der sechsten Secunde von $600 - 15·5 \times 36 = 42$, nach der siebenten Secunde von $700 - 15·5 \times 49 = -59·5$ Fuſs, d. h. da er zum Steigen und Fallen zusammen die Zeit von $2 \times 3·226 = 6·45$ Secunden braucht, so befindet er sich nach der siebenten Secunde schon um $59\frac{1}{2}$ Fuſs unter dem Horizont, oder allgemeiner, unter jenem Puncte, von wo aus sein Aufsteigen begann.

3. Nach welcher Zeit wird der Körper im vorigen Beispiele wieder unten angelangt seyn?

Da er zum Steigen dieselbe Zeit wie zum Fallen braucht, so darf man nur die Fallzeit aus der Formel (1 des vorigen Paragraphes für die Endgeschwindigkeit von 100 Fuſs bestimmen, so hat man dafür $t = \frac{100}{31} = 3·226$, mithin für die gesuchte Zeit das Doppelte, d. i. 6·452, oder nahe genug $6\frac{1}{2}$ Secunden.

4. Von zwei Puncten A und B (Fig. 119), welche in einer Verticallinie um 100 Fuſs von einander entfernt liegen, steigt von A aus ein Körper mit 50 Fuſs Geschwindigkeit, und in demselben Augenblick fällt ein anderer Körper von B herab; in welchem Puncte C dieser Geraden AB werden sich diese beiden Körper begegnen?

Tritt das Begegnen nach t Secunden ein, so ist $BC = \frac{1}{2} g t^2$ und AC

$= 50t - \frac{1}{2}gt^2$, folglich wegen $BC + AC = 100$, sofort $100 = 50t$ oder $t = 2$ Secunden, und mit diesem Werthe ist $BC = 62$ und $AC = 38$ Fufs, wodurch der Begegnungspunct C bestimmt ist.

§. 144. Schief geworfene Körper. Wird ein Körper mit der Geschwindigkeit v in der Richtung AT (Fig. 120) aufwärts geworfen, so würde er ohne Einwirkung der Schwere in der Zeit t den Weg $AM = vt$ mit gleichförmiger Bewegung zurücklegen. Durch die Schwerkraft wird er aber in derselben Zeit um den Weg $Mm = \frac{1}{2}gt^2$ herabgebracht, so, dafs er sich am Ende dieser Zeit im Puncte m befindet. Eben so wird er sich nach t' Secunden nicht im Puncte M', wofür $AM' = vt'$ ist, sondern vertical unter diesem im Puncte m' befinden, wofür $M'm' = \frac{1}{2}gt'^2$ ist u. s. w. Trägt man also auf AT eine beliebig kleine Gröfse AN mehrere Male auf, so, dafs $AN = NM = MM'$... wird und läfst AN die Geschwindigkeit v, folglich AN, AM... die Wege bedeuten, welche mit gleichförmiger Bewegung nach 1, 2, 3... Secunden zurückgelegt würden, zieht durch die Puncte N, M, M'... die lothrechten Linien und trägt darauf nach abwärts die berechneten Werthe von 15·5, 4 $\times$ 15·5, 9 $\times$ 15·5... nach einem verjüngten (am besten tausendtheiligen) Mafsstab auf, nach welchem $AN = v$ Fufs genommen wurde; so erhält man die Puncte n, m, m'... die mit einander vereinigt die Wurflinie geben, welche (in der steten Voraussetzung, dafs der Widerstand der Luft vernachläfsigt werden darf) eine gewöhnliche Parabel ist, wobei $CF = h$ die gröfste Höhe, welche der Körper erreichen kann, und $AB = b$ die Wurfweite darstellt.

Anmerkung. Setzt man den Winkel $BAT = \alpha$, so findet man nach geometrischen Gründen $h = \frac{(v \, Sin\, \alpha)^2}{2g}$ und $b = \frac{v^2 \, Sin\, 2\alpha}{g}$, woraus sofort folgt, dafs die gröfste Wurfweite bei demselben Werth von v, für $\alpha = 45^\circ$, wofür $h = \frac{v^2}{4g}$ ist, erreicht wird. Die Zeit, die der Körper braucht, um von A durch den Bogen AFB nach B zu kommen, ist

$$t = \frac{2v \, Sin\, \alpha}{g}.$$

Für $\alpha = 90^\circ$ entstehen die Fälle des vorigen Paragraphes, weil der Körper dann vertical aufwärts steigt; es ist dafür $h = \frac{v^2}{2g}$, $b = 0$ und $t = \frac{2v}{g}$, wie es seyn soll.

Fällt endlich die Richtung des Wurfes in den Horizont AM (Fig. 121), so ist für $AM = x$ und $Mm = h$, sofort $h = \frac{g}{2v^2}x^2$; ist $x = v$, so

ist $h = \frac{1}{2} g$, für $x = 2v$ ist $h = 4 \cdot \frac{1}{2} g$, für $x = 3v$ ist $h = 9 \cdot \frac{1}{2} g$ u. s. w., wodurch sich die Puncte m, m'.. der Parabel Ams bestimmen.

§. 143. Bewegung zweier ungleicher Massen oder Gewichte über eine Rolle (Bewegung durch Überwucht). Hängen an den Endpuncten A und B eines über eine feste Rolle C (Fig. 122) gelegten Fadens zwei gleiche Massen oder Gewichte m, so halten sich diese das Gleichgewicht, weil die Anziehung der Erde auf beide gleich stark wirkt. Legt man aber auf der einen Seite A noch eine Masse m' hinzu, so wird durch die darauf wirkende Schwerkraft das Gleichgewicht gestört und der Punct A mit gleichförmig beschleunigter Bewegung herab-, also der Punct B eben so hinaufgezogen. Das in A angebrachte Gewicht $m + m'$ kann jedoch nicht jene Geschwindigkeit, wie beim freien Fall annehmen, indem sich das Gewicht m' als beschleunigende Kraft auf die ganze Masse $m + m + m' = M + m$ (wenn man Kürze halber $m + m' = M$ setzt) vertheilt. Wirkt aber eine constante Kraft in ungleiche Massen, so sind die in gleichen Zeiten, also auch in der Zeiteinheit erzeugten Geschwindigkeiten den Massen umgekehrt proportional, indem dieselbe Kraft in der doppelten Masse nur die halbe Geschwindigkeit erzeugen kann, u. s. w. Ist also g die Beschleunigung der Schwerkraft (d. h. die Endgeschwindigkeit der ersten Secunde, wenn die constante Kraft m' in die Masse m' wirkt) und G die Beschleunigung der Massen $M + m$ (d. h. die Endgeschwindigkeit der ersten Secunde, wenn die Kraft m' in die Masse $M + m$ wirkt); so ist

$$g : G = M + m : m' \text{ oder } G = \frac{m'}{M+m} g = \frac{M-m}{M+m} g \ldots (1.$$

Mit diesem Werthe von G lassen sich nun alle hieher gehörigen Fragen durch Anwendung der für den freien Fall (§. 142) geltenden Formeln beantworten, wenn man in diesen Formeln durchaus G statt g schreibt.

Beispiel. Ist z. B. $M = 187$ und $m = 185$ (gleichgiltig ob Pfunde, Lothe u. s. w.), so ist $G = \frac{1}{186} \times 31 = \frac{1}{6}$ Fufs $= 2$ Zoll, also der Fallraum der ersten Secunde $\frac{1}{2} G = 1$ Zoll.

Nach fünf Secunden z. B. wäre die erlangte Geschwindigkeit $v = Gt = 2 \times 5 = 10$ Zoll und der zurückgelegte Weg $h = \frac{1}{2} G t^2 = 25$ Zoll.

Anmerkung. Auf diesem Princip beruht die von Atwood angegebene Fallmaschine, mittelst welcher man alle Gesetze des freien Falles oder eigentlich der gleichförmig beschleunigten Bewegung sehr bequem beobachten kann, was bei wirklich frei fallenden Körpern defshalb nicht möglich ist,

weil der Fallraum der ersten Secunde schon $15\frac{1}{2}$ Fuſs beträgt, also für eine Beobachtungszeit von selbst nur einigen Secunden schon sehr bedeutende Höhen zu Gebote stehen müſsten.

§. 146. Allgemeiner Ausdruck für die Beschleunigung der Massen. Bei dem freien Falle erlangen verschiedene Massen immer dieselbe Geschwindigkeit, weil in die grössere Masse auch in demselben Verhältniſs die gröſsere Kraft wirkt, folglich auf einen gleich groſsen Theil der Masse immer auch eine gleiche Kraft kommt. Wirken aber constante Kräfte untern andern Umständen auf ungleiche Massen, so werden die am Ende der Zeiteinheit erlangten Geschwindigkeiten oder die Beschleunigungen (§§. 136 und 145) den Kräften direct oder gerade, und den Massen umgekehrt proportional. Wirken nämlich zwei constante Kräfte F, F' in zwei ungleiche Massen M, M' und bringen sie in diesen in einerlei Zeit gleiche Geschwindigkeiten hervor, so ist $F : F' = M : M'$. Wirken diese Kräfte auf gleiche Massen und erzeugen sie in diesen ungleiche Geschwindigkeiten v und v', so ist $F : F' = v : v'$, folglich ist, wenn die Massen und Geschwindigkeiten ungleich sind, $F : F' = Mv : M'v' \ldots (\alpha$ oder auch

$$v : v' = \frac{F}{M} : \frac{F'}{M'} \ldots (1,$$

wodurch der vorhin ausgesprochene Satz bestätiget wird.

Da für den freien Fall (wenn F' die Schwerkraft und M' die fallende Masse bezeichnet) $\frac{F'}{M'} = 1$ ist, und wenn man v und v' für die Endgeschwindigkeiten der ersten Secunde nimmt, diese Gröſsen also mit G und g vertauscht, diese Proportion (1 in folgende

$G : g = \frac{F}{M} : 1$ übergeht, so folgt daraus $G = \frac{F}{M} g \ldots (2,$

durch welche Formel sofort die Beschleunigung der Masse M, in welche die in Gewichtstheilen ausgedrückte constante Kraft F wirkt, bestimmt ist.

Anmerkung 1. Wirkt die constante Kraft F in die Masse M und stellt man sich vor, daſs von dieser Kraft auf die Einheit der Masse der Antheil f kommt, so ist (da die Geschwindigkeiten gleich sind)

$$F : f = M : 1 \quad \text{oder} \quad F = Mf \ldots (n.$$

Französische Schriftsteller nennen dabei f die beschleunigende und F oder Mf die bewegende Kraft. So wäre bei dem freien Falle der Körper $f = g$ die beschleunigende und Mg die bewegende Kraft der fallenden Masse M (und zugleich auch §. 35, Anmerkung, das Gewicht derselben).

Ist nun M eine Masse, in welche eine constante oder beschleunigende Kraft wirkt, die dem Gewichte einer Masse P gleich ist, und G die in

der Masse M erzeugte Beschleunigung (Endgeschwindigkeit der ersten Secunde oder Geschwindigkeitszunahme in jeder Secunde); ist ferner M eine andere eben so grofse Masse, die man frei fallen läfst, wodurch ihre Beschleunigung gleich g wird; so hat man, da die bewegenden Kräfte beziehungsweise Pf und Mf sind, wenn man nämlich, um sich von jeder Masseneinheit unabhängig zu machen, das Gewicht der Masseneinheit mit f bezeichnet, wegen Gleichheit der Massen, sofort $Pf : Mf = G : g$, woraus wieder, wie vorhin, $G = \frac{P}{M} g$ folgt, und wobei das Gewicht der Masse M gar nicht in Betracht kommt. Auch ist hier, der Gleichartigkeit der Formel wegen, P ebenfalls als eine Masse dargestellt; da aber diese (§. 35) durch dieselbe Zahl wie ihr Gewicht ausgedrückt wird, so gibt P zugleich den Zahlenwerth der bewegenden Kraft an und kann als die Kraft selbst angesehen werden.

Anmerk. 2. Drückt man mit den französischen Schriftstellern das Gewicht P einer Masse M durch $P = Mg$, also das Gewicht der Masseneinheit durch g aus, so bleibt zwar die obige Formel für G, wie die Ableitung zeigt, die nämliche, allein, wenn nach unserer Bezeichnungsart für die Masseneinheit $M = 1$ und Kräfteneinheit $P = 1$, die Beschleunigung $G = g$ wird, so wird nach der Annahme und Bezeichnungsart der erstern, für die Krafteinheit $P = 1$ und Masseneinheit $M = g$ die Beschleunigung derselben $G = 1$.

Auch wird dabei die auf die Masseneinheit (gleich g) wirkende beschleunigende Kraft durch $P = G$ und daher die auf die Masse M kommende Kraft durch MG ausgedrückt; aus diesem Grunde nennen die französischen Schriftsteller G oder auch g die beschleunigende und MG oder Mg die bewegende Kraft.

Fall oder Bewegung auf der schiefen Ebene.

§. 147. Liegt ein Körper O (Fig. 123), dessen Gewicht P seyn mag, auf einer schiefen Ebene AB, so treibt ihn die Kraft P nach lothrechter Richtung und würde in ihm die Beschleunigung g erzeugen. Zerlegt man P in zwei auf einander senkrechte Kräfte p und q, parallel und senkrecht zu AB, so ist die erstere (§. 109, Gleichung 1)

$$p = \frac{BC}{AB} P = \frac{h}{l} P \; . \; . \; . \; (1,$$

wenn man $BC = h$ und $AB = l$ setzt, von derselben Natur wie die Kraft P, also ebenfalls constant, welche sofort in der Masse des Körpers eine gleichförmig beschleunigte Bewegung erzeugt, während die letztere oder drückende Kraft (§. 109, Gleichung 2)

$$q = \frac{AC}{AB} P = \frac{b}{l} P \; . \; . \; . \; (2$$

von der Festigkeit der Ebene aufgehoben wird.

Ist $Oc = g$ die Beschleunigung der Schwere beim freien Fall, so ist Oa die Beschleunigung G auf der schiefen Ebene, folglich

$$G = \frac{h}{l} g \ldots (3$$

(dasselbe folgt auch aus der Gleichung 2 des vorigen Paragraphes, wo $P = Oa = \frac{h}{l} P$ und $M = P$ zu setzen ist).

Ist α der Neigungswinkel BAC der schiefen Ebene, so ist $\frac{h}{l} = Sin\,\alpha$, folglich auch $G = g\,Sin\,\alpha \ldots (3'$.

§. 148. Endgeschwindigkeit auf der schiefen Ebene. Zur Bestimmung der Geschwindigkeit, welche ein Körper beim Herabgleiten über die schiefe Ebene $BA = l$ im Puncte A erlangt, hat man (§. 142, Gl. 3)

$$v = \sqrt{(2\,Gl)} = \sqrt{\left(2 \frac{h}{l} gl\right)} = \sqrt{(2\,gh)}$$

(wenn man nämlich für G den Werth aus (3 des vorigen Paragraphes setzt).

Diese Geschwindigkeit ist also gerade so grofs, als wenn der Körper von der Höhe $BC = h$ der schiefen Ebene frei herabgefallen wäre. Da diese Endgeschwindigkeit von der Neigung der schiefen Ebene unabhängig ist, so ist sie für alle die schiefen Ebenen AB, $A'B$... (Fig. 124) von derselben Höhe BC die nämliche.

So wie ein mit der Geschwindigkeit v vertical aufwärts geworfener Körper jene Höhe erreicht, durch welche er fallen mufs, um diese Geschwindigkeit v zu erlangen, so wird auch eine über die schiefe Ebene mit der in A durch das Herabgleiten über BA erlangte Geschwindigkeit aufwärts geworfener Körper genau wieder bis zu dem Puncte B gelangen und dort seine ganze Geschwindigkeit verloren haben.

Soll auch noch die Zeit gefunden werden, welche der Körper braucht, um über die schiefe Ebene $BA = l$ herabzugleiten, so ist (aus §. 142, Gl. 2) $l = \frac{1}{2} G t^2 = \frac{1}{2} g \frac{h}{l} t^2$, und daraus $t = \sqrt{\left(\frac{2\,l^2}{g\,h}\right)} \ldots (4.$

Zieht man in einem, in einer verticalen Ebene liegenden Kreis C (Fig. 125) vom Halbmesser r aufser dem lothrechten Durchmesser BD noch durch den Punct B eine beliebige Sehne BA, so kann diese als eine schiefe Ebene angesehen werden, wofür nach der vorigen Formel (4 $t = \sqrt{\left(2 \frac{AB^2}{g.BE}\right)}$ oder, da nach einem Satze der Geometrie $AB^2 = BE.BD = 2rBE$ ist, auch $t = \sqrt{\left(\frac{4\,r.BE}{g.BE}\right)} = 2\sqrt{\frac{r}{g}}$ wird.

Da nun dieser Ausdruck von der Länge *l* der schiefen Ebene oder der Sehne *BA* unabhängig ist, so bleibt er für alle Sehnen desselben Kreises, wie z. B. *BA'*, *BD* u. s. w., derselbe, folglich fällt ein Körper über alle diese Sehnen in der nämlichen Zeit, wie durch den lothrechten Durchmesser dieses Kreises herab.

§. 149. Fall über eine krumme Linie *(eigentlich krumme Fläche).* Liegt die Curve *AB* (Fig. 126) in einer verticalen Ebene *ABC* und theilt man diese in den Puncten *a*, *b*, *c*... in sehr viele kleine Theile, so zwar, dafs man die Curvenelemente *Ba*, *ab*... als gerade Linien ansehen kann, so erlangt ein über die Curve *BA* (als Durchschnitt einer krummen Fläche mit der verticalen Ebene *ABC*), also über eine ununterbrochene Reihe von schiefen Ebenen *Ba*, *ab*... herabgleitender Körper in den Puncten *a*, *b*...*A* jene Geschwindigkeit, welche er durch den freien Fall von *B* durch *BC* in den Puncten *a'*, *b'*... *C* erlangt hätte.

Anmerkung. Hiebei wird vorausgesetzt, dafs der Körper beim Übergang von einer schiefen Ebene zur nächst folgenden von der erlangten Geschwindigkeit nichts verliere, was bei einer Curve in der That auch der Fall ist. Denn hat ein Körper im Puncte *B* (Fig. 127), wo er von der Ebene *AB* auf jene *BC* übergeht, die Geschwindigkeit *Bc* erlangt, und wird diese in die zwei Geschwindigkeiten *Bb* und *Ba*, senkrecht auf *BC* und parallel mit *BC*, zerlegt; so geht die erstere verloren und der Körper beginnt seinen Lauf auf der Ebene *BC* mit der Geschwindigkeit *Ba*. Wird nun, wie es bei den auf einander folgenden Elementen einer continuirlichen Curve der Fall ist, der Winkel $ABD = Bcb$ unendlich klein, so wird auch *Bb*, d. i. der Verlust an Geschwindigkeit, unendlich klein oder gleich Null.

Einfaches und zusammengesetztes Pendel.

§. 150. Erklärung. Im Allgemeinen versteht man unter einem Pendel jeden festen Körper, welcher vermöge seiner Schwere um einen festen Punct oder eigentlich um eine horizontale Achse schwingt.

Nimmt man zur Vereinfachung der Untersuchung eine in einer verticalen Ebene liegende gerade Linie *CA* (Fig. 128), welche sich um den Endpunct *C* drehen kann und mit derem anderen Endpunct *A* ein schwerer Punct verbunden ist, oder auch einen gewichtlosen Faden *AC*, welcher in *C* befestiget ist und in *A* einen schweren materiellen Punct trägt; so nennt man ein solches Pendel ein einfaches oder auch mathematisches Pendel, während alle wirklich bestehenden zusammengesetzte oder physiche Pendel heifsen. Man nähert sich dem

Begriffe des mathematischen Pendels, wenn man an einen sehr feinen Faden ein kleines Blei- oder besser noch Platinkügelchen befestiget und dieses um den Aufhängpunct C des Fadens schwingen läfst.

Wird das Pendel aus seiner verticalen Lage CA, in der es allein nur ruhen kann (§. 64, Anmerk.) in die Lage CA' gebracht und frei gelassen, so wird es durch die Schwere getrieben und durch den Faden geführt, den Kreisbogen $A'A$ herab und auf der andern Seite, durch die in A erlangte Geschwindigkeit (§. 148, Anmerk.) in einen gleichen Bogen, wieder eben so hoch, nämlich bis A'' hinaufgehen; hier angekommen geht es wieder durch den Bogen $A''A$ herab und über jenen AA' hinauf u. s. w., so, dafs es also ohne das Vorhandenseyn von Nebenhindernissen, diese Schwingungen oder Oscillationen durch die Bögen $A'A''$ oder $A''A'$ (auch Pendelschläge genannt) ohne Ende wiederholen oder fortsetzten müfste. Die Zeit, welche das Pendel zur Vollendung einer Schwingung $A'A''$ oder $A''A'$ braucht, heifst die Schwingungszeit, der Winkel $ACA' = ACA''$ Elongationswinkel und der in Gradmafs ausgedrückte Bogen $A'AA''$ die Schwingungsweite oder Amplitude.

Anmerkung. Weil der Bogen $A'AA''$ ein Kreisbogen ist, so nennt man ein solches Pendel öfter auch ein Kreispendel.

§. 151. Schwingungszeit des einfachen Pendels.

Nimmt man in dem Kreise O (Fig. 129) vom Halbmesser r den Pfeil (oder Sinusversus) AB und beschreibt darüber als Durchmesser einen Kreis, nimmt ferner im erstern Kreis einen kleinen Bogen ab, halbirt diesen in c und fällt auf AC die Perpendikel af, cg und bh, zieht bd parallel mit AC; so ist nach geometrischen Gründen, wenn man Bogen $ab = a$, jenen zwischen den beiden Parallelen af, bh liegenden Bogen $a'b' = a'$, $AB = b$ und $Bg = h$, und noch voraussetzt, dafs der Pfeil b gegen den Durchmesser $2r$ sehr klein und der Bogen ab unendlich klein ist, sofort $\frac{a^2}{a'^2} = \frac{2rh}{b^2} \ldots (m\,*)$.

*) Es folgt nämlich aus den ähnlichen Dreiecken Cgc und cbd:

$$ab : bd = Cc : gc \text{ oder } ab = \frac{r.bd}{gc};$$

eben so ist auch $a'b' = \frac{r'.bd}{gc'}$, wobei $r' = \frac{1}{2}AB = \frac{1}{2}b$ ist. Man hat daher $\frac{ab}{a'b'}$, d. i. $\frac{a}{a'} = \frac{r.gc'}{\frac{1}{2}b.gc}$ oder $\frac{a^2}{a'^2} = \frac{4r^2}{b^2} \cdot \frac{gc'^2}{gc^2}$ oder da $gc^2 = Dg.Ag = 2r.Ag$ (wenn man nämlich unter der gemachten

Diefs vorausgesetzt, sey bei der Pendelschwingung der schwere Punct von A' bis zu irgend einem Punct c gekommen und habe hier die Geschwindigkeit v erlangt, so entspricht diese (§. 149) der Fallhöhe $BG = h$ und ist durch die Gleichung $v^2 = 2gh$. . . (n bestimmt. Verfolgt man von hier an die Bewegung noch durch einen unendlich kleinen Bogen a, wozu auch nur eine unendlich kleine Zeit t' gehört, so kann man während dieser kleinen Zeit die Bewegung als eine gleichförmige ansehen und sonach $a = vt'$ setzen, woraus $t' = \frac{a}{v}$ oder $t'^2 = \frac{a^2}{v^2}$, oder wenn man für a^2 den aus der vorigen Gleichung (m folgenden Werth, und für v^2 den Werth aus (n setzt und abkürzt,

$$t'^2 = \frac{r a'^2}{g b^2} \text{ oder } t' = \frac{a'}{b}\sqrt{\frac{r}{g}} \text{ folgt.}$$

Bezeichnet man für das folgende Element a_1 des Bogens $A'bA$ den auf den Halbkreis $Ba'A$ entsprechenden unendlich kleinen Bogen mit a'' (so dafs a'' mit a_1 eben so wie a' mit a zusammenhängt) und mit t'' die Zeit, welche der schwere Punct braucht, um durch den Bogen a_1 zu gehen; so ist genau eben so $t'' = \frac{a''}{b}\sqrt{\frac{r}{g}}$. Wiederholt man dieses Verfahren von A' bis A, so gibt die Summe aus allen diesen Zeiten t', t''. . . (wo dann a das erste Bogenelement an A' und t' die zugehörige Zeit bezeichnet) die Zeit t für einen halben Schwung von A' bis A, so, dafs also $t = t' + t'' + \ldots = \sqrt{\frac{r}{g}}\left(\frac{a' + a'' + \ldots}{b}\right)$, oder da $a' + a'' + \ldots$ die Länge der halben Kreisperipherie $Ba'A$ vom Durchmesser b, also $= \frac{1}{2} b \pi$ ist, auch $t = \frac{1}{2}\pi \sqrt{\frac{r}{g}}$ wird. Da nun das Pendel zum Steigen durch den Bogen AA'' dieselbe Zeit wie zum Fallen des gleichen Bogens $A'A$ braucht, so ist die ganze Schwingungszeit:

$$T = 2t \text{ oder } T = \pi\sqrt{\frac{l}{g}} \;.\;.\;.\; (1,$$

wenn man nämlich unter einem l statt r für die Länge des Pendels setzt.

Anmerkung. Wie aus der Ableitung dieser Formel (1 erhellt, so wird dabei vorausgesetzt, dafs der Elongationswinkel $A\,C\,A' = \alpha$ sehr klein sey; ist diefs nicht der Fall, so gibt diese Formel die Schwingungszeit etwas zu klein. Drückt man α in Theilen des Halbmessers 1 aus, so ist dann

Voraussetzung Ag als sehr klein gegen AD vernachläfsigen und anstatt Dg den Durchmesser DA setzen kann) und $gc'^2 = Bg.Ag = h.Ag$ ist, auch $\frac{a^2}{a'^2} = \frac{4r^2}{b^2}\cdot\frac{h}{2r} = \frac{2rh}{b^2}$, wie oben angenommen wurde.

genauer $T = \pi \sqrt{\frac{l}{g}}\left(1 + \frac{\alpha^2}{16}\right)$. So wäre für $\alpha = 1$ Grad, die Länge von α in Theilen des Halbmessers $= \frac{\pi}{180} = \frac{3{\cdot}1416}{180} = {\cdot}01745$, also $T = 1{\cdot}000019\, \pi \sqrt{\frac{l}{g}}$, so, dafs man durch Anwendung der Formel (1 bei diesem Elongationswinkel einen Fehler von nahe den 50000sten Theil der Schwingungszeit begeht, was auf 50000 Secunden eine, oder auf 24 Stunden nicht volle zwei Secunden beträgt.

§. 152. Gesetze der Pendelschwingungen.

Aus der vorigen Formel (1 ergeben sich folgende Gesetze für das Pendel:

1. Da bei kleinen Schwingungen die Schwingungszeit von der Gröfse des Schwingungsbogens (der Amplitude) $A'AA''$ unabhängig ist, so finden diese Schwingungen alle in derselben Zeit Statt oder sie sind isochronisch.

2. Sind t und t' die Schwingungszeiten für zwei Pendel von den Längen l und l', so ist, für ein und denselben Ort der Erde (wofür g denselben Werth behält) $t : t' = \sqrt{l} : \sqrt{l'}$ oder auch $l : l' = t^2 : t'^2$, d. h. die Schwingungszeiten verhalten sich wie die Quadratwurzeln aus den Pendellängen, oder diese Längen wie die Quadrate der Schwingungszeiten.

Macht das erste Pendel n, das zweite n' Schwingungen in derselben Zeit T, so ist $t = \frac{T}{n}$ und $t' = \frac{T}{n'}$, folglich auch

$$l : l' = \frac{T^2}{n^2} : \frac{T^2}{n'^2} = n'^2 : n^2,$$

d. h. die Pendellängen verhalten sich auch umgekehrt wie die Quadrate der Zahlen, welche angeben, wie viele Schwingungen in gleicher Zeit gemacht werden.

3. Befindet sich das zweite Pendel von der Länge l' an einem andern Orte, wo die Beschleunigung der Schwere g' ist, so hat man

$$t : t' = \sqrt{\frac{l}{g}} : \sqrt{\frac{l'}{g'}}.$$

Sollen nun die Schwingungszeiten gleich seyn, so mufs auch $\frac{l}{g} = \frac{l'}{g'}$ oder $g : g' = l : l'$ seyn, d. h. es ist bei gleichen Schwingungszeiten die Schwere den Pendellängen proportional.

4. Sind dagegen die Pendellängen gleich, so ist
$t : t' = \sqrt{g'} : \sqrt{g}$ oder $g : g' = t'^2 : t^2 = n^2 : n'^2$,

d. h. die Schwerkräfte verhalten sich umgekehrt wie die Quadrate der Schwingungszeiten oder gerade wie die Quadrate der Zahlen, welche anzeigen, wie viele Schwingungen dasselbe, oder Pendeln von gleichen Längen in derselben Zeit machen.

Für die absolute Intensität der Schwere an irgend einem Ort der Erde hat man $g = \frac{\pi^2 l}{T^2}$.

5. Für die Länge des Secundenpendels L hat man, wegen $T = 1$:

$$L = \frac{g}{\pi^2} = \frac{g}{9 \cdot 87}, \quad \text{also auch} \quad g = 9 \cdot 87\, L.$$

Da man für Wien (im luftleeren Raum und auf das Niveau des Meeres reducirt) nahe $L = 3 \cdot 144$ Fuſs fand, so ist für diesen Ort die Beschleunigung der Schwere $g = 31 \cdot 03$ Fuſs (vergleiche §. 142. Genauer ist für Wien $L = \cdot 99394825$ Meter).

§. 153. Mittelpunct des Schwunges eines zusammengesetzten Pendels. Legt man durch den Schwerpunct O (Fig. 130) eines physischen oder zusammengesetzten Pendels, senkrecht auf die horizontale Schwingungsachse C eine Ebene und nimmt darin die beliebigen Puncte a, b... an, so schwingen diese mit dem Pendel gleichzeitig, während sie, wenn sie frei oder von einander unabhängig wären, ungleich, und zwar der schwere Punct a schneller als jener b schwingen würde u. s. w.; es wird also durch diese Verbindung der Punct a zurückgehalten und jener b beschleunigt. Es gibt jedoch einen Punct F (eigentlich sind es mehrere Puncte), welcher weder beschleunigt noch retardirt wird und in seiner Verbindung mit dem Pendel genau eben so schwingt als ob er frei wäre, und dieser Punct heiſst Mittelpunct des Schwunges; man findet ihn, wenn man nach der Formel (1 §. 151 die Länge l eines einfachen Pendels berechnet, welches mit diesem zusammengesetzten Pendel gleiche Schwingungszeiten T hat (die man also beobachten muſs), und diesen Werth von l auf der durch C und O gehenden Geraden von C bis F aufträgt; dieser Abstand $CF = l$ des Schwingungsmittelpunctes F vom Aufhängpuncte C bestimmt zugleich die Länge des zusammengesetzten Pendels, weil es in der That mit einem einfachen Pendel von derselben Länge gleiche Schwingungszeiten besitzt. (Ein anderer Ausdruck für die Bestimmung dieses Punctes F folgt in §. 170.).

Anmerkung. Der Mittelpunct des Schwunges besitzt gegen den Aufhängpunct eines zusammengesetzten Pendels die merkwürdige Eigenschaft oder Beziehung, daſs, wenn man das Pendel umkehrt und in diesem Mittelpuncte

aufhängt, sofort der vorige Aufhängpunct zum Mittelpuncte des Schwunges wird, das Pendel also in beiden Fällen dieselbe Schwingungszeit (und zwar wie das einfache Pendel von der Länge *CF*) besitzt (M. s. §. 170, Anmerkung 2). Man benützt diese Eigenschaft um den Mittelpunct des Schwunges bei dem eigens dafür construirten Reversionspendel, wobei sich von zwei durch *C* und *F* gehenden Schwingungsachsen (in Form von Schneiden) die eine verschieben, oder die Entfernung *CF* reguliren (oder wo diefs nicht der Fall, ein kleines Gewicht *m* an der Stange verschieben) läfst, practisch zu bestimmen.

Bekanntlich benützt man das Pendel als Zeitmesser, und bei den Uhren zur Regulirung der Bewegung. Man befestigt eine schwere linsenförmige Masse, um den Widerstand der Luft leichter zu überwinden, an eine dünne Stange, welche oben mittelst einer Messerschneide, oder vielleicht noch besser, einer Uhrfeder aufgehängt wird.

Drittes Kapitel.

Von der Centrifugal- oder Fliehkraft.

§. 154. Erklärung. Befindet sich an dem Endpuncte *A* (Fig. 131) eines in *C* befestigten gewicht- und massenlosen Fadens *CA* ein blofs materieller Punct von der Masse *M* (deren Gewicht also dabei gar nicht in Betracht kommt), und wird diese durch eine momentane Kraft nach der Richtung *AT* mit irgend einer Geschwindigkeit in Bewegung gesetzt, so kann sich diese Masse vermöge der Verbindung mit dem Puncte *C* nur im Kreise *AMB* fortbewegen, und diese wird sonach während der Zeit, in welcher sie ohne diese Verbindung den Weg *AE* zurückgelegt hätte, um das Stück *EM* gegen den Mittelpunct *C* gezogen, oder was dasselbe ist, die Masse *M* hat das Bestreben, sich in dieser Zeit um *ME* von *C* zu entfernen. Die Kraft nun, mit welcher der Faden, welcher dieses Entfernen vom Mittelpuncte *C* jeden Augenblick verhindert (indem die Masse nach dem Beharrungsvermögen in jedem Puncte der krummlinigen Bahn nach der Tangente fortgehen will), dadurch gespannt wird, heifst Centrifugal-, Flieh- oder Schwungkraft, und sie ist genau jener Kraft gleich, welche die Masse *M* beständig gegen den Mittelpunct hinziehen mufs, um der Fliehkraft das Gleichgewicht zu halten, und welche defshalb Centripedal- oder Centralkraft genannt wird.

§. 155. Bestimmung der Fliehkraft. Hat die Masse *M* im Puncte *A* durch eine momentane Kraft nach der Richtung

AT die Geschwindigkeit v erhalten, so geht diese, da die anziehende Kraft fortwährend normal auf die Richtung der Bewegung ist, also in v keine Änderung bewirkt, mit dieser Geschwindigkeit v gleichförmig im Kreise $AMBA$ herum. Nimmt man an, dafs der sehr, oder eigentlich unendlich kleine Bogen AM in der Zeit t' zurückgelegt wird, so kann während dieser ebenfalls unendlich kleinen Zeit (§. 137) die Anziehungs- oder Centripedalkraft als eine constante Kraft $= F$ angesehen werden, wodurch also der Weg EM, wofür man bei dieser Voraussetzung (dafs AM unendlich klein ist) die mit AB Parallele $Mn = AD$ nehmen kann, in derselben Zeit t' mit gleichförmig beschleunigter Bewegung zurückgelegt wird. Nach §. 146 (Gleich. 2) ist aber die Beschleunigung $G = \frac{F}{M} g \ldots$ (α, und der Weg (§. 142, 2)

$$AD = \tfrac{1}{2} G t'^2 = \tfrac{1}{2} g \frac{F}{M} t'^2.$$

Da ferner der kleine Bogen AM mit seiner Sehne verwechselt werden kann, ferner nach einem Satze der Geometrie

$$AM^2 = AB.AD = 2r.AD$$

ist, wenn man nämlich den Halbmesser $AC = r$ setzt, und endlich auch noch (§. 127, 1) $AM = vt'$ ist; so folgt

$$v^2 t'^2 = 2r.\tfrac{1}{2} g \frac{F}{M} t'^2,$$

und daraus für die Anziehungskraft F, welche auch der gesuchten Fliehkraft gleich ist $F = \frac{M v^2}{r g} \ldots$ (1.

Aus diesem Ausdrucke folgt, dafs die in Gewichtseinheiten ausgedrückten Fliehkräfte der Masse und dem Quadrate der Geschwindigkeit direct, und dem Halbmesser des Kreises, in welchem die Bewegung (an demselbem Orte der Erde) Statt findet, umgekehrt proportional ist. Ist T die Umlaufszeit der Masse M in dem Kreise $AMBA$, so ist $2r\pi = vT$, also $v = \frac{2r\pi}{T}$, und wenn man diesen Werth in die vorige Gleich. (1 substituirt, auch $F = \frac{4 M r \pi^2}{g T^2} \ldots$ (2,

oder, wenn der materielle Punct die Kreisperipherie in einer Secunde n Mal durchläuft, wodurch $T = \frac{1}{n}$ wird, auch

$$F = \frac{4 n^2 \pi^2 r M}{g} \ldots (3.$$

Setzt man den Werth von F aus der Gleichung (1 in jene (α, so erhält man für die Centrifugalbeschleunigung $G = \frac{v^2}{r} \ldots$ (4,

welche in Längenmafs ausgedrückt, ebenfalls zur Beurtheilung der Intensität der Centrifugalkraft dienen kann.

Anmerkung. Findet die Bewegung nicht im Kreise, sondern in einer andern krummen Linie Statt, so hat man in diesen Formeln unter r den Krümmungshalbmesser (d. i. den Halbmesser des Krümmungskreises) an jener Stelle der Curve zu verstehen, an welcher die Fliehkraft, welche also dabei nicht mehr wie hier im Kreise constant ist, bestimmt werden soll.

Beispiele.

1. Wird eine kleine Bleikugel von 20 Loth an einem 3 Fufs langen Faden auf einem horizontalen Tisch (wodurch also das Gewicht derselben aufgehoben ist) im Kreise mit einer Geschwindigkeit von 5 Fufs herum geschwungen, so ist die Stärke, mit welcher der Faden durch die entstehende Fliehkraft gespannt wird (Gleich. 1) $F = \frac{20.25}{3.31} = \frac{500}{93}$, oder nahe $5\frac{1}{3}$ Loth, und es müfste, im Falle derselbe nur so stark wäre, dafs er blofs 5 Loth tragen könnte, dabei der Faden nothwendig abreifsen.

§. 156. Befinden sich an den Endpuncten A und B einer um C drehbaren Geraden AB (Fig. 132) die trägen Massen M und M', wofür die Abstände $CA = a$ und $CB = b$ seyn sollen; so sind ihre Fliehkräfte nach der Gleichung (2 des vorigen Paragraphs, da die Umdrehungszeit T für beide die nämliche ist:

$$F = \frac{4 M a \pi^2}{g T^2} \text{ und } F' = \frac{4 M' b \pi^2}{g T^2}.$$

Soll nun $F' = F$ seyn, so mufs $Ma = M'b$ oder $M : M' = b : a$... (1 Statt finden, d. h. es müssen die statischen Momente der Massen in Beziehung auf den Drehungspunct gleich seyn, oder sich die Massen umgekehrt wie ihre Abstände von diesem Puncte verhalten.

Dieser Satz läfst sich leicht auf jedes beliebige System von materiellen Puncten ausdehnen. Nimmt man als einfachsten Fall in der Geraden CA, welche sich um eine in C auf AC senkrechte Achse umdreht in den beliebigen Abständen a, a', a'' ... von C die materiellen Puncte m, m', m'' ... und sucht jenen Punct O, in welchem die gesammte Masse $M = m + m' + m'' + ..$ vereinigt, dieselbe Fliehkraft, wie die einzelnen Massen zusammen besitzen, so ist, wenn man $CO = z$ setzt, eben so

$$zM = ma + m'a' + m''a'' + \ldots,$$

woraus für den gesuchten Abstand z genau derselbe Ausdruck wie (§. 26) für den Mittelpunct der Massen oder Schwerpunct dieses Systems von materiellen Puncten folgt.

Eben so läfst sich zeigen, dafs, wenn sich irgend eine ebene Fläche AB (Fig. 134), über welche die Masse M gleichförmig vertheilt seyn soll,

um eine durch C gehende, auf ihrer verlängerten Ebene senkrechten Achse im Kreise herumdreht, die entstehende Fliehkraft eben so grofs ist, als ob die Masse M im Schwerpuncte O dieser Fläche vereinigt wäre. (Man darf dazu nur durch den Umdrehungspunct C in der Ebene dieser Fläche zwei rechtwinklichte Momentenachsen annehmen, und die Fliehkräfte der einzelnen materiellen Puncte m, m'.. der Fläche AB, jede in zwei mit diesen Achsen parallele Seitenkräfte zerlegen, und sich erinnern, dafs die Summe der Momente der einzelnen Massen gegen eine dieser Achsen bezogen, dem Momente aus der Gesammtmasse M in den Abstand vom Schwerpuncte O dieser Fläche AB gleich ist.)

Dasselbe gilt auch von Körpern, bei welchen die Schwerpuncte sämmtlicher Querschnitte, welche durch die Schnitte von Ebenen entstehen, die auf die Umdrehungsachse senkrecht sind, in einer mit dieser Achse parallelen geraden Linie liegen.

Dreht sich also z. B. eine Kreisfläche vom Halbmesser $CO = r$ um ihren Mittelpunct (d. h. um eine auf der Kreisebene senkrecht durch den Mittelpunct gehende Achse), und wird die Masse ihrer Fläche $r^2\pi$ proportional gesetzt; so darf man zur Bestimmung der Fliehkraft, die Kreisfläche nur in ihre Elemente, wie abC (Fig. 134), d. i. in unendlich schmale Dreiecke auflösen, und sich die Masse jedes dieser Dreiecke in dem Schwerpuncte o desselben vereinigt denken; da nun (§. 48) ein mit dem Halbmesser $CO = \frac{2}{3}r$ aus dem Mittelpuncte C gezogener Kreis durch die Schwerpuncte dieser sämmtlichen Dreiecke geht, so kann man sich die ganze Masse $M = r^2\pi$ der Kreisfläche in dieser Kreisperipherie vereinigt denken, und sofort die gesuchte Centrifugalkraft nach den Formeln des vorigen Paragraphes bestimmen; dasselbe gilt nun auch von einem Cylinder, dessen Grundflächen mit dieser Kreisfläche und Achse, mit der durch C gehenden Umdrehungsachse zusammen fällt; die Achse erleidet jedoch hier, bei homogener Masse keinen Zug oder Druck.

Beispiele.

1. An dem einen Ende einer 5 Fufs langen Eisenstange, welche bei einem Gewichte von 1000 Pfund abreifst, befindet sich eine 100 Pfund schwere Kugel; wenn sich nun diese Kugel um den andern Endpunct der Stange, und zwar um ihr Gewicht unwirksam zu machen, auf einem horizontalen Tische im Kreise herumdreht, so ist die Frage, wie viele Umdrehungen dieselbe per Secunde machen kann, bis die Fliehkraft mit der Festigkeit der Eisenstange im Gleichgewichte stehe?

Da man sich die Masse der Kugel für die Bestimmung der Fliehkraft im Schwerpuncte vereinigt denken kann, so ist nach der Formel (3 des vorigen Paragraphes $F = 1000$, $M = 100$, $r = 5$, $\pi^2 = (3{\cdot}1416)^2 = 9{\cdot}87$ und $g = 31$ zu setzen, wodurch man $1000 = 636{\cdot}8\,n^2$, und daraus für die gesuchte Umdrehungszahl $n = \sqrt{\left(\frac{1000}{636{\cdot}8}\right)} = 1{\cdot}26$ erhält, so, dafs also die Stange schon abreifsen würde, wenn die Kugel den genannten Kreis von 10 Fufs Durchmesser in einer Secunde $1\frac{3}{10}$ Mal durchliefe.

2. Es stelle $adfg$ (Fig. 134) ein Segment z. B. den zehnten Theil des Radkranzes eines 200 Centner schweren gufseisernen Schwungrades vor, welches bei einem äufsern Halbmesser $R = Ca = 6$, und innern $r = Cf = 5$ Fufs in einer Secunde drei Mal umlauft; mit welcher Kraft sucht sich dieses Kreissegment, wenn es ein Gewicht von 20 Centner hat, aus seiner Verbindung mit der Umdrehungsachse loszureifsen?

Ist i der Schwerpunct des Bogenstückes $adfg$, so ist nach der Formel (3 in §. 50, in welche $r = 6$, $r' = 5$, $s =$ Bog. $ad = \frac{1}{10} . 12 \times 3{\cdot}1416 = 3{\cdot}7579$, $a = ad = 3{\cdot}7082$ ($= 12 \ Sin \ 18^\circ$) zu setzen ist: $Ci = 5{\cdot}43$ Fufs. Da man sich nun in diesem Punct i die gesammte Masse des Segments von 2000 Pfund vereinigt denken kann, so hat man nach der Formel (3 des vorigen Paragraphes, in welche statt r dieser Werth Ci zu setzen ist, sofort für die gesuchte nach der Richtung Ci wirkende Fliehkraft des Segments: $F = \frac{4 \times 9 \times 9{\cdot}87 \times 5{\cdot}43 \times 2000}{31} = 124476{\cdot}6$ Pfund.

Anmerkung. Aus diesen Beispielen wird es leicht begreiflich, dafs bei einem zu schnellen Umlaufen der Mühl- und Schleifsteine, gufseiserner Schwungräder u. s. w. Die Cohäsion oder der Zusammenhang der Theile überwunden, und diese in Stücken hinausgeschleudert werden können.

Fährt ein Wagen schnell um eine Ecke oder in einer starken Krümmung, so kann er durch die Schwungkraft umgestürzt werden. Stellt z. B. Ob (Fig. 135) das durch den Schwerpunct O wirkende Gewicht, und Oa die nach horizontaler Richtung wirkende Fliehkraft des Wagens vor; so wirkt die Resultirende Oc dieser beiden Kräfte nach der Richtung OD, und es mufs, sobald diese nicht mehr zwischen die Räder fällt, der Wagen umstürzen.

Ist der Boden AB (Fig. 136) nicht horizontal, sondern nach einwärts abschüssig, so wird dadurch der Schwungkraft zum Theil entgegen gewirkt, und es kann bei denselben Werthen von Oa und Ob die Resultirende Oc zwischen die Räder fallen, und der Wagen gegen das Umstürzen gesichert seyn. Aus diesem Grunde neigen sich auch Menschen und besonders Pferde, wenn sie schnell im Kreise herum laufen, instinctmäfsig nach einwärts, und zwar um so mehr, je schneller und in einem desto kleineren Kreise sie herumlaufen. Aus gleichem Grunde erhöht man bei Eisenbahnen in den Krümmungen die äufsere Schiene.

Durch die Schwungkraft mufste die anfangs noch weiche Erdmasse die an den Polen abgeplattete Gestalt erhalten; durch dieselbe Kraft mufs auch die Schwerkraft, und zwar unterm Äquator, wo die Schwungkraft am gröfsten ist, und den 289sten Theil der Schwere beträgt, auch am meisten, und zwar um den 289sten Theil vermindert werden. Würde sich die Erde 17 Mal schneller um ihre Achse drehen, so wäre unterm Äquator die Fliehkraft der Schwerkraft gleich, und die Körper hätten da gar keine Schwere u. s. w.

Das Centrifugalpendel.

§. **157. Erklärung.** Bewegt sich das in C aufgehangene einfache Pendel CA (Fig. 137) auf eine solche Weise, daſs der Punct A, welcher die Masse oder den materiellen Punct M trägt, die Peripherie des horizontalen Kreises $ADBA$, also die Gerade CA die krumme Oberfläche eines geraden Kegels beschreibt; so heiſst ein solches Pendel ein conisches oder einfaches Centrifugalpendel, und dabei wird, wenn CE lothrecht, also zugleich senkrecht auf die Kreisebene ist, der W. ECA wieder der Elongationswinkel und CE die Höhe des Pendels genannt.

§. **158. Umlaufszeit dieses Pendels.** Bewegt sich der Punct A, d. i. die damit verbundene Masse M mit gleichförmiger Geschwindigkeit v, so ist der Elongationswinkel, folglich auch die Centrifugalkraft unveränderlich. Setzt man den Halbmesser $AE = BE = r$, die Länge des Pendels $CA = l$, die Höhe $CE = h$, und die Centrifugalkraft $= F$; so ist (§. 155, Gleich. 1) $F = \frac{Mv^2}{rg}$. Nimmt man in der Verlängerung von EA das Stück $Ac = F$, und zerlegt diese Kraft in zwei auf einander senkrechte Ab und Ai, nämlich normal auf CA und in deren Verlängerung; eben so auch das Gewicht Ad der Masse M in Aa und Ae, wieder senkrecht auf CA und in deren Verlängerung, so muſs, da Ai und Ae zusammen $= An$ von der Festigkeit der Linie oder des Fadens CA und dem Puncte C aufgehoben werden, und die beiden noch übrigen Kräfte, sobald der Winkel ECA constant seyn soll, im Gleichgewichte stehen müssen, sofort, da sie sich gerade entgegen wirken, $Ab = Aa$ Statt finden; zugleich ist auch, wegen Ähnlichkeit der Dreiecke Adn und ACE:

$$F : M = dn : Ad = EA : CE = r : h \ldots (\alpha,$$

ferner wegen Ähnlichkeit der Dreiecke Abc und CEA, $Ab : Ac = h : l$, oder $Ab = \frac{Fh}{l}$, und endlich wegen Ähnlichkeit der Dreiecke aAd und AEC, $Aa : Ad = r : l$, oder $Aa = \frac{Mr}{l}$.

Da nun $Ab = Aa$ seyn muſs, so ist $\frac{Fh}{l} = \frac{Mr}{l}$, oder, wenn man für F seinen Werth setzt, und dann r bestimmt:

$$r = v\sqrt{\frac{h}{g}} \ldots (1.$$

Ist T die Umlaufszeit des Pendels oder Punctes A in der Kreispe-

ripherie, so ist $2r\pi = vT$, also $T = \frac{2r\pi}{v}$, oder, wenn man für r den Werth aus (1 setzt:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{h}{g}} \;\ldots\; (2.$$

Nach §. 151 (Gl. 1) ist die Schwingungszeit des einfachen Kreispendels von der Länge h sofort $T = \pi\sqrt{\frac{h}{g}}$, nämlich halb so groſs, als die eben bestimmte; ist also die Länge eines einfachen Kreispendels der Höhe des Centrifugalpendels gleich, so ist die Umlaufszeit des letztern doppelt so groſs, als die Schwingungszeit des erstern.

Anmerkung. Das Pendel CA kann sich niemals horizontal stellen, weil dafür $h = o$, also $v = r\sqrt{\frac{g}{h}} = \infty$, d. i. unendlich groſs seyn müſste. Haben zwei conische Pendel gleiche Höhen, so haben sie auch gleiche Umlaufszeiten.

Viertes Kapitel.

Von dem Momente der Trägheit und der Bestimmung des Mittelpunctes des Schwunges.

§. 159. Begriff des Momentes der Trägheit.

Jede Masse setzt der Kraft, welche sie in Bewegung bringen will, vermöge ihrer Trägheit, einen Widerstand entgegen, welcher zufolge des allgemein giltigen Satzes, daſs jede Reaction oder Gegenwirkung der Action oder Wirkung gleich und entgegengesetzt ist, der bewegenden Kraft gleich ist, und durch diese gemessen werden kann; dieser Widerstand nimmt also (§. 146, Relat. α) mit der Gröſse der Masse und der Geschwindigkeit zu. Befindet sich nun im Puncte A der steifen, um C drehbaren Geraden CA (Fig. 138) eine bloſs träge Masse M (deren Gewicht also nicht in Betracht kommt), und wirkt in dieser die constante Kraft P senkrecht auf AC, so nimmt diese Masse (§. 133) eine gleichförmig beschleunigte Bewegung an, erlangt am Ende der ersten Secunde die Geschwindigkeit oder Beschleunigung (§. 146) $G = \frac{P}{M}g$, und beschreibt in dieser Zeit den Kreisbogen $AB = \frac{1}{2}G$. Nimmt man jetzt die Masse M von A weg, und bringt in irgend einem andern Puncte A' dieser Geraden AC eine Masse M' an, so erzeugt die noch immer in A wirk-

same Kraft P auf A', also auch auf die Masse M' den constanten Druck $P' = P \cdot \frac{AC}{A'C} = P\frac{a}{a'}$, wenn man $AC = a$ und $A'C = a'$ setzt. Die Beschleunigung dieser Masse M' ist $G' = \frac{P'}{M'}g$, und der in der ersten Secunde zurückgelegte Weg $A'B' = \frac{1}{2}G'$. Soll nun die Masse M' im letztern Falle der drehenden Bewegung, welche durch die Kraft P erzeugt wird, genau eben so, wie die Masse M im erstern Falle widerstehen, so mufs die Gerade AC in beiden Fällen dieselbe Winkelgeschwindigkeit annehmen, folglich der Punct B' in der Geraden CB liegen, und sonach die Proportion Bog. AB : Bog. $A'B' = a : a'$, oder wenn man für AB und $A'B'$ die Werthe setzt, auch $\frac{1}{2}G : \frac{1}{2}G' = a : a'$, oder $\frac{P}{M}g : \frac{P}{M'}g\frac{a}{a'} = a : a'$ Statt finden, woraus sofort folgt:

$$Ma^2 = M'a'^2 \ldots (1,$$

d. h. die beiden trägen Massen M und M' widerstehen jede für sich der drehenden Bewegung auf ganz gleiche Weise, wenn jede in das Quadrat ihres Abstandes vom Drehungspuncte multiplicirt dasselbe Product gibt.

Das Product einer in einem einzigen Puncte vereinigt gedachten Masse in das Quadrat ihres Abstandes vom Drehungspuncte heifst ihr Moment der Trägheit. Zwei verschiedene Massen widerstehen also der drehenden Bewegung auf gleiche Art, wenn ihre Trägheitsmomente gleich sind.

Bezeichnet man das Moment der Trägheit der Masse M mit $\mathfrak{M}$, so ist

$$\mathfrak{M} = Ma^2 \ldots (2,$$

und aus der vorigen Gleichung (1

$$M' = \frac{\mathfrak{M}}{a'^2} \ldots (3,$$

d. h. man findet die Masse M', welche im Abstande a' der drehenden Bewegung eben so wie die Masse M im Abstande a widersteht, indem man das Moment der Trägheit der Masse M durch das Quadrat des Abstandes a' dividirt.

Anmerkung. Oft ist es bequemer, anstatt den Abständen a, a' die Geschwindigkeiten v, v' zu nehmen, welche die Puncte A und A' gleichzeitig besitzen; da uun $v : v' = a : a'$ Statt findet, so ist auch für die beiden gleichgeltenden Massen M, M' sofort aus (1:

$$Mv^2 = M'v'^2 \ldots (4.$$

Man nennt übrigens das Product einer Masse in das Quadrat ihrer Geschwindigkeit ihre lebendige Kraft.

§. 160. Moment der Trägheit eines Körpers oder eines Systems materieller Puncte. Sind $m, m', m'' \ldots$ die Elemente der Masse M eines Körpers, welcher sich um irgend eine Achse dreht, und $r, r', r'' \ldots$ die Abstände dieser Puncte von der Drehungsachse; so ist das Moment der Trägheit des ganzen Körpers (Gleich. 2 des vorigen Paragraphes)

$$\mathfrak{M} = mr^2 + m'r'^2 + m''r''^2 + \ldots \text{ (a.}$$

Anmerkung. Sind $r, v' \ldots$ die Geschwindigkeiten der einzelnen materiellen Puncte, also $mv^2, m'v'^2 \ldots$ ihre lebendigen Kräfte, so ist, wenn die gemeinschaftliche Winkelgeschwindigkeit dieser Puncte $= V$ ist, sofort (§. 127, Gleich. 1) $v = rV,\ v' = r'V \ldots,$
und daher die Summe der lebendigen Kräfte

$$S = mv^2 + m'v'^2 + \ldots = V^2(mr^2 + m'r'^2 + \ldots),$$

oder mit Rücksicht auf die vorige Gleichung (*a* auch $S = \mathfrak{M}V^2 \ldots$ (*b*, d. h. die lebendige Kraft eines um eine Achse sich drehenden Körpers ist gleich dem Momente der Trägheit dieses Körpers, in das Quadrat seiner Winkelgeschwindigkeit multiplicirt.

§. 161. Moment der Trägheit eines Körpers in Beziehung auf eine Achse, welche mit einer durch den Schwerpunct des Körpers gehende Achse parallel ist. Es sey XY (Fig. 139) eine durch den Schwerpunct O eines Körpers gehende Achse, $X'Y'$ eine andere mit dieser parallelen Achse, $\mathfrak{M}$ das Moment der Trägheit des Körpers auf die erstere, und $\mathfrak{M}'$ jenes auf die letztere Achse bezogen; sind ferner $r, r' \ldots$ die Abstände der materiellen Puncte $m, m' \ldots$ des Körpers von der Achse XY, so wie $R, R' \ldots$ jene von der Achse $X'Y'$, so ist nach den vorigen Paragraphen

$$\mathfrak{M} = mr^2 + m'r'^2 + \ldots,\ \mathfrak{M}' = mR^2 + m'R'^2 + \ldots,$$

und wenn M die Masse des Körpers ist, $M = m + m' + \ldots$

Legt man durch einen der materiellen Puncte m eine Ebene PQ senkrecht auf die Achsen, und zieht, wenn A und A' die Durchschnittspuncte damit sind, in dieser Ebene die Geraden AA', Am, $A'm$ und auch noch mn senkrecht auf AA', so ist im Dreiecke $AA'm$ nach einem bekannten Satze der Geometrie

$$A'm^2 = AA'^2 + Am^2 \mp 2AA'.An$$

(wobei — oder + gilt, je nachdem der W. A spitz oder stumpf ist), oder wenn man den Abstand der Achsen von einander $AA' = d$ und $An = x$ setzt, auch $R^2 = d^2 + r^2 - 2dx$.

Auf ganz gleiche Weise hat man für den materiellen Punct m' des

Körpers $R'^2 = d^2 + r'^2 - 2dx'$, und so auch ähnliche Relationen für die übrigen Puncte. Werden diese Gleichungen beziehungsweise mit $m, m' \ldots$ multiplicirt und dann addirt, so entsteht

$$mR^2 + m'R'^2 + \ldots =$$
$$= (mr^2 + m'r'^2 + \ldots) + d^2(m + m' + \ldots) \mp 2d(mx + m'x' + \ldots).$$

Denkt man sich nun durch die Achse XY eine Ebene senkrecht auf jene Ebene, welche durch beide Achsen geht, und nimmt diese zur Momentenebene; so sind $x, x' \ldots$ die Abstände der materiellen Puncte $m, m' \ldots$ von dieser Ebene, und weil sie durch den Schwerpunct O des Körpers geht, so ist sofort (§. 26, Anmerk. 2) $mx + m'x' \ldots = 0$, mithin die vorige Gleichung mit Rücksicht auf die obigen Werthe:

$$\mathfrak{M}' = \mathfrak{M} + Md^2 \ldots (1,$$

d. h. das Moment der Trägheit eines Körpers auf irgend eine Achse bezogen, ist gleich dem Trägheitsmoment dieses Körpers in Beziehung auf eine, durch seinen Schwerpunct gehende, mit der erstern parallele Achse vermehrt um das Product aus der Masse des Körpers in das Quadrat des gegenseitigen Abstandes der beiden parallelen Achsen.

§. 162. Moment der Trägheit einer geraden Linie, die sich um einen ihrer Endpuncte dreht.

Es drehe sich die Gerade $AB = l$, die eine über die ganze Länge gleich vertheilte Masse M besitzen soll, um eine senkrecht auf AB durch A gehende Achse YY' (Fig. 140) und es sey m die Masse der Längenheineit, also $M = lm$.

Errichtet man in B auf AB ein Perpendikel, und schneidet darauf $BC = BD = AB$ ab, so wird für ein Element $rs = l'$ dieser Geraden AB die Masse $= ml'$, und dessen Moment der Trägheit nach §. 159 (da man dieses Element rs als einen materiellen Punct ansehen kann), $\mathfrak{M}' = ml' . Ar^2$; da aber, wenn rp senkrecht auf AB bis zur Geraden AC gezogen wird, $rp = Ar$ (weil $BC = AB$) ist, so ist das Trägheitsmoment auch $\mathfrak{M}' = ml' . rp^2$, oder, wenn man mit π multiplicirt und dividirt auch $\mathfrak{M}' = \frac{m}{\pi} rp^2 \pi l'$.

Nun ist aber $rp^2 \pi$ die Kreisfläche vom Halbmesser rp, mithin $rp^2 \pi l'$ der Inhalt des Cylinders von dieser kreisförmigen Grundfläche und Höhe $rs = l'$, welcher sofort durch Umdrehung des Rechteckes rq um AB erzeugt wird.

Summirt man daher alle die einzelnen Trägheitsmomente, welche auf dieselbe Art entstehen, wenn man die ganze Länge l der Linie AB

in ihre Elemente zerlegt, so erhält man $\frac{m}{\pi}$ multiplicirt mit der Summe aller dieser kleinen Cylinder, welche zusammen den durch Umdrehung des Dreieckes ABC um AB entstehenden Kegel ausmachen, dessen Basis den Halbmesser $BC = l$ hat, und Höhe $AB = l$ ist; da nun der Inhalt dieses geraden Kegels $= \frac{1}{3} BC^2 \pi . AB = \frac{1}{3} . l^2 \pi . l = \frac{1}{3} l^3 \pi$ ist, so hat man für das gesuchte Moment der Trägheit:

$$\mathfrak{M}' = \frac{m}{\pi} . \tfrac{1}{3} l^3 \pi = \tfrac{1}{3} m l . l^2, \text{ d. i. } \mathfrak{M}' = \tfrac{1}{3} M l^2 \; . \; . \; (1.$$

Die materielle gerade Linie AB widersteht also durch ihre träge Masse M bei ihrer Umdrehung um die Achse YY' genau so, als ob der dritte Theil ihrer Masse M in dem Endpuncte B vereinigt, und AB ohne Masse wäre.

Ist R der Punct, in welchen man sich die ganze Masse M vereinigt denken kann, so mufs $M . AR^2 = \mathfrak{M}' = \frac{1}{3} M l^2$ seyn, woraus

$$AR = \tfrac{1}{3} l \sqrt{3} = \cdot 577 \, l \; . \; . \; . \; (m$$

folgt. Dieser so bestimmte Punct R wird manchmal der Schwingungspunct, auch Mittelpunct der Trägheit der materiellen Linie AB genannt.

Hat z. B. eine dünne Stange eine Länge von 10 Fufs und ein Gewicht von 6 Pfund, so hat man, um das Moment der Trägheit dieser Stange zu finden, wenn sie sich um einen ihrer Endpuncte umdreht, in der vorigen Formel $l = 10$ und $M = 6$ (weil die Masse durch dieselbe Zahl wie das Gewicht ausgedrückt wird) zu setzen, und man erhält

$$\mathfrak{M} = \tfrac{1}{3} . 6 . 100 = 200 \text{ Pfund},$$

d. h. eine Masse von 200 Pfund würde im Abstand von 1 Fufs vom Drehungspuncte durch ihre Trägheit der drehenden Bewegung denselben Widerstand, wie diese Stange leisten.

Anmerkung 1. Geht die Umdrehungsachse YY' durch den Schwerpunct der Geraden AB, so findet man das Moment der Trägheit für diese Achse aus der Gleichung (1 des vorigen Paragraphes, aus welcher $\mathfrak{M} = \mathfrak{M}' - M d^2$ folgt, sofort $\mathfrak{M} = \frac{1}{3} M l^2 - M (\frac{1}{2} l)^2$, d. i. $\mathfrak{M} = \frac{1}{12} M l^2 \; . \; . \; . \; (2.$

Anmerkung 2. Zieht man zu AB durch irgend einen Punct E der Achse die Parallele EF, und stellt sich vor, dafs sich das Rechteck AF, deren gleich vertheilte Masse $= M$ seyn soll, um diese Achse YY' umdreht, so darf man zur Bestimmung des Momentes der Trägheit diese Fläche nur in unendlich schmale, mit AB parallel laufende Streifen zerlegt denken, wovon jeder, dessen Masse $= m$ seyn mag, als eine materielle Linie angesehen werden kann, die sich um YY' umdreht; da nun von jedem solchen Streifen nach dem Vorigen das Trägheitsmoment $= \frac{1}{3} m l^2$ ist, so darf man diese nur summiren, oder, wenn n solcher Streifen vorhanden, diesen Ausdruck n Mal nehmen, um $\mathfrak{M} = \frac{1}{3} n m l^2 = \frac{1}{3} M l^2$, also genau den vorigen Ausdruck (1 zu erhalten: die Dimension nach der Richtung der Umdrehungsachse erscheint also nur mittelbar durch die Masse M des Rechteckes.

§. 163. Moment der Trägheit eines Rechteckes und Parallelopipedes. Es drehe sich das Rechteck AD (Fig. 141) um eine durch dessen Schwerpunct O senkrecht auf die Ebene AD gehende Achse YY'; man denke sich das Rechteck in unendlich schmale, mit AB parallele Streifen, wie ab' zerlegt, so kann man diese Flächenelemente als materielle Linien behandeln, und ihre Trägheitsmomente nach dem vorigen Paragraphe ausdrücken. Ist nämlich m die Masse eines dieser unendlich schmalen Streifen, so ist das Moment der Trägheit desselben hinsichtlich einer durch seinen Schwerpunct n gehenden, mit YY' parallelen Achse (voriger Paragraph Gl. 2) $= \frac{1}{12} m a^2$, wenn $CD = AB = a$ gesetzt wird, folglich in Beziehung auf die Achse YY' (§. 161, Gl. 1) $\mathfrak{m} = \frac{1}{12} m a^2 + m x^2$, wenn man $On = x$ setzt. Für das folgende Flächenelement ist eben so $\mathfrak{m}' = \frac{1}{12} m' a^2 + m' x'^2$ u. s. w. so, dafs das Trägheitsmoment der ganzen Fläche des Rechteckes, dessen Masse $m + m' + \ldots = M$ seyn soll,

$$\mathfrak{M} = \mathfrak{m} + \mathfrak{m}' + \ldots = \tfrac{1}{12} a^2 (m + m' + \ldots) + m x^2 + m' x'^2 + \ldots,$$

oder auch, da $m x^2 + m' x'^2 \ldots$ das Moment der Trägheit der materiellen Linie EF vorstellt (weil diese durch die Mittelpuncte der Massen $m, m' \ldots$ oder schmalen Streifen geht), und (§. 162, Gl. 2) den Werth $\frac{1}{12} M b^2$ hat, wenn man $EF = AC = b$ setzt:

$$\mathfrak{M} = \tfrac{1}{12} M a^2 + \tfrac{1}{12} M b^2 = \tfrac{1}{12} M (a^2 + b^2) \ldots (1.$$

Geht die Achse durch einen Winkelpunct, z. B. durch A, bleibt aber der vorigen YY' parallel, so ist für diese Achse (§. 161, 1) $\mathfrak{M}' = \mathfrak{M} + M . AO^2$, oder wegen $AO^2 = AF^2 + OF^2 = \frac{1}{4} a^2 + \frac{1}{4} b^2$, wenn man diesen und den Werth für $\mathfrak{M}$ aus der vorigen Gleichung setzt und reducirt: $\mathfrak{M}' = \frac{1}{3} M (a^2 + b^2) \ldots (2.$

Geht die Achse durch den Halbirungspunct J der Breite des Rechteckes aber immer noch senkrecht auf die Ebene desselben, so ist $\mathfrak{M} = \frac{1}{12} M (a^2 + b^2) + M . JO^2$, oder wegen $JO = \frac{1}{2} a$ auch

$$\mathfrak{M} = M (\tfrac{1}{3} a^2 + \tfrac{1}{12} b^2) \ldots (3.$$

Ist b so klein, dafs $\frac{1}{12} b^2$ gegen $\frac{1}{3} a^2$ vernachläfsigt werden darf, so ist $\mathfrak{M} = \frac{1}{3} M a^2$, wie bei der materiellen geraden Linie (Gl. 1, §. 162).

Anmerkung. Dieselben Ausdrücke oder Formeln 1), 2), 3) gelten auch für das Moment der Trägheit eines rechtwinklichten Parallelopipedes, welches das hier betrachtete Rechteck AD zur Grundfläche hat, wenn man dabei nur unter M die Masse dieses Körpers versteht, indem nur dadurch die mit der Umdrehungsachse parallele Dimension, also hier die Höhe des Parallelopipedes Einflufs hat.

Um sich von der Richtigkeit dieses Satzes zu überzeugen, darf man sich

nur das Parallelopiped in unendlich schmale, mit der Grundfläche AD (Fig. 141, n) parallele Schichten zerlegt denken, und die Summe der Trägheitsmomente dieser Schichten, welche nach den vorigen Formeln bestimmt werden können, für das Moment der Trägheit des Körpers nehmen. Ist nämlich m die Masse einer solchen unendlich dünnen Schichte, und n die Anzahl der Schichten, folglich $nm = M$ die Masse des Parallelopipedes, so ist das Trägheitsmoment einer solchen Schichte, wenn z. B. die Achse durch die Kante AA' geht (Formel 2) $\mathfrak{m} = \frac{1}{3} m (a^2 + b^2)$, also auch

$$n\mathfrak{m} = \tfrac{1}{3} nm (a^2 + b^2), \text{ d. i. } \mathfrak{M} = \tfrac{1}{3} M (a^2 + b^2),$$

welches genau wieder die betreffende Formel 2 für die Ebene ist. Dasselbe gilt auch für die übrigen Fälle, in welchen die Umdrehungsachse durch den Schwerpunct oder durch JJ' geht.

§. 164. Moment der Trägheit eines rechtwinklichten Dreieckes. Es gehe die Umdrehungsachse für das rechtwinklichte Dreieck ABC (Fig. 142) durch die Spitze des rechten Winkels A senkrecht auf die Dreiecksebene. Ergänzt man das Dreieck, dessen Masse $= M$ seyn soll, zu dem Rechtecke AD, so ist $2M$ die Masse desselben, und das Moment der Trägheit in Beziehung auf die genannte Achse ist (vor. Paragr. Gl. 2)

$$\mathfrak{M}' = \tfrac{1}{3} 2M (AB^2 + AC^2) = \tfrac{2}{3} M d^2,$$

wenn man die Hypotenuse oder Diagonale $BC = d$ setzt. Das Trägheitsmoment $\mathfrak{M}$ des Dreieckes BCD, in Beziehung auf den Drehungspunct D, ist so groſs, wie jenes des Dreieckes ABC in Beziehung auf den genannten Punct A, dagegen in Beziehung auf eine durch dessen Schwerpunct O gehende, mit der vorigen parallele Achse (§. 161, Gl. 1) $= \mathfrak{M} - M (\frac{2}{3} ED)^2$, (wegen $DO = \frac{2}{3} DE$, §. 48) $= \mathfrak{M} - \frac{1}{9} M d^2$, und endlich in Beziehung auf eine Achse, welche durch A geht (§. 161 Gl. 1) $= \mathfrak{M} - \frac{1}{9} M d^2 + M . AO^2 = \mathfrak{M} + \frac{1}{3} M d^2$ (wegen $AO = \frac{2}{3} AD = \frac{2}{3} d$); wird nun noch das gesuchte Trägheitsmoment $\mathfrak{M}$ des Dreieckes ABC hinzugefügt, so muſs die Summe dem obigen Momente $\mathfrak{M}'$ des Rechteckes gleich seyn, und man erhält $\mathfrak{M} + \mathfrak{M} + \frac{1}{3} M d^2 = \frac{2}{3} M d^2$, und daraus $\mathfrak{M} = \frac{1}{6} M d^2$, oder auch wegen $d^2 = a^2 + b^2$, wenn man die beiden Catheten des Dreieckes mit a und b bezeichnet:

$$\mathfrak{M} = \tfrac{1}{6} M (a^2 + b^2) \ldots (1.$$

Derselbe Ausdruck gilt auch wieder für das Trägheitsmoment eines geraden dreiseitigen Prisma, welches das hier betrachtete Dreieck ABC zur Grundfläche, und wobei die Umdrehungsachse dieselbe Lage hat. M bezeichnet dann die Masse des Prisma.

§. 165. Moment der Trägheit eines gleichschenkligen Dreieckes. Es sey in dem Dreiecke ABC

(Fig. 143) $AC = BC = d$, $CD = h$ und M die Masse desselben. Zerlegt man dasselbe in die beiden gleichen rechtwinkelichten Dreiecke ACD und BCD, wovon also jedes die Masse $\frac{1}{2}M$ besitzt, so ist das Trägheitsmoment eines jeden derselben in Beziehung auf eine durch D senkrecht auf die Ebene ABC gehende Achse (vorigen Paragraphs) $= \frac{1}{6}.\frac{1}{2}Md^2$, also für beide zusammen $= \frac{1}{6}Md^2$. In Beziehung auf eine durch den Schwerpunct O des Dreieckes ABC mit der vorigen parallelen Achse ist (§. 161)

$\mathfrak{M}' = \frac{1}{6}Md^2 - M.OD^2 = \frac{1}{6}Md^2 - \frac{1}{9}Mh^2$ (wegen $OD = \frac{1}{3}h$), und für eine durch C gehende parallele Achse (§. 161)

$$\mathfrak{M} = \mathfrak{M}' + M.OC^2, \text{ oder wegen } OC = \tfrac{2}{3}h,$$

und wenn man für $\mathfrak{M}'$ den Werth setzt und reducirt:

$$\mathfrak{M} = M\left(\frac{d^2}{6} + \frac{h^2}{3}\right)$$

als Moment der Trägheit des gleichschenkligen Dreieckes, welches sich um eine durch C gehende, auf der Ebene ABC senkrechte Achse dreht.

Derselbe Ausdruck gilt natürlich wieder für ein senkrechtes Prisma von der Grundfläche ABC, dessen Masse $= M$ ist, wenn die Umdrehungsachse durch die Seite oder Kante C geht.

§. 166. Moment der Trägheit eines regelmäfsigen Vieleckes. Geht die Umdrehungsachse durch den Mittel- oder Schwerpunct C des regelmäfsigen Vieleckes in Fig. 144 senkrecht auf die Ebene desselben, so kann man dasselbe, wenn es n Seiten besitzt, in eben so viele gleiche gleichschenklichte Dreiecke zerlegen, für welche man das Trägheitsmoment $\mathfrak{M}'$ nach dem vorigen Ausdrucke findet. Ist nämlich m die Masse eines dieser Dreiecke, also $nm = M$ jene des Polygons, so ist, wenn man den Halbmesser des umschriebenen Kreises $CA = CB = R$, und jenen des eingeschriebenen $CN = r$ setzt, nach der vorigen Formel $\mathfrak{M}' = m\left(\frac{R^2}{6} + \frac{r^2}{3}\right)$, also auch $n\mathfrak{M}' = nm\left(\frac{R^2}{6} + \frac{r^2}{3}\right)$, d. i. für das Vieleck

$$\mathfrak{M} = M\left(\frac{R^2}{6} + \frac{r^2}{3}\right) \dots (1,$$

ein Ausdruck, welcher zugleich auch für das Moment der Trägheit eines regelmäfsigen senkrechten Prisma von der Masse M gilt, welches dieses Vieleck zur Grundfläche hat, und sich um seine geometrische Achse umdreht.

§. 167. Moment der Trägheit eines Kreises oder Cylinders. Läſst man in dem vorigen Polygon die Seitenzahl ohne Ende zunehmen, so nähern sich R und r einander immer mehr, und wenn die Seitenzahl unendlich groſs wird, also das Vieleck in einen Kreis übergeht, so sind R und r als Halbmesser desselben einander vollkommen gleich. In diesem Falle hat man für das Moment der Trägheit eines Kreises oder auch eines senkrechten Cylinders von kreisförmiger Basis, welcher sich um seine geometrische Achse umdreht, wenn dessen Masse $= M$ ist:

$$\mathfrak{M} = M\left(\frac{r^2}{6} + \frac{r^2}{3}\right), \text{ d. i. } \mathfrak{M} = \tfrac{1}{2}Mr^2 \ldots (1.$$

§. 168. Moment der Trägheit eines Kreisbandes oder hohlen Cylinders. Sind R und r der äuſsere und innere Halbmesser eines Kreisbandes von gleicher Breite oder auch hohlen Cylinders von gleicher Dicke, so sey M' die Masse des vollen äuſsern und m' jene des vollen innern Kreises oder Cylinders, so ist die Masse des Ringes oder hohlen Cylinders $M = M' - m' = \pi(R^2 - r^2)$, oder $\pi l(R^2 - r^2)$ (wenn l die Höhe des senkrechten Cylinders und die Masse dem Inhalte proportional ist). Das Moment der Trägheit des ganzen äuſsern Cylinders ist $\mathfrak{M}' = \frac{1}{2}M'R^2$, und jenes des innern als voll gedacht, $\mathfrak{M}'' = \frac{1}{2}m'r^2$, mithin das Moment für den hohlen Cylinder $\mathfrak{M} = \mathfrak{M}' - \mathfrak{M}'' = \frac{1}{2}(M'R^2 - m'r^2)$, oder wegen

$M' = R^2\pi l$ und $m' = r^2\pi l$, auch

$\mathfrak{M} = \frac{1}{2}\pi l(R^4 - r^4) = \frac{1}{2}\pi l(R^2 - r^2)(R^2 + r^2)$, oder endlich

$$\mathfrak{M} = \tfrac{1}{2}M(R^2 + r^2) \ldots (2.$$

§. 169. Moment der Trägheit einiger anderer Körper. Man findet für ein Kugelsegment, welches sich um seine geometrische Achse dreht, wenn r der Halbmesser der Kugel, a die Höhe des Segmentes und m die Masse der kubischen Einheit ist:

$$\mathfrak{M} = \frac{\pi}{30}a^3m(20r^2 - 15ar + 3a^2) \ (1.$$

Für die Kugel, welche sich um einen Durchmesser dreht, ist $a = 2r$, folglich $\mathfrak{M} = \frac{8}{15}r^5\pi m = \frac{2}{5}Mr^2$ (2, wenn M die Masse der Kugel bezeichnet. (Ihr Inhalt ist $\frac{4}{3}r^3\pi$, daher $M = \frac{4}{3}r^3\pi m$.)

Für eine Pendellinse, welche aus zwei gleichen Kugelsegmenten besteht, die mit ihren Grundflächen deckend auf einander liegen, und sich um eine Achse dreht, die mit ihrer geome-

trischen parallel ist und davon den Abstand l hat, ist, wenn r, a und m die vorige Bedeutung haben:

$$\mathfrak{M} = \frac{\pi}{15} a^3 m (20 r^2 - 15 a r + 3 a^2) + \tfrac{2}{3} \pi a^2 l^2 m (3 r - a) \quad (3.$$

Für einen Cylinder, welcher sich um eine Achse dreht, die durch den Schwerpunct desselben auf der geometrischen Achse senkrecht steht, dessen Halbmesser $= r$, Länge $= l$ und Masse $= M$ ist, findet man

$$\mathfrak{M} = \tfrac{1}{12} M (3 r^2 + l^2).$$

Folglich auch für eine mit dieser im Abstande d parallele Achse, wie diefs bei einer cylinderischen Pendelstange vorkommt (§. 161)

$$\mathfrak{M} = \tfrac{1}{12} M (3 r^2 + l^2) + M d^2.$$

Für das Trägheitsmoment eines Schwungrades (Fig. 145) mit 6 Radarmen findet man, wenn der äufsere Halbmesser R, der innere r, folglich die Radkranzbreite $b = R - r$, ferner die Breite eines der parallelopipedischen Radarme $mn = b'$, und die Länge derselben bis zum Mittelpuncte gemessen $Ca = r$, die Masse des Radkranzes $= M$, und jene eines Armes $= m$ ist, sofort für den Radkranz (§. 168, Gleich. 2) $\mathfrak{M}' = \tfrac{1}{2} M (R^2 + r)$, und für die 6 Radarme, deren Länge man hier ohne Fehler bis zum Mittelpuncte rechnen, und dafür die Nabe pq auslassen kann (§. 163, Gl. 3) $\mathfrak{M}'' = 6 m (\tfrac{1}{3} r^2 + \tfrac{1}{12} b'^2)$, wobei man jedoch ohne Nachtheil $\tfrac{1}{12} b'^2$ auslassen, und sonach $\mathfrak{M}'' = 2 m r^2$ setzen kann. Nun ist das gesuchte Trägheitsmoment $\mathfrak{M} = \mathfrak{M}' + \mathfrak{M}''$, folglich, wenn man substituirt:

$$\mathfrak{M} = \tfrac{1}{2} M (R^2 + r^2) + 2 m r^2 \ldots (6.$$

Anmerkung. Dreht sich irgend ein prismatischer Körper AB (Fig. 146) um eine durch C gehende, auf der verlängerten Grundfläche AB senkrechte Achse, und ist $CO = a$ der Abstand des Schwerpunctes O von der Drehachse, und $ON = f$ jener des Punctes N von O, in welchem man sich in Bezug auf das Trägheitsmoment $\mathfrak{M}$ des Körpers gegen die Achse C die Masse M des Prisma vereinigt denken kann; so ist dieses Moment in Beziehung auf eine durch O gehende, mit der vorigen parallelen Achse $\mathfrak{M}' = M f^2$, und in Beziehung auf die durch C gehende Achse $\mathfrak{M} = \mathfrak{M}' + M a^2$, also, wenn man für $\mathfrak{M}'$ den Werth setzt:

$$\mathfrak{M} = M (a^2 + f^2).$$

Sind nun, wie es bei Maschinen oft vorkommt, die Dimensionen des Prisma gegen CO klein, so fällt NO oder f so klein aus, dafs man ohne Fehler f^2 gegen a^2 vernachläfsigen kann, und dann ist ganz einfach $\mathfrak{M} = M a^2$ so, als ob die Masse des Körpers in seinem Schwerpuncte vereinigt wäre.

Beispiele.

1. Schwingt z. B. wie bei den deutschen Walkmühlen ein Hammer bd (Fig. 146, a) an einem langen Stiel um eine durch C auf die verlängerte

Ebene bd senkrechte Achse, und ist $CO = l$, $mn = a$ und $bc = b$; so ist genau: $\mathfrak{M} = M(l^2 + \frac{1}{12}a^2 + \frac{1}{12}b^2)$, da man aber immer $\frac{1}{12}a^2$ gegen l^2, und öfter auch noch $\frac{1}{12}b^2$ auslassen kann, so ist in diesen Fällen $\mathfrak{M} = M(l^2 + \frac{1}{12}b^2)$ oder $\mathfrak{M} = Ml^2$.

2. Ist beim obigen Schwungrad $R = 10$, $r = 9\cdot5$, $b' = \frac{1}{3}$ Fuſs, ferner $M = 12000$ und $m = 250$ Pfund; so findet man nach der Formel (6 $\mathfrak{M} = 1186625$ Pfund, d. h. eine in der Peripherie eines Kreises von 1 Fuſs Halbmesser vertheilte Masse von dieser Gröſse, würde der drehenden Bewegung eben so, wie dieses Schwungrad widerstehen.

3. Von zwei concentrisch mit einander verbundenen kreisrunden Scheiben (Fig. 147) ist der Halbmesser der gröſsern $CA = 3$, und der kleinern $CB = 2$ (die Benennung, ob Fuſs oder Zoll, ist gleichgiltig), an ihren Umfängen hängen an feinen Fäden nach entgegengesetzten Richtungen die Gewichtchen von $p = 6$ und $q = 10$ Loth; da nun das statische Moment des letzteren Gewichtes gröſser als jenes von p ist, so wird die zusammengesetzte Scheibe so umgedreht, daſs q herabsinkt und p steigt; wie groſs ist die Beschleunigung G dieses Gewichtes q, wenn die Masse der gröſsern Scheibe 26, und jene der kleinern 8 Loth beträgt?

Reducirt man das Gewicht p nach statischen Gesetzen auf den Punct B, so wirkt es dort (wegen $3 . 6 = 2x$) mit $x = 9$ Loth, so, daſs also die Überwucht von q 1 Loth beträgt.

Reducirt man ferner die Massen nach dem Momente der Trägheit sämmtlich auf den Angriffspunct B der Kraft von 1 Loth, so ist zuerst die reducirte Masse von p (wegen $6 . 3^2 = x . 2^2$) $x = \frac{54}{4} = 13\cdot5$; ferner die Masse der kleinen Scheibe, deren Trägheitsmoment (§. 167, 1) $= \frac{1}{2} . 8 . 4 = 16$ ist, sofort (§. 159, Gl. 3) $y = \frac{16}{2^2} = 4$, und endlich die reducirte Masse der gröſsern Scheibe $z = \frac{1}{2} . \frac{26 . 9}{4} = 29\cdot25$, mithin die gesammte auf den Punct B reducirte träge Masse

$$M = x + y + z = q = 56\cdot75 \text{ Loth.}$$

Setzt man daher in der Formel (§. 146, Gl. 2) $G = \frac{F}{M} g$, $F = 1$, $M = 56\cdot75$ und $g = 31$ Fuſs, so erhält man für die gesuchte Beschleunigung des Gewichtchens q: $G = \frac{31}{56\cdot75}$ Fuſs, oder nahe 6·56 Zoll, also sinkt das Gewicht q in der ersten Secunde um 3·28 Zoll, während jenes p um $\frac{3}{2} \times 3\cdot28 = 4\cdot92$ Zoll steigt, und am Ende dieser Secunde die Geschwindigkeit $= 9\cdot84$ Zoll annimmt.

Hätte man sowohl die bewegende Kraft, als auch die Massen, auf den Punct A reducirt, so würde man nahe $F = \cdot667$, $M = 25\cdot22$, folglich für die Beschleunigung des aufwärts steigenden Gewichtes p den Werth $G = \frac{\cdot667}{25\cdot22} 31 = \frac{31}{37\cdot81}$ Fuſs, oder wieder 9·84 Zoll gefunden haben, was genau mit dem vorigen Werth übereinstimmt; hieraus folgt, daſs es

ganz gleichgiltig ist, auf welchen Punct des beweglichen Systems man die Kräfte und Massen reducirt. Zugleich zeigt sich dabei der Unterschied zwischen einem G e w i c h t e und der M a s s e desselben sehr deutlich; so wirkt im gegenwärtigen Beispiel das in A befindliche Gewicht $p = 6$ Loth, auf den Punct B reducirt, als G e w i c h t mit 9 Loth, dagegen als blofs träge M a s s e mit $13\frac{1}{2}$ Loth; man mufs sich also wohl hüthen, in solchen Fällen Gewichte und Massen mit einander zu verwechseln.

4. Bei dem einfachen Rollenzuge in Fig. 74 sey an der beweglichen Rolle B, welche mit der festen Rolle A das gleiche Gewicht von 1 Pfund hat, noch eine Last von 3 Pfund, und an dem Ende D der Schnur AD ein eben so grofses Gewicht p aufgehangen; es soll die Beschleunigung des herabsinkenden Gewichtes p gefunden werden, wenn die Reibung und der Widerstand wegen der unvollkommenen Biegsamkeit der Schnur vernachläfsigt wird.

Hier ist es bequemer anstatt der A b s t ä n d e die G e s c h w i n d i g k e i t e n in Rechnung zu bringen. Hat also das Gewicht p in irgend einem Zeitmomente die Geschwindigkeit v, so ist (§. 159, Gl. 4) $p v^2 = 3 v^2$ das Trägheitsmoment der Masse p; da ferner ein Punct A des Rollenumfanges ebenfalls die Geschwindigkeit v in diesem Momente hat, so ist das Moment der Trägheit (anstatt $\frac{1}{2} M r^2$, jetzt $\frac{1}{2} M v^2$) $= \frac{1}{2} . 1 . v = \frac{1}{2} v^2$; dasselbe gilt auch für die bewegliche Rolle B, in so ferne sie sich um ihre Achse dreht; endlich bewegt sich die Last sammt der Rolle B, d. i. $Q = 4$ Pf. mit der Geschwindigkeit $\frac{1}{2} v$ in diesem Augenblicke aufwärts, also ist das Trägheitsmoment dieser beiden Massen $(\frac{1}{2} v)^2 (3 + 1) = v^2$. Werden nun alle diese Massen auf die Geschwindigkeit v (also wenn man will auf den Punct A) reducirt, so ist die reducirte Masse

$$M = \frac{3 v^2 + \frac{1}{2} v^2 + \frac{1}{2} v^2 + v^2}{v^2} = 5 \text{ Pfund.}$$

Die auf denselben Punct A reducirte bewegende Kraft ist

$$F = p - \tfrac{1}{2} (Q + 1) = 3 - 2 = 1 \text{ Pf.};$$

folglich die gesuchte Beschleunigung

$$G = \tfrac{1}{5} . 31 = 6{\cdot}2 \text{ Fufs.}$$

Wäre zur Überwältigung der Reibung und Steifheit der Schnur in D eine Kraft von z. B. $\frac{1}{4}$ Pf. nöthig, so wäre $F = 1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$ Pf., und daher nur $G = \frac{3}{20} . 31 = 4{\cdot}65$ Fufs.

§. 170. Bestimmung des Mittelpunctes des Schwunges. Wir können jetzt auch den in §. 153 erwähnten Mittelpunct des Schwunges durch Rechnung bestimmen. Ist nämlich (Fig. 130) C der Aufhänge- und O der Schwerpunct eines zusammengesetzten Pendels von der Masse M, und haben die Massenelemente m, m'... desselben von C die Abstände r, r'...; so ist, wenn $\mathfrak{M}$ das Trägheitsmoment des Pendels in Beziehung auf die durch C gehende

Dreh- oder Schwingungsachse bezeichnet, die auf den Schwerpunct O reducirte Masse des Pendels (§. 159, Gl. 3) $M' = \frac{\mathfrak{M}}{d^2}$, wenn man nämlich den Abstand $CO = d$ setzt. Das nach statischen Gesetzen auf denselben Punct O reducirte Gewicht des Pendels ist zugleich jenes der Masse M, folglich schwingt das Pendel so wie ein einfaches Pendel CO von der Länge d, dessen in O befindliche Masse M' jedoch nicht durch die Schwere, d. h. nicht durch die Kraft M', sondern durch jene M bewegt wird; dadurch entsteht aber nicht die Beschleunigung g, sondern (§. 146) jene $G = \frac{M}{M'} g$, welchen Werth man in die Formel 1, §. 151 für die Schwingungszeit des einfachen Pendels statt g setzen muſs, wodurch man für die Schwingungszeit dieses zusammengesetzten Pendels $T = \pi \sqrt{\left(\frac{dM'}{gM}\right)}$. . . (n erhält. Ist nun F der Schwingungsmittelpunct, so muſs ein einfaches Pendel von der Länge $CF = l$ eben so schwingen, daher muſs auch $T = \pi \sqrt{\frac{l}{g}}$, also $\pi \sqrt{\frac{dM'}{gM}} = \pi \sqrt{\frac{l}{g}}$ seyn, aus welcher Gleichung sofort $l = \frac{dM'}{M} = \frac{\mathfrak{M}}{Md}$ folgt, wenn man nämlich für M' den obigen Werth setzt; die Entfernung des Mittelpunctes des Schwunges von der Drehungsachse wird also gefunden, wenn man das Moment der Trägheit des Pendels auf die Schwingungsachse bezogen, durch das statische Moment des im Schwerpuncte vereinigt gedachten Gewichtes auf dieselbe Achse bezogen, dividirt.

Hieraus folgt, daſs auch ein kurzes physisches Pendel langsame Schwingungen macht, wenn man es nahe am Schwerpuncte aufhängt, weil dann im obigen Bruche von l der Nenner Md klein, also l groſs wird, und der Mittelpunct des Schwunges über das Pendel hinausfällt.

Beispiele.

1. Schwingt eine materielle gerade Linie AB (Fig. 132) von der Länge L, deren Masse M also $= L$ gesetzt werden kann, um ihren Endpunct A, so ist dafür (§. 162) $\mathfrak{M} = \frac{1}{3} M L^2$, und das statische Moment des im Schwerpuncte vereinten Gewichtes M gleich $\frac{1}{2} L M$, folglich, wenn F der Mittelpunct des Schwunges ist: $l = AF = \frac{\frac{1}{3} M L^2}{\frac{1}{2} M L} = \frac{2}{3} L$; d. h. ein einfaches Pendel von der Länge $\frac{2}{3} L$ schwingt genau so, wie diese ganze materielle Linie AB.

Der Mittelpunct des Schwunges (von manchen Schriftstellern auch

Schwingungspunct genannt, was aber zu Verwechslungen mit jenem in §. 162 bestimmten Puncte R der Geraden AB führt), wird hier auch gefunden, wenn man das Quadrat des Abstandes des Mittelpunctes der Trägheit, d. i. (§. 164, Gl. m) $\frac{1}{3} L^2$ durch den Abstand des Schwerpunctes von der Drehungsachse, d. i. $\frac{1}{2} L$ dividirt.

2. Schwingt eine an einem feinen Faden hängende Kugel vom Halbmesser r und der Masse M um einen von ihrem Mittelpuncte O um d abstehenden Punct oder Achse C, und ist F der in der Verlängerung des Fadens liegende Mittelpunct des Schwunges; so ist das Moment der Trägheit der Kugel (§. 169, Gl. 2 und §. 161) $\mathfrak{M} = \frac{2}{5} M r^2 + M d^2$, und ihr stat. Moment $= M d$, folglich $l = CF = \frac{2}{5} \frac{r^2}{d} + d$, oder der Abstand des Schwingungsmittelpunctes F vom Mittelpuncte der Kugel O:

$$OF = l - d = \frac{2}{5} \frac{r^2}{d}.$$

Ist nun z. B. $r = \frac{1}{2}$ und $d = 36$ Zoll, so ist $OF = \frac{2}{5} . \frac{1}{144} = \frac{1}{360}$ Zoll, oder $\frac{1}{30}$ Linie, woraus sofort folgt, daſs man bei diesen Dimensionen $l = d$ setzen, oder den Mittelpunct der Kugel ohne Fehler für den Mittelpunct des Schwunges dieses Pendels, dasselbe also als ein einfaches von der Länge $CO = d$ annehmen kann.

Anmerkung 1. Die bisherigen Entwicklungen können benützt werden, um das Moment der Trägheit eines Körpers, er mag dabei regelmäſsig oder unregelmäſsig seyn, practisch zu bestimmen. Läſst man nämlich den betreffenden Körper (Fig. 130) um eine, durch einen beliebigen Punct C, gehende Achse, welche von dem Schwerpuncte O des Körpers (welcher nach Kapitel III gefunden werden kann) den Abstand d haben mag, schwingen, und beobachtet dabei die Schwingungszeit T; bezeichnet ferner Q das Gewicht des Körpers und M seine auf den Schwerpunct O reducirte träge Masse; so ist (wie in §. 170, Gl. n)

$$T = \pi \sqrt{\left(\frac{d M}{g Q}\right)}, \text{ und daraus } M = \frac{g Q T^2}{d \pi^2} \ldots (1.$$

Bezeichnet man nun das gesuchte Trägheitsmoment in Beziehung auf eine durch den Schwerpunct O gehende, mit der Schwingungsachse parallele Achse mit $\mathfrak{M}$, und jenes auf die Schwingungsachse bezogen, mit $\mathfrak{M}'$; so ist (§. 161) $\mathfrak{M}' = \mathfrak{M} + Q d^2$, und zugleich auch $\mathfrak{M}' = M d^2$, folglich $\mathfrak{M} + Q d^2 = M d^2$, und daraus $\mathfrak{M} = (M - Q) d^2 \ldots (2,$ wobei M durch die Gleichung (1 gegeben ist.

Anmerkung 2. Bezeichnet man bei dem zusammengesetzten Pendel in Fig. 130 die Masse desselben durch M, das Moment der Trägheit in Beziehung auf die Umdrehungs- oder Schwingungsachse C mit $\mathfrak{M}'$, dagegen in Beziehung auf eine durch den Schwerpunct O und den Schwingungsmittelpunct F gehende, der vorigen parallelen Achse beziehungsweise mit $\mathfrak{M}$ und $\mathfrak{M}''$, setzt ferner $CO = d$, $CF = l$, also $FO = l - d$; so ist zuerst (§. 161) $\mathfrak{M}' = \mathfrak{M} + M d^2$ und $\mathfrak{M}'' = \mathfrak{M} + M (l - d)^2$, und dann nach der vorigen Regel für die Bestimmung des Schwingungsmittel-

punctes, wenn man das Pendel um die Achse C schwingen läfst $l = \frac{\mathfrak{M}'}{M\,l} = \frac{\mathfrak{M}}{M\,d} + d$. . . (n (wenn man für $\mathfrak{M}'$ seinen Werth setzt), woraus $l - d = \frac{\mathfrak{M}}{M\,d}$ folgt; ferner, wenn man das Pendel um die durch den Schwingungsmittelpunct F gehende Achse schwingen läfst, und den Abstand des Mittelpunctes des Schwunges dafür von F gleich l' setzt; $l' = \frac{\mathfrak{M}''}{M(l-d)} = \frac{\mathfrak{M}}{M(l-d)} + l - d$, oder, wenn man für $l - d$ den vorhin gefundenen Werth setzt, auch $l' = d + \frac{\mathfrak{M}}{M\,d}$, so, dafs also (Gl. n) $l' = l$ (d. h. der vorige Aufhängpunct C zum Mittelpuncte des Schwunges wird, wodurch sofort die in §. 153 (Anmerk.) erwähnte Eigenschaft des **Reversionspendels** erwiesen ist.

Fünftes Kapitel.

Von der Wirkung oder Leistung der Kräfte.

§. 171. Leistung oder Arbeit einer Kraft.

Wir haben bisher die Kräfte in ihrem gegenseitigen Verhalten, sowohl im Zustande des Gleichgewichtes als der Bewegung behandelt, allein da es sich in der industriellen Mechanik um eine wirkliche Leistung, um irgend eine Arbeit oder einen Nutzeffect derselben handelt, so müssen wir dieselbe auch noch von diesem Gesichtspuncte aus betrachten.

So wie man in der Statik die Kräfte durch blofse Pressungen, z. B. in Pfunden, und in der Dynamik durch ihre, allenfalls in Fufsen ausgedrückten zurückgelegten Wege darstellt; so verbindet man hier beide Methoden, um den Effect oder die Wirkung der Kräfte, in so ferne sie Bewegung erzeugen, auszudrücken. Die Arbeit oder Leistung einer Kraft wird immer mehr oder weniger in der Überwindung gewisser Hindernisse bestehen, wie z. B. beim Heben einer Last in der Schwere, beim Zermahlen des Getreides in der Cohäsionskraft desselben, beim Fortziehen eines Fuhrwerkes in der Reibung u. s. w. In allen diesen Fällen bringt aber eine Kraft, welche blofs mit dem Hindernifs im Gleichgewichte steht, noch durchaus keine Wirkung oder Arbeit hervor, sondern dieser Widerstand oder dieses Hindernifs mufs auch durch einen gewissen Weg bewegt oder fortgeschafft, d. h. es mufs das während der Bewegung des Punctes, auf welchen der Widerstand wirkt, sich fortwährend wiederholende Hindernifs, von der bewegenden Kraft überwun-

den werden. So mufs beim Heben einer Last von z. B. 100 Pfund auf die Höhe von 10 Fufs, die Kraft von 100 Pfund zugleich bei derselben Kraftäufserung einen Weg von 10 Fufs zurücklegen, oder diesen Widerstand von 100 Pfund durch den ganzen Weg von 10 Fufs überwinden. Man sieht leicht ein, dafs die Leistung oder Arbeit einer Kraft um so gröfser ist, je gröfser der überwundene Widerstand oder die Last, und je gröfser der Weg ist, durch welchen dieselbe bewegt wird.

Unter der Wirkung, Leistung oder Arbeit einer Kraft, während einer bestimmten Zeit, versteht man sonach alle, die längs des in dieser Zeit von dem Angriffspuncte der Kraft zurückgelegten Weges überwundenen Widerstände; dabei wird die Kraft oder der ihr gleiche Widerstand, welchen sie überwindet, in Pfunden, der dabei zurückgelegte Weg in Fufsen, und die Zeit entweder in Secunden oder in Minuten, öfter auch in Stunden ausgedrückt. Zur Einheit der Wirkung oder Leistung einer Kraft nehmen wir durchaus den Widerstand von 1 Pfund, welcher auf die Länge oder den Weg von 1 Fufs während einer Secunde überwunden wird, und nennen diese Einheit ein Fufspfund, welches wir kurz durch das Darübersetzen von F. Pf. über die betreffende Zahl bezeichnen werden.

Anmerkung. Wirkt eine Kraft K (Fig. 148) in Beziehung auf den Weg AB, welchen ihr Angriffspunct A zurücklegt, schief, so kommt natürlich nur die aus $AD = K$ abgeleitete Seitenkraft $AC = k$ dabei in Rechnung, und ihre Leistung ist das Product aus dieser Kraft k in den nach der Richtung AB zurückgelegten Weg.

§. 172. Ausdruck für die Wirkung oder Leistung einer constanten Kraft. Ist die Kraft, also auch der Widerstand, welchen sie überwindet, constant, so ist ihre Leistung dem zurückgelegten Wege proportional, weil z. B. bei einem doppelten Wege dieser Widerstand oder dieses Hindernifs zwei Mal überwunden oder zerstört wird. Wird von der andern Seite auf dem nämlichen Weg ein 2, 3 . . n Mal so grofser Widerstand überwunden, so ist es eben so, als ob der einfache Widerstand 2, 3 . . n Mal überwunden worden, und die Leistung ist in diesem Falle dem Widerstande, folglich, wenn beides veränderlich ist, dem Producte aus dem Widerstande in den zurückgelegten Weg proportional. Ist K die in Pfunden ausgedrückte constante Kraft, welche einen ihr gleichen Widerstand überwindet, und S der in einer Secunde dabei zurückgelegte Weg ihres Angriffspunctes nach ihrer Richtung gemessen, in Fufsen ausgedrückt; so ist ihre Wirkung oder

Leistung während einer Secunde $W = KS^{\text{F.Pf.}}$, wobei man sich das Product KS in zwei beliebige Factoren aufgelöst denken kann.

Ist S der von der Kraft K während der Zeit t zurückgelegte Weg, so bezeichnet der Ausdruck $W = KS\ldots(m$ überhaupt die Leistung oder Arbeit dieser constanten Kraft K während der Zeit t.

So ist z. B. die Arbeit oder Leistung, um 10 Pfund Widerstand auf 2 Fuſs Länge binnen einer Secunde zu überwinden, jener ganz gleich, welche 2 Pf. Widerstand auf 10 Fuſs oder 1 Pf. auf die Länge von 20 Fuſs u. s. w. überwindet; denn in allen diesen Fällen ist der Widerstand von 1 Pfund auf die Länge von 1 Fuſs in einer Secunde 20 Mal zu überwinden, und sofort $W = 20^{\text{F.Pf.}}$

Die Leistung oder Arbeit eines Menschen, welcher in einer bestimmten Zeit einen Metzen Getreide zwei Stockwerke hoch, oder 2 Metzen ein Stockwerk hoch trägt, ist doppelt so groſs, als wenn er nur 1 Metzen ein Stockwerk hoch trägt, wobei die beiden ersten Leistungen offenbar einander gleich sind. Wiegt 1 Metzen Getreide 80 Pfund, und ist jedes Stockwerk 12 Fuſs hoch, so ist die Leistung oder Arbeit im ersten Falle $W = 80 . 24 = 1920^{\text{F.Pf.}}$, im zweiten eben so $W = 160 . 12 = 1920^{\text{F.Pf.}}$, dagegen im dritten Falle $W = 80 . 12 = 960^{\text{F.Pf.}}$, also nur halb so groſs.

Eine ähnliche Argumentation ist bei allen industriellen Leistungen anwendbar.

§. 173. Wirkung einer veränderlichen Kraft; mittlere Anstrengung. Ist eine Kraft veränderlich, so theilt man den zurückgelegten Weg ihres Angriffspunctes in so viele kleine Theile, daſs man ohne Fehler die Kraft oder den Widerstand während jedes einzelnen Intervalles als constant ansehen kann; die Summe aus den Producten der einzelnen Gröſsen der Kraft in die zugehörigen kleinen Wege gibt dann die Gesammtwirkung oder Leistung der variablen Kraft.

So wie man die Leistung einer constanten Kraft durch das Product KS, oder geometrisch durch die Fläche eines Rechteckes darstellen kann, dessen Grundlinie $= S$ und Höhe $= K$ ist; so kann man die Leistung einer veränderlichen Kraft, wenn das Gesetz ihrer Veränderlichkeit bekannt ist, wenigstens näherungsweise durch die Fläche $ABCD$ (Fig. 149) darstellen, wenn man die Gerade $AB = S$ nimmt, diese in viele gleiche Theile theilt, und in den Theilungspuncten $A, a, b \ldots B$ auf AB Perpendikel errichtet, darauf die Gröſsen der Widerstände aufträgt, und die sich ergebenden Puncte $C, a', b' \ldots D$ durch eine Linie verbindet, welche im Allgemeinen eine krumme seyn wird. Nimmt man an, daſs die Kräfte $k, k' \ldots$ für die Wege $s = Aa$, $s' = ab \ldots$ constant sind, so gibt die Summe der Rechtecke $k . s = Aa'$, $k' . s' = ab' \ldots$ die gesammte Leistung der Kraft $K = k + k' + \ldots$ auf den Weg $AB = s + s' + \ldots$

Je kleiner man nun diese Wege nimmt, desto mehr nähert sich die Summe aus diesen Rechtecken der Fläche *ACBD*, welche von der Curve *CD* begrenzt wird.

Theilt man die Linie $AB = S$ (Fig. 150) in eine g e r a d e Anzahl gleicher Theile, bezeichnet die beiden äufsern Ordinaten oder Perpendikel mit a, b, die den ungeraden Theilungspuncten entsprechenden mit p_1, p_3 . . . und die den geraden entsprechenden mit p_2, p_4 . . .; so ist, wenn die Anzahl der Theile $= n$ ist, die Fläche *AD*, also die Leistung der Kraft näherungsweise:

$$F = W = \tfrac{1}{3}[a + b + 2(p_1 + p_3 + ..) + 4(p_2 + p_4 + ..)]\frac{S}{n}.$$

Hat z. B. eine Kraft die Werthe 20, 22, 23, 26, 27, 28, 30 und ist der jedem dieser Werthe entsprechende Weg (die Intervalle *A*1, 12...) = 2 Zoll oder $\tfrac{1}{6}$ Fufs; so ist $a = 20$, $b = 30$, $p_1 = 23$, $p_3 = 27$, $p_2 = 22$,

$$p_4 = 26,\ p_6 = 28,\ S = 6 . \tfrac{1}{6} = 1 \text{ und } n = 6,$$

folglich $W = \tfrac{1}{3}(50 + 2.50 + 4.76)\tfrac{1}{6} = \dfrac{454}{18} = 25{\cdot}2^{\text{F. Pf.}}$

Nach einer ähnlichen Näherungsformel $F = \dfrac{S}{n}\left(\dfrac{a+b}{2} + p_1 + p_2 + p_3 + ..\right)$ wäre $W = 25{\cdot}1^{\text{F. Pf.}}$

Dieselbe Leistung würde aber auch durch eine constante Kraft von $\dfrac{25{\cdot}2^{\text{F. Pf.}}}{1^{\text{F.}}} = 25{\cdot}2^{\text{Pf.}}$ hervorgebracht werden; man nennt sie defshalb die m i t t l e r e Kraft oder Anstrengung für dieses Beispiel.

§. 174. Leistungen der Kräfte bei Maschinen. Wir haben bei allen im fünften Kapitel des ersten Abschnittes behandelten, sowohl einfachen als zusammengesetzten Maschinen darauf aufmerksam gemacht (und es gilt dieses als ein Grundgesetz der ganzen Mechanik und Maschinenlehre), dafs wohl im Gleichgewichtszustande die Kraft gegen die Last bedeutend kleiner oder im Vortheile seyn kann, dafs aber, sobald es sich um Bewegung handelt, an dem Weg oder an der Zeit genau so viel verloren geht, als an Kraft gewonnen wird. So kann z. B. am Hebel ein Mensch sehr wohl eine Last heben, die unmittelbar, ohne diese einfache Maschine, nur zehn Menschen heben könnten; allein er wird auch dazu, um diese auf eine bestimmte Höhe zu bewegen, 10 Mal so viel Zeit brauchen, oder in derselben Zeit die Last nur auf den zehnten Theil jener Höhe heben, auf welche die zehn Menschen diese Last unmittelbar bringen, und so ist also seine Leistung um nichts gröfser als die eines einzelnen Menschen ohne Hebel. Der Vortheil dieser Maschine liegt nur darin, dafs er überhaupt damit im Stande

ist die Last zu bewegen, was er sonst, ohne Theilung derselben, nicht bewirken könnte.

Auf dieselbe Art zeigt es sich bei allen Maschinen, und es ist dieses ein höchst wichtiges und wohl zu beherzigendes Grundgesetz der ganzen Mechanik, dafs der Angriffspunct der Kraft in derselben Zeit einen 2, 3...n Mal gröfsern Weg als die Last zurücklegen mufs, wenn die Kraft eine Last übrwinden soll, die 2, 3...n Mal gröfser als diese Kraft ist. Ist also die an einer wie immer gearteten und zusammengesetzten Maschine wirkende Kraft K n Mal kleiner als die Last oder der Widerstand Q, welcher damit überwunden wird, so ist auch der gleichzeitig von der Last zurückgelegte Weg s n Mal kleiner als der Weg S der Kraft, d. i. für $K = \frac{1}{n} Q$ ist auch $s = \frac{1}{n} S$, und wenn man die Leistung oder Wirkung der Kraft $= W$ und die verrichtete Arbeit $= W'$ (oder die Leistung einer die Last ohne Maschine unmittelbar gewältigenden Kraft) bestimmt, so ist

$$W = KS = \frac{1}{n} QS \text{ und } W' = Qs = Q.\frac{1}{n}S, \text{ also } W' = W.$$

Bei diesen Betrachtungen ist jedoch auf jene Hindernisse und Widerstände, welche in der Maschine selbst liegen, noch keine Rücksicht genommen, und es bleibt, weit gefehlt, dafs die Leistung gröfser werden könnte, wie so oft geglaubt wird, durch Anwendung, selbst der einfachsten Maschinen, die wirkliche Nutzleistung noch hinter der Arbeit der Kraft zurück.

§. 175. Gröfse der Wirkung oder Leistung beim Heben einer Last nach verticaler Richtung. Die einfachste Arbeit, welche man betrachten kann, besteht in dem verticalen Heben einer Last, weil der zurückgelegte Weg in die Richtung der Kraft fällt. Ist Q die zu hebende Last und h die Höhe, auf welche sie gehoben wird, so kann die Leistung oder Arbeit durch das Product Qh ausgedrückt werden. Wegen der Einfachheit dieses Ausdruckes wählt man denselben zur Vergleichung aller, selbst der verschiedenartigsten Leistungen der Kräfte, und führt jede auf das Heben einer Last auf eine gewisse Höhe in einer bestimmten Zeit zurück.

Kommt z. B. die Leistung eines Wasserrades bei einer Mahlmühle mit jener, welche durch das Heben von 100 Pfund auf die Höhe von 10 Fufs in einer Secunde, dagegen die Leistung einer Dampfmaschine in einer Spinnfabrik mit jener überein, welche erfordert wird, um 1000 Pf. auf 20 Fufs in einer Secunde zu heben; so verhalten sich diese beide Wirkungen oder Leistungen wie die Zahlen 1000 zu 20000 oder wie 1 : 20.

§. 176. Motoren. Sowohl die Menschen und Thiere, wenn sie durch ihre Muskelkraft wirken, als auch gewisse mechanische Vorrichtungen, wie Wasserräder, Dampfmaschinen, Windflügel u. s. w., welche durch natürliche Kräfte, wie Wasser, Dampf, Luft u. s. w. in Bewegung gesetzt, diese Kräfte gleichsam in sich aufnehmen und auf andere Maschinen oder Werkzeuge, womit was immer für industrielle oder mechanische Arbeiten verrichtet werden, übertragen, heifsen Motoren. Diese kann man, sie mögen durch was immer für Kräfte in Bewegung gesetzt werden, als die unmittelbaren bewegenden Kräfte ansehen, welche irgend eine Arbeit oder Leistung verrichten, die sich nach der im vorigen Paragraphe angegebenen Weise bestimmen oder ausdrücken lassen.

Wirkt z. B. das Wasser auf ein Wasserrad und hebt dieses mittelst eines Seils, welches um seine Welle aufgewickelt wird, ein Gewicht von 500 Pfund in einer Secunde auf die Höhe von 8 Fufs, so ist die Leistung, Wirkung oder Arbeit dieses Wasserrades oder Motors $W = 4000^{\text{F. Pf.}}$ gerade so, als ob dieses Rad die bewegende oder dynamische Kraft selbst wäre.

§. 177. Nutzeffect. Man darf die Arbeit eines Motors mit der wirklichen Leistung oder Arbeit, die man eigentlich beabsichtigt und die bei Anwendung von Maschinen immer kleiner als die des Motors ausfällt, keineswegs verwechseln. Wird z. B. eine Aufzugmaschine durch das vorhin beispielsweise erwähnte Wasserrad in Bewegung gesetzt, und fördert diese jede Secunde eine Last von 1000 Pfund auf eine Höhe von 3 Fufs, so ist die verrichtete Arbeit, oder der sogenannte Nutzeffect $E = 3000^{\text{F. Pf.}}$, mithin, da die Arbeit des Motors nach obiger Annahme $W = 4000^{\text{F. Pf.}}$ ist, im Verhältnifs von 4 : 3 oder um 25 Procent kleiner als die Arbeit des Motors, und diese 25 Procent werden rein nur von den Nebenhindernissen der Aufzugmaschine (wenn nämlich die gemachte Voraussetzung richtig ist) absorbirt und gehen für den eigentlichen Zweck verloren. Ja man kann sich sogar eine Maschine denken, deren Nutzeffect Null ist, wenn die Arbeit des Motors allein schon zu ihrer eigenen Bewegung im leeren oder unbelasteten Zustande ganz in Anspruch genommen wird.

§. 178. Pferdekraft. Seit Watt, dem berühmten Verbesserer oder so zu sagen Erfinder der Dampfmaschine, wendet man zur Vergleichung der Leistungen der Motoren oder auch zur Bestimmung ihrer Gröfse für gewisse gegebene Leistungen, die Pferdekraft (oder auch Kraft des Maschinen- oder idealen Pferdes genannt)

an und versteht jetzt ziemlich allgemein darunter die Leistung oder Arbeit, welche in dem Heben einer Last von 33000 englischen Pfunden auf die Höhe von einem englischen Fuſs binnen einer Minute besteht, welches mit dem Heben von 75 Kilogramme auf einen Meter in einer Secunde, oder in einer Last von 430 Wien. Pfund auf einen W. Fuſs binnen einer Secunde übereinkommt, so, daſs also diese sogenannte Pferdekraft keine simple Kraft mehr, sondern eine Wirkung von $\mathfrak{K} = 430^{\text{F. Pf.}}$ bedeutet.

Theilt man also die Wirkung oder Leistung W irgend eines Motors durch $\mathfrak{K}$, so erhält man die Anzahl der Pferdekräfte, die derselbe besitzt; so ist für das im obigen Beispiel (§. 176) angenommene Wasserrad $\frac{4000}{430} = 9\frac{3}{10}$ die Anzahl der Pferdekräfte, die es enthält.

§. 179. Unterschied zwischen lebendigen und leblosen Motoren. Es ist bekannt, daſs Menschen und Thiere auf kurze Zeit bedeutendere Anstrengungen aushalten können, als wenn ihre Leistungen durch längere Zeit dauern sollen, weil sie dann ermüden und ihre Muskelkraft abnimmt. Es kommt also bei der Schätzung der Leistungen der Menschen und Thiere noch ein Element, nämlich die Arbeitsdauer hinzu; man versteht darunter die Anzahl der Stunden, während welcher die Muskelkraft wirklich in Anspruch genommen war, und da immer eine oder mehrere Ruhezeiten dazwischen fallen, so beträgt diese Arbeitsdauer nur einen Theil des Tages oder auch von 24 Stunden, obschon die in diesem Theile der Zeit geleistete Arbeit die tägliche Arbeit genannt wird.

Auſserdem ist es auch bekannt, daſs die Gröſse der Anstrengung, um äuſsere Widerstände zu überwinden, von der Geschwindigkeit abhängt, mit welcher Menschen oder Thiere dieselben überwinden sollen, indem bei einer gröſsern Geschwindigkeit ihre Muskelkraft von der nöthigen Anstrengung, um ihren eigenen Körper fort- oder auch nur einen Theil desselben zu bewegen, schon ganz erschöpft werden kann, so, daſs also davon nichts mehr zur Überwältigung eines weitern, auſserhalb ihres Körpers liegenden Widerstandes übrig bleibt.

§. 180. Kraftformel. Obschon es sehr schwierig ist, die mechanischen Leistungen der Menschen und Thiere, da man sie in dieser Hinsicht nur als sehr veränderliche Motoren ansehen kann, welche nach der Art ihrer Verwendung nach auſsen hin bald einen gröſsern, bald einen kleinern Nutzeffect hervorbringen, im Voraus zu bestimmen, indem das Gesetz, nach welchem die Muskelkraft von der Arbeitsdauer

und der Geschwindigkeit der Bewegung abhängt (wenn ja ein solches existirt) so gut wie nicht bekannt ist; so hat man gleichwohl gesucht, dafür gewisse Mittelwerthe aus der Erfahrung abzuleiten, die für die Anwendung als Anhaltspuncte dienen können. Eine mit der Wahrheit ziemlich gut übereinstimmende derartige Formel für die Kraft der Menschen und Thiere ist die Gerstner'sche, nämlich:

$$K = k\left(2 - \frac{v}{c}\right)\left(2 - \frac{z}{t}\right) \ldots \text{(1},$$

wobei k die mittlere Kraft, c die mittlere und v die wirkliche Geschwindigkeit, t die mittlere und z die wirkliche tägliche Arbeitsdauer bezeichnet.

Um die Anwendung dieser Kraftformel zu zeigen, so sey für einen mittelstarken Menschen $k = 25$ Pfund, $c = 2\frac{1}{2}$ Fufs und $t = 8$ Stunden (welche Werthe in der Erfahrung wirklich gegründet sind). Soll nun derselbe Mensch mit 3 Fufs Geschwindigkeit und täglich (d. i. binnen 24 Stunden) durch 10 Stunden arbeiten; so findet man seine Kraft K, die er dabei ausüben kann, wenn man in dieser Formel noch $v = 3$ und $z = 10$ setzt: $K = \left(2 - \frac{3}{2\frac{1}{2}}\right)\left(2 - \frac{10}{8}\right) = 15$ Pfund, so, dafs er also unter diesen Umständen bei gleicher Ermüdung nur einen Widerstand von 15 Pf. überwinden könnte.

Sollte er sich mit 5 Fufs Geschwindigkeit fortbewegen, so würde nach dieser Formel $K = 0$, d. h. er könnte nach aufsen hin keinen Widerstand mehr überwinden, indem bei dieser Geschwindigkeit seine Kraft durch die Fortbewegung seines eigenen Körpers erschöpft wird.

Da bei dieser mittlern Arbeitsdauer von täglichen 8 Stunden die Arbeit des Menschen in einer Secunde (öfter auch das mechanische Moment genannt) durch Kv ausgedrückt und nach dieser Kraftformel am gröfsten wird für $v = c = 2\frac{1}{2}$ Fufs; so ist die Leistung eines mittelstarken Menschen in dieser Zeit von einer Secunde $E = 25 \times 2\frac{1}{2} = 62\frac{1}{2}^{\text{F. Pf.}}$, wofür man, um noch sicherer zu gehen, die runde Zahl 60 nehmen kann, so, dafs also diese Leistung mit dem Heben eines Gewichtes von 60 Pfund auf die Höhe von einem Fufs per Secunde, oder auch auf das Forttragen einer Last auf horizontalem Wege von 60 Pfund mit einem Fufs Geschwindigkeit übereinkommt. Für einen schwächern Arbeiter kann man $k = 20$ Pfund und $c = 2$ Fufs, für einen stärkern $k = 30$ Pf. und $c = 3$ F. setzen.

Für schwache, mittel- und sehr starke Pferde kann man in dieser Formel beziehungsweise $k = 80$, 100, 130 Pfund und $c = 3\frac{1}{2}$, 4 und $4\frac{1}{2}$ Fufs, eben so für Ochsen $k = 80$, 100, 120 Pfund und $c = 2$, $2\frac{1}{2}$ und 3 Fufs setzen.

Übrigens zeigt die im §. 183 angegebene Tafel, wenn sie auch noch hinsichtlich der Übereinstimmung der Daten vieles zu wünschen übrig läfst, wie sehr ungleich die Nutzleistungen der Menschen und Thiere ausfallen, wenn ihre Kräfte auf verschiedene Art und bei verschiedenen Geschwindigkeiten, bei und ohne Maschinen in Anspruch genommen werden.

§. 181. Kraftmesser oder Dynanometer. Zur Bestimmung der Zug- und Druckkräfte, besonders der Menschen und Thiere, bedient man sich eines, auf dem Principe der Elasticität, und zwar einer Stahlfeder beruhenden Instrumentes, welches im Wesentlichen in Fig. 151 dargestellt ist. Durch das Zusammendrücken der sehr gestreckten ovalen Stahlfeder *AB* in der Richtung *cb*, oder durch das Ausdehnen derselben nach der darauf senkrechten Richtung *AB*, wird der um *a* drehbare Winkelhebel *dae*, und zwar mittelst des in Gelenken *d* und *c* gehenden Kniestückes *dc* in Bewegung gesetzt, und dadurch der um *C* drehbare Zeiger *CD*, dessen Spitze auf eine Kreistheilung *MDN* zeigt, mehr oder weniger fortgeschoben. Ist die Eintheilung der Scala (am sichersten blofs empirisch) so gemacht worden, dafs man auf die Feder, während ihre Ebene vertical und die grofse Achse *AB* horizontal liegt und der Punct *b* unterstützt ist, im Puncte *c* nach und nach immer gröfsere Gewichte aufgelegt, und den jedesmaligen Stand des fortgeschobenen Zeigers auf dem Kreisbogen *MDN* markirt hat; so wird, wenn beim Gebrauche dieses Instrumentes die Feder durch die Muskelkraft eines Menschen so stark zusammengedrückt würde, dafs der Zeiger z. B. bis auf den mit 60 Pfund bezeichneten Theilstrich der so erhaltenen Scala geschoben wird, seine ausgeübte Kraft offenbar dem Drucke von 60 Pfund gleich seyn, und so auch in allen übrigen Fällen.

Da durch das Ausdehnen der Feder nach der Richtung *AB* eine weit gröfsere, jedenfalls aber eine von der vorigen verschiedene Kraft nöthig ist, um den Zeiger wieder eben so weit fortzuschieben, so mufs man für die Zugkräfte eine zweite Eintheilung oder Scala anbringen, welche in der Figur mit *mdn* bezeichnet ist und wieder empirisch auf eine ganz ähnliche Weise, wie die vorige gefunden wird. Gewöhnlich wird die erste Scala nach Pfunden und die letztere nur nach Centnern getheilt.

Anmerkung. Die Verbesserungen, welche wir an diesem von Regnier herrührenden Kraftmesser angebracht haben, damit er nicht blofs das Maximum der Kraftanstrengung, welche während eines Versuches vielleicht nur einen Augenblick lang Statt gefunden und dabei gar keinen Werth hat, folglich nur zu falschen Resultaten und Irrthümern führt, sondern vielmehr die mittlere Kraft angebe, wodurch er zugleich zu einem genauen Dynamographen umgeschaffen wurde, haben wir im achten Hefte der Verhandlungen des n. ö. Gewerb-Vereins (Wien 1843) deutlich beschrieben und dargestellt.

§. 182. Anwendung des Kraftmessers zur Bestimmung der Arbeit oder Leistung der Men-

schen und Thiere. Wirken z. B. mehrere Menschen an einem Tummelbaume (Fig. 85), um Lasten aufzuziehen, und findet man durch den Kraftmesser, dafs sie im Durchschnitt (einer in den andern gerechnet) dabei einen Druck von k Pfunden gegen die Arme aa ausüben und per Secunde einen Weg von v Fufs zurücklegen; so ist, wenn n Arbeiter dabei angestellt sind, ihre Arbeit oder Leistung per Secunde $E = nkv^{F.Pf.}$

Findet man ferner, dafs durch diese Aufzugmaschine per Secunde eine Last von Q Pfunden auf die Höhe von h Fufs gehoben wird, so ist die Nutzleistung $e = Qh^{F.Pf.}$

Sind z. B. sechs Menschen an den Armen der Welle angestellt, welche im Durchschnitt mit 30 Pfund in der Richtung der Bewegung der Angriffspuncte drücken, und haben sie dabei eine Geschwindigkeit von zwei Fufs, so ist $E = 6 \times 30 \times 2 = 360^{F.Pf.}$

Wird aber bei dieser Anstrengung oder Arbeit jedesmal eine Last von 500 Pfund binnen einer Minute auf die Höhe von 30 Fufs aufgezogen (worauf wieder eine kleine Ruhezeit von selbst eintritt), so beträgt der Nutzeffect $e = 500 \times \frac{30}{60} = 250^{F.Pf.}$ nur $69\frac{1}{2}$ Procent von dieser Arbeit, so, dafs also $30\frac{1}{2}$ Procent davon durch die Maschine selbst, nämlich durch die dabei Statt findenden Reibungen und sonstigen Hindernisse, wie namentlich die Steifheit des Seils, verschlungen oder absorbirt werden.

Wäre also die Leistung eines Menschen beim Tragen einer Last auf horizontalem Wege, nach §. 180, $60^{F.Pf.}$, so würde diese bei seiner Verwendung bei einem solchen Tummelbaume auf $41\frac{2}{3}^{F.Pf.}$ herabsinken.

Um die tägliche Arbeit oder die Nutzleistung für diese Zeit zu finden, darf man den Ausdruck von e nur mit der Anzahl der Secunden der wirklichen Arbeitszeit multipliciren; ist diese z. B. im vorigen Beispiel = 8 Stunden, so ist die tägliche Leistung eines Menschen bei dieser genannten Maschine $= \frac{1}{6} \times 250 \times 8 \times 3600 = 1200000^{F.Pf.}$ Dabei werden die 8 Stunden so genommen, als ob das Aufziehen ununterbrochen durch diese Zeit Statt fände, und diefs wäre der Fall, wenn von den 12 Stunden (von 6 bis 12 Uhr Mittags und von 1 bis 7 Uhr Abends), als die Arbeiter am Platze sind, 4 Stunden durch das Befestigen und Losmachen des Seils und durch das leere Zurückgehen desselben verloren gingen.

§. 183. Durch vielseitige Beobachtungen hat man die Leistungen der Menschen und Thiere bei ihrer verschiedenen Verwendung in Tabellen zusammengetragen, da man jedoch dabei durchaus auf keine, nur halbwegs genaue Übereinstimmung rechnen darf, wie diefs wohl auch in der Natur der Sache liegt; so müssen alle derlei Zahlen nur als beiläufige Mittelwerthe angesehen werden. Wir geben im Nachstehenden hierüber folgende zwei Tabellen:

Tabelle I
für die Gröfse der Leistung oder Arbeit der Menschen und Thiere unter verschiedenen Umständen.

Gattung der Arbeit.	Gehobenes Gewicht oder mittl. Anstreng.	Geschwindigkeit per Secunde.	Arbeit per Secunde.	Tägliche Arbeitsdauer.	Tägliche Arbeit oder Leistung.
1. Verticales Heben von Lasten.	Pfd.	Fufs.	F. Pf.	Stunden.	F. Pf.
Ein Mensch, welcher über eine sanfte Anhöhe oder über eine Stiege ohne Last hinaufgeht, wobei seine Arbeit blofs im Erheben seines eigenen Gewichtes besteht	120	·5	60	8	1728000
Ein Taglöhner oder Handlanger, welcher mittelst einer Rolle und eines Seiles, welches er immer wieder leer hinabläfst, Lasten oder Baumaterialien aufzieht	32	·63	20·24	6	437184
Ein Handlanger, welcher Lasten blofs mit den Händen hinaufreicht oder aufhebt	36	·54	19·44	6	419904
Ein Handlanger, welcher Lasten auf seinem Rüken über eine sanfte Anhöhe oder Stiege trägt und jedesmal wieder, um neue Lasten zu holen, leer zurückgeht	100	·13	13	6	380800
Ein Handlanger, welcher Materialien auf eine schiefe Ebene von $^1/_{12}$ Steigung in einer Scheibtruhe oder auf einem Schubkarren hinaufführt und immer wieder leer zurückfährt	110	·06	6·6	10	237600
Ein Arbeiter, welcher mittelst einer Schaufel Erde auf eine mittlere Höhe von 5 Fufs wirft	5	1·25	6·25	10	225000
2. Wirkung mittelst Maschinen.					
Ein Arbeiter, welcher an einem Spillenrad oder Rad an der Welle arbeitet, und zwar					
1. im Niveau der Radachse	100	·5	50	8	1440000
2. unter diesem Niveau um 24 Grad . . .	20	2·2	44	8	1267200
Ein Arbeiter, welcher auf horizontalem Wege eine Last zieht oder fortschiebt	20	2	40	8	1152000
Ein Arbeiter an einer Kurbel	14	2·5	35	8	1008000
Ein geübter Arbeiter, welcher wie bei einem Pumpbrunnen in verticaler Richtung auf- und abwärts schiebt und zieht	9	3·5	31·5	8	907200
Ein Mensch beim Schiffziehen	18	1	18	10	648000
Ein Pferd an einen Wagen gespannt und im Schritte gehend	125	2·8	350	10	12600000
Ein Pferd im Göpel im Schritte gehend . . .	80	2·8	224	8	6451200
Ein Pferd im Göpel im Trabe gehend	54	6	324	4·5	5248800
Ein Ochs im Göpel	116	1·9	220	8	6336000
Ein Maulthier im Göpel	55	2·8	154	8	4435200
Ein Esel im Göpel	25	2·5	62·5	8	1800000

Anmerkung. Bei dem Fortschaffen von Lasten auf horizontalem Wege darf man nicht etwa die Arbeit des Motors ebenfalls durch das Product aus der Last (indem diese nicht in der Richtung des Weges, sondern darauf senkrecht widersteht) in den Weg ausdrücken; denn diese Arbeit besteht in nichts Anderem, als in der Überwindung der Reibung, und diese kann nach Beschaffenheit der Strafse sehr verschieden seyn, so, dafs also dieses Product für dieselbe Last und denselben Weg, wie es doch nach dieser Art seyn würde, keinesweges constant seyn kann. Übrigens liefert die folgende Tabelle einige Mittelwerthe für die Leistungen der Menschen und Pferde beim horizontalen Fortbewegen von Lasten.

Tabelle II
über die Leistungen der Menschen und Pferde beim Fortbewegen von Lasten auf horizontalem Wege.

Art der Bewegung.	Transportirtes Gew.	Geschwindigkeit per Secunde.	Nutzeffect per Secunde.	Tägliche Arbeitszeit.	Nutzleistung per Tag.
	Pfd.	Fufs.	F. Pf.	Stunden.	F. Pf.
Ein Mensch, welcher auf ebenem Weg ohne Last fortgeht, dessen Leistung also blofs im Fortbewegen seines eigenen Gewichtes besteht .	120	4.6	552	10	19872000
Ein Handlanger, welcher Materialien in einem kleinen zweirädrigen Karren fortschafft und leer zurückkehrt	180	1·6	288	10	10368000
Ein Handlanger, welcher Materialien in einer Scheibtruhe oder auf einem Schubkarren fortschafft und immer leer zurückkommt, um neue Lasten zu holen	100	1·7	170	10	6120000
Ein Mensch, welcher eine Last auf seinem Rücken trägt	70	2·4	168	7	4233600
Ein Handlanger, welcher Materialien auf dem Rücken fortträgt und immer wieder leer zurückgeht, um neue Lasten zu holen	115	1·6	184	6	3974400
Ein Handlanger, welcher Lasten auf einer Trage forträgt und immer wieder, um neue Trachten zu holen, leer zurückgeht	90	1	90	10	3240000
Ein Pferd, welches Lasten auf einem Karren auf weite Strecken fortführt und dabei im Schritte geht .	1250	3·5	4375	10	157500000
Ein an einen Wagen gespanntes Pferd, welches beständig beladen im Trabe läuft	625	7	4375	4·5	70880000
Ein Pferd, welches auf einem Karren Lasten fortschafft und immer wieder leer zurückgeht, um neue zu holen	1250	2	2500	10	90000000
Ein Packpferd, welches im Schritte geht . . .	215	3·5	752·5	10	27090000
Ein Packpferd, welches im Trabe geht . . .	140	7	980	7	24696000

§. 184. Wirkung oder Leistung der Schwerkraft. Die Arbeit, welche nöthig ist, um ein Gewicht Q auf die verticale Höhe h zu heben, ist zugleich auch die Arbeit oder Leistung, welche durch das Herabsinken oder den freien Fall desselben Gewichtes Q durch die nämliche Höhe h entsteht; denn in beiden Fällen wird dieselbe Kraftanstrengung, im erstern durch den Motor, im letztern durch die Schwere auf dieselbe Länge des Weges ausgeübt oder thätig. Aus diesem Grunde läfst sich in einem Gewichte, welches auf eine gewisse Höhe gehoben wird, gewisser Mafsen die hiezu nöthige Arbeit ansammeln, welche man dann zu einer beliebigen Zeit, indem es durch sein allmäliges Herabsinken (wie diefs z. B. bei Uhren, Bratenwendern u. s. w. der Fall) gewisse Widerstände überwindet, wieder zurück erhält.

Bezeichnet man aber die durch das freie Fallen des Gewichtes Q durch die Höhe h entstehende Wirkung oder Arbeit mit W, so ist $W = Qh$, oder wenn man für das Gewicht Q dessen Masse M und für die Höhe h den Werth (§. 142, Gl. 4) $\frac{v^2}{2g}$, wo v die erlangte Endgeschwindigkeit bezeichnet, setzt, so ist auch

$$W = \frac{Mv^2}{2g} \ldots (1.$$

Anmerkung. Nach der Art, wie die französischen Schriftsteller die Masse ausdrücken, wäre (§. 35) $Q = Mg$, also $W = \frac{1}{2}Mv^2$, d. i. der halben lebendigen Kraft gleich, wenn man Mv^2 die lebendige Kraft der Masse M nennt. Da aber dieses Product, wie man sieht, keineswegs eine blofse Kraft, sondern schon eine Leistung oder Arbeit einer Kraft ist, so geschieht es nur, um schon gang und gäbe Benennungen beizubehalten, wenn wir das Product aus der Masse in das Quadrat ihrer Geschwindigkeit die lebendige Kraft der Masse nennen. Wir kämen bei unserer Art die Massen auszudrücken oder zu bezeichnen zu demselben Resultate, wenn wir $\frac{Mv^2}{g}$ oder noch einfacher, den Quotienten $\frac{Mv^2}{2g}$, d. h. das Product aus der Masse in die Höhe, durch welche dieselbe fallen mufs, um die Geschwindigkeit v zu erlangen, was man kürzer die zu v gehörige Geschwindigkeitshöhe nennt, mit der Benennung lebendige Kraft belegen würden.

Hat ein Körper, dessen Gewicht $= M$ ist, die Geschwindigkeit v, so kann er, indem er auf einen andern einwirkt, bis zum gänzlichen Verlust seiner Geschwindigkeit v in diesem eine Wirkung oder Arbeit von $Mh = \frac{Mv^2}{2g}$ erzeugen, so dafs dieser letztere Ausdruck sofort eine gleichsam zu Gebote stehende oder disponible Arbeit (die man früher geradezu Kraft genannt hat) darstellt, welche man in einem Körper, dessen Gewicht M und Ge-

schwindigkeit v ist, besitzt, und wodurch der Ausdruck von lebendiger Kraft entstanden ist. Wird z. B. das Gewicht M mit der Geschwindigkeit v vertical aufwärts geworfen, so erreicht es (§. 143) die Höhe $h = \frac{v^2}{2g}$ und es ist dabei die verrichtete Arbeit in der That $= Mh = \frac{Mv^2}{2g}$.

Übrigens kann noch bemerkt werden, dafs die Arbeit, welche nöthig ist, um das Gewicht Q auf die Höhe h zu heben, nur dann genau $= Qh$ ist, wenn das Gewicht Q sowohl im Anfang als am Ende der Bewegung ein und dieselbe Geschwindigkeit besitzt; weil, wie wir weiter unten sehen werden, jede Geschwindigkeitsänderung in der Masse Q eine neue Wirkung oder Arbeit erfordert.

§. 185. Die Wirkung oder Leistung durch die sogenannte lebendige Kraft ausgedrückt.

Wirkt in die blofs träge Masse M eine constante Kraft P während des von der Masse zurückgelegten Weges S, so erzeugt diese Kraft in M eine Geschwindigkeit v, wofür (§§. 142 und 146)

$$\frac{v^2}{2G} = S, \quad \text{d. i.} \quad \frac{v^2}{2g\frac{P}{M}} = S \quad \text{oder} \quad PS = M\frac{v^2}{2g} = Mh$$

ist, wenn h die zu v gehörige Geschwindigkeitshöhe bezeichnet. Da aber P eine constant bewegende Kraft und S der dabei zurückgelegte Weg ist, so stellt das Product PS die Arbeit oder Leistung dieser Kraft vor, und diese ist sonach, um nämlich in der vorigen Masse M die Geschwindigkeit v zu erzeugen, der lebendigen Kraft gleich, welche die mit der Geschwindigkeit v behaftete Masse M besitzt, getheilt durch die doppelte Beschleunigung der Schwere oder kürzer, diese Arbeit ist dem Producte aus der Masse in die Geschwindigkeitshöhe gleich, welche der Geschwindigkeit v entspricht.

Soll umgekehrt die Geschwindigkeit v, welche die Masse M besitzt, durch eine Kraft P zerstört werden; so wirkt die letztere als eigentlicher Widerstand, und ihre Wirkung oder Leistung dabei ist genau wieder wie vorhin $\frac{Mv^2}{2g} = Mh$. So wirkt z. B. beim freien Falle einer Masse durch die Höhe h die Schwere als bewegende, die Geschwindigkeit v erzeugende Kraft und beim Aufwärtssteigen derselben Masse als ein Hindernifs oder als eine die Geschwindigkeit v zerstörende Kraft, ihre Wirkung oder Arbeit auf diese Masse ist aber für einerlei Höhe in beiden Fällen genau die nämliche.

Anmerkung. Das Product Mv aus der Masse in die einfache Geschwindigkeit, welches (§. 132) als Maſs der bewegenden Kraft dient und auch Gröſse der Bewegung genannt wird, ist von jenem Mv^2, der sogenannten lebendigen Kraft, welche eine Leistung oder Arbeit darstellt, wesentlich verschieden. Nur nach der bereits veralteten Eintheilung von todten und lebendigen Kräften, nach welcher die erstern bloſs Drücke, die letztern aber wirkliche Bewegung erzeugen, wäre auch Mv eine lebendige Kraft.

Diese beiden Gattungen von Kräften sind von ganz verschiedener Natur und können nicht, oder doch nur in so ferne mit einander verglichen werden, als man einen Druck als eine bewegende Kraft ansieht, bei welcher die unendlich kleine Geschwindigkeit, welche diese fortwährend zu erzeugen strebt, jeden Augenblick durch die feste Unter- oder Widerlage auch wieder aufgehoben oder zerstört wird, während sich diese bei der bewegenden Kraft in dem beweglichen Körper so anhäufen, daſs sie in einer gröſsern oder kleinern Zeit einen endlichen Werth annehmen.

Um die Wirkung zweier solcher Kräfte in der Anwendung mit einander zu vergleichen, muſs man die Tiefe des Eindruckes in Rechnung bringen, welchen ein bloſser Druck auf der Unter- oder Widerlage hervorbringt. Fällt z. B. ein Körper, dessen Gewicht $= Q$ ist, von der Höhe h auf einen andern Körper oder eine weiche Unterlage frei herab und bringt in dieser eine Vertiefung oder einen Eindruck $= s$ hervor, so ist die von dem Gewichte Q erzeugte Arbeit oder Wirkung $W = Q(h + s)$. Soll dagegen dieselbe Wirkung durch einen bloſsen Druck $= x$ hervorgebracht werden, so muſs, da dessen Leistung $= xs$ ist, sofort $xs = Q(h + s)$ seyn, woraus

$$x = \frac{Q(h+s)}{s} \text{ oder auch } \frac{x}{Q} = \frac{h+s}{s} \quad \ldots \text{ (}t$$

folgt, so, daſs also x bedeutend gröſser als Q ausfällt.

Ist z. B. $h = 10$ Fuſs, $s = 1$ Zoll und $Q = 100$ Pfund, so ist $x = \frac{100 \times 121}{1}$ $= 12100$ Pfund, oder das drückende Gewicht muſs hier 121 Mal gröſser als das von der angegebenen Höhe fallende Gewicht seyn, um dieselbe Wirkung hervorzubringen.

Hieraus erklärt sich, warum ein Nagel mit einem mäſsigen Schlag eines Hammers weiter, als durch das bloſse Auflegen, selbst eines sehr bedeutenden Gewichtes auf den Kopf des Nagels, eingetrieben werden kann.

§. 186. Wirkung oder Arbeit, um in einer bloſs trägen Masse eine Geschwindigkeitsänderung hervorzubringen. Princip der lebendigen Kräfte. Um eine Masse M, welche bereits die Geschwindigkeit v besitzt, auf die Geschwindigkeit v' zu bringen, wenn $v' > v$ ist, hat man für die nöthige Arbeit, um die Masse M von der Geschwindigkeit Null auf jene v und v' zu bringen, beziehungsweise (vorigen Paragraph)

$W' = \frac{Mv^2}{2g}$ und $W'' = \frac{Mv'^2}{2g}$, folglich, da die gesuchte Arbeit $W = W'' - W'$ ist, sofort:

$$W = \frac{Mv'^2 - Mv^2}{2g} = Mh' - Mh = M(h' - h) \; . \; . \; . \; (1,$$

wobei h und h' die zu v und v' gehörigen Geschwindigkeitshöhen sind. Wäre umgekehrt $v' < v$, so wäre die Wirkung oder Arbeit, welche nöthig ist, um der Masse den Theil der Geschwindigkeit $v - v'$ zu benehmen, $W = M(h - h')$. . . (2, welches dem vorigen Ausdruck, nur mit den entgegengesetzten Zeichen (weil dort eine Beschleunigung, hier eine Verzögerung der Masse M eintritt), gleich ist; zugleich ist zu ersehen, dafs die im obigen Ausdrucke enthaltene Differenz $Mv'^2 - Mv^2$ die Zunahme an lebendiger Kraft bezeichnet, welche die Masse M erlangt, und darin liegt das sogenannte Princip der lebendigen Kräfte, welches sich im Allgemeinen so aussprechen läfst, dafs die nöthige Arbeit, um ein Massensystem zu beschleunigen oder zu verzögern, immer gleich ist der erlangten oder zerstörten lebendigen Kraft, dividirt durch $2g$ (oder nach der französischen Bezeichnung der Massen blofs durch 2).

Anmerkung. Ist also eine Maschine in Bewegung und bereits in den sogenannten Beharrungsstand (§. 283) gekommen, so, dafs alle Theile ihre normale Geschwindigkeit erlangt haben; so mufs die Wirkung der Kraft oder überhaupt der Kräfte der Wirkung der Last oder der Widerstände vollkommen gleich seyn, weil ein Überschufs von der einen oder andern nothwendig im ganzen Systeme eine Beschleunigung oder Verzögerung der Massen herbeiführen würde und der Beharrungsstand nicht bestehen könnte. Ist aber die Arbeit der Kräfte gleich jener der Widerstände, so würden sich (nach dem Principe der virtuellen Geschwindigkeiten §. 119) alle diese Kräfte im Gleichgewichte erhalten, wenn die Bewegung nicht schon eingeleitet wäre (wozu immer noch eine besondere Kraft nöthig ist) und durch die Trägheit der Massen oder ihres Beharrungsvermögens darin erhalten würde.

Weil nun bei einer in Bewegung und bereits im Beharrungsstande befindlichen Maschine die Kräfte und Widerstände sich das Gleichgewicht halten würden, wenn diese in der Ruhe wären, so sagt man, dafs in der Maschine ein dynamisches Gleichgewicht bestehe, um es von dem statischen zu unterscheiden.

§. 187. Aufsammlung von Arbeit in einer trägen Masse. Wird in einer Masse M die Geschwindigkeit v oder auch nur jene $v - v'$ erzeugt, wozu also eine Leistung von

$$W = \frac{Mv^2}{2g} \quad \text{oder} \quad W' = \frac{M(v^2 - v'^2)}{2g}$$

nothwendig ist; so ist diese Arbeit W oder W' in dieser Masse gleich-

sam angesammelt und kann für gewisse Zwecke, wie z. B. zur Überwindung von Widerständen, wobei die Masse diese Arbeit wieder erstattet, beliebig verwendet werden.

Fährt ein Wagen über einen sanften Abhang herab, so kann ihn die erlangte Beschleunigung noch eine Strecke auf der horizontalen Strafse, oder auch auf der darauf folgenden Steigung fortbewegen.

Geht ein beladener Wagen auf horizontaler Strafse mit der Geschwindigkeit v, so müssen die Pferde zuerst, um diesen in Bewegung zu setzen, die Trägheit seiner Masse überwinden; die hiezu verwendete Arbeit $= \frac{Mv^2}{2g}$ ist dann aber in dieser Masse M des Wagens aufbewahrt und wird in jenen Momenten, wo der Widerstand auf der Strafse zunimmt oder die Zugkraft abnimmt, wieder zurückgegeben, so, dafs wenn der Wagen allmälig und ohne Stöfse zur Ruhe gekommen ist, sofort auch die gesammte Leistung, welche durch die Trägheit consumirt wurde, wieder zurück erstattet ist und sonach kein Verlust an Arbeit oder Wirkung Statt findet. Wie grofs übrigens dieser Effect seyn kann, geht aus den traurigen Wirkungen hervor, welche beim Zusammenstofs grofser Eisenbahntraine, wenn auch schon die bewegende Kraft abgesperrt oder unwirksam gemacht worden, durch die in den grofsen Massen gesammelte und enthaltene Arbeit plötzlich wirksam wird.

Auf diese Weise wird die Anwendung eines Schwungrades bei Maschinen, welche einen ungleichförmigen oder intermittirenden Widerstand, wie z. B. bei Hammer und Stampfwerken zu überwinden haben, oder auch dort, wo auf kurze Zeit ein gröfserer Widerstand überwunden werden soll, als diefs die zu Gebote stehende Kraft in dieser nämlichen Zeit thun kann, wie es z. B. öfter bei Walzwerken vorkömmt, von grofsem Nutzen und oft unentbehrlich.

Bei allen durch die Einwirkung einer constanten bewegenden Kraft entstehenden successiven, abwechselnd beschleunigenden und verzögernden, also bei den sogenannten periodischen und oscillirenden Bewegungen, wie bei einem Pendel, Balancier, Pumpenkolben u. s. w., dient die träge Masse als eine Art Magazin für die Arbeit, in welches während der Beschleunigung der Masse ein Theil der Arbeit des Motors aufgenommen und in der nächsten Periode der Verzögerung wieder abgegeben wird, so, dafs von dem Augenblick an, wo die Beschleunigung anfängt, bis zu jenem, wo die Verzögerung aufhört, die verwendete Kraft so angesehen werden kann, als wäre sie blofs zur Überwindung der übrigen von der Trägheit der Massen unabhängigen Widerstände benützt worden.

Wird durch irgend einen Motor eine Last M vertical gehoben, so wird diese zuerst von der Ruhe aus auf eine gewisse Geschwindigkeit v gebracht, und es wird durch die Trägheit der Masse die Arbeit $W = \frac{Mv^2}{2g}$ consumirt; ist die Last oben angekommen, so wird die Bewegung des Motors verzögert, um die Last oder Masse M wieder zur Ruhe zu bringen; da aber durch

die in der Masse gesammelte Arbeit W ein Theil der Schwere dieser Last überwunden und dieser Theil dem Motor abgenommen wird (wenn die Verzögerung allmälig Statt hat), so wird eigentlich von der Arbeit des Motors für die Trägheit nichts absorbirt oder keine Arbeit verloren.

Etwas ähnliches gilt von der Arbeit des Feilens, Sägens u. s. w., wenn dabei nur keine plötzlichen Geschwindigkeitsänderungen oder gar Stöfse Statt finden.

Sechstes Kapitel.

Theorie der Kurbel und des Schwungrades.

§. 188. Erklärung. Ein um C (Fig. 152) drehbarer Hebel MC, welcher in M einen kleinen winkelrechten Ansatz (senkrecht auf die Ebene der Bewegung) oder eine sogenannte Warze zur Aufnahme einer Stange NM, welche sich um diese Warze drehen kann, besitzt, heifst gewöhnlich Krummzapfen; ist dieser winkelrechte Ansatz in M etwas länger und dient derselbe als Handgriff, so wird diese Vorrichtung eine einfache Kurbel genannt, und man bedient sich derselben im erstern Falle, um eine hin- und hergehende Bewegung in eine kreisförmige oder umgekehrt diese in die erstere zu verwandeln, und im zweiten Falle, um ein Rad, einen Schleifstein u. s. w. um seine durch C auf der Kreisebene $CMBE$ senkrechte Achse in drehende Bewegung zu setzen. Die von der Kurbelwarze M beschriebene Kreisperipherie wird Kurbelkreis, der Halbmesser oder Hebel CM das Kurbelknie und die in die Warze bei M eingehängte Stange die Kurbel- oder auch Bläuelstange genannt.

§. 189. Es wirke nun zur Umdrehung der Kurbel oder des Krummzapfens, wodurch zugleich ein gewisser Widerstand überwunden werden soll, dessen Arbeit oder Wirkung ganz einfach dem Aufwinden einer Last Q auf den Kurbelkreis ADB gleich gesetzt werden kann, in der Richtung der Stange NM, welche fortwährend mit dem Durchmesser AB parallel bleiben soll, eine constante Kraft P abwechselnd von A gegen B und von B gegen A. Zerlegt man P in zwei Kräfte, wovon die eine nach der Tangente $Ma = p$ und die andere darauf senkrecht nach dem Mittelpuncte C wirkt, so ist für $Md = P$, sofort $Ma = p$ und wegen der Ähnlichkeit der Dreiecke Mad und CMq, wenn man den Halbmesser $CA = CM = r$ setzt, ist $Ma : Md = Mq : CM$,

d. i. $p : P = Mq : r$, woraus $p = Mq\frac{P}{r}$ folgt. Die während des Fortschreitens der Warze M um den Elementarbogen $Mm = s$ entstehende unendlich kleine Arbeit der Kraft P ist

$$W' = ps = Mq\frac{P}{r}s = Cg \, . \frac{P}{r} . s \; . \; . \; . \; (a.$$

Da nun diese Gerade Mq von Null (in A) bis r (in D) zu-, und von da wieder bis Null (in B) abnimmt, so wächst auch die Tangential- oder eigentliche Umdrehungskraft p (so wie auch die unendlich kleine Arbeit W der Kraft P) im ersten Quadranten von Null bis $p = P$, und nimmt im zweiten Quadranten wieder bis Null ab. Die beiden Puncte A und B, in welchen $p = o$ ist, heifsen die todten Puncte des Kurbelkreises.

Da man die veränderliche Kraft p während des Fortschreitens der Kurbelwarze um den unendlich kleinen Bogen $Mm = s$ als constant ansehen kann (§. 137), so ist ihre Arbeit, während sie diesen Weg zurücklegt (§. 172) $W' = ps = Mq\frac{P}{r}s$ nach der vorigen Gleich. (a, oder wegen (indem die Dreiecke Mmn und CMq ähnlich sind) $Mm : Mn = r : Mq$, oder $\frac{s \, . \, Mq}{r} = Mn$, auch $W' = P \, . \, Mn = P \, . \, pq$ (was auch in der That mit der Natur der Sache übereinstimmt, indem pq den unendlich kleinen Weg der constanten Kraft P nach ihrer Richtung bezeichnet). Während also der Punct M durch den Halbkreis ADB geht, besteht die Arbeit der Kraft P aus der Summe aller ähnlichen Producte $P \, . \, pq$, $P \, . \, p'q' \ldots$, wobei pq, $p'q' \ldots$, die Projectionen aller der kleinen Bögen, wie Mm auf den Durchmesser AB bezeichnen, und da ihre Summe $= AB$ ist, so ist die genannte Arbeit

$$W = P \, (pq + p'q' + \ldots) = P \, . \, AB, \text{ d.i. } W = P \, . \, 2r.$$

Die gleichzeitige Arbeit des Widerstandes Q besteht in dem Heben des Gewichtes Q auf die Höhe $r\pi$ (weil sich nämlich die Schnur dabei um den halben Umfang des Kurbelkreises aufwindet) oder es ist $W' = Q \, . \, r\pi$. Ganz dasselbe findet auch bei der rückgängigen Bewegung der Stange MN, wobei die Warze M den untern Halbkreis BEA durchläuft, Statt.

Soll nun der Beharrungsstand, d. i. das dynamische Gleichgewicht zwischen P und Q bestehen, so mufs $W = W'$, d. i. $P \, . \, 2r = Q \, . \, r\pi \ldots (b$, also das Verhältnifs $P : Q = 3{\cdot}14 : 2 \ldots (1$, oder die Relation $Q = {\cdot}637 P \ldots (2$ Statt finden.

Anmerkung 1. Behielte die veränderliche Tangentialkraft p, welche von Null bis P zunimmt, und von da wieder bis Null abnimmt, durchaus den hier

gefundenen Werth von $\cdot 637\, P = \frac{2}{\pi} P$ constant bei, so wäre ihre Arbeit während der Bewegung durch den Halbkreis, ebenfalls, wie es jetzt mit der constanten Kraft P der Fall ist,

$$= p . r\pi = \frac{2}{\pi} P . r\pi = P . 2r,$$

und man kann daher in dieser Beziehung diese Kraft $\frac{2}{\pi} P$, wofür wir Kürze halber $\frac{2}{3} P$ nehmen wollen, die mittlere Kraft nennen (welche jedoch keineswegs das arithmetische Mittel zwischen 0 und P ist, welches $= \frac{1}{2} P$ wäre).

Die elementare Arbeit der Kraft P ist also im Minimum $= 0$, in ihrem mittlern Werth $= \frac{2}{3} Ps$, und in ihrem gröfsten Werth $= Ps$, zugleich geben diese 3 Werthe einen deutlichen Begriff von der Ungleichförmigkeit in der Wirkungsart der Kraft P bei der Kurbel.

Anmerkung 2. In der Wirklichkeit ist zwar die Bläuelstange NM mit dem horizontalen oder verticalen Durchmesser nicht vollkommen parallel, allein man kann diese Abweichung, selbst wenn die Stange nur 4 bis 5 Mal so lang, als der Halbmesser des Kurbelkreises ist, hierbei ohne Fehler vernachläfsigen. Auch wird in jenen Fällen, in welchen diese Schub- oder Bläuelstange in verticaler Richtung auf und ab geht, die Arbeit der Kraft P während einer vollen Umdrehung der Kurbel durch das Gewicht dieser Stange, welches während der einen halben Umdrehung hindernd, während der andern aber eben so fördernd wirkt, da sich beide Wirkungen aufheben, in nichts geändert.

§. 190. Zweifache oder doppelte Kurbel.

Um in dem Augenblicke, in welchem die Kurbelwarze M im todten Puncte A oder B steht, dennoch eine Drehung um die Achse C hervorzubringen, wendet man öfter 2 oder auch 3 Kurbeln an, welche in verschiedenen, jedoch auf der Achse senkrechten Ebenen, liegen. Es seyen nun CM und CM' (Fig. 153) die Projectionen zweier solcher, auf derselben Achse C befindlichen Kurbeln, auf eine Ebene senkrecht auf diese Achse, und jede der beiden mit AB parallel bleibenden Schub- oder Bläuelstangen sey wieder doppelt wirkend, d. h. sowohl von A gegen B, als auch zurück von B gegen A, und zwar jede mit der Kraft P. Stehen die beiden Arme CM und CM', wie in der Zeichnung auf derselben Seite des verticalen Durchmessers DE, so ist die Elementararbeit der beiden Kräfte P nach der Gleichung (a des vorhergehenden Paragraphes:

$$Cg . \frac{P}{r} s + Cg' . \frac{P}{r} s = gg' . \frac{P}{r} s,$$

so, daſs also diese Arbeit am gröſsten wird, wenn gg' am gröſsten ist, und dieses findet Statt, wenn die Verbindungslinie MM' mit dem Durchmesser DE parallel wird, in welchem Falle dann $gg' = MM' = 2\,OM$, also die gröſste Arbeit $= 2\,\frac{P}{r}s\,.\,OM$. . . (c ist, wenn nämlich CO auf MM' perpendikulär gezogen wird.

Stehen dagegen die beiden Kurbelarme Cm, Cm', wie die punctirten Linien darstellen, auf verschiedenen Seiten dieses Durchmessers DE, so erhält man für die totale Elementararbeit der beiden Kräfte P den Werth:

$$W = \frac{P}{r}s\,(Cn + Cn') = \frac{P}{r}s\,.\,2\,Cx,$$

wenn man nämlich aus dem Halbirungspuncte o der Verbindungslinie mm' auf DE das Perpendikel ox fällt, wodurch $on = on'$, also

$$Cn + Cn' = Cx$$

wird. Diese Arbeit wird ein Maximum, wenn Cx am gröſsten, also $= Co = CO$, folglich mm' mit AB parallel wird, in diesem Falle ist diese Arbeit

$$W = 2\,\frac{P}{r}s\,.\,CO\ \ldots\ (c'.$$

Wählt man aber den Winkel MCM' dergestalt, daſs OM, wie es das Maximum in der Relation (c fordert, groſs ausfällt, so wird dagegen CO, daher auch die in (c' ausgedrückte Arbeit um so kleiner; sollen sich daher diese beiden äuſsern oder obern Grenzen von der mittlern Arbeit gleich weit entfernen, so muſs man $CO = MO$ nehmen, wofür der W. MCM' ein Rechter, und $CO = MO = \frac{r}{\sqrt{2}}$, folglich die gröſste Elementararbeit für jede der beiden Kräfte P $= 2\,\frac{P}{r}s\,.\,\frac{r}{\sqrt{2}} = Ps\sqrt{2}$, und für beide zusammen $= 2\,Ps\sqrt{2}$ wird.

Die innere oder untere Grenze der Elementararbeit der beiden Kräfte P tritt ein, wenn eine der beiden Kurbeln horizontal, die andere also vertical steht, was sich bei einer Umdrehung beider Kurbeln vier Mal ereignet; dafür ist die Elementararbeit für die eine Kraft (wofür die Warze M in D oder E steht) $= Ps$, und für die andere (deren Angriffspunct in A oder B liegt) $= o$, also für beide $= Ps$.

Um endlich auch die mittlere Elementararbeit zu bestimmen, hat man, da jetzt bei der doppelten Kraft P für den Beharrungsstand auch die Last Q doppelt so groſs seyn muſs (analog mit der Relat. (b im vorigen Paragraphe) $P\,.\,2r + P\,.\,2r = Qr\pi + Qr\pi$, oder (wie

bei der einfachen Kurbel) $Q = \frac{2}{\pi} P = {\cdot}637\,P$, wodurch sofort diese mittlere Arbeit für jede Kraft $P = {\cdot}637\,Ps$, und für beide $= 2 \times {\cdot}637\,Ps$ wird. Die drei Grenzen sind also hier $2Ps\sqrt{2}$, $2 \times {\cdot}637\,Ps$ und Ps oder die mittlere Arbeit $= 1$ gesetzt: $1{\cdot}11$, 1, ${\cdot}785$, während sie bei der einfachen Kurbel die Werthe o, ${\cdot}637\,Ps$ und Ps, oder 0, 1, $1{\cdot}57$ sind, woraus sofort folgt, daſs die Unregelmäſsigkeit bei der doppelten Kurbel schon bedeutend geringer, als bei der einfachen Kurbel ist.

§. 191. Dreifache Kurbel. Wendet man zu einer noch gröſsern Gleichförmigkeit (wie dieſs u. A. bei Gebläsen geschieht) auf derselben Achse drei Kurbeln an, deren Projectionen auf eine Ebene, welche auf der durch C (Fig. 154) gehenden Achse senkrecht steht, CM, CM', CM'' sind, und wobei die drei Winkel am Mittelpuncte C einander gleich sind; so findet man durch ein ganz gleiches Verfahren, wie vorhin, für die mittlere Elementararbeit der drei Kräfte P den Werth $3P \times {\cdot}637\,s$, für die obere Grenze derselben (welche immer dann eintritt, wenn eine von den drei Kurbeln vertical steht) $= 2Ps$, und für die untere Grenze (welche eintritt, so oft eine der Kurbeln horizontal steht) $= Ps\sqrt{3}$. Nimmt man wieder die mittlere Elementararbeit (so genannt, weil der Weg s ein Element des Bogens ist) zur Einheit, so erhält man hier für die drei Grenzen: $1{\cdot}045$, 1, $0{\cdot}906$, so, daſs also der Gang der dreifachen Kurbel schon ein sehr regelmäſsiger ist.

Anmerkung. Die practische Ausführung der dreifachen Kurbel wird durch die dabei nöthige Bedingung: vier Zapfenlager ein und derselben Achse genau in einer geraden Linie zu erhalten, wenn nicht unmöglich, doch äuſserst schwierig; aus diesem Grunde wendet man lieber eine doppelte und eine einfache Kurbel, deren Stellungen gegen einander jedoch die vorhin für die dreifache Kurbel bezeichneten sind, von einander getrennt an, befestigt auf der Achse einer jeden der beiden Kurbeln ein kleines Stirnrad, und läſst diese in zwei ganz gleiche oder ähnliche Stirnräder, die man auf einer einzigen Achse (welche die Achse der dreifachen Kurbel vertritt oder ersetzt) befestigt hat, eingreifen.

§. 192. Theorie des Schwungrades. Da man sich gewöhnlich nur der einfachen Kurbel bedient, welche, wie oben gezeigt wurde, eine groſse Unregelmäſsigkeit in ihrem Gange darbietet, so wendet man zur Ausgleichung derselben mit der Kurbel zugleich ein Schwungrad an, welches aus einem schweren, gewöhnlich guſsei-

sernen Radkranze besteht, der mittelst eiserner oder auch nur hölzerner Radarme mit einer, in der Regel horizontalen Welle verbunden ist.

Um nun die für eine vorhinein bestimmte Gleichförmigkeit im Gange der Kurbel nöthige Masse eines mit der Achse C (Fig. 152) der einfachen Kurbel verbundenen Schwungrades zu finden, wollen wir uns zuerst diese Masse auf den Umfang des Kurbelkreises reducirt denken, und diese durch M bezeichnen.

Es sey die Geschwindigkeit der Kurbelwarze in $A = v$, die gröfste Geschwindigkeit, welche sie im Halbkreise ADB annimmt $= V$, und die kleinste $= V'$; so ist, da nach Relat. (1, §. 189 für den Beharrungsstand (nach welchem die Warze M in B dieselbe Geschwindigkeit, wie in A haben, und die Arbeit der Kraft P durch den Weg $2r$ von der Arbeit der Last durch den gleichzeitigen Weg $r\pi$ erschöpft werden mufs, was auch immer die Zwischengeschwindigkeiten des Punctes M seyn mögen) $P = 1{\cdot}57Q$ ist, und ferner die Tangentialkraft

$$p = Mq \cdot \frac{P}{r} = 1{\cdot}5708\, Q \cdot \frac{Mq}{r}$$

(Relat. a) von Null (in A) bis $P = 1{\cdot}57\, Q$ (in D) zunimmt; so gibt es eine Stelle im ersten Quadranten, z. B. in M, in welcher $p = Q$, d. i. $1{\cdot}57\, Q \cdot \frac{Mq}{r} = Q$ ist, wofür sofort $Mq = Cg = \frac{r}{1{\cdot}57} = {\cdot}637\, r$ (W. $ACM = 39^\circ, 32', 25''$), und $Cq = {\cdot}77118\, r$, also

$$MF = 2\,Cq = 1{\cdot}54236\, r$$

wird. Dasselbe Verhältnifs von $p = Q$ tritt auch für den Punct F im zweiten, und für die Puncte F' und M' im dritten und vierten Quadranten ein, so, dafs also an diesen vier Puncten die Elementarwirkung der Kraft P jener der Last Q vollkommen gleich ist. Dagegen ist in der Periode von M' bis M, und jener von F bis F' jene der Kraft P kleiner als von der Last Q, und in den beiden Perioden von M bis F und von F' bis M' umgekehrt die Arbeit der Kraft P gröfser als von der Last Q; es findet daher in den beiden zuerst genannten Perioden Verzögerung, und in den beiden letztern Beschleunigung der Masse M Statt, folglich tritt die gröfste Geschwindigkeit V der Kurbel in den Puncten F und M', dagegen die kleinste V' in jenen M und F' ein. Die Arbeit aber, um die träge Masse M von der Geschwindigkeit V' auf jene V zu bringen, nach §. 186 $= \frac{M}{2g}(V^2 - V'^2) \ldots (m$ wird während der Perioden MF und $F'M'$ in der Masse M angesammelt, und während der beiden andern Perioden FF' und $M'M$ zur Ausgleichung der Bewegung wieder abgegeben.

Nun ist aber die Arbeit der Kraft P in den zuerst genannten Perioden $= P.MF = 1{\cdot}54236\,rP = 1{\cdot}54236\,r \times 1{\cdot}5708\,Q = 2{\cdot}4227\,rQ$, und die Arbeit der Last $= 1{\cdot}7614\,rQ$; da nun aber die Differenz aus diesen beiden Arbeiten oder Wirkungen, durch welche die Beschleunigung $V - V'$ in der Masse M erzeugt wird, dem vorigen Ausdrucke (*m* gleich seyn mufs, so hat man

$$a) \ldots \frac{M}{2g}(V^2 - V'^2) = {\cdot}6613\,Qr = {\cdot}421\,Pr,$$

und daraus die gesuchte Masse

$$M = \frac{1{\cdot}3226\,grQ}{V^2 - V'^2} = \frac{{\cdot}842\,Pr}{V^2 - V'^2}\,g \ldots (1.$$

Ist v die mittlere Geschwindigkeit, welche die Kurbelwarze je nach dem Zwecke der Maschine haben soll, und wird dabei die Bedingung gestellt, dafs V und V' nicht mehr als um den nten Theil von v abweichen sollen; so ist $V = v + \frac{v}{n}$ und $V' = v - \frac{v}{n}$, daher $V + V' = 2v$ und $V - V' = \frac{2v}{n}$, folglich

$$V^2 - V'^2 = (V + V')(V - V') = \frac{4v^2}{n}.$$

Wird dieser Werth für $V^2 - V'^2$ in der vorigen Gleich. (1 substituirt und dann abgekürzt, so erhält man auch

$$M = \frac{{\cdot}2105\,Prgn}{v^2} \ldots (2,$$

wobei für die Breite von Wien g die Beschleunigung der Schwere $= 31$ Fufs ist.

Soll dieser Ausdruck durch die Anzahl der Umdrehungen, welche die Kurbel per Minute zu machen hat, und die Anzahl der Pferdekräfte ihrer Leistung ausgedrückt werden, so sey m die erstere und N die letztere Zahl; so ist die Arbeit der Kraft P in einer Minute $= 4mrP$, also per Secunde $= \frac{4mrP}{60}$; da ferner die Pferdekraft (§. 178) $= 430^{\text{F. Pf.}}$ ist, so ist $430\,N = \frac{4mrP}{60}$, also $rPg = \frac{199950\,N}{m}$, und wenn man diesen Werth in der vorigen Formel (2 setzt, auch

$$M = \frac{42090}{mv^2}\,nN \ldots (3,$$

in welcher Formel v in Fufsen zu setzen ist, und M in Pfunden erhalten wird.

Anmerkung. Aus der Formel (1 erkennt man am einfachsten, dafs bei der Kurbelbewegung eine vollständige Gleichförmigkeit unmöglich ist, weil dafür $V' = V$ seyn müfste, wofür der Nenner Null, also die Masse M

unendlich grofs ausfiele; zugleich sieht man, dafs diese Masse um so gröfser seyn mufs, je weniger V und V' von einander verschieden seyn sollen.

Führt man die Rechnung für eine Kraft P mit blofs einfacher Wirkung durch, so, dafs z. B. die Bläuelstange NM nur immer von A gegen B hin geschoben, zurück aber von B nach A durch die blofse Beschleunigung der Masse M gebracht wird; so findet man, dafs für dieselben Werthe von n, N und m, die Masse M beinahe 5 Mal gröfser als im obigen Falle ausfällt.

§. 193. Um nun die Gröfse des mittlern Radkranzhalbmessers R des Schwungrades zu bestimmen, so mufs man die eben gefundene Masse M, welche sich auf den Kurbelkreis vom Halbmesser r bezieht, von dieser Entfernung r auf jene R reduciren; heifst diese reducirte Masse M', so ist (§. 159) $M'R^2 = Mr^2$, woraus man eine der beiden Gröfsen M' oder R bestimmen kann, wenn man die andere im Voraus annimmt, für M' z. B. ist $M' = \frac{r^2}{R^2} M$. . . (4, wenn man sich über den Durchmesser entschieden hat.

Hat der Radkranz die radiale Breite a, und bei einem rechteckigen Querschnitt die Dicke b, ist ferner S das specifische Gewicht der Materie, woraus der Radkranz besteht, und $\gamma = 56\frac{1}{2}$ Pfund das Gewicht eines Kubikfufses Wasser; so ist das Gewicht des Radkranzes $= 2R\pi a b S\gamma$, und wenn man dieses Gewicht allein schon (ohne Rücksicht auf die Radarme) dem Gewichte der Masse M' gleich setzt, und daraus den Querschnitt ab bestimmt: $ab = \frac{M'}{2\pi R S\gamma}$. Besteht der Radkranz, wie gewöhnlich aus Gufseisen, so ist $S = 7{\cdot}2$, und wegen $\gamma = 56{\cdot}5$ und $\pi = 3{\cdot}1416$ sofort $ab = \frac{M'}{2556\,R}$, wobei man ab in Quadratfufsen erhält, und dann über die beiden Dimensionen a und b noch eine Bedingung hinzufügen kann. Will man dagegen diese beiden Gröfsen im Voraus festsetzen, und darnach R bestimmen, so darf man in diese letzte Gleichung nur für M' den Werth aus der Gleichung (4 setzen und R ausdrücken, so erhält man $R = \sqrt[3]{\frac{M r^2}{2556\,ab}}$.

Anmerkung. Durch das Auslassen der Radarme aus der Rechnung wird in der Wirklichkeit die Ausgleichung im Gange der Kurbel noch etwas vollständiger oder die Zahl n des Bruches $\frac{1}{n}$ noch etwas gröfser.

Was übrigens diese Zahl n betrifft, so darf man sie nicht gröfser annehmen, als umumgänglich nothwendig, weil man sonst nur die Kosten und

die Reibung des Schwungrades in der Radachse unnützerweise vermehrt, wodurch allein mehrere Pferdekräfte absorbirt werden können.

Für einen gewöhnlichen mittleren Gang der Maschine setzt man $n = 10$, dagegen dort, wo eine grofse Regelmäfsigkeit erforderlich ist, $n = 15$ bis 20. Die Engländer nehmen sogar für Spinnereien $n = 30$.

Weil $\frac{r}{R} v$ die mittlere Geschwindigkeit eines Punctes im mittlern Kreise des Radkranzes ist, so hann man in den obigen Formeln (1 bis (3, M ohne weiters für M' gelten lassen, wenn man unter v, V und V' nicht die Geschwindigkeiten im Kurbel-, sondern in diesem Schwungradkreise versteht.

§. 194. Weitere Anwendung des Schwungrades. Es gibt in der ausübenden industriellen Mechanik sehr viele Fälle, in welchen nicht, wie vorhin bei der Kurbel, der Widerstand Q constant, und die bewegende Kraft P durch ihre eigenthümliche Wirkungsweise veränderlich, sondern wo umgekehrt die wirkende oder bewegende Kraft constant, dagegen der Widerstand Q veränderlich ist. So ist z. B. bei einem Walzwerke der Widerstand, welcher in dem Augenblicke, als das zu walzende Metall zwischen die Walzen gebracht wird, entsteht, nicht fortwährend, sondern nur periodenweise vorhanden, indem die auszuwalzende Schiene z. B. von der einen Seite des Walzwerkes auf die andere leer zurückgeht, um wieder ein neues Caliber der Walzen zu passiren, und überhaupt immer gewisse Zwischenpausen eintreten. Bei einer Bretsäge, mit auf und abgehendem Sägegatter ist der Hauptwiderstand nur immer während des Niedergehens desselben vorhanden. In den Spinnereien wird durch das zufällige gleichzeitige Abstellen vieler Maschinen der Widerstand für die Betriebskraft oft momentan bedeutend vermindert u. s. w.

Um nun auch für solche Fälle die gewünschte oder nöthige Gleichförmigkeit zu erreichen, wendet man, aufser den sogenannten Regulatoren, welche weiter unten besprochen werden, ebenfalls das Schwungrad an, dessen Gewichtsbestimmung auf eine der vorigen ganz ähnliche Weise vorgenommen wird.

§. 195. Ist z.B. beim Walzwerke die gröfste Geschwindigkeit des Schwungrades in dem Augenblicke eingetreten, in welchem das Eisen oder Metall zwischen die Walzen gebracht wird, und nimmt diese während des Durchgehens desselben allmälig ab, so, dafs diese Geschwindigkeit in dem Momente, als das Metall die Walzen verläfst, am

kleinsten geworden ist; so hat man hier blofs, wenn V und V' die gröfste und kleinste Geschwindigkeit des Schwungrades, und S den Unterschied zwischen der nöthigen Arbeit, um die Schiene durch die Walzen zu bringen, und der in derselben Zeit vom Motor ausgeübten kleinern Kraft oder Arbeit bezeichnet, $\frac{M}{2g}(V^2 - V'^2) = S$ zu setzen, um daraus die nöthige Gröfse oder Masse des Schwungrades zu finden, wobei man, wie bei der Kurbel hinsichtlich der Abweichung der gröfsten und kleinsten Geschwindigkeit von der mittlern, gewisse Grenzen festsetzen und für diese Geschwindigkeit einen bestimmten Werth annehmen kann.

Ist das Schwungrad unmittelbar an der Achse der einen Walze angebracht, so ist dessen Umdrehungszahl per Minute aus der Natur der Sache, also auch dadurch die mittlere Geschwindigkeit v im Radkranze gegeben; aber auch bei Anwendung eines Zwischengeleges, wodurch das Schwungrad viel schneller umläuft, kann diese Geschwindigkeit v als bekannt oder gegeben angesehen werden. Zu einer vollständigen Periode, innerhalb welcher die gröfste und kleinste Geschwindigkeit Statt findet, kann man übrigens auch nach Umständen die Zeit rechnen, während welcher das auszuwalzende Metall zwei oder mehrere Male durch die Walzen gegangen ist.

§. 196. Bei einer Bretsäge, bei welcher das Gatter mittelst eines Krummzapfens und einer Bläuelstange auf und ab bewegt wird, mufs man berücksichtigen, dafs beim Hinaufgehen das Gewicht des Gatters und der Bläuelstange zu überwinden ist, dieses Gewicht jedoch beim Herabgehen, wo eben der überwiegende Widerstand des Sägens eintritt, der bewegenden Kraft wieder zu Statten kommt. Man mufs also auf ähnliche Weise, wie im §. 189, die elementaren Wirkungen oder Arbeiten der bewegenden Kraft gegen jene der Last durch den ganzen Kurbelkreis untersuchen, wobei wieder an jenen Puncten, wo diese Elementararbeiten der Kraft und Last einander gleich sind, das Maximum und Minimum der Geschwindigkeit eintritt; der Ueberschufs der Arbeit der Kraft über jene des Widerstandes zwischen diesen beiden Puncten gibt wieder die Wirkung auf Beschleunigung der Masse des Schwungrades, aus welcher entstehenden Gleichung dann (analog mit jener (α in §. 192) sofort das Gewicht der Schwungmasse gefunden wird.

§. 197. Für Spinnereien kann die Rechnung auf folgende Weise, wenigstens näherungsweise geführt werden:

Gesetzt der gleichzeitige Betrieb aller Spinn- und Vorbereitungsmaschinen der Fabrik erfordere eine Kraft von 30 Pferden, welche etwa durch eine Dampfmaschine geliefert wird. Durch das gleichzeitige Abstellen mehrerer dieser Maschinen während t Secunden werde dieser Widerstand um vier Pferdekräfte vermindert, so wird diese gewonnene Kraft oder Arbeit $= 4 \times 430\,t = 1720\,t^{\text{F. Pf.}}$ sofort zur Beschleunigung des Schwungrades verwendet, wodurch dessen Geschwindigkeit von der vorgeschriebenen, dem regelmäfsigen Gange der Maschine angemessenen mittlern Geschwindigkeit v während dieser Zeit t bis auf jene V gesteigert werden mag. Da nun aber die nöthige Arbeit, um die Masse M des Schwungrades von der Geschwindigkeit v auf jene V zu bringen (§. 186) $= \frac{M}{2g}(V^2 - v^2)$ ist, so mufs dieser Ausdruck dem vorigen gleich seyn, wodurch

$$\frac{M}{2g}(V^2 - v^2) = 1720\,t \text{ wird.}$$

Soll nun die gröfste Geschwindigkeit V von der mittlern v um nicht mehr als den n ten Theil abweichen, nämlich $V = v + \frac{1}{n} v = \frac{n+1}{n} v$ seyn, so mufs

$\frac{M}{2g}\left(\frac{2n+1}{n^2}\right) v^2 = 1720t$, also (wegen $g = 31$) $M = \frac{53320\,t\,n^2}{(2n+1)v^2}$ seyn.

Im Durchschnitt kann man hier $n = 15$ bis 20 setzen, obschon englische Ingenieure darin weiter gehen, und ohne erst eine solche Rechnung durchzuführen, für n den Werth 30 zu nehmen pflegen.

Dafs in dieser Formel v in Fufsen auszudrücken ist, und M in Pfunden erhalten wird, erhellet von selbst.

Anmerkung. Sammelt man bei einem Schwungrade, wie es z. B. öfter bei Prägwerken geschieht, die Arbeit durch mehrere Secunden, und bringt dadurch die Masse desselben auf die Geschwindigkeit v; so wird, wenn die ganze Arbeit zur Überwindung eines momentanen Widerstandes benützt oder verwendet wird, dieser bedeutend gröfser als die vorhandene Kraft seyn können. Ist dieser z. B. bei einem Prägwerke $= Q$, und die Tiefe des Eindruckes $= s$, so ist $Qs = \frac{Mv^2}{2g}$, also $Q = \frac{Mv^2}{2gs}$. Für $M = 100$ Pfd., $v = 5$ Fufs und $s = \frac{1}{2}$ Linie, könnte der Widerstand

$$Q = \frac{2500 \times 144}{31} = 11613 \text{ Pfund seyn.}$$

Auf ähnliche Weise läfst man oft bei Walzwerken das Schwungrad zuerst mehre Male leer herumlaufen, und darin die Arbeit $\frac{Mv^2}{2g}$ ansammeln,

bevor man das auszuwalzende Metall zwischen die Walzen bringt, um es mit gehöriger Geschwindigkeit und bei dem nöthigen Hitzgrade durch zu bringen.

Siebentes Kapitel.

Vom Stoſse der Körper.

§. **198. Erklärung.** Bewegen sich zwei Körper, z. B. zwei Kugeln *C* und *c* (Fig. 155) nach derselben Richtung, und hat die nachfolgende *C* eine gröſsere Geschwindigkeit, als die vorausgehende *c*, so wird die letztere von der erstern eingeholt, und es entsteht im Augenblicke des Begegnens ein Stoſs. Der Stoſs heiſst centrisch oder central, wenn sich die Körper in der geraden Linie bewegen, welche man durch ihre Schwerpuncte ziehen kann, sonst excentrisch; der Stoſs wird gerad genannt, wenn im Augenblicke des Stoſses die Berührungsflächen beider Körper auf der Richtung ihrer Bewegung senkrecht stehen, im Gegentheile heiſst er schief. Die Wirkung des Stoſses besteht aber darin, daſs die am und in der Nähe des Berührungspunctes liegenden materiellen Theilchen verschoben werden, und sich an den beiden Berührungsflächen kleine Eindrücke bilden. Durch den Widerstand aber, welchen die Körper einer solchen Verschiebung ihrer Theilchen entgegensetzen, ändern sich die Geschwindigkeiten beider Kugeln, so lange bis diese einander gleich geworden sind, wobei die vorausgehende Kugel *c* an Geschwindigkeit gewonnen, die nacheilende aber an dieser verloren hat, und in dem Augenblicke, in welchem diese Gleichheit der Geschwindigkeiten eintritt, haben auch die Eindrücke oder Formänderungen ihr Maximum erreicht.

Sind die Körper vollkommen unelastisch, in welchem Falle die durch den Stoſs bewirkten Eindrücke an diesen haften bleiben, so üben die beiden Körper keine weitere Wirkung mehr gegen einander aus, und sie gehen gemeinschaftlich, wie ein einziger Körper, mit einerlei Geschwindigkeit fort. Sind dagegen die Körper elastisch, d. h. suchen die verdrängten materiellen Theilchen ihre ursprüngliche Lage wieder einzunehmen, oder die Körper nach dem Aufhören der pressenden oder stoſsenden Kraft ihre ursprüngliche Form entweder ganz oder zum Theil wieder herzustellen (vollkommene oder unvollkommene Elasticität); so entsteht noch eine zweite gegenseitige Einwirkung, indem sich die Kugeln dabei so lange von einander entfernen, bis die

entstandenen Eindrücke, so weit es nach dem Elasticitätsgrade dieser Körper möglich ist, wieder verschwunden sind. Nach diesem zweiten Act gehen die Kugeln mit ungleicher Geschwindigkeit fort, und zwar die gestofsene Kugel *c* mit einer gröfsern, die anstofsende *C* mit einer kleinern, als die gemeinschaftliche Geschwindigkeit in dem Augenblicke der gröfsten Zusammendrückung war.

Obschon wir aber weder vollkommen unelastische, noch vollkommen elastische Körper kennen, so müssen wir dennoch zur Vereinfachung und Erleichterung der Untersuchung beim Stofse der Körper diese beiden Zustände voraussetzen. Auch betrachten wir hier nur jenen Fall, in welchem die Berührung beim Stofse blofs in einem einzigen Puncte Statt findet, so wie endlich nur den geraden, centralen Stofs.

§. 199. Stofs unelastischer Körper. Es seyen m und m' die Massen der beiden Kugln C und c, welche sich nach einerlei Richtung von C gegen c in der durch ihre Schwer- oder Mittelpuncte gehenden geraden Linie (wodurch ein gerader und centraler Stofs entsteht) mit den Geschwindigkeiten v und v', wobei $v > v'$ seyn soll, bewegen. Da die Kräfte, welche die Massen m und m' in Bewegung gesetzt haben (§. 132), durch mv und $m'v'$ ausgedrückt werden; da ferner die beiden Kugeln nach dem Stofse wie eine einzige Masse $m + m'$, mit einer gemeinschaftlichen Geschwindigkeit, welche V heifsen mag, fortgehen, und da endlich die Summe der bewegenden Kräfte durch den Stofs nicht geändert wird; so ist

$$(m + m')V = mv + m'v',$$

und daraus $$V = \frac{mv + m'v'}{m + m'} \quad \ldots (1.$$

d. h. die nach dem Stofse eintretende gemeinschaftliche Geschwindigkeit ist die Summe aus den bewegenden Kräften dividirt durch die Summe der Massen.

Anmerkung. Da die vorausgehende Kugel durch den Stofs die Geschwindigkeit $V - v'$, folglich an bewegender Kraft $m'(V - v')$ gewinnt, dagegen die nachfolgende die Kraft $m(v - V)$ verliert, und da dabei Gewinn und Verlust gleich grofs seyn müssen, so ist $m'(V - v') = m(v - V)$, woraus für V wieder der vorige Werth (1 folgt.

§. 200. Besondere Fälle. Bewegen sich die beiden Kugeln gegen einander, so darf man in der vorigen Formel blofs die Geschwindigkeiten mit entgegengesetzten Zeichen einführen, und

z. B. v positiv und v' negativ nehmen; dadurch erhält man

$$V = \frac{mv - m'v'}{m + m'} \ldots (2,$$

und je nachdem dabei V positiv oder negativ ausfällt, wird die Bewegung nach dem Stoſse im Sinne von v (d. i. von C gegen c) oder von v' (von c gegen C) Statt finden.

Sollen die Kugeln nach dem Stoſse liegen bleiben, jede also ihre bewegende Kraft gänzlich verlieren, so muſs $mv - m'v' = o$, d. i. $mv = m'v'$, oder $v : v' = m' : m$ seyn, woraus also folgt, daſs zwei Körper dieselbe bewegende Kraft oder die gleiche Gröſse der Bewegung haben (woher eigentlich auch diese letztere Benennung genommen ist), wenn die Producte aus den Massen in ihre Geschwindigkeiten gleich groſs sind, oder wenn sich die Geschwindigkeiten verkehrt wie ihre Massen verhalten. (Vergl. §. 132.)

Im Falle die Kugel c oder Masse m' ruht, ist $v' = o$, daher nach den beiden vorigen Formeln

$$V = \frac{mv}{m + m'} \ldots (3.$$

Ist dabei die anstoſsende Masse m gegen die ruhende m' (wie z. B. beim Eisgange oft die Eismasse gegen ein Brückenjoch oder ein sonstiges Hinderniſs, welches man auf eine ruhende Masse reduciren kann) sehr groſs, so kann man in der letzten Formel näherungsweise m' gegen m auslassen, und man erhält dann sehr nahe $V = v$.

Aufgabe. Bei einer Kunstramme (Schlagmaschine zum Einrammen der Pfähle) fällt der Hoyer oder Rammbär, dessen Masse $= M$ ist, von der Höhe h auf den einzurammenden Pfahl von der Masse m, welcher als unelastisch angesehen wird; wenn dieser nun auf den letzten Schlag um die Gröſse s in das Erdreich eindringt, so ist die Frage, welche ruhige Belastung er, ohne noch tiefer einzudringen, ertragen kann?

Da der Hoyer oder Rammklotz durch den freien Fall (§. 142, Form. 3) die Geschwindigkeit $v = \sqrt{2gh} \ldots (r$ erlangt, so gehen dieser und der Pfahl nach dem Stoſse mit der Geschwindigkeit (obige Formel 3) $V = \frac{Mr}{M + m}$ fort, und es ist nach §. 185 die nöthige Wirkung oder Arbeit um der Masse $M + m$ diese Geschwindigkeit V zu benehmen $= (M + m) \frac{V^2}{2g}$. Sieht man nun den mittlern Widerstand, welchen das Erdreich dem Eindringen des Pfahles entgegensetzt, als eine constante Kraft P an, so ist die Wirkung dieses Wi-

derstandes während des Weges s, nach §. 172 (Gleich. m) $= Ps$, folglich ist, da beide Wirkungen einander gleich seyn müssen: $Ps = (M + m)\,\frac{V^2}{2g}$, oder wenn man für V den vorigen Werth und nach Gleichung (r für den entstehenden Bruch $\frac{r^2}{2g}$ seinen Werth h setzt und abkürzt, auch $Ps = \frac{M^2 h}{M+m}$, oder, wenn man endlich mehr der Vollständigkeit der theoretischen Entwickelung wegen, als dafs es auf die Anwendung von einigem Einflufs wäre, auch noch die Wirkung $(M + m)s$, welche nach dem Stofse durch das Gewicht des Pfahles und des durch einige Zeit darauf liegenden Rammklotzes entsteht, im zweiten Theile dieser Gleichung hinzufügt und dann ordnet, auch

$$(P - M - m)\,s = \frac{M^2 h}{M + m} \ldots (4,$$

aus welcher Formel sich die gröfste, dem Pfahle aufzulegende Last $P - M$ (welche dann mit dem Widerstande des Bodens im Gleichgewichte steht) bestimmen läfst, wenn die Gröfse s, un welche der Pfahl auf den letzten Schlag in das Erdreich eingedrungen ist, und umgekehrt s gefunden werden kann, wenn diese Last $P - M$ gegeben ist.

Anmerkung. Eigentlich geht für das Eindringen des Pfahles oder der Pilotte in den Boden von der Wirkung Mh des auf den Pfahl fallenden Rammklotzes, jener Theil, welcher auf Zusammendrückung des Pfahles verwendet wird, verloren; allein diese Wirkung läfst sich erstlich nur unter Voraussetzungen bestimmen, die gewifs in der Natur nicht vorhanden sind, und dann hat diese auch auf die hier zu bestimmende Tragfähigkeit des Pfahles um so weniger Einflufs, als die Gröfse s ohnehin nicht an der Spitze, sondern am Kopfe der Pilotte beobachtet, und endlich dem Pfahle zur Sicherheit auch nur ein kleiner (vom 4ten bis 50sten) Theil jener Last aufgelegt wird, welche mit dem Widerstande des Bodens (oder wenn man sich diesen als absolut hart denken will) mit jenem des Pfahles im Gleichgewichte steht. Wäre die Pilotte als ein vollkommen elastischer Körper anzusehen, so würde, wie aus den nächst folgenden Paragraphen folgt, die obige Gleichung (4 in die folgende $(P - M - m)\,s = Mh \ldots (5$ übergehen.

Wird z. B. ein 8 Centner schwerer Pfahl auf eine solche Weise eingerammt, dafs der 12 Centner schwere Rammklotz von einer Höhe von 4 Fufs so lange darauf fällt, bis der Pfahl in der letzten Hitze von 25 Schlägen nur mehr um $\frac{1}{4}$, also auf den letzten Schlag um $\frac{1}{100}$ Zoll in den Boden eindringt; so hat man $M = 12$, $m = 8$, $h = 48$ und $s = \frac{1}{100}$, folglich nach der vorigen Formel (4, für die dem Pfahle aufzulegende Last, welche mit dem Widerstande des Erdreiches im Gleichgewichte steht:

$$P - M = 34568 \text{ Centner.}$$

Da aber in dem wirklichen vorgekommenen Falle (bei dem Fundamente der Brückenpfeiler zu Neuilly) eine solche Pilotte nicht mehr als 1057 Centner zu tragen hat, so hat man ihr nahe nur den 33sten Theil dieses Widerstandes aufgelegt.

Würde die Pilotte als vollkommen elastisch angesehen, so wäre nach der Formel (5 $P - M = 57608$, also die aufgelegte Last gar nur der 54ste Theil des Widerstandes des Bodens.

Soll dagegen zweitens angegeben werden, um wie viel ein 12 Centner schwerer Pfahl in der letzen Hitze von 20 Schlägen in den Boden eindringen muſs, wenn er durch einen 5 Fuſs hoch herabfallenden Rammbär von 15 Centner im Gewichte eingerammt wird, und eine Last von 500 Centnern tragen soll; so hat man, wenn die sichere Belastung mit dem vierten Theile von dem Widerstande des Bodens in Rechnung gebracht wird, wegen $M = 15$, $m = 12$, $h = 60$ und $P - M = 4 \times 500 = 2000$ aus derselben Formel (4:

$$s = \frac{15 \times 15 \times 60}{27\,(2000 - 12)} = \cdot 252\text{, also } 20\,s = 5\cdot 04 \text{ Zoll.}$$

Die Pilotte als vollkommen elastisch angenommen, würde man $20\,s = 9$ Zoll finden, so, daſs man also jedenfalls sicherer geht, wenn dabei auf gar keine Elasticität des Pfahles Rücksicht genommen oder gerechnet wird. Sollte im ersten Falle die Belastung der Pilotte nur den 20sten Theil des Widerstandes des Bodens betragen, so dürfte diese in der letzten Hitze nur um 1 Zoll ($= 20\,s$) noch fortrücken.

Beispiele.

1. Bewegen sich zwei Kugeln von 2 und 3 Pfund nach entgegengesetzten Richtungen mit 4 und 2 Fuſs Geschwindigkeit, so ist nach der Form. (2 für $m = 2$, $m' = 3$, $v = 4$ und $v' = 2$, sofort
$$V = \frac{8 - 6}{2 + 3} = \frac{2}{5} \text{ Fuſs,}$$
und zwar in jener Richtung, in welcher sich die Kugel von 2 Pfund bewegt.
2. Sind dagegen die Geschwindigkeiten den Massen umgekehrt proportional, ist nämlich $v = 3$ und $v' = 2$, so wird $V = 0$.
3. Ist endlich $v = 3$ und $v' = 4$ Fuſs, so ist
$$V = \frac{6 - 12}{5} = -1\tfrac{1}{5},$$
d. h. die Bewegung findet nach dem Stoſse nach der Richtung der Kugel m' mit $1\frac{1}{5}$ Fuſs Geschwindigkeit Statt.

§. 201. Verlust an lebendiger Kraft durch den Stoſs. Die Summe der lebendigen Kräfte beider Massen vor dem Stoſse ist (§. 159, Anmerk.) $m v^2 + m' v'^2$, und nach dem Stoſse ist diese Kraft $= (m + m')\,V^2 = (m + m')\,\frac{(m v + m' v')^2}{(m + m')^2}$. Zieht man

von diesem Ausdrucke den ersten ab, und bezeichnet die Differenz, d. i. den Verlust an lebendiger Kraft beim Stofse unelastischer Körper mit d; so ist nach allen Reductionen

$$d = \frac{m m' (v - v')^2}{m + m'} \quad (4,$$

oder auch, wenn man will

$$d = m (v - V)^2 + m' (V - v')^2,$$

und da $v - V$ die verlorene Geschwindigkeit des einen und $V - v'$ die gewonnene des andern Körpers ist, so folgt, dafs der Verlust an lebendiger Kraft gleich ist der Summe der lebendigen Kräfte beider Körper, welche ihrem Verluste und Gewinnste an Geschwindigkeit entsprechen.

Stöfst eine Masse m mit der Geschwindigkeit v auf die ruhende Masse m', so ist wegen $v' = 0$, der Verlust an lebendiger Kraft

$$d = \frac{m'}{m + m'} m v^2 \ . \ . \ . \ (5.$$

Ist nun m' sehr klein gegen m, so ist ($m + m' = m$ gesetzt) der Verlust $d = m' v^2$ ein kleiner Theil der vorhandenen lebendigen Kraft $m v^2$, und dieser kann, wenn sich die Stöfse nicht zu oft wiederholen, vernachläfsigt werden.

Ist umgekehrt m' gegen m sehr grofs, so nähert sich der Bruch $\frac{m'}{m + m'}$ sehr bedeutend der Einheit, und es geht beinahe die ganze lebendige Kraft $m v^2$ verloren.

Anmerkung. Da der Verlust d an lebendiger Kraft eigentlich nichts anderes, als ein Verlust an Wirkung oder Arbeit (§. 185) $W = \frac{d}{2g}$ ist, so geht hieraus hervor, wie wichtig es in der ausübenden Mechanik bei Mittheilung der Bewegung ist, Stöfse zwischen den einzelnen Maschinentheilen, die immer mehr oder weniger als unelastische Körper anzusehen sind, und wodurch immer ein reeller Verlust an Arbeit entsteht, möglichst zu vermeiden.

§. 202. Stofs vollkommen elastischer Körper. Theilt man die Wirkung des Stofses solcher Körper in zwei Perioden, in deren erstern die Körper an ihren Berührungsflächen zusammengedrückt, und in der zweiten zur Herstellung ihrer ursprünglichen Form mit gleicher Kraft und Geschwindigkeit wieder ausgedehnt werden; so geschieht in der ersten Periode genau das, was bei den unelastischen Körpern Statt hat, es gewinnt nämlich die vorausgehende Kugel, wenn wir die Bezeichnung der vorigen beiden Paragraphe beibehalten, die

Geschwindigkeit $V - v'$, während die nachfolgende jene $v - V$ verliert. Durch den Act der zweiten Periode des Stofses aber gewinnt die erstere Kugel abermals, und zwar aus gleichem Grunde die Geschwindigkeit $V - v'$, und die zweite verliert nochmals die Geschwindigkeit $v - V$, so, dafs wenn C' und C die Geschwindigkeiten der gestofsenen und anstofsenden Kugel nach dem Stofse bezeichnen, sofort $C' = v' + 2(V - v') = 2V - v'$ und $C = v - 2(v - V) = 2V - v$ ist, wobei V den in (§. 199, Gleich. 1) angegebenen Werth besitzt.

§. 203. Besondere Fälle. Für $m = m'$ ist

$$V = \frac{v + v'}{2}, \text{ also } C = v' \text{ und } C' = v,$$

d. h. die Geschwindigkeiten haben sich verwechselt. Diefs gilt auch noch für den Fall, in welchem eine der beiden Kugeln, z. B. jene m' ruht, weil dafür $v' = o$, also $C = o$ und $C' = v$ wird.

Ist für ungleiche Massen $v' = o$, so ist

$$C = \frac{(m - m')\,v}{m + m'} \text{ und } C' = \frac{2\,m\,v}{m + m'};$$

ist nun die ruhende Masse m' sehr bedeutend gegen jene m, so nähert sich von diesen beiden Brüchen der erstere immer mehr und mehr dem Werthe $C = -v$, und der letztere $C' = o$, je mehr man m als Null ansehen kann; hieraus folgt, dafs der anstofsende Körper in diesem Falle nahe mit derselben Geschwindigkeit zurückspringt, dagegen der angestofsene Körper so gut wie keine, oder nur eine äufserst kleine Geschwindigkeit erhält. Ist der Körper M fest oder unbeweglich, so tritt die vorige Bedingung vollkommen ein, indem es so viel ist, als ob M unendlich grofs wäre.

Aus diesem Grunde legt man oft unter jene Massen, welche Stöfse auszuhalten haben, elastische Körper, wie z. B. unter die Schmiede-Ambofse hölzerne Pfosten, damit der Hammer immer wieder zurückgeworfen werde. Auch erklärt sich hieraus, dafs ein horizontal liegender Mensch, welcher nur an beiden Enden gestützt ist oder aufliegt, und auf seiner Brust einen Ambofs trägt, die mit einem Hammer darauf geführten Schläge um so weniger empfindet, je schwerer der Ambofs ist.

§. 204. Durch den Stofs vollkommen elastischer Körper *findet* **kein Verlust** *an lebendiger Kraft Statt.* Sucht man wieder, wie im §. 201, die vorhandenen lebendigen Kräfte beider Massen vor und nach dem Stofse, so ist jene

vor dem Stofse $= mv^2 + m'v'^2$, und die lebendige Kraft nach dem Stofse

$= mC^2 + m'C'^2 = m(2V - v)^2 + m'(2V - v')^2 = mv^2 + m'v'^2$, wenn man nämlich für V wieder den Werth aus §. 199 setzt und reducirt; da nun diese Kraft nach dem Stofse genau eben so grofs, als vor dem Stofse ist, so findet hier in der That kein Verlust an lebendiger Kraft, folglich auch kein Verlust an Wirkung oder Arbeit Statt.

§. 205. Stofs von unvollkommen elastischen Körpern. Ein vollkommen elastischer Körper, z. B. eine solche Kugel, würde, gegen eine absolut harte Ebene mit der Geschwindigkeit v normal gestofsen, mit derselben Geschwindigkeit v zurückspringen. Bei einer unvollkommenen Elasticität dagegen wird diese letztere Geschwindigkeit nur einen gewissen Theil von der anfänglichen v betragen, und $= nv$ seyn, wo $n < 1$ ist.

Bei dem Stofse solcher Körper wird in der ersten Periode der gestofsene Körper wieder (genau wie bei unelastischen Körpern) die Geschwindigkeit $V - v'$ gewinnen, und der anstofsende Körper jene $v - V$ verlieren; durch die in der zweiten Periode entstehende Ausdehnung geht die letztere mit der Geschwindigkeit $n(v - V)$, und verliert sonach von seiner Geschwindigkeit im Ganzen

$$v - V + n(v - V) = (n + 1)(v - V),$$

während der gestofsene Körper die Geschwindigkeit

$$V - v' + n(V - v') = (n + 1)(V - v')$$

gewinnt. Die Geschwindigkeiten der beiden Massen m und m' sind also nach dem Stofse beziehungsweise

$$C = v - (n + 1)(v - V) = V - n(v - V), \text{ und}$$

$$C' = v' + (n + 1)(V - v') = V + n(V - v').$$

Der Verlust an lebendiger Kraft ist $d = \dfrac{(1 - n^2)\, mm'(v - v')^2}{m + m'}$.

Für $n = 1$ erhält man daraus wieder die analogen Formeln für vollkommen elastische, für $n = o$ jene für unelastische Körper.

Anmerkung. Die vollkommen elastischen Körper erstatten also jene Arbeit wieder, welche zu ihrer Zusammendrückung verwendet wurde, während die unvollkommen elastischen oder unelastischen Körper davon beziehungsweise nur einen Theil oder gar nichts ersetzen, so, dafs also ein Verlust an Arbeit entsteht, welcher durch $\frac{d}{2g}$ gemessen wird, wenn d den durch den Stofs herbeigeführten Verlust an lebendiger Kraft bezeichnet, und die-

ser Verlust wird lediglich zur Formänderung der Körper, die aber selten beabsichtigt oder gewünscht wird, verwendet.

Auch läſst sich einsehen, wie elastische Körper eine gewisse Arbeit aufnehmen und aufbewahren können, um sie unter andern Umständen nach und nach wieder zurück zu geben, wie es z. B. mit dem Wärmestoff des Wasserdampfes, ferner den Stahlfedern der Uhren u. s. w. der Fall ist.

§. 206. Mittelpunct des Stoſses. Sind an den Puncten A, A' (Fig 138) einer um C mit gleichförmiger Bewegung in der Ebene ACB schwingenden Geraden AC die Massen m und m' angebracht, und soll in dieser der Punct F gefunden werden, in welchem sie gegen einen festen Widerstand, oder auch, auf welchen ein Körper stoſsen kann, ohne daſs dadurch der Punct oder die Achse C eine Erschütterung oder Rückwirkung (Prellung) erfährt, folglich der Stoſs ganz und gar durch die trägen Massen m, m' aufgehoben wird; so sey $CA = a$, $CA' = a'$ und $CF = x$, ferner seyen v und v' die Geschwindigkeiten, welche die Massen m und m' besitzen, mithin

$$v : v' = a : a' \;\ldots\; (1.$$

Die bewegenden Kräfte P und P', welche in diesen Massen m, m' die Geschwindigkeiten v, v' erzeugen, sind (§. 132) den Producten mv und $m'v'$ proportional, so, daſs

$$P : P' = mv : m'v' = ma : m'a'$$

(wegen Gleich. 1), oder

$$P . m'a' = P' . ma \;\ldots\; (2$$

Statt findet.

Soll nun durch einen Stoſs auf den Punct F die Achse C keinen Druck oder Stoſs erleiden, so darf dabei um den Punct F keine Drehung Statt finden, folglich müssen die statischen Momente der Kräfte P und P' in Beziehung auf diesen Punct einander gleich, d. i. es muſs

$$P . AF = P' . A'F \quad \text{oder} \quad P(a - x) = P'(x - a')$$

seyn. Diese Gleichung durch die vorige (2 dividirt gibt

$$\frac{a - x}{m'a'} = \frac{x - a'}{ma}, \text{ und daraus folgt } x = \frac{ma^2 + m'a'^2}{ma + m'a'}.$$

Genau eben so erhält man, wenn ein ganzes System von materiellen Puncten m, m', m''... um C schwingt, deren Abstände davon a, a', a''... sind, für die Entfernung dieses in der Ebene, welche durch den Schwerpunct des Systems senkrecht auf die Achse geht, angenommenen Punctes F, welchen man den Mittelpunct des Stoſses nennt, von der Drehachse:

$$x = \frac{ma^2 + m'a'^2 + m''a''^2 + \ldots}{ma + m'a' + m''a'' + \ldots}.$$

Handelt es sich nicht bloſs um einzelne materielle Puncte, sondern um einen Körper, dessen Masse $= M$ ist, und wovon der Schwerpunct von der Drehungsachse den Abstand d hat; so ist

$$ma^2 + m'a'^2 + \ldots = \mathfrak{M}$$

das Moment der Trägheit, und

$$ma + m'a' + \ldots = Md$$

das statische Moment des im Schwerpuncte vereinigten Gewichtes des Körpers von der Drehungsachse, folglich $x = \frac{\mathfrak{M}}{Md}$.

Da nun aber auf diese Weise der Mittelpunct des Stoſses F, wie der Ausdruck in §. 170 zeigt, genau so, wie der Mittelpunct des Schwunges bestimmt wird, so fallen diese beiden Puncte in einen zusammen, oder sie bilden nur einen einzigen Punct.

Führt man mit einem Hammer einen Streich gegen einen Körper, so muſs man diesen so treffen, daſs der Schlag durch den Mittelpunct des Stoſses des Hammers geht, wenn man in der Hand keine Prellung erfahren will. Dasselbe muſs überhaupt auch bei Hammerwerken beobachtet werden, weil sonst in der Achse oder Hammerhülse nachtheilige Erschütterungen entstehen.

Man findet mit Rücksicht auf diese Eigenschaft den Mittelpunct des Stoſses eines Hammers durch Versuche, indem man den Hammer auf die Kante eines Prisma schlagen läſst, und dabei das Prisma gegen die nur leicht gehaltene Umdrehungsachse des Hammers so lange hin und her schiebt, bis in dieser keine Erschütterung oder Bewegung wahr zu nehmen ist; oder noch einfacher, indem man diesen Punct als Mittelpunct des Schwunges nach §. 153 behandelt und bestimmt.

Aufgabe. Der Körper CB (Fig. 130), dessen Masse M ist, kann um eine horizontale, durch C gehende, auf der Ebene der Figur senkrechte Achse, wie ein Pendel schwingen; wenn nun gegen dieses ruhende zusammengesetzte Pendel eine Kugel E, von der Masse m in der Richtung ED, wobei diese Gerade in der Ebene der Figur liegen soll, gerade und central (in Beziehung auf E) mit der Geschwindigkeit v anstöſst, so soll die Winkelgeschwindigkeit u gefunden werden, mit welcher sich das Pendel im ersten Augenblicke nach dem Stoſse fortbewegt.

Es sey der Hebelsarm der Stoſskraft $CD = a$, das Moment der Trägheit des Pendels in Beziehung auf die Achse C gleich $\mathfrak{M}$, und die auf den Punct D reducirte Masse M desselben $= M'$, also (§. 159)

$$M' = \frac{\mathfrak{M}}{a^2} \ldots (n;$$

so ist der Erfolg des Stoſses gerade so, als ob eine in D befindliche ruhende Masse M' von der Kugel oder Masse m mit der Geschwindigkeit v in der Richtung ED gestoſsen würde, welche im ersten Augenblicke nach dem Stoſse in derselben Richtung (als Tangente des Kreises, welchen der

Punct D um C beschreibt) mit dieser Geschwindigkeit ausweicht; nimmt man daher beide Körper als unelastisch an, so hat man (§. 200, Formel 3) $V = \frac{mv}{M' + m}$, oder wenn man für M' den Werth aus (n setzt, und gleich die Winkelgeschwindigkeit u des Pendels bestimmt, also $V = au$ setzt, und mit a abkürzt:

$$u = \frac{mav}{\mathfrak{M} + ma^2} \ldots (o.$$

Benützt man nun ein solches Pendel von grofser Masse nach Robins, in welchem Falle es dann das ballistische Pendel genannt wird, zur Bestimmung der Geschwindigkeit der Gewehr- und Geschützkugeln; so sey α der Elongationswinkel, welchen das Pendel durch den angenommenen Stofs von der Kugel m beschreibt, und der Abstand des Mittelpunctes des Schwunges F des Pendels von der Masse $M + m$ (weil nämlich die abgeschossene Kugel m im Pendel stecken bleibt) von der Achse C, d. i. $CF = l$, so erhebt sich dabei dieser Punct F um den Sinusversus des zugehörigen Bogens $l\alpha$, nämlich um $l\, Sinv\, \alpha = l\,(1 - Cos\, \alpha)$, wozu (§. 142, Gleich. 2 und §. 143) eine Anfangsgeschwindigkeit

$$V' = \sqrt{[2gl\,(1 - Cos\, \alpha)]},$$

also eine Winkelgeschwindigkeit

$$(\text{wegen } V' = lu')\; u' = \frac{V'}{l} = \sqrt{\left[\frac{2g}{l}(1 - Cos\, \alpha)\right]}$$

gehört, und da diese der vorigen in (1 ausgedrückten gleich seyn mufs, so hat man, $u = u'$ gesetzt, und aus der entstehenden Gleichung v bestimmt, für die Geschwindigkeit der ganz nahe auf das Pendel abgeschossenen Kugel

$$v = \frac{\mathfrak{M} + ma^2}{ma} \sqrt{\left[\frac{2g}{l}(1 - Cos\, \alpha)\right]},$$

wobei die Richtung, damit die Achse nicht zu sehr erschüttert wird, möglichst durch den Mittelpunct des Schwunges oder Stofses gehen soll.

Wäre z. B. $a = l = 3$ Fufs, $\alpha = 20$ Grad, $m = 1$, und (am einfachsten nach §. 170, Anmerk. 1 zu finden) $\mathfrak{M} = 5400$ Pfund, so wäre wegen $1 - Cos\, 20° = 1 - {\cdot}9397 = {\cdot}0603$, und $\frac{2g}{l} = \frac{62}{3} = 20{\cdot}667$, sofort die Wurzelgröfse $\sqrt{1{\cdot}2462} = 1{\cdot}116$, und daher

$$v = 1803 \times 1{\cdot}116 = 2012 \text{ Fufs.}$$

Achtes Kapitel.

Von der Verzahnung.

§. 207. Zweck und Bedingungen der Verzahnung. Um eine kreisförmige Bewegung in eine ähnliche oder auch geradlinige zu verwandeln, bedient man sich gewöhnlich der verzahnten Räder oder Stangen (§. 103); dabei erhalten die Zähne, je nach den verschiedenen Bedingungen, auch verschiedene Formen. Die gewöhnliche Bedingung, welche man macht, ist die, daſs die Kraft, welche an dem einen Rade wirkt, mit der Last oder dem Widerstand an dem andern Rade beständig im Gleichgewicht stehen, oder die Kraft stets mit gleicher Stärke auf das zweite Rad übertragen werden solle, und daſs, wenn das eine Rad mit gleichförmiger Geschwindigkeit umgedreht wird, auch das zweite Rad eine eben solche Bewegung annehme. Diese Bedingungen würden aber in aller Strenge und ganz einfach erfüllt werden, wenn die Umfänge der unverzahnten (oder gleichsam mit unendlich kleinen Zähnen versehenen) Räder, gegen einander gepreſst, sich gegenseitig durch die bloſse Reibung (§. 102), ohne über einander zu gleiten, mitnehmen könnten, indem dann durch die gleichförmige Umdrehung des Rades C (Fig. 156) um seine Achse durch eine in A wirkende Kraft P, das zweite Rad, welches im Berührungspuncte a einen constanten Widerstand $= P$ verursacht, ebenfalls um seine Achse gleichförmig umgedreht würde.

Die Form der Zähne muſs also so gewählt werden, daſs die Bewegung der beiden verzahnten Räder eben so, wie durch einfache Berührung der Umfänge der unverzahnten Räder Statt findet.

§. 208. Erklärungen. Laufen die Achsen C und c (Fig. 157) der beiden verzahnten Räder mit einander parallel und bewegen sich die Räder durch das Ineinandergreifen ihrer Zähne eben so, als ob sich die beiden Kreise von den Halbmessern Ca und ca unmittelbar berührten, wobei noch, wie sich zeigen wird, $Ca : ca = m : n$ Statt findet, wenn m und n die Anzahl der Zähne im Rade C und in jenem c bezeichnen; so heiſsen diese beiden Berührungskreise die primitiven oder mechanischen oder Grund- oder auch, weil man auf ihnen die Eintheilung der Zähne vornimmt, die Theilkreise oder Theilrisse.

Sind die Zähne, so wie die Zeichnung zeigt, gebildet, so wird der über dem Theilriſs hervorragende abgerundete Theil ebe' der Kopf, und

der nach einwärts gegen den Mittelpunct gerichtete gerade Theil $e e' g q'$ die Flanke, öfter auch die Brust oder Wurzel des Zahnes genannt; endlich heifst (wie bereits in §. 103 erwähnt) von zwei verzahnten Rädern, die hier insbesondere, weil die Zähne auf den äufsern Umfängen radial angebracht sind, Stirnräder, sonst aber, wenn die Zähne oder Kämme auf den Kreisebenen senkrecht stehen, Kron- oder Kammräder genannt werden, das kleinere davon gewöhnlich das Getrieb. Auch wird in dem hier angenommenen Falle die Verzahnung eine Cylinderverzahnung genannt, während, wenn die Achsen der beiden in einander greifenden Räder nicht parallel laufen, sondern einen Winkel bilden, die Kegelverzahnung und dabei die Kegel-, conischen oder Winkelräder angewendet werden.

§. **209.** Um nun zu sehen, wovon die obigen Bedingungen, nämlich, dafs die von einem Rad auf das andere zu übertragenden Pressungen constant, und die Bewegung gleichförmig sey, abhängen, so seyen C und c (Fig. 158) die Mittelpuncte der beiden Räder (d. h. die Puncte, durch welche die auf den Kreisebenen senkrecht stehenden Achsen gehen), CA und cA die Halbmesser der primitiven oder Theilkreise und NO und no zwei steife, mit diesen Kreisen fest verbundene krumme Linien von der Art, dafs durch die beständige Berührung dieser Curven, wobei der Druck im Berührungspuncte fortwährend in der Richtung der Normale beider Curven Statt findet, die Bewegung des Rades C auf jenes c in der erwähnten Weise übertragen werde. Es sey P die im Theilkreise zur Bewegung des Rades C nöthige Kraft und P' der durch die Mittheilung der Bewegung erzeugte Widerstand oder Gegendruck von Seite des zweiten Rades c, welchen man sich ebenfalls auf den Umfang des Theilkreises wirksam oder reducirt denkt; so ist, wenn man aus C und c auf die durch den Berührungspunct M beider Curven gehenden Normale Dd die Perpendikel CD und cd zieht, der im Puncte M ausgeübte Druck von Seite der bewegenden Kraft P gleich dem von P auf D herrührenden Druck; heifst dieser p, so ist

$$p : P = CD : CE = CD : CA \ldots (n.$$

Dieser auf die Curve no übertragene Druck p bringt nach der Voraussetzung auf der Peripherie An den Druck P' hervor, und da $P' : p = cA : cd$ ist, so erhält man durch Zusammensetzung dieser beiden Proportionen $P' : P = CD . cA : CA . cd$, oder wegen der Ähnlichkeit der Dreiecke CBD und cBd, woraus $CD : cd = CB : cB$ folgt, auch $P' : P = CB . cA : CA . cB$.

Sollen aber die Räder so, wie durch die bloſse Berührung der beiden primitiven oder Grundkreise geführt werden, also der Widerstand und die Kraft immer gleich groſs, d. i. $P' = P$ seyn, so muſs (zu Folge dieser letzten Proportion) sofort

$$CB.cA = CA.cB, \text{ d. i. } CA : CB = cA : cB$$

Statt finden, eine Bedingung, welche nur möglich ist, wenn der Punct B mit jenem A zusammenfällt, d. h. wenn die Normale Dd fortwährend durch den Berührungspunct A der beiden Grundkreise geht. Liegt B zwischen C und A, so ist $P' < P$, liegt dagegen B zwischen A und c, so ist umgekehrt $P' > P$. Da nun bei der Anwendung einer solchen Verzahnung mit ganz willkürlichen Curven NO und no der Punct B bald zwischen C und A, bald zwischen A und c fällt; so würde in der Wirkung der bewegenden Kraft bei Übertragung des Widerstandes von einem Rad auf das andere eine Ungleichförmigkeit eintreten, welche man zu vermeiden suchen muſs.

§. 210. Durch die Anwendung aber von solchen Curven, für welche die gemeinschaftliche, durch den Berührungspunct M der Curven gehende Normale beständig auch durch den Berührungspunct A der beiden Grundkreise geht, wird auch die zweite oben gemachte Bedingung in Beziehung auf gleiche Umfangsgeschwindigkeiten der beiden Räder erfüllt; denn sind V und v die Umfangsgeschwindigkeiten der Grundkreise CA und cA und ist V' die Geschwindigkeit des Punctes D, so ist $V : V' = CA : CD$, und weil V' zugleich auch die Geschwindigkeit des Punctes d ist, auch $V' : v = cd : cA$, folglich, wenn man diese Proportionen zusammensetzt,

$$V : v = CA.cd : CD.cA,$$

geht aber, wie vorausgesetzt wird, die Normale Dd durch den Punct A, so ist $CD : cd = CA : cA$ oder $CD.cA = cd.CA$, folglich ist auch $V = v$ gerade so, als ob die Bewegung der Räder durch die einfache Berührung der Grundkreise bewirkt worden wäre.

§. 211. Bestimmung der Krümmung der Zähne. Es ist leicht einzusehen, daſs man von den beiden Curven NO und no die eine ganz beliebig wählen kann, wenn man dann die andere nur so annimmt, daſs (zu Folge der beiden vorhergehenden Paragraphen) die in jeder Position durch den Berührungspunct beider Zähne gezogene gemeinschaftliche Normale beständig durch den Berührungspunct der beiden Grundkreise geht. Denn ist ONE (Fig. 159) eine

beliebige Curve für die Zähne des Rades *C*, ferner *NA* die Entfernung von einem Zahnmittel bis zum nächst folgenden (die sogenannte Theilung), und Bogen *An* (auf den Theilkreis des zweiten Rades) = Bogen *AN*, so handelt es sich um die Auffindung einer durch *n* gehenden Curve *nMo*, welche bei beständiger Berührung mit der erstern Curve *OME* von dieser nach den obigen Bedingungen fortgeführt wird. Zieht man also (da diese immer durch *A* gehen soll) durch den Punct *A* die Normale *AM* an die Curve *ONE*, so muſs diese Gerade zugleich auch eine Normale für die gesuchte Curve *nMo* im Berührungspuncte *M* bilden. (Man erhält diese Normale, indem man aus *A* einen Kreisbogen beschreibt, welcher die Curve *ONE* in zwei sehr nahe beisammen liegenden Puncten durchschneidet und den zwischen diesen beiden in der Mitte liegenden Punct *M* mit *A* verbindet.) Theilt man die Kreisbögen *AN* und *An* in eine gleiche Anzahl gleicher Theile in den Puncten 1, 2..., 1′, 2′...; so kommen bei der gleichförmigen Umdrehung beider Räder um ihre Achsen, oder bei der Wälzung des Bogens *AN* über jenen *An* nach und nach die Puncte 1, 2... mit jenen 1′, 2′.... in *A* zur Berührung, folglich geht auch die, beiden Curven gemeinschaftliche Normale in diesen Augenblicken durch diese Puncte 1 1′, 2 2′...; beschreibt man demnach aus dem Puncte 1′ als Mittelpunct mit dem kürzesten Abstande dieses Punctes von der Curve *ONE* (d. i. der Länge der Normale 1′*t*) einen Kreisbogen, so muſs dieser die gesuchte Curve berühren. Macht man dasselbe auch aus den übrigen Puncten 2′, 3′...; so darf man zuletzt nur die Curve *nNo* so ziehen, daſs sie diese sämmtlichen Kreisbögen berührt oder dieselben einhüllt.

§. 212. Anwendung der Epicycloide und der Kreisevolvente. Gewöhnlich sind es nur diese eben genannten beiden Curven, welche man bei der Verzahnung in Anwendung bringt. Was die Epicycloide betrifft, so sey das Rad *c* (Fig. 160) durch jenes *C* so zu bewegen, als ob es durch die bloſse Berührung der Theil- oder Grundkreise *CA*, *cA* in der durch den Pfeil angedeuteten Richtung um seine Achse gedreht würde. Läſst man einen Kreis, welcher nur halb so groſs als der Grundkreis des zweiten oder durch das erste Rad mitzunehmenden Rades *cA* ist, auf dem äuſsern oder convexen Umfang des Grundkreises des ersten Rades *CA* wälzen, so beschreibt der Punct *A* dabei die Epicycloide *AN*, dagegen, wenn er auf dem innern oder concaven Umfang des zweiten Kreises *cA* gewälzt wird, die nach dem Mittelpuncte *c* gehende gerade Linie *Ac*.

Ist nun die Curve *AN* mit dem ersten Kreise *C* und die gerade Linie *Ac* mit dem zweiten Kreise *c* fest verbunden, so wird bei der Umdrehung des Rades *C* um seine Achse in der angedeuteten Richtung das Rad *c* durch die successive Berührung der Puncte der Curve *AN* mit jenen der Geraden *Ac* eben so mitgenommen und um dessen Achse, wie durch bloſse Berührung der beiden Grundkreise umgedreht. Dabei geht die Normale *mA* im Berührungspuncte der Curve *AN*, welche letztere, sobald *A* nach *a* gekommen ist, die Lage *an* und die Gerade *Ac* jene *bc* annimmt und die Curve in *m* berührt, indem *Abc* ein rechter Winkel ist, beständig durch den Punct *A*. Ferner ist Bogen *Am* = Bogen *Ab* (es hat nämlich der Winkel *Acb* im Kreise *c* den Bogen *Ab* und im Kreise *o* den halben Bogen *Am* zum Maſs; da nun dieser letztere Kreis nur halb so groſs als der erstere ist, so sind diese beiden Bögen gleich groſs); da nun aber nach der Entstehungsart der Epicycloide auch Bogen *Am* = Bogen *Aa* ist, so folgt Bogen *Ab* = Bogen *Aa*, so, daſs also auch die Bedingung der gleichen Umfangsgeschwindigkeiten der beiden Grundkreise dadurch erfüllt ist.

Auch kann umgekehrt das Rad *C* durch jenes *c* (in entgegengesetzter Richtung) geführt werden, weil dabei immer die Gerade *bc* die Epicycloide *an* in einem Punct *m* der Peripherie des Kreises *o* berührt und die Verbindungslinie *mA* zugleich auf *mc* und der Curve *an* normal steht.

§. **213.** Was die Anwendung der Kreisevolvente betrifft, so seyen *C* und *c* (Fig. 161) wieder die Mittelpuncte der beiden Räder, so wie *CA* und *cA* die Halbmesser ihrer Theil- oder Grundkreise. Man ziehe durch den Berührungspunct *A* irgend eine Gerade *Dd*, fälle darauf aus *C* und *c* die Perpendikel *CD*, *cd*, und beschreibe endlich noch aus diesen Puncten *C*, *c* mit den Abständen *CD*, *cd* als Halbmesser die Kreise. Nun sey *NO* die Abgewickelte von dem Kreise *CD*, so ist die Tangente *Dd* normal auf diese Curve im Puncte *m*, folglich muſs dieser Punct zugleich auch der Berührungspunct mit der zweiten Curve *on* seyn. Bei der Umdrehung des Kreises *C* um seinen Mittelpunct wird die daran befestigte Curve *NO* mitgeführt, wobei die Gerade *Dd* fortwährend darauf, also auch auf der zweiten Curve normal bleibt und durch die auf einander folgenden Berührungspuncte beider Curven geht; da aber auf diese Weise die sämmtlichen Normalen der Curve *no* Tangenten an den Kreis *cd* bilden, so ist auch diese zweite, der erstern entsprechende Curve *on* eine Kreisevolvente, und zwar von dem Grundkreise *cd*.

Eine eigenthümliche Eigenschaft liegt für die nach der Kreisevolvente gebildeten Zähne in dem Umstande, dafs der Druck nicht blofs, wie aus §. 209 erhellet, von einem Grundkreise der beiden Räder auf den andern unverändert übertragen wird, sondern dafs dieser auch zwischen den Zähnen selbst constant bleibt; denn nach der Proportion (*n* des angeführten Paragraphes verhält sich der zwischen den Zähnen Statt findende Druck p zu jenem P auf die Peripherie der Grundkreise bezogen, wie (in Fig. 158) $CD : CA$, wobei CD veränderlich und CA constant, also p selbst variabel ist. Im vorliegenden Falle dagegen, bei Anwendung der Kreisevolventen, ist dieses Verhältnifs $CD : CA$ (weil die Normale im Berührungspuncte der Zähne eine Tangente an beide Kreise bildet), mithin auch der Druck p zwischen den Zähnen selbst constant.

§. **214.** Wird von den beiden Grundkreisen CA und cA (Fig. 162) der erstere auf den letztern gewälzt, so entsteht die Epicycloide AN, und wenn man sich diese mit dem führenden Kreise c, dagegen den blofsen materiellen Punct A mit dem zu führenden Kreise C fest verbunden denkt, so wird bei der Umdrehung des Kreises c um seinen Mittelpunct in der angezeigten Richtung um den Bogen Aa' die Epicycloide die Lage $a'n$ angenommen und der Kreis C sich durch das Fortschieben des Punctes A um den Bogen Aa = Bogen Aa' (weil die Curve $a'a$ durch Wälzung des Bogens Aa über jenen Aa' entsteht) um seinen Mittelpunct umgedreht haben, dabei geht, zufolge einer bekannten Eigenschaft der Epicycloide, die Normale im Berührungspunct a zugleich auch durch den Punct A, so dafs bei Anwendung dieser Curve für die Krümmung der Zähne und eines Punctes wieder alle Bedingungen des §. 207 erfüllt werden.

Da nun aber in der Wirklichkeit kein blofser Punct A oder a, d. h. keine steife materielle Linie, deren Querschnitt ein solcher Punct ist, bestehen kann, sondern dafür ein Cylinder, dessen Querschnitt ein Kreis vom Halbmesser r (der also nicht, wie es hier angenommen wurde, $= 0$ seyn kann) genommen wird; so darf man zu der auf dem vorigen Wege erhaltenen Epicycloide an nur eine Parallele bm im Abstande r ziehen (was ganz einfach durch Construirung von Halbkreisen, deren Mittelpuncte in der Curve an liegen und Halbmesser $= r$ sind, geschieht, weil diese dann von der gesuchten Parallelen eingehüllt oder berührt werden), um die eigentliche den cylindrischen Zähnen des Rades C, welche man dann Triebstöcke nennt, entsprechende Curve der Zähne des Rades c zu erhalten.

§. 215. Bestimmung der Halbmesser der Räder. Sind R und r die Halbmesser der Grund- oder Theilkreise zweier in einander greifender verzahnter Räder, V und v ihre Umfangs-, folglich (§. 127) $C = \frac{V}{R}$ und $c = \frac{v}{r}$ ihre Winkelgeschwindigkeiten, so verhalten sich, weil $V = v$ seyn soll, diese Winkelgeschwindigkeiten verkehrt wie die Halbmesser der Räder. Sind n und n' die gleichzeitigen Umdrehungszahlen und m, m' die Anzahl der Zähne in den Rädern R und r, so hat man offenbar $n : n' = C : c = \frac{1}{R} : \frac{1}{r} = r : R$ und $m : m' = R : r$. Um also die Halbmesser $CA = R$ und $cA = r$ (Fig. 162) der Grundkreise oder Theilrisse zu erhalten, mufs man die Centrilinie der beiden Räder im Puncte A nach dem geraden Verhältnifs der Anzahl der Zähne, oder im verkehrten Verhältnifs der Umlaufszahlen der Räder C und c theilen. Ist also n die Verhältnifszahl (der Quotient) zwischen der Anzahl der Umdrehungen des kleinern Rades c (des Getriebes) und des gröfsern C, so ist

$$R = nr \ldots (1,$$

und wenn $Cc = D$ gesetzt wird,

$$D = R + r \ldots (2,$$

so dafs man aus diesen beiden Gleichungen von den vier darin vorkommenden Gröfsen zwei bestimmen kann, wenn die beiden übrigen gegeben sind. Sind z. B. n und D gegeben, so ist

$$R = \frac{nD}{n+1} \text{ und } r = \frac{D}{n+1}.$$

§. 216. Dicke der Zähne. Die Dicke der Zähne wird auf dem Umfang des Theilkreises, dagegen ihre Breite nach der Richtung der Radachse, also senkrecht auf die Kreisebene gemessen. Der Zwischenraum zwischen zwei auf einander folgenden Zähnen heifst L ü c k e oder geradezu Z w i s c h e n r a u m. Die Summe aus der Dicke eines Zahnes und eines Zwischenraumes wird T h e i l u n g oder S c h r i f t genannt, und diese mufs sofort auf beiden Grund- oder Theilkreisen gleich grofs oder die nämliche seyn (und zwar immer im Bogen gemessen).

Was nun die Dicke und Breite der Zähne betrifft, so hängt diese von dem Widerstande ab, welchen dieselben zu überwinden haben, und wird dieser nach §. 263 und für gufseiserne Zähne noch einfacher nach der in diesem Paragraphe angegebenen Tabelle bestimmt.

Damit die Zähne des einen Rades in den Zwischenräumen des andern den nöthigen Spielraum finden, so macht man den Zwischenraum,

je nach der Genauigkeit der ganzen Ausführung um $\frac{1}{10}$ bis $\frac{1}{15}$ der Zahndicke gröfser. Ist also a die Theilung und d die Dicke der Zähne, so ist, wenn diese in beiden Rädern aus einerlei Material bestehen, $a = d + 1{\cdot}1\,d$ oder auch (bei sehr genauer Ausführung) $a = d + 1{\cdot}067\,d$. Sind die Zähne aus verschiedenem Materiale (z. B. in dem einen Rad aus Holz und in dem andern aus Gufseisen) und sind d und d' die Zahndicken in beiden Rädern, so ist in diesen beiden Fällen:

$$a = d + 1{\cdot}1\,d' \quad \text{oder} \quad a = d + 1{\cdot}067\,d'.$$

Für die Anzahl der Zähne m und m' in den beiden Rädern R und r hat man $m = \frac{2\,R\,\pi}{a}$ und $m' = \frac{2\,r\,\pi}{a} = \frac{m}{n}$, wo n der Quotient aus der Umdrehungszahl des kleinern durch das gröfsere Rad ist.

Da übrigens m und m' nach diesen Formeln selten ganze Zahlen werden, so nimmt man dafür nicht blofs die nächst kleinere ganze, sondern der nöthigen Symmetrie in der Ausführung wegen, auch noch eine durch die Zahl der Radarme theilbare Zahl, wodurch die Zähne um eine unbedeutende Gröfse dicker ausfallen.

Anmerkung. Englische Ingenieure nehmen für gufseiserne Zähne $d = \frac{a}{2{\cdot}1}$ und die Entfernung des Theilkreises vom Radkranze (Höhe der Flanke des Zahns) $h = 1{\cdot}2\,d = \frac{4}{7}\,a$.

§. 217. Cylinder-Verzahnung nach der Epicycloide. Es seyen C und c (Fig. 163) die Mittelpuncte der beiden Stirnräder, ferner nach den vorigen Bestimmungen $CA = R$ und $cA = r$ die Halbmesser der Theil- oder Grundkreise des Rades und Getriebes, und $Ag = Ag'$ die Theilung oder Schrift. Nachdem die Dicke der Zähne und Breite der Lücken oder Höhlungen auf beide Theilkreise aufgetragen, und sowohl durch diese sich ergebenden, als auch durch die Halbirungspuncte die Halbmesser von unbestimmter Länge gezogen worden, schreitet man zur Abrundung der Zähne. Die Curve oder Epicycloide An, welche durch die Wälzung des Kreises o (als Erzeugungskreis), dessen Durchmesser $cA = r$ ist, auf dem Theilkreis des Rades (als Grundkreis) C bis zum Durchschnitt n mit dem Halbmesser Cn entsteht, bildet die Krümmung für die Zähne des Rades C; dieser Curve entspricht die gerade Linie Ac als Flanke des Getriebzahnes, an welche sich diese Curve bei der Bewegung des Rades in der angedeuteten Richtung anlegt und das Getrieb c führt.

Eben so bildet die Curve An', welche durch Wälzung des Kreises O, dessen Durchmesser $CA = R$ so grofs wie der Halbmesser des

Theilkreises des Rades C ist, auf dem Theilkreis cA des Getriebes, die Krümmung der Zähne des Getriebes, welcher wieder die Halbmesser CA als Flanken der Radzähne entsprechen.

Damit sich aber die Räder nach beiden Richtungen gleich gut drehen lassen, müssen die Zähne in Beziehung auf die Mittellinien Cn, cn' (eigentlich auf die durch diese Linien auf die Kreisflächen senkrechten Ebenen) symmetrisch geformt werden, so, dafs also diese Mittellinien die Grenzen für die von beiden Seiten in n und n' zusammenlaufenden Krümmungen der Zähne bilden.

Beschreibt man aus C mit dem Halbmesser Cn einen Kreis, so bestimmt dieser die Länge der Zähne des Rades, so wie ein aus c mit dem Halbmesser cn' beschriebener Kreis jene der Getriebszähne. Der zuerst genannte Kreis durchneidet jenen oA im Puncte i und die Centrilinie Oc im Puncte d; beschreibt man daher aus c mit den Entfernungen ci und cd als Halbmesser Kreise, so bestimmt der erstere die Länge der Flanken uw und der letztere die Tiefe der Höhlungen der Getriebszähne. Auf ganz gleiche Weise thun die aus C mit den Halbmessern Ci' und Cd' beschriebenen Kreise dasselbe für die Radzähne. (Dabei werden die Flanken um so kürzer, je gröfser das Rad ist; für einen unendlich grofsen Halbmesser oder eine gezahnte Stange fallen sie ganz weg.)

Die Höhlungen oder Lücken sind sogenannte verlängerte Epicycloiden und entstehen für das Rad durch Wälzung des Theilkreises cA des Getriebes auf dem Theilkreis CA des Rades, wobei jedoch nicht cA selbst, sondern der damit concentrische Kreis vom Halbmesser ci' (welcher die Länge der Getriebszähne bestimmt) der Erzeugende ist.

Für die Höhlungen des Getriebes wird CA auf cA gewälzt und der die Länge der Radzähne bestimmende Kreis Ci ist dabei der Erzeugende.

Anmerkung. In der Praxis wird nur von einem Zahn und einer Höhlung die Zeichnung, und darnach eine Chablone oder Lehre ausgeführt, diese der Reihe nach auf die Theilungspuncte gehörig aufgelegt und die Zähne und Lücken vorgerissen.

Da aber auf diese Weise die Zähne ganz schneidig ausfallen, so kann man sie auch wie in p und p' abstumpfen, und daher auch den Grund der Höhlungen durch einen Kreisbogen beziehungsweise vom Halbmesser cr und Cr' begrenzen. Bei grofsen Rädern geht man damit so weit, wie in s und s', wodurch die Höhlungen ganz wegfallen und die Zähne nur aus dem Kopf oder gekrümmten Theil ux und der Flanke uw bestehen; dabei werden die Höhlungen durch einen Kreisbogen, beziehungsweise vom Halbmesser

cs und Cs' begrenzt. Das Abstumpfen der Zähne soll jedoch nicht weiter getrieben werden, als daſs der über den Theilkreis vorspringende Zahnkopf wenigstens noch die halbe Zahndicke beträgt.

Noch ist zu bemerken, daſs der Eingriff sanfter wird, wenn der nächst folgende Zahn, nachdem der vorhergehende im Begriffe steht auszulassen, seinen Eingriff nicht vor, sondern in der Centrilinie Cc beginnt, so, daſs man also, wenn es sich mit den übrigen Bedingungen verträgt, diese Eigenschaft mit berücksichtigen soll. Die Rechnung zeigt, daſs wenn ein Zahngetrieb weniger als 10 Zähne erhält, diese Bedingung selbst bei 50 Zähnen des Rades noch nicht erfüllt werden kann, weil die Radzähne dadurch so nahe an einander kämen, daſs die Zahndicke des Getriebes zu gering ausfiele.

Obschon endlich die mechanische Verzeichnung der Epicycloiden durch Wälzung der betreffenden Kreisbögen zum Behufe der Anfertigung der Chablonen durchaus keiner Schwierigkeit unterliegt, so ziehen es die Practiker doch gewöhnlich vor, diese genauen Curven durch genäherte Kreisbögen zu ersetzen, wofür es mancherlei Vorschriften gibt.

§. 218. Cylinderverzahnung nach der Kreisevolvente. Soll ein Rad mehrere kleinere Räder oder Getriebe von verschiedener Gröſse in Bewegung setzen, so kann die Verzahnung nicht mehr nach der Epicycloide ausgeführt werden, weil diese nach §. 212 nur einer Gröſse des zu führenden Rades gehörig entsprechen kann; in einem solchen Falle wendet man die Kreisevolvente an, bei welcher keine solche Beschränkung eintritt.

Hat man, wie vorhin die Halbmesser der Theilkreise, die Schrift oder Theilung und die Dicke der Zähne bestimmt, liegt ferner der Punct A (Fig. 164) in der Centrilinie Cc beider Räder und ist Ab die Theilung im Getriebe c; so ziehe man den Halbmesser cb und durch den Berührungspunct A der beiden Theilkreise auf cb das Perpendikel EF, so bildet diese Gerade die gemeinschaftliche Normale aller der gleichzeitig in Berührung befindlichen Zähne, folglich sind die darauf gefällten Perpendikel CD und cd die Halbmesser der Kreise, von welchen die die Krümmung der Zähne bildenden Curven oder Kreisevolventen abgewickelt werden.

Beschreibt man aus C mit dem Halbmesser Cd einen Kreis, so bestimmt dieser die Länge der Zähne des Rades C. Verlängert man ferner, wenn Ae gleich der Theilung der Räder ist, die durch e gehende Kreisevolvente des Getriebzahnes bis zum Durchschnitte n mit der Normale EF, und beschreibt aus c mit dem Halbmesser cn einen Kreis, so begrenzt dieser eben so die Zähne des Getriebes c. Von den Kreisen

CD und *cd* (auf welchen die Abwicklung geschieht und bis wohin die Zahnkrümmung reicht) werden die Zähne nach einwärts noch um ·15 bis ·19 Zoll verlängert, um den Zähnen in den entsprechenden Lücken den gehörigen Zwischen- oder Spielraum zu verschaffen; die Lücken werden im Grunde von Kreisbögen begrenzt, welche durch die Puncte, die auf die eben erwähnte Weise bestimmt worden, aus *C* und *c* beschrieben werden, deren Halbmesser nämlich um ·15 bis ·19 Zoll kleiner als jene *CD* und *cd* sind.

Anmerkung. Bei dieser Verzahnung ergreifen sich die Zähne vor und hinter der Centrilinie *Cc* in der Entfernung der Schrift oder Theilung. Sollten die Zähne an der Spitze zu schwach ausfallen, so müfste man diese näher gegen die Centrilinie auf einander wirken lassen, was dadurch bewirkt wirkt, dafs man die ganze Construction neuerdings, jedoch mit einer Entfernung *Ab* wiederholt, welche nur drei Viertel oder die Hälfte der Schrift oder Theilung beträgt.

§. 219. **Innere Verzahnung.** Sind *CA* und *cA* (Fig. 165) die Halbmesser der im Puncte *A* sich berührenden Theilkreise des Rades *C* und Getriebes *c*, ferner *a*, *a'*... die Zahnmittel des Rades und *b*, *b'*... jene des Getriebes, folglich $aa' = a'a'' = bb'...$ die Theilung; so bildet die Hypocycloide *An*, welche durch Wälzung des Kreises *O*, dessen Durchmesser dem Halbmesser des Getriebes *Ac* gleich ist, auf dem innern Umfang des Theilkreises *CA* des Rades entsteht, die Krümmung für einen Radzahn, so wie der Halbmesser *Ac* (als Hypocycloide, erzeugt durch den Kreis *O* auf dem innern Umfang des Kreises *c* des Getriebes) die entsprechende Flanke des Getriebzahnes. Setzt man die Curve *An* fort bis zum Durchschnitt *n* mit dem durch die Mitte *a* des Zahns gehenden Halbmesser *AC*, und beschreibt aus *C* mit dem Radius *Cn* einen Kreis, so begrenzt dieser die Länge der Radzähne, und wenn man durch den Punct *i*, wo dieser Kreis den Erzeugungskreis *O* schneidet, aus *c* einen Kreis beschreibt, so bestimmt dieser die Länge der Flanken *mi* der Getriebzähne.

Der vorige aus *C*, mit dem Halbmesser *Cn* beschriebene Kreis durchschneidet den Halbmesser *CA* in einem Puncte *d*, und wenn man durch diesen Punct aus *c* einen Kreis beschreibt, so begrenzt dieser die Höhlungen oder Lücken der Getriebzähne.

Anmerkung. Diese Lücken sollten streng genommen verlängerte Hypocycloiden seyn, welche durch Wälzung des Theilkreises *CA* des Rades auf jenen *cA* des Getriebes entstehen, wobei der mit dem erstern concentrische Kreis vom Halbmesser *Cd* der Erzeugende ist. Da man indefs die Zähne ge-

wöhnlich wie in p abstumpft, so wird auch der Grund der Lücken wie in s durch einen Kreisbogen vom Halbmesser cs begrenzt.

Wie man sieht, so haben hier die Radzähne keine Flanken und die Getriebszähne keine Köpfe oder Abrundungen.

§. 220. Verzahnung eines Rades mit einer Zahnstange. Denkt man sich in den vorigen Fällen den Halbmesser des einen Rades oder Getriebes unendlich grofs, so geht der Theilkreis desselben in eine gerade Linie DD' (Fig. 166) über, die Curve der Radzähne oder die Epicycloide verwandelt sich in eine Kreisevolvente und jene für die Zähne der Stange in eine gemeine Cycloide. Soll die Zahnstange (Kammbaum) bei einer Umdrehung des Rades C um die Höhe h gehoben oder überhaupt nach der Richtung $D'D$ bewegt werden, so erhält man für den Halbmesser $CA = r$ des Theil- oder Grundkreises wegen $2r\pi = h$, sofort

$$r = \frac{h}{2\pi} \ldots (1.$$

Hat man die Dicke der Zähne nach dem zu überwindenden Widerstand angenommen, so kann man die Theilung a und damit die Anzahl der Zähne $m = \frac{2\pi}{a}$ bestimmen, wobei man für m wieder (wenn m gebrochen ausfällt) die nächst kleinere ganze Zahl nimmt.

Nachdem man nun die Theilung $Ab = Aa = a$, die letztere im Bogen gemessen auf der Theillinie und den Theilkreis, so wie die Zahndicken und ihre Mittellinien (Zahnmittel) gehörig aufgetragen und mit dem Theilkreis CA als Grundkreis, die Evolvente oder Abgewickelte (welche auch durch Wälzung einer geraden Linie DD' über dessen Umfang entsteht) construirt hat, rundet man damit die Radzähne bis zum Durchschnitt n' des Zahnmittels zu beiden Seiten ab und zieht, um ihre Länge zu begrenzen, aus C mit dem Halbmesser Cn' einen Kreis.

Zur Abrundung der Zähne der Stange dient die Cycloide, welche den Kreis vom Durchmesser CA auf der Geraden DD' beschreibt, wofür man indefs in der Praxis gewöhnlich nur einen Kreisbogen nimmt. Begrenzt werden die Zähne durch eine mit DD' durch den Punct n gezogene Parallele, welche zugleich den Kreis vom Durchmesser CA im Puncte i schneidet. Der aus C mit dem Halbmesser Ci beschriebene Kreis begrenzt die Flanken ai der Radzähne, während die Höhlungen durch Wälzung der Tangente oder Theillinie DD' auf dem Theilkreis CA durch den Punct n des darauf befestigten Perpendikels nr beschrieben werden (also verlängerte Kreisevolventen sind). Die Höhlungen der Zähne

der Stange dagegen sind verlängerte Cycloiden, für welche der Kreis vom Halbmesser Cn' erzeugender und der Theilkreis CA wälzender auf der Geraden DD' ist. Auch hier kann man die Zähne und Höhlungen zum Theil oder, was gewöhnlich geschieht, wie in p, p', q, q' so abstumpfen, dafs die Höhlungen ganz ausbleiben und nur Flanken vorkommen.

§. **221. Hebeköpfe für Stampfwerke.** Analog mit den vorigen Constructionsarten ist auch jene zur Bestimmung der Krümmung der Hebeköpfe für Stampfwerke, aus welchem Grunde diese gleich hier mit vorgenommen wird.

Soll der Stampfer M (Fig. 167) auf die Höhe h gehoben werden und ist m die Anzahl der Hebköpfe Ae für einen Stampfer, so, dafs also bei einer Umdrehung der Welle C derselbe Stämpfer m Mal gehoben wird; dreht sich ferner die Welle in einer Minute n Mal um und ist $CA = r$ der Halbmesser des Grundkreises, über welchen man einen Faden abwickeln (oder die Tangente Aa' wälzen) mufs, um die Krümmung Aa der Hebeköpfe zu erhalten; so ist die Umdrehungszeit der Welle per Secunde $= \frac{60}{n}$ und die Zwischenzeit von einem Angriff desselben Stämpfers bis zum nächst folgenden $t = \frac{60}{nm}$. Diese Zeit zerfällt aber in die Hubzeit t', Fallzeit t'' und eine kleine Ruhezeit, um sicher zu seyn, dafs die Heblatte AB des Stämpfers nicht auf den Hebkopf Aa der Welle auffällt. Nimmt man diese zu $\frac{1}{10}t$ an, so ist $\frac{9}{10}t = t' + t''$ und wegen (§. 142) $t'' = \sqrt{\frac{2h}{g}}$, die Hubzeit $t' = \frac{54}{mn} - \sqrt{\frac{2h}{g}}$, und da dieses zugleich auch die Zeit für die Bewegung eines Punctes A durch den Kreisbogen $AA' = Aa' = h$ ist, so hat man, da hier eine gleichförmige Bewegung vorausgesetzt wird,

$$2r\pi : \text{Bogen } AA' = \frac{60}{n} : t'$$

und daraus

$$r = \frac{60h}{2n\pi\left(\frac{54}{mn} - \sqrt{\frac{2h}{g}}\right)} \quad \ldots (1$$

als Halbmesser des Grundkreises CA.

Um die Curve der Hebköpfe Aa zu begrenzen, beschreibt man, wenn $Aa' = h$ ist, aus C mit dem Halbmesser Ca' einen Kreis.

Anmerkung 1. Oft läfst man die Ruhezeit aus der Rechnung weg und nimmt dagegen den ohne diesen Werth gefundenen Halbmesser r auf Gerathewohl um $\frac{1}{11}$ gröfser.

Anmerkung 2. Die Anwendung dieser Hebeköpfe hat das Nachtheilige, dafs sie bei ihrer Bewegung jedesmal an die ruhende Heblatte *AB* des Stämpfers anstofsen und diesen immer plötzlich von der Ruhe aus auf die Geschwindigkeit des Punctes *A* bringen, wodurch, da man es nicht mit vollkommen elastischen Körpern zu thun hat (§. 201), ein Verlust an Arbeit entsteht. Um diesen Stofs zu vermeiden, hat man den Hebeköpfen eine Krümmung zu geben versucht, für welche im Augenblicke des Angriffes die Fläche *AB* der Heblatte eine Tangente bildet, und sonach der Stämpfer von der Ruhe aus nur allmälig auf seine gröfste Geschwindigkeit gebracht wird; obschon dadurch wieder, da der Weg des Übereinandergleitens gröfser wird, auch die Wirkung der Reibung vergröfsert wird. Eben so sind die Frictionsrollen oder Walzen, welche dabei versucht worden, nicht dauerhaft genug.

§. 222. Hebeköpfe für Stirnhämmer. Soll der um *c* drehbare Hammer *bc* (Fig. 168) durch eine Daumenwelle *C* in gewissen Zwischenräumen oder Zeiten gehoben werden, so mufs der abgerundete Theil *ab* des Hebekopfes, da er während des ganzen Hubes mit der Geraden *cb* des Hammers in Berührung bleiben soll, eine Epicycloide seyn, welche der Kreis vom Durchmesser *cb* auf den Theilkreis *CA* als Grundkreis beschreibt. Um den Halbmesser *r* dieses Theilkreises zu finden, mufs die Gröfse des Bogens $Ad = a$ oder die Hubhöhe des Hammers gegeben seyn oder angenommen werden; setzt man diese Gröfse *a* statt *h* in der vorigen Formel (1 und behält im Übrigen die dortige Bezeichnung bei, so wird

$$r = \frac{60\,a}{2\,n\pi\left(\frac{54}{mn} - \sqrt{\frac{2h}{g}}\right)},$$

wobei der kleine Zeitverlust im Niederfallen des Hammers, da er nicht wie der Stämpfer vertical, sondern wie über eine schiefe Ebene herabfällt, durch den elastischen „Stofsreutel" ersetzt wird.

Ist die Epicycloide *ab* construirt, so begrenzt man diese durch einen aus *C* mit dem Halbmesser *Cb* beschriebenen Kreisbogen; um das Abfallen des Hammers zu erleichtern, gibt man der untern Seite des Hebekopfes die radiale Richtung.

§. 223. Ganz dieselbe Construction findet auch für die Hebeköpfe der Schwanzhämmer (wobei die Drehungsachse zwischen dem Hammer und der Daumenwelle) und der Aufwerfer (bei welchem die Daumenwelle zwischen dem Hammer und der Drehungsachse liegt) Statt.

Was die erstern betrifft, so sey (Fig. 169) *CA* der Halbmesser des Theilkreises der Welle, *c* der Drehungspunct des Hammers, wofür *AB* die niedrigste und *aB'* die höchste Lage der Stellung bezeichnet.

Der Punct *A* des Kreises vom Durchmesser *Ac* beschreibt bei seiner Wälzung auf dem Theilkreis *CA* die Epicycloide *Ae*, nach welcher die Hebeköpfe wie *ab* auf der untern Seite abgerundet werden müssen; dabei bestimmt ein aus *C* mit dem Halbmesser *Ca* beschriebener Kreis die Länge derselben.

§. **224. Winkelverzahnung.** Es wurde bereits in §. 208 bemerkt, dafs man, im Falle die beiden Räderachsen nicht parallel sind, zu den conischen oder Kegelrädern seine Zuflucht nimmt; am häufigsten bilden dabei die Achsen einen rechten Winkel, obschon dieser auch spitz oder stumpf seyn kann, wenn gleich die Ausführung dadurch etwas schwieriger wird.

Es sey nun *S* (Fig. 170) der Durchschnitt der beiden Achsen *CS*, *cS* der zu verzahnenden Räder (im Falle sich die Achsen nicht schneiden, müssen drei Kegelräder angewendet werden); theilt man den Winkel *CSc* durch die Gerade *SA* in zwei solche Theile *CSA* und *ASc*, dafs sich diese wie die Anzahl der Zähne (oder umgekehrt wie die Umdrehungszahlen) der Räder *AB* und *Ab* verhalten; so bildet *SA* die gemeinschaftliche Kante oder Berührungslinie der Grundkegel *ABS* und *AbS*, durch deren blofse Berührung die Umdrehung des einen Kegels *ABS* um seine Achse *SC* im angenommenen Verhältnifs der Umdrehungsgeschwindigkeiten auf den zweiten Kegel *AbS* übertragen wird.

Da man die Zähne nicht bis in die Spitze *S*, sondern nur bis auf eine gewisse Länge *AL* fortsetzt, so wird dadurch zugleich die Kronbreite der Kegelflächen, welche auf der von *S* entgegengesetzten Seite ebenfalls durch Kegelflächen begrenzt werden, deren Spitzen oder Scheitel in *C* und *c* so liegen, dafs die Gerade *Cc* auf *AS* perpendikulär steht, bestimmt. Diese letztern Kegelflächen *ABDE* und *Abde* bilden die äussern Stirnflächen der Zähne, während die innern Stirnflächen durch das, durch den Punct *L* auf *AS* geführte Perpendikel bestimmt werden. Die Kegelflächen *AE* und *Ae* haben sonach eine durch die Kante *Dd* gehende, auf *AS* perpendiculäre gemeinschaftliche Berührungsebene, und man kann, da das Profil eines Zahns auf der Kegelfläche nur einen sehr kleinen Theil davon einnimmt, ohne Fehler annehmen, dafs der Eingriff der in *A* sich berührenden Zähne in dieser Berührungsebene

Statt findet, so, daſs unter dieser Voraussetzung die Zähne genau jene Form, wie bei den cylindrischen Rädern erhalten; man darf sich also nur die beiden Kegelflächen, deren Scheitel in *C* und *c* liegen, abgewickelt, d. i. in eine Ebene ausgebreitet denken, und da dabei die Umfänge *AB* und *ab* in die aus *C* und *c* mit den Radien *CA* und *cA* beschriebenen Theilkreise *AF* und *Af* von cylindrischen Rädern übergehen, darauf die ausgemittelte Anzahl der Zähne und deren Dicke auftragen und die Verzahnung nach einer der in den frühern Paragraphen angeführten Methoden construiren.

Anmerkung. Schneidet man ein Stück Blech in Form dieser Zähne als Chablone und legt dieses Netz oder die Patrone auf den äuſsern Stirnflächen *AE* und *Ae* herum, reiſst die Conturen mit einem Stifte auf, wobei man früher schon die Zahnköpfe $BG = li$ und $bg = no$ auf die Grundkegel beiläufig und noch in gröſsern Dimensionen befestigt hat, und arbeitet die Zähne, welche entweder aus Holz in das guſseiserne Rad eingesetzt sind, oder sammt dem hölzernen Rad nur als Guſsmodelle dienen, nach diesem Profile von allen Seiten gegen *S* verjüngt zu; so hat man die Zähne richtig und am einfachsten construirt. Auch kann man ein ähnliches Profil oder eine Patrone *MN*, wobei $Cp = KP$ gleich dem Halbmesser des Theilkreises der innern Stirnfläche, alles Übrige aber der vorigen Patrone ähnlich ist, für die innere Stirnfläche construiren und diese darauf eben so vorreiſsen, so, daſs die Zähne jetzt nur nach diesen beiden correspondirenden Profilen ausgearbeitet werden dürfen.

Genau dasselbe gilt natürlich auch für das zweite Kegelrad *Db*.

Übrigens wurden hier der Vollständigkeit wegen die Höhlungen der Zähne *non'* mit angegeben, allein diese werden in der Praxis immer ausgelassen, so, daſs die Zähne nur wie in *q* aus den Köpfen oder Abrundungen und Flanken bestehen und der Grund der Lücken von einer Kegelfläche gebildet wird, deren Basis den Halbmesser *Cn* hat und Spitze in *S* liegt. Die Zähne selbst werden so stark abgestumpft, daſs sie nur um die halbe Zahndicke über den Grundkegel oder Theilriſs *CA* vorragen. Dasselbe gilt auch vom zweiten Kegelrad *).

§. 225. Verzahnung bei der Schraube ohne Ende. In jenen Fällen, in welchen die Achsen einen rechten Winkel

*) Weitere Details über die Verzahnung, wohin auch die Kron- und Kammräder gehören, die ebenfalls zur rechtwinklichten Fortpflanzung der Bewegung dienen und vor der Einführung der conischen Räder sehr häufig angewendet wurden, so wie über den Bau der Räder selbst, findet man u. A. in Haindl's Maschinenkunde und Maschinenzeichnen, und im dritten Bande von Gerstner's Handbuch der Mechanik.

mit einander bilden, ohne in derselben Ebene zu liegen, wendet man in der Regel die Schraube ohne Ende an (§. 116).

Ist die Höhe a des Schraubenganges (Fig. 171), wofür immer ein flaches Gewind angewendet wird, nach der Gröfse des zu überwindenden Widerstandes bestimmt, so bildet diese zugleich auch die Theilung oder Schrift des Getriebes, so, dafs wenn man den Halbmesser des Theilkreises $Ca = r$ und die Anzahl der Zähne $= n$ setzt, sofort $2r\pi = na$, also $r = \frac{na}{2\pi}$ seyn mufs. Dabei macht, weil bei jeder Umdrehung der Schraube ein Punct im Theilrifs um den Bogen a der Theilung fortrückt, die Schraube n Umdrehungen bei einer Umdrehung des Getriebes.

Liegt die durch C gehende Achse des Rades horizontal, so steht jene BB' der Schraube vertical, und es müssen die Zähne nicht nur nach der Kreisevolvente für den Grundkreis Ca abgerundet, sondern gegen die Achse unter denselben Neigungswinkel i gestellt werden, welchen die Schraubenlinie mit der Horizontalen bildet.

Anmerkung. Da die Construction nicht leicht ganz genau ausfällt, so läfst man in der Praxis die Zähne des Rades durch die Schraube selbst, d. h. durch eine ihr ganz gleiche Schneidspindel (auf ähnliche Weise, wie das Gewind einer Schraubenmutter eingeschnitten wird) aus- oder einschneiden.

Neuntes Kapitel.

Von den Hindernissen der Bewegung.

§. **226. Reibung.** Alle Körper, selbst die best geglätteten und polirten, besitzen auf ihrer Oberfläche noch gewisse Unebenheiten und Rauhigkeiten, wodurch, wenn ein Körper über einen andern hin bewegt wird, die Erhöhungen des einen in die Vertiefungen des andern eingreifen, und die Bewegung nur dadurch möglich wird, dafs diese Erhöhungen umgebogen, abgebrochen oder über einander weggehoben werden. Der dadurch in der Bewegung erzeugte Widerstand heifst Reibung oder Friction, und dieser kann immer als eine hemmende, der Bewegung entgegen wirkende Kraft angesehen werden.

Dieser Widerstand besteht streng genommen aus zwei verschiedenen Theilen: der Adhäsion der sich berührenden Flächen und der eigentlichen Reibung, und er ist verschieden, je nach der materiellen Beschaffenheit der Körper, der gröfsern oder geringern Rauhigkeit der reibenden Flächen, dem Drucke derselben gegen einander, dem dazwischen gebrachten Schmiermittel, der obwaltenden Temperatur, und endlich dem Zustande der Ruhe oder Bewegung.

Man unterscheidet zwei Gattungen der Reibung: die gleitende, wenn ein Körper über einen andern weggeschoben wird, wozu auch die drehende oder Achsenreibung gehört, und die rollende oder wälzende, wenn ein runder Körper über einen andern wegrollt.

§. **227. Mafs der gleitenden Reibung.** Legt man die eine ebene Fläche des Körpers *B* (Fig. 172), dessen Reibung untersucht werden soll, horizontal, und darauf den zweiten Körper *A*, ebenfalls mit einer ebenen Fläche, welchen man noch, um einen grössern Normaldruck zwischen den reibenden Flächen zu erhalten, mit Gewichten belasten kann, befestigt daran eine Schnur, läfst diese horizontal über eine Rolle *C* gehen, und hängt endlich an das andere Ende eine Wagschale; so wird man durch successives Auflegen von Gewichten auf diese Schale, und zwar so lange, bis entweder die Bewegung eben anfängt, oder durch einen kleinen Anstofs eine gleichförmige Bewegung des Körpers *A* eintritt, dieses Gewicht (jenes der Wagschale mit inbegriffen) die Gröfse oder den Werth der Reibung, und zwar im

ersten Falle von der **Ruhe** aus, im letztern, während der **Bewegung** angeben.

Die Gesetze nun, welche man auf diese Weise durch sehr viele und sorgfältig angestellte Versuche für die gleitende Reibung gefunden hat, sind wesentlich folgende:

1. **Die Reibung ist von der Gröfse der Berührungs- oder Reibungsflächen unabhängig.** Man erklärt sich dieses daraus, dafs bei einer gröfsern Fläche zwar mehr Unebenheiten in einander, dagegen aber, da der Druck auf eine gröfsere Fläche vertheilt wird, nicht so tief eingreifen oder eingedrückt werden; übrigens wird dabei vorausgesetzt, dafs (wie es z. B. bei Fuhrwerken oft geschieht) keine Geleise oder Furchen dabei entstehen.

2. **Die Geschwindigkeit der Bewegung hat auf die Gröfse der Reibung ebenfalls keinen Einflufs.** Es kommen zwar bei einer gröfsern Geschwindigkeit in derselben Zeit mehr Theile zur Berührung, sie haben aber auch nicht Zeit so tief einzudringen; dabei darf jedoch die Geschwindigkeit niemals so grofs werden, dafs eine Erhitzung zwischen den Reibungsflächen eintritt, weil dadurch die Reibung oft bedeutend zunimmt.

3. **Die Reibung ist dem Normaldrucke zwischen den sich reibenden Flächen, sobald dieser schon eine solche Gröfse erreicht hat, dafs die Adhäsion nur mehr einen geringen oder untergeordneten Antheil an dem Widerstande hat, genau proportional.**

4. **Die Reibung ist von der Ruhe aus gröfser als während der Bewegung.** Im erstern Falle scheinen die Unebenheiten (wozu sie Zeit gehabt haben) tiefer einzudringen, als im letztern.

5. **Durch das Einschmieren der sich reibenden Flächen mit passenden Schmiermitteln wird nicht nur die Reibung bedeutend vermindert, sondern zugleich auch aller Unterschied, welcher bei trockener Reibung zwischen Körpern von *verschiedener* Materie besteht, aufgehoben.** Durch passende Schmieren werden nämlich die Poren oder Vertiefungen der Reibungsflächen ausgefüllt.

§. 228. Coefficient und Wirkung der Reibung. Da die Reibung F unter übrigens gleichen Umständen dem Normaldruck Q zwischen den reibenden Flächen proportional, d. i.

$F : F' = Q : Q'$ ist, so folgt $F = \frac{F'}{Q'} Q$, oder, wenn man den Quotienten $\frac{F'}{Q'} = f$ setzt: $F = fQ$.

Diese Verhältnifszahl f, welche man aus Versuchen findet, indem man für die betreffenden Körper bei irgend einem Normaldrucke Q die Gröfse der Reibung F' bestimmt, und mit welcher man den zwischen den reibenden Flächen derselben Körper Statt findenden Normaldruck Q multipliciren mufs, um den Betrag der Reibung F zu erhalten, heifst Reibungscoefficient. Multiplicirt man den Betrag der Reibung mit der Geschwindigkeit der reibenden Flächen, so erhält man die Wirkung oder Arbeit der Reibung, welche sofort, da F dabei constant, der Geschwindigkeit proportional ist.

Anmerkung. Zur Bestimmung der Reibungscoefficienten kann man sich aufser des im vorigen Paragraphe erwähnten horizontalen Tisches auch einer beweglichen schiefen Ebene bedienen. Bildet nämlich die, um eine durch A auf ABC senkrechte Achse bewegliche schiefe Ebene AB (Fig. 97, a) die eine, und die untere Fläche des darauf gelegten Körpers vom Gewichte Q die zweite reibende Fläche, und vergröfsert man nach und nach den Winkel BAC so lange, bis durch einen kleinen Anstofs ein Herabgleiten des Körpers, und zwar mit gleichförmiger Bewegung (wobei dann die Beschleunigung durch die Reibung F aufgehoben wird) eintritt; so ist, wenn p die aus der Zerlegung von Q entstehende parallele Kraft mit AB und q den Normaldruck bezeichnet (§. 109), $p : q = BC : AC$, oder $\frac{p}{q} = f = \frac{BC}{AC} = tang\ \alpha$, wenn W. $BAC = \alpha$ ist.

§. 229. In den nachstehenden beiden Tabellen sind die Reibungscoefficienten f für die in der Anwendung am meisten vorkommenden Körper, und zwar, da bei heterogenen Körpern, wenn diese so lange mit einander in Berührung waren, bis die Reibung ihr Maximum erreicht hat (was z. B. bei Eisen auf Holz 5 bis 6 Tage dauern kann), diese von der Ruhe aus bedeutend gröfser ist, als jene während der Bewegung, in der ersten Tabelle für die Bewegung von der Ruhe aus, und in der zweiten während der Bewegung für verschiedene Zustände der Körper zusammen gestellt.

Tabelle I.

Reibungscoefficienten für die Bewegung von der *Ruhe* aus, wenn die ebenen Flächen durch längere Zeit mit einander in Berührung waren.

Benennung der sich reibenden Körper.		Trocken.	Mit Wasser benetzt.	Oliven-Oel.	Schweinschmalz.	Unschlitt.	Trockene Seife.	Fettig und polirt.	Fettig und benetzt.
		Zustand der Flächen u. Gattung der Schmiere.							
Holz auf Holz	im Minim.	·30	·65	—	—	·14	·22	·30	
	» Mittel	·50	·68	—	·21	·19	·36	·36	
	» Maxim.	·70	·71	—	—	·25	·44	·40	
Metall auf Metall . . .	im Minim.	·15	—	·11	—	—	—	·12	
	» Mittel	·18	—	·12	·10	·11	—	·15	
	» Maxim.	·24	—	·16	—	—	—	·17	
Holz auf Metall oder umgekehrt . .		·60	·65	·10	·12	·12	—	·10	
Hanfseile od. Gurten auf Holz	im Minim.	·50							
	» Mittel	·63	·87						
	» Maxim.	·80							
Starkes Sohlenleder für Liederungen, auf Holz oder Gußeisen	nach der Kante . .	·43	·62	·12	—	—	—	—	·27
	flach . . .	·62	·80	·13					
Riemen von schwarzem Leder auf einer Trommel von.	Holz . . .	·47							
	Gußeisen	·54	—	—	—	—	—	·28	·38
Kalkstein (Roggenstein) auf Kalkstein		·74							
Muschelkalk auf Roggenstein		·75							
Ziegel auf Roggenstein		·67							
Eichenholz auf Roggenstein, über Hirn		·63							
Eisen auf Roggenstein		·49							
Muschelkalk auf Muschelkalk . . .		·70							
Ziegel auf Muschelkalk		·67							

Tabelle II.

Reibungscoefficienten für das Übereinandergleiten ebener Flächen während der *Bewegung.*

Benennung der sich reibenden Körper.		Zustand der Flächen und Gattung der Schmiere.								
		Trocken.	Mit Wasser benetzt.	Oliven-Oel.	Schweinschmalz.	Unschlitt.	Schweinschmalz und Graphit.	Gereinigte Wagenschmiere.	Trockene Seife.	Fettig.
Holz auf Holz . .	im Minim.	·20	—	—	·06	·06	—	—	·14	·08
	» Mittel	·36	·25	—	·07	·07	—	—	·14	·12
	» Maxim.	·48	—	—	·07	·08	—	—	·16	·15
Metall auf Metall	im Minim.	·15	—	·06	·07	·07	·06	·12	—	·11
	» Mittel	·18	·31	·07	·09	·09	·08	·15	·20	·13
	» Maxim.	·24	—	·08	·11	·11	·09	·17	—	·17
Holz auf Metall oder umgekehrt	im Minim.	·20	—	·05	·07	·06	—	—	—	·10
	» Mittel	·42	·24	·06	·07	·08	·08	·10	·20	·14
	» Maxim.	·62	—	·08	·08	·10	—	—	—	·16
Hanfseile, Gurten auf Eichenholz		·45	·332							
dto. dto. Gufseisen		—	—	·15	—	·19				
Sohlenleder, die flache Seite auf Holz oder Metall	roh . . .	·54	·36	·16	—	·20				
	geklopft .	·30	—							
	fett . . .	—	·25							
Dto. mit der Kante (Garnituren bei Kolben oder Pistons)	trocken .	·34	·31	·14	—	·14				
	geschmiert	—	·24							

Anmerkung. Nach Rondelet ist der Reibungscoefficient für trockene pulverisirte Erde = ·94, für angefeuchtete = 1·38, für feinen trockenen Sand = ·69; nach Barlow für feste Erde = 1·4, für leichten Sand = ·8. Nach Rondelet für gut polirten Lyas (liais, Kalkstein von sehr feinem Korn) auf einem gleichen Stein = ·58. Nach Boistard für einen sehr harten, mit dem Pick- und Stockhammer behauenen Kalkstein auf einem gleichen = ·78. Nach Coulomb für Eisen auf Eisen trocken = ·29, geschmiert = ·10, für Kupfer auf Eisen, trocken = ·16 und geschmiert = ·09.

§. 230. Reibung auf der horizontalen Ebene. Liegt ein Körper auf einer horizontalen Ebene MN (Fig. 173), und wird derselbe von einer durch dessen Schwerpunct O gehenden Kraft P

nach der Richtung OA gezogen, so mufs man zur Bestimmung des Einflusses der Reibung die Kraft $P = Oc$ in zwei auf einander senkrechte Kräfte $Oa = p$ und $Ob = q$ zerlegen, wovon die letztere normal auf die Ebene MN wirkt, und den Normaldruck zwischen den reibenden Flächen vermindert, nämlich auf $Q - q$ reducirt, wenn Q das Gewicht des Körpers bezeichnet.

Da nun (§. 228) der Betrag der Reibung $F = f(Q - q)$ ist, wo f aus einer der vorigen Tabellen zu nehmen ist, so mufs, wenn die Kraft p mit diesem Widerstande im Gleichgewichte seyn soll $p = f(Q - q)$, oder da aus $p : P = Oa : Oc$ und $q : P = ac : Oc$, sofort $p = P\frac{Oa}{Oc}$ und $q = P\frac{ac}{Oc}$ folgt, auch $P\frac{Oa}{Oc} = f\left(Q - P\frac{ac}{Oc}\right)$,

$$\text{d. i. } P = \frac{fQ}{\frac{Oa}{Oc} + f\frac{ac}{Oc}} \quad \ldots (1 \text{ seyn.}$$

Anmerkung. Wäre die Kraft P abwärts nach OA' gerichtet, so würde der Normaldruck nicht $Q - q$, sondern $Q + q$ seyn, so, dafs man also in dem vorigen Ausdrucke q oder $\frac{ac}{Oc}$ negativ zu nehmen hat, wodurch (da nun der Nenner kleiner wird) die nöthige Zugkraft P gröfser ausfällt.

Ist OA horizontal oder mit MN parallel, so wird in (1 $ac = o$ und $Oa = Oc$; folglich $P = fQ$, wie es seyn soll.

Wird der Winkel AOa, welchen die Richtung des Zuges mit der Horizontalen bildet, mit α bezeichnet, so ist $\frac{Oa}{Oc} = Cos\,\alpha$ und $\frac{ac}{Oc} = Sin\,\alpha$, daher auch (Formel 1) $P = \frac{fQ}{Cos\,\alpha + f\,Sin\,\alpha}$. Soll die Kraft P am kleinsten werden, so mufs der Nenner dieses Bruches bei gleichen Werthen von Q und f am gröfsten ausfallen, und man findet für diese Bedingung $tang\,\alpha = \frac{ac}{Oa} = f$, d. h. es mufs die trigon. Tangente des Neigungswinkels dem Reibungscoefficienten gleich seyn, wenn die Zugkraft die vortheilhafteste Richtung haben soll; ihre Gröfse ist dann

$$P = \frac{Q\,Sin\,\alpha}{Sin\,\alpha^2 + Cos\,\alpha^2} = Q\,Sin\,\alpha.$$

§. 231. Reibung auf der schiefen Ebene.

Wirkt eine Kraft $P = Oc$ (Fig. 174) durch den Schwerpunct O eines auf der schiefen Ebene AB liegenden Körpers, dessen Gewicht $Q = OE$ ist, nach der Richtung OD, um denselben hinauf zu ziehen, so zerlege man $P = Oc$ in die beiden Kräfte Oa und Ob parallel und senkrecht auf AB, ferner eben so $Q = OE$ in Oe und Od; so ist

$Od - Ob$ der Normaldruck, folglich, wenn in allen Fällen f den Reibungscoefficienten zwischen den reibenden Flächen bezeichnet, $f(Od - Ob)$ der Betrag oder Widerstand der Reibung nach Oe, so, dafs für das Gleichgewicht $Oa = Oe + f(Od - Ob)$ seyn mufs, wenn nämlich durch einen kleinen Anstofs die Kraft P den Körper über die schiefe Ebene hinauf ziehen soll. Soll dagegen die Kraft P den Körper auf der schiefen Ebene blofs erhalten, also am Hinabgleiten hindern, so kommt die Reibung dieser Kraft zu Hilfe, und es ist

$Oa + f(Od - Ob) = Oe$ oder $Oa = Oe - f(Od - Ob)$,

so, dafs man im vorigen Ausdrucke den Reibungscoefficienten f blofs negativ zu nehmen braucht, um daraus den letztern Werth von Oa zu erhalten.

Anmerkung. Ist i der Neigungswinkel der Kraft P mit der schiefen Ebene, α jener der schiefen Ebene mit dem Horizonte, so ist $Oa = Oc \,.\, Cos\, i = P\, Cos\, i$, $Ob = ac = P\, Sin\, i$, $Od = OE\, Cos\, \alpha = Q\, Cos\, \alpha$ und $Oe = dE = Q\, Sin\, \alpha$, folglich, wenn man diese Werthe in den ersten der beiden vorigen Ausdrücke von Oa substituirt, auch $P\, Cos\, i = f(Q\, Cos\, \alpha - P\, Sin\, i) + Q\, Sin\, \alpha$, und daraus $P = \dfrac{Q\,(Sin\, \alpha + f\, Cos\, \alpha)}{Cos\, i + f\, Sin\, i} \dots (1.$

Da der Zähler dieses Bruches für denselben Körper und die nämliche schiefe Ebene constant, dagegen der Nenner nach dem vorigen Paragraphe für $tang\, i = f$ am gröfsten wird, so ist auch dafür wieder, wie vorhin die Kraft P am kleinsten, oder sie wirkt unter diesem Neigungswinkel (wofür $\frac{ac}{aO} = f$) am vortheilhaftesten und hat den Werth $P = Q\, Sin\,(\alpha + i)$.

Ist Od parallel mit der schiefen Ebene, so ist $i = o$, folglich (aus 1)

$$P = Q\,(Sin\, \alpha + f\, Cos\, \alpha) \dots (2.$$

Liegt OD unterhalb Oa, so bringt die jetzt nach abwärts wirkende Seitenkraft Ob ebenfalls einen Druck auf die Ebene hervor, so, dafs jetzt der Normaldruck nicht die Differenz, sondern die Summe $Od + Ob$ beträgt, folglich Ob oder in der Gleichung (1 $Sin\, i$ negativ zu nehmen ist, wodurch

$$P = \frac{Q\,(Sin\, \alpha + f\, Cos\, \alpha)}{Cos\, i - f\, Sin\, i} \dots (2 \text{ wird.}$$

Ist OD horizontal oder parallel mit AC, so ist $i = \alpha$, daher

$$P = \frac{Q\,(Sin\, \alpha + f\, Cos\, \alpha)}{Cos\, \alpha - f\, Sin\, \alpha} = \frac{Q\,(f + tang\, \alpha)}{1 - f\, tang\, \alpha} \dots (3,$$

oder wenn man $AC = b$ und $BC = h$ setzt, auch $\left(\text{wegen } tang\, \alpha = \frac{h}{b}\right)$:

$$P = \frac{Q\,(h + bf)}{b - fh} \dots (4.$$

Wie bereits bemerkt, hat man in allen diesen Formeln den Reibungs-

coefficienten f mit dem entgegengesetzten Zeichen zu nehmen, wenn P nicht die bewegende, sondern nur die erhaltende Kraft seyn soll.

§. **232. Reibung am Keil.** Ist die normale Pressung auf jeder Seite des Keils BAB' (Fig. 175) $= Q$, so ist die beim Eintreiben desselben, der bewegenden Kraft in den Richtungen AB und AB' entgegenwirkende Reibung auf jeder Seite $= fQ$. Verlängert man BA und $B'A$, und schneidet auf den Verlängerungen $AC = AC' = fQ$, d. h. dieser widerstehenden Kraft fQ proportional ab, so gibt die Diagonale AD des Kräftenparallelogramms die Gröfse und Richtung der Resultirenden P' aus der Reibung, und es ist $P' = AD = 2AF$, oder da (wegen Ähnlichkeit der Dreiecke ACF und ABE) $AF : AC = AE : AB$, und daraus $AF = fQ \cdot \frac{AE}{AB}$ folgt, auch $P' = 2fQ \cdot \frac{AE}{AB}$.

Nach §. 113 (Gleich. 2) ist ohne Reibung $P = Q\frac{BB'}{AB}$, folglich, da die senkrecht auf BB' wirkende Kraft K mit dieser Kraft P und der Reibung P' im Gleichgewichte stehen, also $K = P + P'$ seyn mufs, so hat man

$$K = Q \cdot \frac{BB'}{AB} + 2fQ \cdot \frac{AE}{AB}.$$

Ist z. B. $f = \frac{1}{10}$ und etwa auch $\frac{BB'}{AB} = \frac{1}{10}$, in welchem Falle ohne merkbaren Fehler $\frac{AE}{AB} = 1$ gesetzt werden kann; so wird für eine Pressung von $Q = 100$ Pfund, sofort $K = 100 \cdot \frac{1}{10} + 2 \cdot \frac{1}{10} \cdot 100 = 10 + 20 = 30$ Pfd., so, dafs also die nöthige Kraft, mit Rücksicht auf die Reibung (ungeachtet der Reibungscoefficient so klein als möglich angenommen wurde) 3 Mal so grofs, als ohne diese seyn müfste.

Diese Reibung ist übrigens bei den allermeisten Anwendungen des Keils in der Industrie höchst nothwendig und nützlich, weil der Keil ohne dieselbe, auf jeden Schlag, womit er eingetrieben wird, zurückspringen, und überhaupt keine bleibende Pressung, wie z. B. bei der Keilpresse verlangt und nothwendig wird, möglich wäre.

Ist der Keil für die vorhandene Reibung zu stumpf, so springt derselbe auch wirklich zurück, und zwar findet dieses Statt, wenn $P > P'$, d. i. $Q\frac{BB'}{AB} > 2fQ\frac{AE}{AB}$, d. i. $BB' > 2f \cdot AE$ ist. Für das vorige Beispiel von $f = \frac{1}{10}$, würde dieser Fall für $BB' > \frac{1}{5}AE$, dagegen, wenn $f = \frac{1}{6}$, für $BB' > \frac{1}{3}AE$ eintreten oder der Keil zurückspringen.

§. 233. Reibung bei der Schraube. Ist r der mittlere Halbmesser der Spindel (§. 114), also $2 r \pi$ ihr Umfang, ferner bei einem flachen Gewinde h die Höhe eines Schraubenganges, so ist unmittelbar nach der Formel (4 des §. 231. P die am Umfange der Spindel nach der Tangente zur Überwindung der Reibung nöthige Kraft; wirkt aber die Kraft K an einem Hebel von der Länge l, so ist $K = \frac{r}{l} P$, oder, wenn man für P den Werth aus der angezogenen Formel und dabei zugleich $b = 2 r \pi$ setzt:

$$K = \frac{r}{l} Q \frac{h + 2 r \pi f}{2 r \pi - f h} \ldots (1.$$

Die Wirkung oder Arbeit dieser Kraft K ist bei einer Umdrehung $W = K . 2 l \pi$, d. i.

$$W = 2 r \pi Q \frac{h + 2 r \pi f}{2 r \pi - f h} = Q h + Q f \left[\frac{h^2 + 4 r^2 \pi^2}{2 r \pi - f h}\right] \ldots (2.$$

Diese besteht also aus dem Nutzeffecte $Q h$ und der auf Reibung verwendeten Arbeit $Q f [\ldots]$, welche sonach verloren geht.

Für eine Spindel mit scharfem Gewinde findet man die analoge Gleichung

$$W = Q h + \frac{1}{n} f Q \left[\frac{h^2 + 4 r^2 \pi^2}{2 r \pi - f h}\right] \ldots (3,$$

wobei n die Verhältnifszahl der Höhe $o i$ zur Seite $o p$ des gleichschenklichen Dreieckes $o q p$ (Fig. 106, a), welches das Profil des Gewindes bildet, bezeichnet.

Anmerkung. Aufser der Reibung in dem Gewinde kommt gewöhnlich noch eine Reibung der Grund- oder Kreisfläche der Spindel, wie z. B. bei Spindelpressen, Schraubzwingen u. s. w., oder der Schraubenmutter auf einer ihrer Grundflächen, wie z. B. bei der Serviettenpresse vor, welche im §. 235 berechnet wird.

Soll die Schraube nach ausgeübtem Drucke von selbst zurückspringen, so mufs, wie in §. 231 bemerkt wurde, f negativ genommen werden. Hat diese ein flaches Gewind, so wird man diese Zeichenänderung in der obigen Gleichung (1, und aufserdem, um die Grenze zu finden, bei welcher die Reibung noch gerade hinreicht, dem Drucke Q das Gleichgewicht zu halten, $K = o$ setzen, wodurch man $o = h - 2 r \pi f$, und daraus $f = \frac{h}{2 r \pi}$ erhält, woraus sofort folgt, dafs für $f < \frac{h}{2 r \pi}$ (wofür K negativ, also zur erhaltenden Kraft wird) die Spindel zurückspringt, dagegen für $f > \frac{h}{2 r \pi}$ durch die blofse Reibung festhält.

Ist z. B. $f = \frac{1}{8}$, so mufs für den erstern Fall $\frac{h}{2 r \pi} > \frac{1}{8}$, d. i. nahe $h > \frac{4}{5} r$

seyn; da aber dadurch die Steigung des Gewindes für eine einfache Schraube zu bedeutend wäre, und ohne die Mutter unverhältnifsmäfsig dick zu machen, nicht die für die Tragkraft nöthige Gewindezahl erhalten könnte; so wendet man dabei gewöhnlich eine doppelte oder dreifache Schraube (§. 114, Anmerk.) an.

§. 234. Reibung an den Zähnen der Räder. Sind die Halbmesser der beiden in einander greifenden Räder einander gleich und die Verzahnung richtig ausgeführt, so ist die Curve der Krümmung des Zahnkopfes des führenden Rades eben so lang, als die Flanke des Zahnes des geführten Rades, so, dafs also hierbei nur eine wälzende Reibung zwischen Kopf und Flanke beider Zähne eintritt, die füglich vernachläfsigt werden kann. Je verschiedener jedoch die Halbmesser dieser beiden Räder sind, desto mehr verwandelt sich diese wälzende in eine gleitende Reibung.

Ist P die Pressung zwischen den Zähnen, m und m' die Anzahl derselben in den beiden Rädern, so findet man den Betrag der Reibung zwischen den Zähnen $= fP\pi\left(\frac{1}{m}+\frac{1}{m'}\right)$. . . (1, also die Arbeit oder Wirkung derselben, wenn v die Geschwindigkeit eines Punctes im Theilkreis des einen oder andern Rades ist:

$$W = fP\pi v\left(\frac{1}{m}+\frac{1}{m'}\right) \;.\;.\;. \;(2.$$

Anmerkung. Obschon sich in der Theorie die Ansicht vertheidigen läfst, dafs der für die gleitende Reibung geltende Coefficient f hier um $\frac{1}{n}$ vermindert, oder in $\left(1-\frac{1}{n}\right)f$ verwandelt werden mufs, wenn n das Verhältnifs zwischen der Länge der Curve des Zahnkopfes des einen, und der Länge der Flanke des Zahnes des andern Rades (so weit nämlich diese Längen mit einander in Berührung kommen) bezeichnet; so wäre es gleichwohl eine unnütze Subtilität, dieses Verfahren in der Anwendung beobachten zu wollen, und man geht jedenfalls sicher, auch hier für den Reibungscoefficient f den entsprechenden Werth aus der obigen im §. 229 angegebenen zweiten Tabelle zu nehmen.

§. 235. Reibung eines Cylinders auf seiner Basis. Um die Reibung der Kreisfläche des Zapfens einer stehenden Welle W zu finden, sey $ac = r$ (Fig. 176) der Halbmesser des Zapfens und Q das Gewicht der Welle oder der zwischen der Basis des Zapfens und der Pfanne in der Richtung der Achse Statt findende Druck, folglich fQ der Betrag der Reibung.

Da nun diese Reibung eben so wie der Druck Q auf alle Puncte der Kreisfläche ca gleichförmig vertheilt ist, so kann man die auf einen unendlich schmalen Sector acb der reibenden Kreisfläche vom Mittelpuncte c gegen den Umfang ab kommenden kleinen Reibungen, als lauter auf dem Halbmesser ci senkrecht stehende parallele Kräfte ansesen, deren Summe der Dreiecksfläche acb proportional ist, und deren Resultirende sonach durch den Schwerpunct dieses kleinen Dreieckes, welcher also (§. 48) um $\frac{2}{3}r$ von c gegen i liegt, geht. Da nun dasselbe von allen den rings herum liegenden kleinen Sectoren gilt, welche die Kreisfläche ausmachen, so folgt, daſs man sich die ganze Reibung auf dem einzigen, mit dem Halbmesser $\frac{2}{3}r$ aus c beschriebenen Kreis vereinigt denken kann, wobei man diesen Halbmesser $\frac{2}{3}r$ den Hebelsarm der mittlern Reibung nennt.

Um also die Wirkung oder Arbeit dieser Reibung während einer Umdrehung des Zapfens oder der Welle zu erhalten, muſs man die Reibung fQ mit dem Umfange dieses eben genannten Kreises multipliciren, und dieſs gibt $$W = \frac{4}{3}r\pi fQ \ldots (1.$$

Ist z. B. der stehende Zapfen aus Guſseisen, und läuft dieser auf einer Stahl- oder Guſseisenplatte als Unterlage, so ist, wenn gehörig geschmiert wird, $f = \cdot 07$, folglich, wenn etwa $Q = 2000$ Pfund und $r = 2$ Zoll wäre, sofort $W = \frac{4}{3} \times \frac{2}{12} \times 3{\cdot}14 \times \cdot 07 \times 2000 = 97{\cdot}6^{\text{F.Pf.}}$

Anmerkung. Da die Wirkung der Reibung mit dem Halbmesser r abnimmt, so muſs man die Zapfen nur so dick machen, als es die Festigkeit unumgänglich erfordert; oft verjüngt man dieselben, oder läſst sie in ein Kugelsegment auslaufen, in welchem Falle man für r den Halbmesser des Berührungskreises mit der Unterlage nimmt, der wegen der Zusammendrückbarkeit und Abnützung des Metalles immer einen gewissen Werth hat.

§. 236. Drehende oder Zapfenreibung. Liegt der cylinderische Zapfen C (Fig. 177) einer horizontalen Welle in seinem Lager A, nämlich in einem Theile oder Segmente eines hohlen Cylinders von etwas gröſserem Halbmesser, und wird dieser Zapfen um seine Achse C nach der angedeuteten Richtung umgedreht; so entsteht, da derselbe nicht wie auf einer horizontalen Ebene fortrollen kann, sondern nur bis zu einem Puncte m, für welchen die nach der Tangente MF wirkende Seitenkraft der Reibung (welche als eine nach mM wirkende Kraft angesehen werden kann), gleich ist, hinaufsteigt, eine gleitende Reibung, welche sich auf folgende Art bestimmen läſst:

Es sey Rmd die Gröſse und Richtung der Resultirenden aus allen auf den Zapfen wirkenden Kräften (wie z. B. die darauf ruhende Last und

die Kraft, welche die Welle umdreht), welche in die beiden, auf einander senkrechten Kräfte ma und mb zerlegt, beziehungsweise die Tangentialkraft und den Normaldruck bezeichnen; so ist der Betrag der Reibung

$$P = f.mb \;\ldots (1,$$

folglich nach der genannten Bedingung für das Gleichgewicht $f.mb = ma$, oder $f = \frac{ma}{mb}$. Da aber aus dem rechtwinklichten Dreiecke mbd sofort

$$R = \sqrt{(mb^2 + ma^2)} = mb \sqrt{\left[1 + \left(\frac{ma}{mb}\right)^2\right]} = mb\sqrt{(1 + f^2)},$$

also $mb = \frac{R}{\sqrt{(1 + f^2)}}$ ist, so erhält man auch, wenn dieser Werth in Gleich. (1 substituirt wird, für die Reibung den Ausdruck

$$P = \frac{fR}{\sqrt{(1 + f^2)}} \ldots (2.$$

Da man den Reibungscoefficienten f in allen vorkommenden Fällen kleiner als $\frac{1}{3}$ annehmen kann, so ist auch $\sqrt{(1 + f^2)} < \sqrt{(1 + \frac{1}{9})}$, nämlich kleiner als 1·05, so, daſs man in der Anwendung ohne Fehler $\sqrt{(1 + f^2)} = 1$ setzen kann, in welchem Falle sich aber der vorige Ausdruck (2 auf den einfachern

$$P = fR \ldots (3$$

reducirt, gerade so, als ob der Druck R normal auf die Berührungsflächen Statt fände, die Richtung von R nämlich durch den Mittelpunct C ginge.

Was dabei die Werthe von f betrifft, so haben die Versuche gezeigt, daſs diese etwas kleiner, als jene der Tabelle II in §. 229 sind, und obschon man sich in der Anwendung auch dieser Werthe ohne Bedenken bedienen könnte, so theilen wir dennoch in der nachstehenden Tabelle die für die drehende Reibung gefundenen Coefficienten f mit.

Um endlich noch die Arbeit der Reibung während einer Umdrehung der Welle zu erhalten, so hat man, wenn r der Halbmesser des Zapfens ist: $W = 2r\pi . fR \ldots (4,$ wenn man nämlich den einfachen Ausdruck (3 für die Reibung nimmt.

Anmerkung. Bleibt der Zapfen, wie bei den Wagenachsen fest, und dreht sich dagegen das Rad, dessen Mittelpunct in C (Fig. 178) seyn soll, um den Zapfen; so bleibt wohl der Betrag der Reibung P derselbe, dagegen wird, da jetzt unter r der Halbmesser der Büchse (die, des nöthigen Spielraums wegen, immer etwas gröſser als die Dicke des Zapfens ist) zu verstehen ist, die Wirkung der Reibung in (3 gröſser, so, daſs also diese Art der Bewegung in etwas nachtheiliger ist, als wenn der Zapfen um seine Achse umläuft.

Dafs übrigens die Länge der Achse auf die Gröfse der Reibung keinen Einflufs hat, zeigen unter andern auch die obigen Formeln (2 und (3.

§. 237. Die nachstehende Tabelle enthält die Coefficienten f der drehenden Reibung nach den Versuchen von Morin.

Tabelle III
für die Reibungscoefficienten der Zapfen in ihren Pfannen oder Lagern während der *Bewegung*.

Benennung der sich reibenden Körper.	Zustand der Flächen und Gattung der Schmiere.							
	Trocken oder sehr wenig fettig.	Fettig und mit Wasser benetzt.	Geschmiert und mit Wasser benetzt.	Oel, Unschlitt oder Schweinschmalz: auf gewöhnliche Art.	Oel, Unschlitt oder Schweinschmalz: beständig erneuert.	Sehr weiche und gereinigte Wagenschmiere.	Schweinschmalz mit Graphit.	Fettig.
Bronce auf Bronce	—	—	—	·097				
dto. auf Gufseisen . . .	—	—	—	—	·049			
Eisen auf Bronce	·251	·189	—	·075	·054	·090	·111	
dto. auf Gufseisen	—	—	—	·075	·054			
Gufseisen auf Gufseisen . .	—	·137	·079	·075	·054	—	—	·137
dto. auf Bronce . . .	·194	·161	—	·075	·054	·065	—	·166
Eisen auf Guajakholz . . .	·188	—	—	·125				
Gufseisen auf Guajakholz .	·185	—	—	·100	·092	—	·109	·140
Guajak auf Gufseisen . . .	—	—	—	·116	—	—	—	·153
dto. auf Guajak	—	—	—	—	·070			

Beispiel. Welchen Theil der Arbeit der bewegenden Kraft absorbirt die Zapfenreibung bei einem Wasserrade von 150 Centner im Gewichte, dessen horizontale Welle mit zwei 6 Zoll dicken in broncenen Lagern laufenden gufseisernen Zapfen versehen ist, die fortwährend mit Oel eingeschmiert werden?

Da der Betrag der Reibung derselbe ist, man mag jeden Zapfen nur mit dem halben Gewichte des Rades belastet annehmen, und dann beide Reibungen addiren, oder sich die ganze Last auf einem einzigen Zapfen ruhend denken; so erhält man nach dieser letztern, als einfachern Ansicht, wegen $r = 3$ Zoll $= \frac{1}{4}$ Fufs, $R = 15000$ Pfund, und nach der vorigen Tabelle $f =$ ·075, aus der Formel (4 des vorigen Paragraphes für die Arbeit der Reibung während einer Umdrehung des Rades

$$W = \frac{2}{4} \times 3{\cdot}1415 \times {\cdot}075 \times 15000 = 1767^{\text{F. Pf.}}$$

Macht das Rad per Minute 10 Umdrehungen, so ist die per Secunde auf die Zapfenreibung verwendete Arbeit

$$E = \frac{10}{60} . 1767 = 294{\cdot}5^{\text{ F. Pf.}} = \frac{294{\cdot}5}{430}$$

oder nahe $\frac{7}{10}$ Pferdekraft.

Würden die Zapfen nicht gehörig, d. i. nur selten eingeschmiert, und dabei noch immer dem Naſswerden ausgesetzt, so wäre $f = {\cdot}161$, und dafür $E = \frac{633}{430}$, d. i. nahe $1\frac{1}{2}$ Pferdekraft.

Anmerkung. Da die Wirkung der Reibung mit dem Halbmesser r der Zapfen zunimmt, so ist es wichtig, diese aus einem sehr festen Materiale, wie z. B. aus Eisen oder Stahl, und dabei nicht dicker zu machen, als es für die Festigkeit und Haltbarheit unumgänglich nothwendig ist. Aus diesem Grunde wendet man besonders dort, wo es sich nur, wie z. B. bei Pendeln, Wagen u. dgl. um kleine Oscillationen handelt, die sogenannten Messerschneiden, d. i. sehr scharfe dreiseitige Prismen an, welche nach einem äuſserst kleinen Halbmesser r abgerundet sind, wodurch der Werth der Reibung beinahe verschwindet.

§. 238. Zapfenreibung am Rad an der Welle.

Sind R, r, r' die Halbmesser des Rades, der Welle und der Zapfen, Q die zu hebende Last, G das Gewicht der Welle sammt allem, was die Zapfen zu tragen haben, und P die ebenfalls lothrecht wirkende Kraft, welche mit der Last Q und der Reibung im Gleichgewichte stehen soll; so ist der Druck auf die Zapfen (wobei man, wie vorhin wieder nur einen in Rechnung bringt) $= Q + G + P$, folglich die Reibung, wenn man Kürze halber $\frac{f}{\sqrt{(1 + f^2)}} = f'$ setzt (§. 236, Gleichung 2) $= f'(Q + G + P)$, und das statische Moment derselben (welche am Umfange des Zapfens, also in der Entfernung r' von der Drehachse Statt findet) $= r'f'(Q + G + P)$; für das Gleichgewicht ist also (§. 100) $PR = Qr + r'f'(Q + G + P)$, woraus sofort für die Gesammtkraft $P = \frac{Qr + (Q + G)f'r'}{R - f'r'}$. . . (1, folgt, und wobei man in der Regel statt f' den Reibungscoefficient f selbst und seinen Werth wieder aus der Tabelle III nehmen kann.

Ohne Reibung wäre (wie in §. 100) wegen $f' = o$ sofort

$$P' = \frac{Qr}{R}.$$

Anmerkung. Für die Rolle ist $R = r$, und da man dabei das Gewicht derselben vernachläſsigen oder $G = o$ setzen kann, so folgt aus der vorigen Gleichung (1 dafür

$$P = Q\frac{r + fr'}{r - fr'} \ . \ . \ . \ (2,$$

so, daſs also die Gröſse der Reibung $P - Q = \frac{2fr'}{r - fr'}Q$ ist.

Wirkt die Kraft P nicht lothrecht oder parallel mit Q und G, so mufs man durch Zusammensetzung der Kräfte Q, G und P die Resultirende $\mathfrak{R}$ suchen, und diese anstatt der Summe $Q + G + P$ in der obigen Formel (1 setzen; indefs dürfte eine solche genaue Rechnung in der Anwendung kaum jemals nothwendig seyn.

§. 239. Zapfenreibung am Flaschenzuge.

Haben die Rollen (Fig. 276, 3) in der Kehle oder dem Schnurlauf alle denselben Halbmesser R, und ist r jener ihrer Zapfen, so ist nach der vorigen Gleichung (2, wenn man Kürze halber

$$\frac{R + fr}{R - fr} = m \ldots (1$$

setzt, die Kraft, welche an einer Rolle mit der Last Q' und der Reibung im Gleichgewichte steht $p = mQ'$.

Sind die Spannungen der Schnüre von der ersten, an der festen oder unbeweglichen Flasche befestigten, bis zur letzten, woran die Kraft P wirkt, der Reihe nach t_1, $t_2 \ldots t_{n+1}$ für n Rollen oder tragende Schnüre; so ist also $t_2 = m t_1$, $t_3 = m t_2 = m^2 t_1$,

$$t_4 = m t_3 = m^3 t_1 \ldots t_{n+1} = P = m^n t_1 \ldots (a.$$

Die Last Q (das Gewicht der untern oder beweglichen Flasche, sammt ihren Rollen mit inbegriffen) ist = der Summe aus allen Spannungen der tragenden Schnüre, also

$$Q = t_1 + t_2 + \ldots + t_n = t_1(1 + m + m^2 + \ldots + m^{n-1}) = t_1 \frac{m^n - 1}{m - 1}.$$

Wird die vorige Gleichung (a durch diese letztere dividirt, so erhält man, wenn dann gleich mit Q multiplicirt wird, für die Kraft mit Rücksicht auf die Zapfenreibung:

$$P = \frac{Q m^n (m - 1)}{m^n - 1} \ldots (2.$$

Sind z. B. 6 Rollen, also eben so viele tragende Schnüre vorhanden, hat ferner jede Rolle einen Durchmesser von 8 Zoll, und jeder Zapfen eine Dicke von 1 Zoll, und ist endlich $f = {\cdot}1$; so wird wegen $n = 6$, $R = 4$, $r = \frac{1}{2}$, also $m = \frac{4 + {\cdot}05}{4 - {\cdot}05} = 1{\cdot}025$ und $m^n = (1{\cdot}025)^6 = 1{\cdot}16$ sofort nach der vorigen Formel (2: $P = {\cdot}181\, Q$, so, dafs also bei diesem Flaschenzuge, bei welchem ohne Reibung (§. 98) $P = \frac{1}{6} Q = {\cdot}167\, Q$ wäre, die Zapfenreibung eine Kraft von $({\cdot}181 - {\cdot}167)\, Q = {\cdot}014\, Q$ absorbirt. Ist z. B. $Q = 1000$ Pfund, so erfordert die Achsenreibung eine Kraft von 14 Pfund. Übrigens mufs, wie wir weiter unten sehen werden, wegen der Steifheit der Schnüre, auch diese Kraft von

$$167 + 14 = 181 \text{ Pfund}$$

noch um etwas vergröfsert werden.

§. 240. Reibung eines Seiles über einen Cylinder. Es sey ein Seil, an dessen einem Ende die Last Q hängt, über einen horizontal liegenden, nicht drehbaren Cylinder C (Fig. 179) vom Halbmesser r, und zwar über den Bogen Aab geschlagen, und es soll eine an dem andern Ende desselben wirkende Kraft P sowohl die Last Q als auch die Reibung, welche das Seil auf dem genannten Bogen des Cylinders erleidet, überwinden.

Theilt man zur Bestimmung dieser Kraft P den Bogen Aab in sehr viele gleiche Theile und zieht in den Theilungspuncten A, a, b... die Tangenten, welche sich in den Puncten m, n . . . schneiden; so ist die Spannung des Seils nach $mA = Q$, jene t_1 von m nach n ist $= Q +$ der Reibung, welche das Seil über den kleinen Bogen Aa erfährt, es ist nämlich $t_1 = Q + fp$, wenn f der Reibungscoefficient und p der Normaldruck des Seils gegen den Bogen Aa ist. Es ist aber, wenn man das Parallelogramm Amh ergänzt, wobei $ma = mA$ ist, sofort $p = mh$, wenn man $mA = ma$ für Q nimmt; da aber die Dreiecke mAh und AaC ähnlich sind, so folgt $Am : mh = AC : Aa$ oder $Q : p = r : s$ (wenn man den erwähnten sehr kleinen Bogen Aa, welchen man mit seiner Sehne verwechseln darf, $= s$ setzt), und daraus folgt $p = \frac{Qs}{r}$, so, daſs also

$$t_1 = Q + f\frac{Qs}{r} = Q\left(1 + \frac{fs}{r}\right)$$

wird.

Eben so findet man für die Spannung des Seils in der folgenden Tangente nb: $t_2 = t_1\left(1 + \frac{fs}{r}\right) = Q\left(1 + \frac{fs}{r}\right)^2$, wenn man nämlich für t_1 substituirt; dann wieder $t_3 = Q\left(1 + \frac{fs}{r}\right)^3$ u. s. f., also, wenn man den Bogen Aab in n gleiche sehr kleine oder Elementarbögen s getheilt hat, $t_n = P = Q\left(1 + \frac{fs}{r}\right)^n$.

Ist S die Gröſse des von dem Seile umspannten Bogens, also $S = ns = ri$, wenn i den entsprechenden Mittelpunctswinkel dieses Bogens S bezeichnet; so läſst sich in der Voraussetzung, daſs s unendlich klein, also n unendlich groſs ist, diese letztere Formel auf die Form

$$P = Qe^{fi} \text{. . . (1}$$

bringen, wenn $e = 2{\cdot}71828$ die Grundzahl der natürlichen Logarithmen ist*).

*) Es ist nämlich bei dieser Bezeichnung $P = Q\left(1 + \frac{fi}{n}\right)^n = Q(1 + f\alpha)^n$,

Wird das Seil n Mal um den Cylinder geschlagen, so ist $i = 2n\pi$ und daher $P = Q e^{2n\pi f}$. . . (2, wobei also die Dicke des Cylinders keinen Einfluſs hat.

Setzt man, um die mit der Zahl der Umwicklungen sehr rasch zunehmende Reibung nachzuweisen oder anschaulich zu machen, in dieser Formel (2 den Reibungscoefficienten, wie er für neue Seile auf Holz angenommen werden kann, $f = \frac{1}{3}$ und der Reihe nach $n = 0, 1, 2, 3, 4$...; so erhält man für P beziehungsweise die Werthe Q, $8Q$, $66Q$, $530Q$, $4348Q$ u. s. w.

Soll P nicht die bewegende, sondern die bloſs erhaltende Kraft seyn, so daſs also die Reibung dabei zu Statten kommt, so muſs wieder (wie in §. 231) f negativ genommen werden, oder, was auf dasselbe führt, man darf in der vorigen Gleichung (2 nur P mit Q vertauschen, wodurch $P = \frac{Q}{e^{2n\pi f}}$, also für den vorigen Werth des Reibungscoefficienten und für $n = 1, 2, 3$... sofort $P = \frac{1}{8}Q, \frac{1}{66}Q, \frac{1}{530}Q$... wird.

So kann ein Faſszieher, wenn er beim Hinablassen eines vollen Fasses in einen Keller, das dabei angewendete Seil 3 Mal um einen quer über die Kellerthür gelegten runden Baum umwickelt, mit einer Kraft von nur 25 Pfund, eine Last von $530 \times 25 = 13250$ Pfund oder $132\frac{1}{2}$ Centner ohne Gefahr hinablassen.

§. 241. Wälzende oder rollende Reibung.

Aus den hierüber angestellten Versuchen ergibt sich, daſs die wälzende Reibung sehr nahe dem Drucke direct und dem Durchmesser der Walze oder Rolle verkehrt proportional ist. Haben nämlich zwei Walzen oder Rollen die Halbmesser r und r', werden diese mit den Gewichten Q und Q' gegen die Unterlagen gedrückt und sind F und F' die entsprechenden Reibungen oder Wälzungswiderstände; so ist $F : F' = \frac{Q}{r} : \frac{Q'}{r'}$. Ist dann für irgend einen Werth von Q' und r' die Reibung F' durch Ver-

wenn man den unendlich kleinen Mittelpunctswinkel $\frac{i}{n}$ indeſs $= \alpha$ setzt, und da $(1 + f\alpha)^n = 1 + nf\alpha + \frac{n(n-1)}{1.2} f^2 \alpha^2 + \ldots$, oder weil für $n = \infty$ sofort $n - 1 = n - 2 \ldots = n$ wird, auch $(1 + f\alpha)^n = 1 + f.n\alpha + f^2 \frac{(n\alpha)^2}{1.2} + f^3 \frac{(n\alpha)^3}{1.2.3} + \ldots$, oder wegen $n\alpha = i$ endlich $(1 + f\alpha)^n = 1 + fi + \frac{(fi)^2}{1.2} + \frac{(fi)^3}{1.2.3} + \ldots = e^{fi}$ nach einem bekannten Satze der höhern Analysis ist, sofort $P = Qe^{fi}$.

suche gefunden und setzt man $\frac{F'r'}{Q'} = f'$; so ist $F = f'\frac{Q}{r}$ die Reibung zwischen denselben Körpern, bei beliebigen Werthen von Q und r.

Was den Reibungscoefficienten f' betrifft, so ist dieser, wenn r in Wiener Zoll ausgedrückt wird, für Walzen aus Guajak- auf Eichenholz $= \frac{1}{54}$ und für Walzen aus Ulmenholz, welche auf einer eichenen Unterlage rollen, $= \frac{1}{32}$.

Rollt z. B. ein Rad aus Ulmenholz von 4 Fufs Durchmesser auf einer horizontalen Unterlage aus Eichenholz, so wird $F = \frac{1}{32} \cdot \frac{Q}{24} = \frac{Q}{768}$, so, dafs also an der Peripherie des Rades eine Kraft von einem Pfund dasselbe fortrollen kann, selbst wenn es mit 768 Pfund gegen die Unterlage geprefst wird; die gleitende Reibung würde in diesem Falle, so günstig als möglich, nämlich f nur mit ·06 angenommen, gleichwohl 46 Pfund betragen.

Wegen diesem geringen Betrag kann man die wälzende Reibung, wenn die Unterlage fest und glatt genug ist, in der Regel immer vernachläfsigen.

Grofse Lasten werden daher oft auf Walzen oder Kugeln, unter welche man Breter oder Pfosten legt, fortbewegt. Ist der Boden weich oder leicht zusammendrückbar, so entstehen, wie z. B. bei Wagenrädern, Furchen oder Geleise, wodurch, weil die Räder dann wie über eine schiefe Ebene hinaufsteigen müssen, ferner von beiden Seiten (an den Radfelgen) eine gleitende Reibung eintritt, der Wälzungswiderstand viel bedeutender wird.

§. 242. Frictionsrollen. Zur Verminderung der gleitenden Reibung und um diese zum Theil in eine wälzende zu verwandeln, benützt man sehr oft die sogenannten Frictionsrollen, deren Anwendung durch folgende Beispiele erläutert werden soll.

1. Anstatt z. B. das Prisma A (Fig. 180), welches in einer Maschine (z. B. der Wagen in einer Metallhobelmaschine) zur hin- und hergehenden horizontalen Bewegung bestimmt seyn kann, unmittelbar auf seiner festen Unterlage B gleiten zu lassen, bringt man kleine Rollen C, wovon hier nur eine (welche auch, wie bei den Wellzapfen in §. 238, für die Rechnung hinreicht) angedeutet ist, so an, dafs sich diese, als feste Rollen, nur um ihre Achsen, welche senkrecht auf die Richtung der hin- und hergehenden Bewegung von A gelegt werden, umdrehen und das darauf ruhende Prisma A nach der Tangente der Rollen bewegt.

Ist Q der Druck zwischen A und C, R der Halbmesser der Rolle und r jener des Zapfens, so ist die Reibung in der Pfanne $= fQ$ und ihr statisches Moment $= rfQ$. Ist nun zur Überwindung derselben in C nach der Tangente die Kraft F nöthig, so ist

$$RF = rfQ \quad \text{oder} \quad F = \frac{r}{R} fQ \ldots (m,$$

während ohne diese Rolle zur Überwindung der entstehenden gleitenden Reibung von A auf B eine Kraft $F' = fQ$ nothwendig wäre; es wird also durch die Anwendung von Frictionsrollen (selbst, wenn man für f in beiden Fällen dieselben Werthe gelten läfst, obschon sie im erstern Falle bei der drehenden Reibung, auch schon, weil man die Schmiere leichter erneuern kann, immer etwas kleiner sind) die Reibung im Verhältnifs der Durchmesser der Rollen zur Dicke der Zapfen vermindert.

Wäre der Umfang der Rolle und die untere Fläche des Prisma A so glatt, dafs die gleitende Reibung F' kleiner, als die zur Umdrehung der Rollen nöthige Kraft F ausfiele, so würden die Rollen stehen bleiben, und das Prisma darüber weg gleiten, ein Umstand, der sich z. B. im Winter bei den Wagenrädern öfter ereignet, wo durch das Gefrieren der Schmiere in der Radbüchse die drehende Reibung vergröfsert, dagegen durch die Schnee- oder Eisbahn die gleitende Reibung vermindert wird. Ist f' der Reibungscoefficient für die drehende, und f jener für die gleitende Reibung, so mufs, damit diese Erscheinung eintritt

$$fQ < \frac{r}{R} f'Q, \text{ d. i. } f < \frac{r}{R} f' \text{ seyn.}$$

§. **243.** 2. Ruht der Zapfen C (Fig. 181) einer Welle, anstatt auf einer festen Unterlage, auf den Rollen A, A', welche sich um ihre Achsen drehen können; so entsteht, wenn man den in der Richtung CD Statt findenden Druck Q des Zapfens C in die zwei Normaldrücke $Ca = q$ und $Ca' = q'$, welche durch die Achsen der Rollen gehen, zerlegt, die Reibung an der Rolle A nach der vorigen Formel (m, wenn R und r wieder dieselbe Bedeutung haben, $\frac{r}{R} fq$, und eben so an der Rolle A', wenn R' und r' die Halbmesser der Rolle und des Zapfens sind, $\frac{r'}{R'} fq'$, so, dafs also die gesammte Reibung

$$F = f\left(\frac{r}{R} q + \frac{r'}{R'} q'\right) \ldots (n \text{ ist.}$$

Sind, wie gewöhnlich, die Rollen gleich grofs, also $R' = R$, $r' = r$, und ist auch $q' = q$; so wird einfacher $F = 2 \frac{r}{R} fq$, während die Reibung des Zapfens C in einer Pfanne, oder wenn die Rollen keine Achsendrehung hätten: $F' = 2fq$, also im Verhältnifs von $r : R$ gröfser wäre.

§. **244.** 3. Auf dieselbe Art findet man auch, wenn die Rollen, indem sie sich um ihre Achsen oder Zapfen drehen, gleichzeitig auf einer horizontalen Ebene fortrollen, und die Last Q mittelst eines Gestelles (Fig. 182), wie bei einem Wagen, fortbewegen sollen, dafs

die Kraft, welche nach horizontaler Richtung die Reibung überwindet (indem man §. 241, Anmerk. die in A Statt findende rollende Reibung bei einer festen und ebenen Unterlage vernachläſsigt),

$$F = \frac{r}{R} f Q \text{ ist.}$$

Die Reibung wird also auch hier wieder im Verhältniſs von R zu r vermindert, woraus der Vortheil der dünnen Radachsen und groſsen Räder bei Wägen hervorgeht.

Ist z. B. $R = 2\frac{1}{2}$ Fuſs, $r = 2$ Zoll u. $f = \frac{1}{8}$, so wird $F = \frac{2}{30} \cdot \frac{1}{8} Q = \frac{1}{120} Q$; wäre also die Zugkraft eines Pferdes = 100 Pfund, so wäre für $F = 100$, sofort $Q = 12000$, oder ein Pferd könnte auf einem Wagen eine Last von 120 Centner fortschaffen. Da man jedoch in der Anwendung auf ein Pferd selten mehr als 12 bis 15 Centner Ladung rechnet, so folgt, daſs die übrigen dabei vorkommenden Hindernisse bei weitem gröſser seyn müssen.

Nach Rumford's und Bevan's Versuchen ist bei Wägen mit 3 bis 4 Fuſs hohen Rädern auf horizontalen Straſsen der Widerstand oder das Verhältniſs der Zugkraft zur gesammten Last Folgendes:

Im tiefen Sande	$\frac{1}{8}$.
Im frischen Schotter	$\frac{1}{9}$.
Auf sehr sandigem Boden	$\frac{1}{12}$.
Auf sandigem Boden	$\frac{1}{17}$.
Auf nur etwas sandigem Boden	$\frac{1}{19}$.
Auf gutem Erd- oder Feldwege	$\frac{1}{25}$.
Auf einer reinen chaussirten Straſse . . .	$\frac{1}{33}$.
Auf einer gepflasterten Straſse, im Schritt . .	$\frac{1}{40}$.
Dto. dto. dto. im Trabe . .	$\frac{1}{14}$.

Auf Eisenbahnen nimmt man diesen Widerstand im Durchschnitt zu $\frac{1}{200}$ an, welcher (da die rollende Reibung von etwa $\frac{1}{1000}$ des Gewichtes dabei ganz vernachläſsigt werden kann) bloſs von der Achsenreibung der Räder herrührt.

In tiefem Sande könnte also 1 Pferd (von 100 Pfund Zugkraft) nur 8, dagegen auf einer guten Eisenbahn 200 Centner fort bewegen, wenn die Wägen in beiden Fällen die nämlichen sind.

§. **245. Der Prony'sche Zaum.** Um schlieſslich noch von der Reibung eine Anwendung zu zeigen, wollen wir den von Prony angegebenen Apparat zur Bestimmung der Leistungsfähigkeit eines Wasserrades, einer Dampfmaschine u. s. w. hier erklären.

Ist C (Fig. 183) die horizontale Welle des Wasserrades oder Schwungrades der Dampfmaschine u. s. w., so umgibt man einen Theil derselben, welcher entweder schon cylindrisch ist, oder durch Anbringung eines concentrischen Ringes für den Versuch so hergestellt wird, mit einem aus einem Balken oder Hebel AB und einem darüber liegenden und mit Schraubenbolzen daran befestigten hölzernen Deckel oder

Sattel DE bestehenden Zaum oder **Bremsdynamometer** in der Art, dafs man durch Anziehen oder Nachlassen der Schraubenmuttern a, a, die Reibung des Zapfens C in dieser dadurch entstehenden hölzernen Pfanne beliebig vergröfsern oder vermindern kann. Die dadurch an dem Umfange der Welle C erzeugte Reibung kann als eine Last Q angesehen werden, welche an einer um diese Welle sich aufwickelnden Schnur hängt, so, dafs man also durch das genannte mehr oder weniger Anziehen der Schrauben, diese Last Q beliebig vergröfsern oder verkleinern kann.

Hat man daher bei dem Versuche, bei welchem die Welle C die normale Geschwindigkeit erlangt haben soll, in die in A aufgehangene Wagschale so lange Gewichte aufgelegt, und die Schraubenmutter a, a durch beständiges Reguliren so angezogen, dafs der Hebel AB (kleine Oscillationen abgerechnet) dabei horizontal bleibt, so hat sich die Last oder Reibung Q mit der Kraft P in's Gleichgewicht gestellt, und es ist, wenn $Cb = r$ der Halbmesser der Welle, und $CF = l$ die Länge des Hebels, an dessen Endpunct A das Gewicht P (das auf diesem Puncte A auf die im §. 78 angegebene practische Weise reducirte Gewicht des Hebels und das der Wagschale mit eingerechnet) aufgehängt ist, sofort $Qr = Pl$. Dreht sich nun die Welle beim normalen Gange des Rades oder der Maschine per Secunde n Mal um, so ist die Arbeit der Reibung, also auch jene des Motors, während einer Secunde $= Q . 2 r \pi . n$, oder in Pferdekräften ausgedrückt, wenn die Anzahl derselben $= N$ ist (§. 178): $2 \pi n Q r = 430 N$, und wenn man für Qr den Werth aus der vorigen Gleichung setzt, auch $2 \pi n P l = 430 N$, woraus sofort $N = \frac{n \pi P l}{215} = \cdot 0146 \, n P l \ldots (1$ folgt, wobei man aber P in Pfunden und l in Fufsen substituiren mufs.

Macht z. B. beim normalen Gange, also auch während des Versuches (worauf man dabei sehen mufs) die Welle 15 Umdrehungen in einer Minute, und beträgt dabei das auf den 10 Fufs langen Hebel oder Balken auf den Punct A reducirte und aufgehängte Gewicht 10 Centner: so ist

$$n = \tfrac{15}{60} = \tfrac{1}{4}, \; P = 1000, \; l = 10,$$

folglich nach der obigen Formel (1

$$N = \cdot 0146 \times \tfrac{1}{4} \times 1000 \times 10 = 36 \cdot 5,$$

so, dafs man also (vorausgesetzt, dafs der Versuch durch längere Zeit gedauert hat) die Leistungsfähigkeit des betreffenden Motors zu $36\frac{1}{2}$ Maschinen-Pferdekraft annehmen kann.

§. 246. Unbiegsamkeit oder Steifheit der Seile. Bei einem über eine Rolle gelegten Seile würden die beiden

lothrecht herabhängenden Seilstücke zu einander genau parallel seyn, wenn dasselbe vollkommen biegsam wäre, und wenn an einem Ende die Last Q, am andern die Kraft P angebracht wäre, so würde, da die Reibung des Seils auf den Umfang der Rolle kein Gleiten zuläfst, diese letztere um ihre Achse gedreht, und das Ganze (wie in §. 95 bemerkt) als ein gleicharmiger Hebel, dessen Arme $= r + \frac{1}{2}d$ sind, wenn r der Halbmesser der Rolle und d die Dicke des Seils ist, anzusehen, also für das statische und dynamische Gleichgewicht

$$P(r + \tfrac{1}{2}d) = Q(r + \tfrac{1}{2}d), \text{ d. i. } P = Q \text{ seyn.}$$

Da jedoch wegen der Steifheit des Seils eine gewisse Kraft nothwendig ist, um das gerade Seil zu biegen (streng genommen ist auch eine kleine Kraft erforderlich, das gebogene Seil wieder gerade zu richten, allein diese kann vernachläfsigt, oder besser gleich in die erstere mit eingerechnet werden), so werden die Seilstücke nicht diese parallele, sondern beiläufig die in Fig. 184 dargestellte Lage annehmen, wodurch also der Hebelarm CB der Last Q gröfser als jener CA der Kraft P wird. Setzt man den letztern, d. i. den Halbmesser der Rolle um die halbe Seildicke vermehrt, einfach $=$ r, und $CB - CA = x$, d. i. $CB = r + x$; so ist für's Gleichgewicht $Q(r + x) = Pr$, also offenbar $P > Q$; setzt man daher $P = Q + F$, so ist F der aus der unvollkommenen Biegsamkeit des Seils entspringende Widerstand und aus der Gleichung $Q(r + x) = (Q + F)r$, sofort

$$F = \frac{Qx}{r} \ldots (1.$$

Aus den zur Bestimmung der Gröfse x vorgenommenen Versuchen geht hervor, dafs die Unbiegsamkeit der Seile, der Spannung gerade und dem Durchmesser der Rolle verkehrt, so wie auch bei neuen Seilen der 2ten, bei mehr gebrauchten der $\frac{3}{2}$, und bei ganz dünnen Schnüren oder Bändern der ersten Potenz der Dicke des Seiles gerade proportional seyen, so, dafs, wenn wieder d die Dicke des Seiles, r der Halbmesser der Rolle oder des Cylinders, um welchen es geschlagen wird, Q die Spannung und k ein Erfahrungscoefficient ist, sofort für neue Seile $F = kd^2\frac{Q}{r}$, für schon gebrauchte $F = kd^{\frac{3}{2}}\frac{Q}{r}$, und für ganz dünne Schnüre $F = kd\frac{Q}{r}$ ist.

Da aus der obigen Gleichung (1 $x = \frac{r}{Q}F$ folgt, so erhält man, wenn für F diese Werthe substituirt werden, die Vergröfserung x des Hebelarmes, woran die Last Q hängt, indem man für neue Seile das

Quadrat der Dicke des Seils mit dem Erfahrungscoefficienten k multiplicirt; in den übrigen beiden Fällen mufs man k beziehungsweise mit $d^{\frac{3}{2}}$ und d multipliciren.

Werden d und r in Wiener Zollen ausgedrückt, so kann man den Versuchen zu Folge ganz einfach $k = \frac{1}{2}$ setzen.

Beispiel. Ist ein 2 Zoll dickes Seil über eine Rolle von 18 Zoll Durchmesser gelegt, um damit eine Last von 500 Pfund aufzuziehen, so ist $r = 9 + 1 = 10$ und die Vergröfserung des Hebelarmes der Last (für ein neues Seil) $x = \frac{1}{2} . 4 = 2$, daher ist $500 \times 12 = P \times 10$ oder $P = 600$ Pfd. Bei vollkommener Biegsamkeit des Seils dürfte P nur $= 500$ Pfund seyn, so, dafs also der Widerstand, welcher von der Steifheit des Seils herrührt, nach dieser Annahme 100 Pfund beträgt.

Für ein gebrauchtes Seil und eine dünne Schnur, oder ein dünnes (wenn auch breites) Band, wäre dieser Widerstand nach den angegebenen Formeln beziehungsweise (wegen $x = 1{\cdot}41$ und $= 1$) $70\frac{1}{2}$ und 50 Pfund.

Anmerkung. Da in Beziehung auf die jedesmal zu wählende Potenz der Dicke des Seils d immer eine gewisse Unbestimmtheit bleibt, so nehmen mehrere Schriftsteller für die Vergröfserung x des Hebelarmes der Last auch ganz einfach $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$ oder $\frac{1}{4}$ bis $\frac{1}{5}\,d$, je nachdem das Seil neu, mehr gebraucht, oder schon ganz schlapp ist. Für das vorige Beispiel wäre in diesen drei Fällen $x = 1$, $\frac{2}{3}$ und $\frac{1}{2}$ Zoll, also die Unbiegsamkeit $F = 50$ $33\frac{1}{3}$ und 25 Pfund, folglich nur halb so grofs als nach der obigen Annahme.

§. 247. Unbiegsamkeit des Seils beim Rad an der Welle. Um den Einflufs dieser Unbiegsamkeit beim Rad an der Welle zu bestimmen, mufs man in der, aus der Relation (1 des §. 100 hervorgehenden Gleichung $Q\,r = P\,R$ statt $Q\,r$ setzen: $r + \frac{1}{2} d^2$, wenn man nämlich, um ganz sicher zu gehen, den ungünstigsten Fall, d. i. ein neues Seil annimmt. Berücksichtigt man aber zugleich auch die Zapfenreibung dabei, so mufs diese Substitution in der Gleich. (1 des §. 238 vorgenommen werden, wodurch man für die nöthige Kraft mit Rücksicht auf alle Nebenhindernisse den Ausdruck erhält:

$$P = \frac{Q\left(r + \frac{1}{2} d^2\right) + (Q + G) f r'}{R - f r'}.$$

Ist z. B. $R = 3$ und $r = 1$ Fufs, $r' = 1$ und $d = 2$ Zoll, $Q = 20$ und $G = 10$ Centner, so wie $f = \frac{1}{10}$; so ist, da r und R ebenfalls wie d in Zollen ausgedrückt werden müssen, $P = \frac{2830}{359} = 7{\cdot}883$ Centner, oder $788{\cdot}3$ Pfund.

Mit Vernachläfsigung der Steifheit des Seils wäre $P = 677$ Pfund, also um 111 Pfund kleiner. Dagegen, wenn auch noch die Zapfenreibung dabei ausgelassen würde, nur $P = 667$ Pfund (wenn man nämlich die

Decimalen ausläfst), so dafs also die Widerstände hier eine Kraft von 121 Pfund, oder von nahe 18 Procent der theoretischen Kraft absorbiren.

§. 248. Steifheit der Seile beim Flaschenzuge. Um diesen Widerstand beim Flaschenzuge in Rechnung zu bringen, mufs man in §. 239, wenn man die dortigen Bezeichnungen auch hier gelten läfst, nicht blofs $t_2 = m t_1$, sondern

$$t_2 = m t_1 + k d^2 \frac{t_1}{R} = t_1 \left(m + \frac{d^2}{2R}\right),$$

also (wenn man nämlich $k = \frac{1}{2}$ nimmt, und für neue Seile rechnet) $m + \frac{d^2}{2R}$ statt m setzen [weil $t_2 R = t_1 (mR + \frac{1}{2} d^2)$ seyn mufs], und da dasselbe durchaus geschieht, so verwandelt sich die Gleichung (2 des §. 239 mit Rücksicht auf Zapfenreibung und Steifheit des Seils in

$$P = \frac{Q\left(m + \frac{d^2}{2R}\right)^n \left(m + \frac{d^2}{2R} - 1\right)}{\left(m + \frac{d^2}{2R}\right)^n - 1}.$$

So wäre für das im genannten Paragraphe gewählte Beispiel, wofür $R = 4$, $r = \frac{1}{2}$, und $n = 6$, und wenn das Seil 1 Zoll dick, also $d = 1$ ist, sofort $m + \frac{d^2}{2R} = 1{\cdot}15$, demnach wegen $(1{\cdot}15)^6 = 2{\cdot}313$, sofort $P = {\cdot}263\,Q$, so, dafs also, da ohne die Steifheit des Seils $P = {\cdot}181\,Q$ ist, dieser Widerstand eine Kraft $= {\cdot}263\,Q - {\cdot}181\,Q = {\cdot}082\,Q$ absorbirt. Da endlich auch ohne Zapfenreibung $P = {\cdot}167\,Q$ wäre, so betragen in diesem Beispiele die Nebenhindernisse $({\cdot}263 - {\cdot}167)\,Q = {\cdot}096\,Q$, oder nahe 10 Proc. der Last Q, welches für $Q = 1000$ Pfund, 96 Pfund oder nahe 57 Procent der theoretischen Kraft ausmacht.

§. 249. Steifheit der Ketten. Wickelt sich eine Kette von passender Construction um einen Cylinder C (Fig. 185) vom Halbmesser R, so bringt die Reibung in den Bolzen, deren Halbmesser wir mit r bezeichnen wollen, eine ähnliche Wirkung, wie die Unbiegsamkeit der Seile hervor.

Ist Q die Spannung der Kette, und f der Reibungscoefficient für die Bolzen, so ist fQ die Reibung, und da bei einer Umdrehung des Cylinders oder der Rolle C um einen beliebigen Winkel $aCb = i$ das Kettenglied um seinen Bolzen o denselben Winkel bod beschreibt, so ist, wenn p die Kraft bezeichnet, welche die Steifheit der Kette überwindet, bei einer kleinen Umdrehung der Rolle, nach dem Satze der virtuellen Geschwindigkeiten (§. 119), da Ri und ri die gleichzeitigen Wege der Kraft und Last sind: $p . Ri = fQ . ri$, und daraus

$p = \frac{r}{R} fQ$; da man aber denselben Widerstand auch auf der andern Seite, um die Glieder wieder aufzubiegen, annehmen kann, so läſst sich der gesammte Widerstand durch $F = \frac{2r}{R} fQ$ ausdrücken.

Zehntes Kapitel.

Von der Festigkeit der Materialien.

§. 250. Erklärung. Unter der Festigkeit eines Körpers versteht man diejenige Kraft, mit welcher er dem Zerreiſsen, Zerbrechen, Zerdrücken oder Verdrehen, also überhaupt der Trennung seiner Theilchen widersteht, und zwar heiſst diese in den genannten Fällen beziehungsweise seine absolute, relative, rückwirkende und Drehungs- oder Torsionsfestigkeit.

Es ist für die Anwendung von groſser Wichtigkeit, die Festigkeit der Maschinenbestandtheile oder der Materialien, woraus sie hergestellt werden, bestimmen zu können, um ihnen, ohne einen unnützen Aufwand an Materiale herbeizuführen, die nöthige Stärke zu geben.

In der Regel erleiden die Körper vor der Trennung ihrer Theilchen eine mehr oder weniger merkbare Formänderung, nämlich eine Drehung, Biegung u. s. w. Wären die Körper vollkommen elastisch, so würde jede solche Formänderung, nach Beseitigung der äuſsern Einwirkung sogleich wieder verschwinden; allein dieses findet bei allen uns bekannten Körpern nur bis zu einer gewissen Grenze (der Elasticitätsgrenze) Statt. Das Maſs der gröſsten Kraft, welche ein Körper auszuhalten vermag, ohne daſs dadurch noch eine bleibende Ausdehnung, Biegung u. s. w. hervorgebracht wird, bezeichnet seine Elasticitätsgrenze; diejenige Kraft hingegen, welche um den kleinsten Theil vermehrt, eine Trennung der Theile bewirkt, also gleichsam mit der Festigkeit des Körpers im Gleichgewichte steht, gibt das Maſs für die Festigkeit desselben an.

Absolute Festigkeit.

§. 251. Maſs dieser Festigkeit. Nach den zahlreich angestellten Versuchen, steht unter übrigens gleichen Umständen und der Voraussetzung, daſs die zerreiſsenden Kräfte nach der Län-

genrichtung, also z. B. bei Holzarten mit den Fasern parallel wirken, die absolute Festigkeit mit dem Querschnitt des Körpers im geraden Verhältnifs. Sind nämlich a und a' die Querschnitte zweier Prismen aus derselben Materie, und p, p' ihre absoluten Festigkeiten, so ist

$$p : p' = a : a', \text{ also } p = \frac{p'}{a'}a = ma \ldots (1,$$

wenn man nämlich den aus Versuchen zu bestimmenden, und als constant anzunehmenden Quotienten $\frac{p'}{a'} = m$ setzt; es wird also die absolute Festigkeit irgend eines Körpers gefunden, wenn man dessen kleinsten Querschnitt mit dem seiner Materie entsprechenden Coefficienten m, welchen man für das Mafs der absoluten Festigkeit, oder auch der Cohäsion nimmt, multiplicirt.

Da es sich jedoch in der Anwendung weniger um die Kraft, bei welcher ein Körper wirklich abgerissen wird, als um die Bestimmung jener Last handelt, welche er noch mit Sicherheit tragen kann; so nimmt man für die gröfste Belastung im Durchschnitte bei Metallen die Hälfte, $\frac{1}{3}$ oder $\frac{1}{4}$, bei Hölzern und Seilen aber höchstens den dritten Theil von der entsprechenden absoluten Festigkeit, man setzt also, wenn Q diese Belastung ist, $Q = \frac{1}{2}ma$ bis $\frac{1}{4}ma$.

§. 252. Modul der Elasticität. Um sich jedoch nicht auf das Gerathewohl zu verlassen, so soll die Belastung Q noch innerhalb der Elasticitätsgrenze des betreffenden Körpers liegen, d. h. es soll durch diese Last noch keine bleibende Ausdehnung entstehen. Liegen aber die Belastungen innerhalb dieser Grenze, so verhalten sich die dadurch bewirkten Ausdehnungen gerade wie die Lasten, wie die Längen der Prismen, und verkehrt wie ihre Querschnitte, so, dafs wenn l, L die Längen, a, A die Querschnitte, p, P die (innerhalb der genannten Grenze liegenden) Belastungen, und d, D die dadurch bewirkten Ausdehnungen in zwei aus derselben Materie bestehenden Prismen sind, sofort $d : D = \frac{lp}{a} : \frac{LP}{A}$ Statt findet.

Bezeichnet man die Ausdehnung D, welche das Gewicht von $P = 1$ Pfund in einem Prisma von $A = 1$ Quadratzoll Querschnitt, und der Länge von $L = 1$ Fufs hervorbringt, mit $\frac{1}{M}$ (wo M immer eine grofse Zahl seyn wird), so ist auch nach der vorigen Proportion $d : \frac{1}{M} = \frac{lp}{a} : 1$, und daraus $d = \frac{lp}{Ma}$, oder wenn man $\frac{p}{a}$, d. i. das

Gewicht oder die Belastung, welche auf einen Quadratzoll kommt, $= q$ setzt, auch: $d = \frac{lq}{M} \ldots (1.$

Könnte die Ausdehnung innerhalb der Elasticitätsgrenze $d = l$ werden, so müfste dafür $q = M$ seyn; diese Gröfse M aber, welche die in Pfunden ausgedrückte Belastung bezeichnet, für welche ein Prisma bei dem Querschnitte von 1 Quadratzoll um seine eigene Länge (dieses als möglich gedacht) ausgedehnt wird, heifst Modul der Elasticität; ist dieser für die einzelnen Materien bekannt, so ist man im Stande, nach der vorigen Formel (1 die durch irgend eine, jedenfalls aber noch innerhalb der Elasticitätsgrenze liegende, auf den Querschnitt von 1 Quadratzoll kommende Belastung, in einem Körper von der Länge l entstehende Ausdehnung d zu berechnen, dabei erhält man d in demselben Mafse (in Fufs, Zolle u. s. w.), in welchen man l ausgedrückt hat.

§. 253. **Werthe für die absolute Festigkeit** *m und den* **Modul der Elasticität** *M mehrerer in der Anwendung am häufigsten vorkommenden Materialien.* Wird der Querschnitt a des Prisma in Quadratzollen, die Länge l und Ausdehnung d desselben gleichzeitig in Fufsen oder Zollen, und P und Q in Pfunden, Alles in Wiener Mafs und Gewicht ausgedrückt; so ist nach den beiden vorhergehenden Paragraphen die absolute Festigkeit

$$Q = ma \ldots (1,$$

und, wenn P die noch innerhalb der Elasticitätsgrenze liegende Belastung des Prisma, folglich $\frac{P}{a} = p$ jene auf den Quadratzoll ist, die dabei bewirkte Längen-Ausdehnung

$$d = \frac{lp}{M} \ldots (2,$$

wobei die Werthe von m und M für die betreffenden Körper aus der nachstehenden Tabelle, in welcher die angegebenen Zahlen aus ganz natürlichen Gründen oft zwischen sehr weiten Grenzen variiren müssen, zu nehmen sind.

Benennung der Körper.	Absolute Festigkeit *m*.	Modul der Elasticität *M*.
Hölzer.		
Buchen (Roth-)	10000 — 16000	1240000 — 1360000
Eichen	9000 — 18000	1300000 — 1480000
Eschen	14000 — 17000	1240000 — 1400000
Fichten	8600 — 12000	1600000 — 2000000
Kiefer	12000 — 17000	1500000 — 1700000
Lärchen	7000 — 9000	930000 — 1280000
Tannen (Weifs-)	10000 — 13000	1250000 — 1850000
Ulmen	12000 — 13500	1150000 — 2310000
Weifsbuchen (Hornb.) . .	17000 — 17600	— —
Metalle.		
Eisen (geschmiedet) . . .	40000 — 60000	22000000 — 25000000
dto. Blech (gewalzt) . .	45000 — 50000	22000000
dto. Draht	80000 — 83000	20000000 — 30000000
dto. Clavierdraht . . .	110000 — 160000	18600000 — 24800000
dto. (Gufs-)	15000 — 20000	11400000 — 16000000
Kupfer (gehämmert) . . .	25000 — 34000	— —
dto. (gewalzt)	26000 — 32000	— —
dto. (Draht)	34000 — 65000	— —
Stahl	96000 — 124000	25000000 — 26000000
Andere Substanzen.		
Marmor	1580	2195000
Stein (Portland)	750	1335000
Seile (Hanf-) trocken . .	6000 — 7500	
dto. dto. nafs . . .	4600 — 5500	
Ziegel (Mauer-)	245	— —

Anmerkung. In der Anwendung nimmt man für die Last, welche die Körper mit Sicherheit tragen sollen, von diesen Zahlen bei Holz gewöhnlich $\frac{1}{3}$ bis $\frac{1}{4}$, ja sogar, wenn es sich um die gröfste Sicherheit und längere Dauer handelt, oft nur $\frac{1}{10}$, und bei Metallen $\frac{1}{3}$ bis $\frac{1}{6}$. Der ausgeglühte Draht besitzt nur $\frac{3}{5}$ von der Stärke oder Festigkeit des nicht geglühten. Seile sollen durch die Drehung ihrer Litzen nicht mehr als um $\frac{1}{5}$ verkürzt werden, weil sie sonst an Festigkeit verlieren.

Setzt man das Gewicht, mit welchem das Schmiedeisen bleibend belastet werden darf = 10000 Pfund, so ist die gröfste Ausdehnung, die es dabei und auf diese Weise erlangen dürfte, nach der obigen Formel (2, wenn man $p = 10000$ und $M = 23500000$ setzt: $d = {\cdot}0004\,l$. Nach Duleau darf diese Ausdehnung noch ohne Nachtheil ·00066 oder $\frac{1}{1500}\,l$ betragen, wonach also die bleibende Belastung $p = 15660$ Pfund seyn dürfte.

Für das Gufseisen kann nach Tredgold die gröfste Ausdehnung $\frac{1}{1200}$ der Länge betragen, diefs gibt also, wenn man $M = 13700000$ setzt, für die gröfste bleibende Belastung auf den Quadratzoll $p = 12000$ Pfund.

Nimmt man für Eichenholz als gröfste Belastung 1000 Pfund auf den Quadratzoll, wenn es nämlich jedem Wetter ausgesetzt ist, und lange dauern soll, so erhält man, $M = 1390000$ gesetzt, für die gröfste Ausdehnung, die es annehmen darf $d = \cdot 0007$, oder nahe $\frac{1}{1400} l$.

§. 254. Beispiele. 1. Wie stark mufs eine schmiedeiserne Tragstange, deren Querschnitt quadratförmig ist, seyn, wenn sie eine Last von 50 Centnern mit Sicherheit tragen soll?

Soll die Stange a Zolle im Gevierte halten, und nimmt man nach der obigen Bemerkung die Tragfähigkeit des Schmiedeisens zu 15000 Pfund an, so ist $15000\, a^2 = 5000$, also

$$a^2 = \tfrac{1}{3} \text{ und } a = \sqrt{\tfrac{1}{3}} = \cdot 58 \text{ Zoll.}$$

2. Welche Dicke soll man dem Eisenbleche eines cylinderischen Dampfkessels von 5 Fufs Durchmesser geben, wenn in demselben der Dampf eine absolute Spannung von 4 Atmosphären erreicht?

Für den Durchmesser D des Kessels in Zollen, und den Druck des Dampfes auf jeden Quadratzoll $= q$ gesetzt, und in Pfunden ausgedrückt, findet man (§. 276), wenn p das Tragvermögen des Materiales ist, die Dicke des Kesselbleches in Zollen $d = \frac{Dq}{2p} + f$. Setzt man nun für gewalztes Eisenblech $p = 20000$, nimmt aber davon aus mehreren Ursachen (weil der Kessel nicht aus einem Stück besteht, die Cohäsion des im Feuer liegenden Theils um die Hälfte vermindert wird, die Erhitzung und Ausdehnung nicht ganz gleichmäfsig ist, dann wegen der Abweichung von der genauen Cylinderform, so wie endlich der möglichen Stöfse oder Erschütterungen wegen), davon nur den sechsten Theil, rechnet ferner den Druck einer Atmosphäre zu $12\frac{3}{4}$ Wiener Pfund auf den Wiener Quadratzoll, so wird für eine absolute Dampfspannung von n Atmosphären im Kessel, welcher eine Atmosphäre entgegen wirkt, die genannte Blechdicke in Zollen:

$$d = \frac{(n-1)\,D}{555} + \cdot 114,$$

wobei $\cdot 114$ die nöthige Stärke des Kessels für $n = 1$ ist. Für das gegebene Beispiel ist also, wegen $D = 60$ und $n = 4$, sofort

$$d = \tfrac{180}{555} + \cdot 114 = \cdot 438 \text{ Zoll} = 5\tfrac{1}{5} \text{ Linie.}$$

Relative Festigkeit.

§. 255. Theorie derselben. Wird ein prismatischer Körper, z. B. ein hölzerner Balken aB' (Fig. 186) in horizontaler Richtung mit dem einen Ende AB' unveränderlich befestigt, z. B. in eine verticale Wand MN eingemauert, und derselbe am andern Ende O so lange belastet, bis der Balken abbricht, was immer an der Wurzel oder dem befestigten Ende AB' geschieht; so heifst das auf diese Weise wirkende kleinste Gewicht P, bei welchem der Bruch erfolgt, die relative, öfter auch die respective Festigkeit des Balkens. Bei der vor dem Bruche eintretenden Biegung behält eine Schichte Cc', die sogenannte neutrale, ihre ursprüngliche Länge, während die über derselben liegenden, in demselben Verhältnifs, als sie der obersten Bb' näher liegen, immer mehr ausgedehnt, die unter dieser neutralen Schichte liegenden dagegen in demselben Verhältnifs gegen die unterste Aa' zu, zusammen gedrückt oder verkürzt werden.

Es sey nun hier insbesondere der Querschnitt des Balkens ein Rechteck von der Breite $AA' = b$ und Höhe, welche hier vertical angenommen wird, $AB = h$, so wie die Länge $Cc = l$. Da der Bruch in der Ebene AB' um die neutrale Achse CC', welche man in der halben Höhe liegend annehmen kann, weil die Fasern sowohl oberhalb gegen die Ausdehnung als unterhalb gegen die Zusammendrückung denselben Widerstand leisten, Statt findet; so sey im Augenblicke des Bruches $Be = d$ (Fig. 186, a) die Gröfse der Ausdehnung der obersten Fasern, und p ihre absolute Festigkeit, folglich widersteht in der verticalen unendlich dünnen Schichte An die oberste Faser von der unendlich kleinen Höhe $er = s$ dem Zerreifsen mit der Kraft ps, und irgend eine andere mn von derselben Höhe mit jener $p's$, wobei jedoch, da der Widerstand der Ausdehnung der Fasern proportional, also $p' : p = mn : d$, sofort $p' = p\frac{mn}{d}$ ist. Die Summe der Widerstände von Seite aller ausgedehnten Fasern von C bis B ist demnach $= \frac{p}{d}(s.mn + s.m'n' + \ldots) = \frac{p}{d}.\frac{1}{2}CB.Be$, weil der eingeklammerte Theil die Fläche des Dreieckes BCe bildet. Da man sich diesen gesammten Widerstand $R = \frac{p}{d}.\frac{1}{2}.\frac{1}{2}h.d = \frac{1}{4}ph$ im Schwerpuncte des Dreieckes, also in der Entfernung von $\frac{2}{3}CB$ vom Drehungspuncte C denken kann, so ist das statische Moment von R auf diesen Punct C bezogen $= \frac{1}{4}ph \times \frac{2}{3}.\frac{1}{2}h = \frac{1}{12}ph^2$, und wenn man, da

dasselbe in allen verticalen Schichten, welche zusammen die Breite b des Balkens ausmachen, Statt findet, diese Momente summirt, so hat man das gesammte Moment von Seite der ausgedehnten Fasern auf die Achse CC' bezogen $= \frac{1}{12} p b h^2$.

Da man nun, wie bereits bemerkt, die Widerstände von Seite der zusammen gedrückten Fasern jenen der ausgedehnten, folglich auch ihr Moment dem vorigen gleich zu setzen hat (das Repulsionsmoment ist nämlich, wenigstens theoretisch genommen, dem Cohäsionsmoment gleich), so wird das Moment der gesammten Widerstände

$$= 2 \cdot \tfrac{1}{12} p b h^2 = \tfrac{1}{6} p b h^2,$$

und da dieses dem Momente der Kraft P, welche diesen Bruch bewirkt, gleich seyn mufs, so hat man $Pl = \frac{1}{6} p b h^2$, und daraus die relative Festigkeit dieses Balkens, wenn man wieder wie oben die absolute Festigkeit durch m bezeichnet, also $p = m$ setzt:

$$P = \tfrac{1}{6} m \frac{b h^2}{l} \ldots (1,$$

die relativen Festigkeiten zweier parallelepipedischer Balken von einerlei Materie verhalten sich also wie die Breiten, die Quadraten ihrer Höhen, und verkehrt wie ihre Längen.

Wäre die Last P über die ganze Länge des Balkens gleichförmig vertheilt, so könnte man diese im Schwerpuncte, also in der halben Länge vereinigt annehmen, wodurch sie am freien Ende O oder in der Entfernung l von der Brechungsachse CC' nur mit der Hälfte oder mit $\frac{1}{2} P$ wirksam, also

$$\tfrac{1}{2} P = \tfrac{1}{6} m \frac{b h^2}{l} \text{ oder } P = \tfrac{2}{6} m \frac{b h^2}{l} \ldots (2 \text{ wird;}$$

ein Balken kann also eine doppelt so grofse Last tragen, wenn diese anstatt an dem freien Ende angebracht, über die ganze Länge gleich vertheilt wird.

Will man daher im erstern Falle auch auf das eigene Gewicht G des Balkens Rücksicht nehmen, so mufs man in der Formel (1 statt P setzen $P + \frac{1}{2} G$,

$$\text{wodurch } P = \tfrac{1}{6} m \frac{b h^2}{l} - \tfrac{1}{2} G \ldots (1'$$

wird; im letztern Falle kann G sogleich unter P mitbegriffen werden, obschon man in den wenigsten Fällen von diesem unbedeutenden Gewichte G Notiz zu nehmen hat.

Wird der Balken einmal die breite Seite h, und das andere Mal die schmälere b vertical gerichtet befestigt, so verhält sich seine Festigkeit in diesen beiden Lagen wie $h : b$.

§. 256. Ist der Querschnitt des Balkens ein Kreis vom Halbmesser r, so ist, wenn die übrigen Bezeichnungen dieselben bleiben, die relative Festigkeit des an einem Ende horizontal befestigten, und am andern belasteten Cylinders:

$$P = \tfrac{1}{4} m \frac{r^3 \pi}{l} \ldots (3.$$

Ist der Cylinder hohl, dabei der äufsere Halbmesser $= R$ und der innere $= r$, so ist

$$P = \tfrac{1}{4} m \frac{(R^4 - r^4)\pi}{R l} \ldots (4.$$

Ist die Last gleichförmig über die ganze Länge vertheilt, so geht auch hier, wie beim rechteckigen Querschnitt, der Coefficient $\frac{1}{4}$ in das Doppelte, d. i. $\frac{1}{2}$ über. Soll das Gewicht des Cylinders berücksichtigt werden, so gilt das im vorigen Paragraphe hierüber Bemerkte auch hier wieder, d. h. man mufs $P + \frac{1}{2} G$ statt P setzen.

§. 257. Wird der Balken von der Länge $AB = d$ (Fig. 187) anstatt in B eingemauert, um eine beliebige Länge $BA' = d'$ verlängert, an dem Ende A' mit P' belastet, welche Last aus der Gleichgewichtsbedingung $P'd' = Pd$ bestimmt wird, und der Balken in B unterstützt, oder eine aufwärts wirkende Kraft $Q = P + P'$ angebracht; so bleibt noch Alles, auch, wenn man den Balken, wie in Fig. 187, a, umkehrt, im Gleichgewichte, und jede Hälfte AB und $A'B$ befindet sich genau in der Lage wie in §. 255, so, dafs also, wenn der Querschnitt ein Rechteck von den bezeichneten Dimensionen ist, nach der Formel (1 des genannten Paragraphes $P = \frac{1}{6} m \frac{b h^2}{d}$ und $P' = \frac{1}{6} m \frac{b h^2}{d'}$, folglich $Q = P + P' = \frac{1}{6} m b h^2 \left(\frac{d + d'}{d d'}\right)$ ist. Ist die ganze Länge des Balkens, oder die Entfernung der beiden Stützen $d + d' = l$, so ist die relative Festigkeit des an beiden Enden frei, horizontal aufliegenden, und im Puncte B belasteten Balkens vom genannten Querschnitt:

$$Q = \tfrac{1}{6} m b h^2 . \frac{l}{d d'} \ldots (5,$$

wobei $d' = l - d$ ist. Da nun Q die kleinste Last ist, welche den Balken an diesem Puncte B bricht, der Bruch $\frac{l}{d d'}$ aber für $d = d' = \frac{1}{2} l$ am kleinsten wird, so erhält auch diese Last Q für den Halbirungspunct O der Länge AA' den kleinsten Werth, d. h. der Balken ist in diesem Puncte O am schwächsten, und die Last, welche ihn hier zu brechen

vermag, ist $Q = \frac{1}{6} m b h^2 \frac{l}{\frac{1}{4} l^2}$ oder $Q = \frac{4}{6} m \frac{b h^2}{l}$. . . (6.
also (§. 255, Gl. 1) dabei vier Mal so stark, als wenn er an dem einen Ende eingemauert und an dem andern belastet wäre.

Haben die beiden Stücke AB und $A'B$ des Balkens die Gewichte k und k', und ist das ganze Gewicht $k + k' = G$, so wirkt von dem Gewichte k, welches man sich im Schwerpuncte, also in der halben Länge von AB wirksam denken kann, $\frac{1}{2} k$ auf die Stütze A und $\frac{1}{2} k$ auf B; eben so wirkt von k' die Hälfte auf A' und $\frac{1}{2} k'$ auf B, folglich kommt auf den Belastungspunct B noch $\frac{1}{2} k + \frac{1}{2} k' = \frac{1}{2} G$, so, daſs also Q in den vorigen Formeln (5 und (6 noch um diese Gröſse $\frac{1}{2} G$ vermehrt werden müſste.

Soll der Balken durch das eigene Gewicht G, oder eine über die ganze Länge gleich vertheilte Last Q gebrochen werden, so müſste man in den vorigen Formeln $\frac{1}{2} G$ oder $\frac{1}{2} Q$ statt Q setzen; thut man dieses in der Formel (6, so erhält man für die brechende Last oder die relative Festigkeit des Balkens:

$$Q = \frac{8}{6} m \frac{b h^2}{l} \ . \ . \ . \ (7,$$

d. h. der Balken ist in diesem Falle doppelt so stark, als wenn er bloſs in der Mitte belastet wird, und acht Mal so stark, als wenn er an einem Ende befestigt, und am andern belastet wird.

Anmerkung, 1. Alle diese Beziehungen zwischen den an beiden Enden frei aufliegenden, gegen den an einem Ende befestigten Balken gelten natürlich auch für die übrigen Querschnitte der Balken; ist dieser z. B. ein Kreis, so hat man in allen diesen Formeln (§. 256) $\frac{1}{4} m r^3 \pi$ anstatt $\frac{1}{6} m b h^2$ zu setzen u. s. w.

Derselbe in (7 ausgedrückte Werth für Q gilt auch für den Fall, in welchem der Balken an beiden Enden eingemauert und in der Mitte belastet wird, wodurch ein dreifacher Bruch entstehen muſs.

Liegt der Balken nicht horizontal, sondern schief, und ist l' die Horizontalprojection seiner Länge l; so gelten dieselben Formeln, wenn man in diesen l' statt l schreibt.

Anmerkung 2. Soll aus einem runden Baume der stärkste vierkantige Balken gehauen werden, so ist es keinesweges jener vom gröſsten, d. i. quadratischen, sondern von jenem Querschnitte $b h$, für welchen $b h^2$, wenn man b und h als veränderlich ansieht, in den Formeln (1, (5, (6, (7 den gröſsten Werth erhält, und wofür man $b : h = 1 : \sqrt{2} = 1 : 1{\cdot}414$ findet; vorausgesetzt jedoch, daſs man den Balken dann hochkantig stellt, d. i. h zur verticalen Höhe, und b zur horizontalen Breite nimmt.

Man erhält diesen gröfsten Querschnitt ganz einfach durch Construction, indem man den Durchmesser AB (Fig. 188) des runden Baumes in drei gleiche Theile theilt, darauf in den Theilungspuncten a und b bis zum Umfange des Kreises die Perpendikel aC, bD errichtet, und aus den Puncten C und D das Rechteck $ACBD$ construirt, in welchem dann $AC = BD = b$ die Breite, und $AD = BC = h$ die Höhe des Balkens bildet. Bei diesem Querschnitt und der hochkantigen Lage ist der Balken gegen jenen, dessen Querschnitt ein in den Kreis AB eingeschriebenes Quadrat bildet, im Verhältnifs von 2·83 : 3·1 stärker.

§. **258.** Besitzen ein massiver und hohler Cylinder von gleicher Länge dieselbe Masse, und bestehen sie aus derselben Materie, ist ferner die Wanddicke des letztern $R - r = \frac{1}{n} R$, und sind P und P' ihre relativen Festigkeiten, so findet man (durch Vergleichung der correspondirenden Formeln in §. 256 oder 257)

$$P : P = n\sqrt{(2n - 1)} : 2n^2 - 2n + 1 \ldots (p.$$

So ist z. B., wenn die Dicke des hohlen Cylinders $\frac{2}{5} R$, also $n = \frac{5}{2}$ ist, $P : P' = 5 : \frac{17}{2} = 10 : 17$. Ist die Wanddicke nur $\frac{1}{5} R$, also $n = 5$, so ist $P : P' = 15 : 41 = 10 : 27$. Für die Dicke $= \frac{1}{10} R$ ist $P : P' = 10 : 42$ u. s. w., so, dafs also die relative Festigkeit des aus demselben Materiale bestehenden hohlen Cylinders verhältnifsmäfsig immer gröfser wird, je dünner der Cylinder oder die Röhre ist. Ähnliches gilt auch für andere als kreisförmige Querschnitte.

Aus diesem Grunde vertheilt man oft die gegebene Masse (z. B. Gufseisen) nach dem sogenannten T, oder doppelt Tförmigen Querschnitt, wie in Fig. 189, um die Tragfähigkeit der Körper zu vermehren. Die Rippen, welche man bei gufseisernen Rädern, Balanciers u. s. w. anbringt, haben denselben Zweck.

§. 259. Körper von gleichem Widerstande.

Der in §. 255 betrachtete Balken wird unter sonst gleichen Umständen immer an der Stelle AB', wo er aus der Wand hervorragt, brechen, indem für diesen Querschnitt das Moment der Belastung am gröfsten ist. Es haben daher die übrigen Querschnitte eine unnütze Stärke, und diese können also um so kleiner seyn, je weiter sie von der Brechungsebene AB' entfernt sind. Stellt man sich daher die Aufgabe, diese Querschnitte von AB' gegen ab' so abnehmen zu lassen, dafs alle Querschnitte die nämliche Festigkeit besitzen, der Bruch also eben so gut in dem einen als dem andern erfolgen kann; so heifst ein solcher Balken ein Körper von gleichem Widerstande.

Für den eben erwähnten Fall der horizontalen Befestigung des Balkens an dem einen, und Belastung an dem andern Ende, und in der Voraussetzung,

dafs die Breite desselben durchaus dieselbe seyn soll, findet man, dafs entweder die obere oder untere Fläche nach einer Parabel gekrümmt seyn mufs, wenn die untere oder obere eine horizontale Ebene ist; im letztern Falle erhalten nämlich die verticalen Seitenflächen des Balkens die Form *abc* in Fig. 190. Ist dagegen die Last (wie es z. B. für Balkone angenommen wird) über die Länge gleichförmig vertheilt, so ist die untere Fläche, wenn die obere horizontal seyn soll, eine schiefe Ebene, und die verticalen Seitenflächen des Balkens bilden das in Fig. 190, *a* dargestellte Profil *abc*.

Liegt der Balken an beiden Enden frei auf, und wird er in der Mitte *c* (Fig. 190, *b*) belastet, so wird, wenn die obere Fläche horizontal, eben und von gleicher Breite ist, die untere Fläche von zwei in *cd* zusammenstofsenden Parabeln, dagegen wenn die Last über die Länge gleich vertheilt ist, von einer Ellipse *adb* begrenzt, deren Halbachsen *ac* und *cd* sind, u. s. w.

§. 260. Werthe der Brechungscoefficienten. Nennt man in den obigen Formeln, z. B. in $P = \frac{1}{6} m \frac{b h^2}{l}$ für einen rechteckigen, oder in $P = \frac{1}{4} m \frac{r^3 \pi}{l}$ (§§. 255, 256) für einen kreisförmigen Querschnitt, den aus Versuchen zu bestimmenden Factor m den Brechungscoefficienten (man könnte auch eben so gut $\frac{1}{6} m$ in der ersten, und $\frac{1}{4} m$ in der zweiten Formel so nennen), so kann man, directen Versuchen zu Folge, wodurch man der Wahrheit näher kommt, als wenn man, wie es theoretisch richtig wäre (§. 255), für m die absolute Festigkeit aus der Tabelle in §. 253 nimmt, dafür die in der nachstehenden Tabelle zusammengestellten, immer wieder, wie es in der Natur der Sache liegt, zwischen ziemlich weiten Grenzen liegenden Werthe nehmen, welche sich wieder auf das Wiener Mafs und Gewicht beziehen, und wobei insbesondere in den obigen Formeln die Gröfsen b, h, r, l in Zollen ausgedrückt werden müssen.

Benennung der Körper.	Brechungscoefficient m.	Benennung der Körper.	Brechungscoefficient m.
Buchen (Roth-) .	8000 — 20000	Tannen . .	5800 — 12000
Eichen	7000 — 20000	Ulmen . . .	5000 — 10000
Eschen	9500 — 12000	Gufseisen .	20000 — 47000
Fichten	7000 — 11000	Kalksteine .	600 — 1400
Kiefer	6000 — 14000	Sandsteine .	500 — 700
Lärchen	4500 — 9500	Ziegel . . .	150 — 280

Anmerkung. Im großen Durchschnitt wäre also für Holz $m = 10000$, und für Gußeisen $m = 30000$, also ungefähr drei Mal so groß.

Für jene Körper, die in dieser Tabelle nicht vorkommen, kann man die Werthe von m aus der Tabelle der absoluten Festigkeit in §. 253 nehmen, wenn man es nicht vorzieht, mit dem betreffenden Körper, d. i. mit demselben Materiale directe Versuche, die immer sicherer sind, vorzunehmen.

Um hinsichtlich des Tragvermögens ganz sicher zu gehen, so nimmt man für die wirkliche Belastung bei Hölzern nur den zehnten, und bei Metallen den dritten oder vierten Theil dieser Brechungscoefficienten in Rechnung.

§. 261. Beispiele. 1. Ein gußeiserner Tragbalken von 3 Zoll Breite, 6 Zoll Höhe und 12 Fuß Länge liegt horizontal an beiden Enden frei auf; wie groß darf die in der Mitte aufzuhängende Last Q seyn, damit er diese noch mit Sicherheit tragen kann?

Nach der obigen Formel (6 in §. 257, in welcher für das vorliegende Beispiel $b = 3$, $h = 6$, $l = 144$, und als Mittelwerth aus der vorigen Tabelle $m = 33500$ zu setzen ist, hat man

$$Q = \frac{2}{3} . 33500 . \frac{3 \times 36}{144} = 16750 \text{ Pfund.}$$

Soll das eigene Gewicht des Balkens abgeschlagen werden, so bleiben, da der laufende Fuß eines gußeisernen Prisma von 1 Quadratzoll Querschnitt 2·9, also von 18 Quadratzoll 52·2 Pfund wiegt, demnach das Gewicht $G = 12 \times 52{\cdot}2 = 626$ Pfund ist, sofort

$$16750 - \tfrac{1}{2} . 626 = 16437 \text{ Pfund.}$$

Da aber bei dieser Belastung der Bruch erfolgen würde, so nimmt man davon nur den vierten Theil, also $Q = 4100$ Pfund.

Würde der Balken nicht hochkantig, sondern auf die breite Seite gelegt, so würde, da sich (wenn man in der Formel (7 oder (1 b mit h verwechselt) in diesen beiden Fällen allgemein $Q : Q' = bh^2 : b^2h = h : b$ verhält, diese Belastung im Verhältniß von $6 : 3 = 2 : 1$ geringer, also nur halb so groß seyn dürfen.

2. Es soll mit Rücksicht auf das eigene Gewicht der Durchmesser einer gußeisernen cylinderischen Welle gefunden werden, welche in Zapfenlager liegt, die um 18 Fuß von einander abstehen, und in der halben Länge mit einem 16 Centner schweren Rade belastet ist.

Man hat zuerst, ohne Rücksicht auf das eigene Gewicht, aus der Formel (§. 256, 3, und §. 257 Anmerk. 1) $Q = \frac{4}{4} m \frac{r^3 \pi}{l}$, sofort

$$r^3 = \frac{lQ}{m\pi} = \frac{12 \times 18 \times 1600}{3{\cdot}14159 \times \frac{1}{4} . 33500} = \frac{345600}{26311},$$

woraus $r = 2{\cdot}35$ Zoll.

Berechnet man nun mit diesem genäherten Werthe das Gewicht der Welle, deren Querschnitt 17·35 Quadratzoll beträgt, so erhält man $G = 906$ Pfund, folglich die eigentliche Belastung

$$Q = 1600 + 453 = 2053 \text{ Pfund},$$

und wenn mit diesem neuen Werthe die Rechnung noch einmal eben so geführt wird, für den gesuchten Halbmesser der Welle $r = 2·77$ Zoll.

Wäre das Rad nicht in der Mitte angebracht, sondern von dem einen Lager um 6, also vom andern um 12 Fuſs entfernt, so würde die Stärke der Welle, wie die Formel (5, §. 257 zeigt, im Verhältniſs von $\frac{1}{9 \times 9} : \frac{1}{6 \times 12} = 8 : 9$ zunehmen, also in der vorigen Gleichung $r^3 = \frac{lQ}{m\pi}$ statt Q, $\frac{8}{9}Q$ zu setzen seyn, wodurch der vorige Werth von r nur mit $\sqrt[3]{\frac{8}{9}} = ·962$ multiplicirt werden darf, um für diesen letztern Fall den entsprechenden Halbmesser der Welle zu erhalten; es wäre dafür $r = 2·65$ Zoll.

§. 262. Stärke der Wellzapfen. Da jeder Zapfen einer horizontalen Welle als ein an einem Ende befestigter, und über seine Länge gleichförmig belasteter Cylinder angesehen werden kann, so hat man aus der betreffenden Formel (§. 256) $P = \frac{1}{2} m \frac{r^3\pi}{l}$, sofort $r^3 = \frac{2}{\pi}\frac{lP}{m} = ·6366 \frac{lP}{m}$, woraus sich der Halbmesser r bestimmen läſst. Besteht der Zapfen aus Guſseisen, und nimmt man als mittlern Werth und in runder Zahl den Brechungscoefficienten (aus der Tafel in §. 260) m zu 30000 Pfund, davon aber, weil ein solcher Zapfen viel zu leiden, und ein Bruch sehr nachtheilige Folgen hat, nur den zehnten Theil als Tragvermögen, also 3000 Pfund; so wird

$$r^3 = ·0002122\, Pl \ldots (1.$$

Buchanan, welcher die guſseisernen Zapfen der Wasserräder-Wellen etwas stärker annimmt, gibt dafür eine einfache Regel, wofür (Alles auf das Wiener Maſs und Gewicht reducirt) der Durchmesser jedes der beiden Zapfen

$$D = 1·11 \sqrt[3]{P} \ldots (2$$

zu nehmen ist, wenn P das Gewicht des Rades sammt der Welle in Centnern, also der Druck auf jeden Zapfen zu $\frac{1}{2}P$ angenommen wird.

Da sich ferner nach ihm die Tragkraft des Guſs- zu jenem des Schmiedeisens wie 9 : 14, also der Durchmesser eines guſseisernen zu jenem eines schmiedeisernen Zapfens wie $\sqrt[3]{14} : \sqrt[3]{9}$ verhält, so

erhält man nach Buchanan den Durchmesser eines schmiedeisernen Zapfens aus der Formel

$$D = \cdot 96 \sqrt[3]{P} \ldots (3.$$

Nach Gerstner ist dieses Verhältnifs der Tragkraft zwischen unserm Gufs- und Schmiedeisen, wie 9 : 17·5, folglich für schmiedeiserne Zapfen

$$D = \cdot 889 \sqrt[3]{P} \ldots (4,$$

wobei, wie bereits bemerkt, P die doppelte Last in Centnern bezeichnet, welche der Zapfen zu tragen hat. Auch wird dabei für gewöhnlich angenommen, dafs die Länge des Zapfens seinem Durchmesser ziemlich gleich sey.

Beispiel. Um die Dicke der gufseiernen 4 Zoll langen Zapfen einer horizontalen Wasserradwelle zu finden, wenn jeder Zapfen einen Druck von 25 Centnern zu erleiden hat, so folgt aus der vorigen Formel (1, in welcher $P = 2500$ und $l = 4$ ist: $r^3 = 2{\cdot}122$, also $r = \sqrt[3]{(2{\cdot}122)} = 1{\cdot}285$ oder $D = 2{\cdot}57$ Zoll.

Nach Buchanan's Regel wäre (Form. 2) $D = 1{\cdot}11 \sqrt[3]{50} = 4$ Zoll. Sollen die Zapfen aus Schmiedeisen hergestellt werden, so erhält man nach der Formel (3 $D = \cdot 96 \sqrt[3]{50} = 3\frac{1}{2}$, dagegen nach jener (4 nur 3·3 Zoll.

Nimmt man für die Tragkraft des Gufseisens anstatt (wie es in der Formel 1 geschehen) 3000 nur 2000 (den Brechungscoefficient m also nur mit seinem kleinsten Werthe der Tabelle in Rechnung), so fällt der erste Werth von r oder D im Verhältnifs von $\sqrt[3]{2} : \sqrt[3]{3} = 1 : 1{\cdot}145$ gröfser aus, oder es wird $D = 2{\cdot}57 \times 1{\cdot}145 = 2{\cdot}94$ oder 3 Zoll.

§. 263. Stärke der Zähne und Kämme. Für hölzerne Zähne oder Kämme, welche bei Stirnrädern auf den äufsern Umfang des Radkranzes, bei Kron- und Kammrädern auf der Kranzebene eingesetzt werden, hat man, je nachdem der Kammstiel vierkantig oder rund ist, die Formel (§§. 255, 256) $P = \frac{1}{6} m \frac{b h^2}{l}$ oder $P = \frac{1}{4} m \frac{r^3 \pi}{l} = \cdot 785\, m \frac{r^3}{l}$ anzuwenden, und dabei unter b die Breite nach der Richtung der Achse, unter h die Dicke des Zahns, im Theilrifs gemessen, und unter l den Abstand dieses Theilkreises von der Wurzel des Zahnes (wo dieser am Radkranze aufsitzt) zu verstehen, und endlich für m nur den zehnten Theil des Brechungscoefficienten (aus §. 260) zu nehmen.

Nach Morin ist, wenn b die Breite der Zähne (bei Stirnrädern in der Richtung der Radachse), d die Dicke (im Theilkreis gemessen), l die Länge oder Höhe derselben (radialer Vorsprung über den Radkranz) alles in Wiener Zollen bezeichnet, für eine Geschwindigkeit des Theilkreises, welche unter 5 Fufs ist, $b = 4d$, für eine gröfsere Geschwindigkeit $b = 5d$, und wenn die Zähne dem beständigen Nafswerden ausgesetzt sind, $b = 6d$, wobei noch als äufserste Grenze für die Höhe $l = 1{\cdot}5\,d$ gesetzt wird. Um aber diesen Factor oder die Dicke d der Zähne zu bestimmen, hat man

für gufseiserne Zähne $d = {\cdot}03\sqrt{P}$,

„ kupferne u. broncene $d = {\cdot}036\sqrt{P}$,

für Zähne aus sehr hartem Holze (wie Weifsbuchen)

$$d = {\cdot}04\sqrt{P}.$$

Tredgold nimmt $d = {\cdot}029\sqrt{P}$ für die Dicke der gufseisernen Zähne, und ihre Breite b so, dafs auf je 100 Pfund Druck (auf das Wiener Mafs und Gewicht bezogen) $\frac{3}{10}$ Zoll kommen, für den Druck P also $b = {\cdot}003\,P$ wird. Nach dieser Regel ist die folgende Tabelle berechnet.

Druck auf die Zähne in Pfunden P	Dicke d. (in Zollen)	Breite b. (in Zollen)	Druck auf die Zähne in Pfunden P.	Dicke d. (in Zollen)	Breite b. (in Zollen)	Druck auf die Zähne in Pfunden P.	Dicke d. (in Zollen)	Breite b. (in Zollen)
100	0·29	0·3	2100	1·33	6·3	4100	1·86	12·3
200	0·41	0·6	2200	1·36	6·6	4200	1·88	12·6
300	0·50	0·9	2300	1·39	6·9	4300	1·91	12·9
400	0·58	1·2	2400	1·42	7·2	4400	1·93	13·2
500	0·56	1·5	2500	1·45	7·5	4500	1·95	13·5
600	0·71	1·8	2600	1·48	7·8	4600	1·97	13·8
700	0·77	2·1	2700	1·51	8·1	4700	1·90	14·1
800	0·82	2·4	2800	1·54	8·4	4800	2·02	14·4
900	0·87	2·7	2900	1·57	8·7	4900	2·04	14·7
1000	0·92	3·0	3000	1·59	9·0	5000	2·06	15·0
1100	0·96	3·3	3100	1·62	9·3	5100	2·08	15·3
1200	1·01	3·6	3200	1·64	9·6	5200	2·10	15·6
1300	1·05	3·9	3300	1·67	9·9	5300	2·12	15·9
1400	1·09	4·2	3400	1·70	10·2	5400	2·14	16·2
1500	1·13	4·5	3500	1·72	10·5	5500	2·16	16·5
1600	1·16	4·8	3600	1·75	10·8	5600	2·18	16·8
1700	1·20	5·1	3700	1·77	11·1	5700	2·20	17·1
1800	1·23	5·4	3800	1·79	11·4	5800	2·21	17·4
1900	1·27	5·7	3900	1·82	11·7	5900	2·23	17·7
2000	1·30	6·0	4000	1·84	12·0	6000	2·25	18·0

Anmerkung. Buchanan gibt die Dimensionen der Radzähne nach dem in Pferdekräften ausgedrückten Widerstande, welchen sie bei verschiedenen Geschwindigkeiten zu erleiden haben, in einer eigenen Tabelle an, welche man u. A. auch in Gerstner's Handbuch der Mechanik, im dritten Bande auf Seite 80 findet.

Beispiel. Bei einem in einer Spinnfabrik seit mehr als 10 Jahren im Gange befindlichen Stirnrade, welches eine Kraft von 25 Pferden fortzupflanzen hat, und wobei der Theilkreis eine Geschwindigkeit von nahe 4 Fufs besitzt, sind die gufseisernen Zähne 1·4 Zoll dick und 9·8 Zoll breit. Um nun zu sehen, wie dieses Factum mit den obigen Regeln übereinstimmt, hat man zuerst zur Bestimmung des Druckes P zwischen den Zähnen, das statische Moment $4P = 430 \times 25$ (die Pferdekraft §. 178 zu 430 F. Pf. gerechnet), und daraus $P = 2688$ Pfund; es ist also nach Morin $d = 1·35$ und $b = 6d = 9·3$ Zoll (weil die Zähne dem Nafswerden ausgesetzt sind); nach Tredgold (obige Tabelle) $d = 1·5$ und $b = 8·1$ Zoll.

Über die Stärke der übrigen Bestandtheile der Kamm- und Stirnräder findet man sowohl in Morin's Aide-Mémoire (übersetzt von Holtzmann), als auch im dritten Bande von Gerstner's Mechanik, mehrere Regeln angegeben.

Über die absolute und relative Festigkeit der Körper überhaupt sind von uns zwei ausführliche Abhandlungen in den Jahrb. des k. k. polyt. Institutes im 19ten und 20sten Bande abgedruckt.

§. 264. Biegung elastischer Körper. Stellt AB (Fig. 191) die neutrale Schichte oder Achse eines an dem einen Ende eingemauerten und am andern mit dem Gewichte P belasteten Balkens von rechteckigem Querschnitte, wie in §. 255, vor, wobei jedoch diese Belastung noch innerhalb der vollkommenen Elasticitätsgrenze liegen soll, so, dafs die Biegung BC nach Wegnahme dieses Gewichtes P wieder gänzlich verschwindet; so findet man, wenn b die horizontale Breite, h die Höhe, l die Länge, und $BC = d$ die durch die Belastung P erzeugte Biegung (der Pfeil) des Balkens, so wie endlich M der Modul der Elasticität (§. 252) der Materie ist, woraus derselbe besteht, durch höhere Rechnung:

$$P = \tfrac{1}{4} d \frac{M b h^3}{l^3} \ldots (1, \text{ also daraus } d = \frac{4P}{M b h^3} l^3 \ldots (2, \text{ und}$$

$$M = \frac{4P}{d b h^3} l^3 \ldots (3.$$

Soll dabei das eigene Gewicht G des Balkens mit berücksichtiget werden, so wirkt dieses so, als ob im Puncte A ein Gewicht von $\frac{3}{8} G$ aufgehängt wäre; man mufs also in diesen drei Formeln $P + \frac{3}{8} G$ statt P setzen.

§. 265. Liegt derselbe Balken vom rechteckigen Querschnitte horizontal an beiden Enden frei auf (Fig. 192), und wirkt die Last Q in der Mitte oder halben Länge C, so findet man für die Biegung oder den Pfeil aC: $d = \frac{Q l^3}{4 M b h^3}$. . . (4, und daraus auch:

$$Q = \frac{4 M d b h^3}{l^3} \; . \; . \; . \; (5 \text{ und } M = \frac{Q l^3}{4 d b h^3} \; . \; . \; . \; (6.$$

Für einen Cylinder, dessen Querschnitt ein Kreis vom Halbmesser r ist, erhält man die analogen Gleichungen:

$$d = \frac{Q l^3}{12 \pi M r^4} \ldots (4', \; Q = \frac{12 \pi M d r^4}{l^3} \ldots (5', \; M = \frac{Q l^3}{12 \pi d r^4} \ldots (6';$$

es verhalten sich also bei Balken aus einerlei Materie und von rechteckigem Querschnitte die Biegungen, wie die Belastungen, wie die dritten Potenzen der Längen, und verkehrt wie die Breiten und dritten Potenzen der Höhen; dagegen bei Cylindern wieder wie die Belastungen und dritten Potenzen der Längen, aber verkehrt wie die vierten Potenzen ihrer Halbmesser.

Ist die Last Q nicht in der Mitte angebracht, sondern über die ganze Länge l gleichförmig vertheilt, so mufs man in diesen 6 Formeln $\frac{5}{8} Q$ statt Q setzen, weil diese vertheilte Last Q auf das Biegen genau so, wie ein in der halben Länge angebrachtes Gewicht von $\frac{5}{8} Q$ wirkt, oder eine im Verhältnifs von 8 : 5 gröfsere, aber gleich vertheilte Last dieselbe Biegung, als die erstere in der Mitte angebrachte kleinere Last hervorbringt.

Soll daher auch das eigene Gewicht G des Balkens oder Cylinders mit berücksichtigt werden, so mufs man in diesen Formeln $Q + \frac{5}{8} G$ anstatt Q setzen.

Anmerkung. Beim Gebrauche dieser, so wie der Formeln des vorhergehenden Paragraphes, mufs man l, b, h, d, r in Wiener Zollen und Q in Wiener Pfunden nehmen und verstehen.

§. 266. Bestimmung des Moduls der Elasticität. Die vorigen Formeln (6 und (6′ können am bequemsten zur Bestimmung des Elasticitätsmoduls M der verschiedenen Körper dienen; man legt nämlich den betreffenden Körper in Form einer Schiene oder Latte von rechteckigem Querschnitte, oder eines Cylinders von bekannten Dimensionen auf zwei um die Länge l von einander entfernten Stützen frei auf, und beobachtet die entweder durch das eigene Gewicht

G allein, oder mit Hinzufügung eines in der Mitte aufgehängten Gewichtes Q (wobei jedoch die ganze Belastung noch innerhalb der Elasticitätsgrenze liegen muſs) in der Mitte entstehende Biegung d, wobei alles in Zollen und Pfunden ausgedrückt werden muſs.

Da nach einem groſsen Durchschnitte aus der Tabelle in §. 253 für Holz $M = 1400000$, für Guſseisen $M = 13700000$, und für Schmiedeisen $M = 2350000$ in runden Zahlen hervorgeht, diese Gröſsen sich also nahe wie 1 : 9·8 : 16·8 verhalten; so bestimmen diese Verhältnisse (wie die Formeln (5 und (5′ zeigen) zugleich auch die Gröſse der Belastung, welche drei Balken von denselben Dimensionen, aber beziehungsweise aus Holz, Guſs- und Schmiedeisen bis zu einer gleichen Biegung (vorausgesetzt, daſs diese noch innerhalb der Elasticitätsgrenze liegt) ertragen können.

§. 267. Nimmt man mit Gerstner, durch seine Versuche dazu geführt, an, daſs die gröſste Biegung, welche noch ohne Nachtheil Statt finden kann und darf, bei Holz $\frac{1}{288}$, und bei Guſs- und Schmiedeisen $\frac{1}{480}$ der Länge oder Entfernung der beiden Stützen beträgt; setzt man nämlich in den Form. (5 und (5′ (§. 265) beziehungsweise $d = \frac{l}{288}$ und $d = \frac{l}{480}$ und berechnet sogleich den Zahlencoefficient $4Md$ in (5 und $12\pi Md$ in (5′, und zwar mit den mittlern Werthen von M (aus §. 253), und nur in runden Zahlen; so kann man die Formeln für die gröſste, nach dieser Annahme noch gestattete Belastung Q, welche man in der Mitte der auf beiden Enden horizontal frei aufliegen Balken oder Schäfte von rechteckigem oder kreisförmigem Querschnitte anbringen darf, für den Gebrauch sehr bequem auf folgende Weise einrichten:

	Rechteckiger Querschnitt:	Kreisförmiger Querschnitt:
für Eichenholz	$Q = 19000 \frac{bh^3}{l^2}$	$Q = 179000 \frac{r^4}{l^2}$
„ Buchen	$Q = 18000 \frac{bh^3}{l^2}$	$Q = 169600 \frac{r^4}{l^2}$
„ Fichten	$Q = 25000 \frac{bh^3}{l^2}$	$Q = 235600 \frac{r^4}{l^2}$
„ Tannen	$Q = 21500 \frac{bh^3}{l^2}$	$Q = 202600 \frac{r^4}{l^2}$
„ Guſseisen	$Q = 114000 \frac{bh^3}{l^2}$	$Q = 1075000 \frac{r^4}{l^2}$
„ Schmiedeisen	$Q = 196000 \frac{bh^3}{l^2}$.	$Q = 1847000 \frac{r^4}{l^2}$.

Will man für Holz überhaupt nur einen Mittelwerth von M an-

nehmen, so kann man wohl auch

$$Q = 19400 \frac{b h^3}{l^2} \ldots (m \text{ oder } Q = 182800 \frac{r^4}{l^2} \ldots (m',$$

d. i. für Q nahe den zehnten Theil von jenem für Schmiedeisen setzen. Bei dieser Annahme würden sich also die Belastungen, welche man dreien Balken von gleichen Dimensionen von Holz, Gufs- und Schmiedeisen auflegen dürfte, nahe wie 1 : 6 : 10 verhalten.

Anmerkung 1. In allen diesen Formeln sind die Dimensionen in Zollen und die Belastungen in Pfunden zu nehmen.

Soll das eigene Gewicht der Balken oder Schäfte mit berücksichtigt werden, so mufs man überall $Q + \frac{5}{8} G$ statt Q schreiben; im Falle aber die Last Q über die Länge gleich vertheilt wird, ist $\frac{5}{8} Q$ statt Q zu setzen.

Anmerkung 2. Soll die Biegung eine andere seyn, und z. B. nur den n ten Theil von der hier angenommenen $\left(\frac{l}{288} \text{ für Holz und } \frac{l}{480} \text{ für Eisen}\right)$ betragen, so fallen die obigen Zahlencoefficienten ($4 M d$ und $12 \pi M d$) auch n Mal kleiner aus, und man darf daher in diesen Formeln nur überall $n Q$ statt Q setzen. Soll z. B. die Biegung des Eisens nur $\frac{1}{960}$ der Länge, also die Hälfte von der diesen Formeln zum Grunde liegenden betragen, so wird man in den vier letztern auf Gufs- und Schmiedeisen sich beziehenden Formeln, die Zahlencoefficienten mit 2 dividiren, oder, was auf dasselbe herauskommt, $2 Q$ statt Q setzen.

§. 268. Da im Maschinenwesen viele Bestandtheile, wie z. B. Radachsen, Wellen u. s. w. so stark genommen werden müssen, dafs sie keine für den Gang der Maschine nachtheilige Biegung annehmen; so wird man sich zur Bestimmung der Querschnitte dieser Bestandtheile nicht an die Formeln für die relative Festigkeit, sondern an die im vorigen Paragraphe (welche sich auch leicht mit Rücksicht auf §. 264 für den Fall, als die Körper nur an einem Ende befestigt sind, modificiren lassen) für die Biegung entwickelten Formeln halten.

Da es sich in der Anwendung gewöhnlich um die einer gegebenen Belastung entsprechenden Querschnitte handelt, so kann man diese aus den Gleichungen des vorigen Paragraphes, wobei man sich für Holz mit dem in (m und (m' angegebenen Durchschnittswerth begnügen kann, bestimmen, und die Werthe nur in runden Zahlen annehmen.

Liegen also die Balken oder Schäfte an beiden Enden horizontal frei auf, und drückt man Q in Pfunden, b, h, r in Zollen, dagegen die Länge in Fufsen aus, so hat man bei einer gestatteten Biegung von $\frac{l}{288}$ für Holz und $\frac{l}{480}$ für Gufs- und Schmiedeisen, sofort

	für rechteckige Querschnitte	für kreisförmige Querschnitte
bei Holz	$b h^3 = \frac{Q l^2}{135}$	$r^4 = \frac{Q l^2}{1270}$
„ Gufseisen	$b h^3 = \frac{Q l^2}{800}$	$r^4 = \frac{Q l^2}{7500}$
„ Schmiedeisen	$b h^3 = \frac{Q l^2}{1360}$.	$r^4 = \frac{Q l^2}{12800}$.*)

Soll aufser der in der Mitte angebrachten Last Q auch das eigene Gewicht G des Balkens oder Schaftes berücksichtigt werden, so mufs man in diesen Formeln $Q + \frac{5}{8} G$, soll aber die Last Q über die ganze Länge gleich vertheilt werden, $\frac{5}{8} Q$ statt Q setzen.

Anmerkung. Soll die Biegung nur den n ten Theil von der hier zum Grunde liegenden betragen, so darf man in der entsprechenden Formel (vergl. vorigen Paragraph Anmerk. 2) nur $n\,Q$ statt Q setzen.

Beispiele.

1. Wie stark wird sich ein 12 Fufs langes, 1 Fufs breites und 1 Zoll dickes tannenes Bret biegen, wenn es flach auf zwei um 12 Fufs von einander entfernte Stützen (Länge l des Bretes) horizontal aufgelegt, und in der Mitte mit 50 Pfund belastet wird?

 Nimmt man das specifische Gewicht dieser Holzgattung (§. 39) zu ·5 an, so ist das Gewicht des Bretes $G = 28$ Pfund, folglich, wenn man in der Formel (4 (§. 265) $Q = 50 + \frac{5}{8} . 28 = 67·5$, $l = 12 \times 12 = 144$, $b = 12$, $h = 1$, und (aus §. 253 als Mittelwerth) $M = 1500000$ setzt, sofort die gesuchte Biegung oder der Pfeil $d = 2·8$ Zoll.

 Dieselbe Biegung würde auch durch eine über die ganze Länge gleich vertheilte Last von $\frac{8}{5} . 50 = 80$ Pfund erfolgen.

2. Es soll für den im §. 261, Beispiel 1, angenommenen gufseisernen Tragbalken die Last gefunden werden, welche er mit Rücksicht auf die Biegung mit Sicherheit tragen kann.

 Da für diesen Balken $b = 3$, $h = 6$ und $l = 144$ ist, so hat man aus der betreffenden Formel (§. 267) $Q = 114000 \frac{b h^3}{l^2}$, sofort $Q = 3562·5$ Pfund, als die gesammte Belastung. Bringt man das eigene Gewicht des Balkens $G = 626$ Pfund in Abschlag, so bleiben noch $3562·5 - \frac{5}{8} . 626 = 3171$ Pfund für die gesuchte in der Mitte aufzulegende Last, während diese ohne Rücksicht auf Biegung im angezogenen Paragraphe bis nahe 4000 Pfund gefunden wurde.

3. Berechnet man die in §. 261, Beispiel 2, bestimmte Dicke der gufseisernen Welle mit Rücksicht auf Biegung, und nimmt gleich als genäherten Werth das dort berechnete Gewicht der Welle mit 906 Pfund an, so hat man in der obigen Formel $r^4 = \frac{Q l^2}{7500}$, sofort $Q = 1600 + \frac{5}{8} . 906 = 2166$

*) Bei den von Morin angegebenen ähnlichen Formeln scheint Gufs- und Schmiedeisen verwechselt worden zu seyn.

und $l = 18$ zu setzen; dadurch erhält man $r^4 = 94{\cdot}051$, also $r = 3{\cdot}114$ Zoll, während wir im genannten Paragraphe blofs nach der relativen Festigkeit gerechnet, nur $r = 2{\cdot}77$ Zoll fanden. (Der nun entstehende geringe Unterschied im Gewichte der Welle, das etwas gröfser als 906 Pfund ist, hat hier keinen weitern Einflufs.)

Soll die Welle, welche an dieser Stelle ein Stirnrad trägt, das genau eingreifen mufs, in der Mitte nur eine Biegung von $\frac{1}{4}$ Zoll, welche also den $4 \times 18 \times 12 = 864$sten Theil der Länge beträgt, erhalten, so mufs dieser nun, da hier eine Biegung von dem 480sten Theil der Länge zum Grunde liegt $n = \frac{864}{480} = 1{\cdot}8$ Mal kleiner werden, folglich mufs man (vorige Anmerk.) in der vorigen Formel $1{\cdot}8\,Q$ statt Q setzen, wodurch der vorhin für r gefundene Werth noch mit $\sqrt[4]{1{\cdot}8} = 1{\cdot}158$ zu multipliciren kommt, wodurch man $r = 3{\cdot}6$ Zoll erhält.

Nach der Annahme von Tredgold, welcher für gufseiserne Schäfte nur eine Biegung von $\frac{1}{1200}$ der Länge zulassen will, müfste man, wegen $n = \frac{1200}{480} = 2{\cdot}5$, den obigen Werth von r mit $\sqrt[4]{2{\cdot}5} = 1{\cdot}257$ multipliciren, wodurch man für den Halbmesser des Schaftes 3·9, also für dessen Durchmesser 7·8 Zoll erhielte.

Rückwirkende Festigkeit.

§. 269. Wird bei einem Körper (wie z. B. bei Bausteinen, Pfeilern u. s. w.) die rückwirkende Festigkeit in Anspruch genommen, und geht man dabei, wie es die Sicherheit erfordert, wieder nicht über die Elasticitätsgrenze hinaus, so, dafs also die durch die aufgelegte Last entstehende Zusammendrückung, nach Wegnahme derselben wieder gänzlich verschwindet; so sind diese Verkürzungen (so wie bei der absoluten Festigkeit die Verlängerungen oder Ausdehnungen) wieder den aufgelegten Gewichten oder Lasten proportional. Die Versuche hierüber beschränken sich jedoch mehr auf die Bestimmung jener Last, bei welcher die Körper zerquetscht oder zersplittert werden, so, dafs man dann davon für die Tragkraft einen gewissen Bruchtheil zu nehmen hat. Nach diesen Versuchen ist bei Körpern von ähnlicher Form und demselben Materiale die rückwirkende Festigkeit den Querschnittsflächen proportional, auf welche die Kraft oder Belastung senkrecht wirkt, und sie ist dabei um so gröfser, je mehr sich die Fläche der Kreisform und die Dicke der Höhe nähert.

Die nachstehende Tabelle gibt die Werthe der rückwirkenden Festigkeit für einige der am meisten vorkommenden Körper, auf das Wiener Mafs und Gewicht bezogen.

Benennung der Körper.	Rückwirkende Festigkeit in Pfunden auf 1 Quadratzoll.	Benennung der Körper.	Rückwirkende Festigkeit in Pfunden auf 1 Quadratzoll.
Basalt	20000 — 25000	Sandstein . .	1200 — 11000
Granit	5000 — 9500	Ziegelstein . .	490 — 2100
Kalkstein . .	1200 — 4950	Eichenholz .	3350 — 5700
Marmor . . .	3700 — 9900	Tannenholz .	5700 — 6700
Mörtel	372 — 750	Gufseisen . .	62000 — 124000

§. **270.** Bei einer Säule oder einem Pfeiler von beträchtlicher Höhe tritt bei fortgesetzter Belastung eine Biegung ein, wodurch endlich der Bruch (also kein eigentliches Zerdrücken) erfolgt; diefs geschieht z. B. beim Eisen schon, wenn das Prisma beiläufig drei Mal so hoch als dick ist. Ist der Querschnitt ein Rechteck, so tritt in der Regel die Biegung in der Art ein, dafs von den beiden breiten Seitenflächen des Prisma, die eine concav und die andere convex ausgebogen wird, wie es in Fig. 193 dargestellt ist.

Ist b die breite und h die dicke oder schmale Seite des rechteckigen Querschnitts eines prismatischen Körpers von der Länge l, und wird dieser mit dem Gewichte P belastet, so findet man nach der Theorie der elastischen Körper (wenn P innerhalb der Elasticitätsgrenze liegt):

$$P = \pi^2 M \frac{b h^3}{12 l^2} \; . \; . \; . \; (1,$$

wo π die bekannte Zahl 3·14, und M den Modul der Elasticität des betreffenden Körpers bezeichnet; es verhalten sich also die rückwirkenden Festigkeiten (eigentlich die Tragvermögen) zweier vierkantiger Balken aus einerlei Materiale, wie die Breiten, Cubi der Dicken, und verkehrt wie die Quadrate der Längen.

Ist der Querschnitt ein Kreis vom Halbmesser r, so ist $P = \pi^3 M \frac{r^4}{4 l^2}$, so, dafs sich bei runden Säulen von derselben Materie die Festigkeiten wie die vierten Potenzen ihrer Halb- oder Durchmesser, und umgekehrt wie die Quadrate ihrer Höhen verhalten.

Für einen hohlen Cylinder, dessen äufserer Halbmesser $= R$ und innerer $= r$ ist, wird $P = \pi^3 M \left(\frac{R^4 - r^4}{4 l^2}\right)$.

§. 271. Diese im vorigen Paragraphe aufgestellten Formeln geben in jenen Fällen, in welchen die Prismen oder Säulen nicht wenigstens 20 Mal so hoch als dick sind, folglich in den meisten vorkommenden Fällen, zu grofse Resultate, und in diesem Falle kommt man der Wahrheit näher, wenn man ihre Stärke nicht nach diesen aus der Biegung abgeleiteten Formeln, sondern nach jenen Zahlen bestimmt, welche durch Versuche für das Zerdrücken oder Zerquetschen der Körper gefunden sind. Man kann dabei im grofsen Durchschnitte für die Kraft oder Belastung, durch welche eine Säule von der halben oder gleichen Dicke ihrer Höhe zerdrückt wird, auf jeden Quadratzoll der Querschnittfläche

für Eichen und Tannenholz	zu	3700 Pfund
„ Schmiedeisen	„	49560 „
„ Gufseisen	„	124000 „

annehmen. Bei hölzernen Säulen oder Stützen mufs man die vorige Zahl 3700 auf $\frac{5}{6}$ reduciren, d. i. mit $\frac{5}{6}$ multipliciren, wenn die Höhe beiläufig der 12fachen, dagegen $\frac{1}{2}$ Mal nehmen, wenn die Höhe nahe der 24fachen Dicke gleich ist.

Bei Schmiedeisen wird die vorige Zahl 49560 in den genannten beiden Fällen beziehungweise mit $\frac{5}{8}$ und $\frac{1}{2}$ multiplicirt, so wie endlich bei Gufseisen die entsprechende Zahl 124000 mit den Zahlen $\frac{2}{3}$, $\frac{1}{2}$ und $\frac{1}{15}$ multiplicirt werden mufs, wenn die Höhe beziehungsweise beiläufig der 4, 8 und 36fachen Dicke gleich kommt.

Da aber dadurch immer nur jene Zahlen bestimmt werden, bei welchen der Bruch erfolgt, so nimmt man davon für die sichere Belastung bei Holz und Steinen nur den zehnten, und bei Eisen den vierten bis sechsten Theil.

Beispiel. Eine vierkantige hölzerne Säule von 15 Fufs Höhe hat eine Last von 200 Centnern zu tragen, welchen Querschnitt mufs man derselben geben, wenn derselbe quadratförmig seyn soll?

Rechnet man nach der Formel (1 in §. 270, und setzt als Mittelwerth $M = 1500000$, nimmt $b = h$, und von der entstehenden Festigkeit nur den zehnten Theil; so erhält man

$$P = 10 \times 150000 \frac{b^4}{12(12 \times 15)^2} = 3{\cdot}858\, b^4,$$

und da $P = 20000$ seyn soll, so ist $b^4 = \frac{20000}{3{\cdot}858} = 5184$, also

$$b = 8\tfrac{1}{2} \text{ Zoll.}$$

Benimmt man sich dagegen nach der obigen (im gegenwärtigen Paragraphe) gegebenen Regel, so kann man, da die Höhe nach der bereits geführten Rechnung beiläufig der 18fachen Dicke gleichkommt, was zwischen

der 12- und 24fachen in der Mitte liegt, auch von den entsprechenden Factoren $\frac{5}{6}$ und $\frac{3}{6}$ das Mittel, nämlich $\frac{4}{6}$ oder $\frac{2}{3}$ nehmen, womit man die dem Holz entsprechende Zahl 3700, oder, wenn man gleich davon den zehnten Theil nimmt, jene 370 multiplicirt, was sofort 247 als Belastung auf 1 Quadratzoll gibt; da nun die gegebene Last 20000 Pfund beträgt, so mufs der Querschnitt $b^2 = \frac{20000}{247} = 81$, also $b = 9$ Zoll seyn, was sehr gut mit dem vorigen Resultate übereinstimmt.

Torsions-Festigkeit.

§. 272. Wird ein prismatischer Körper oder ein cylinderischer Schaft *AE* (Fig. 193) horizontal oder vertical an dem einen Ende *DE* unveränderlich befestigt, z. B. eingemauert, und an dem andern durch eine Kraft *P*, welche in einer auf der Achse senkrechten Ebene *AB* an einem Hebel *CF* wirkt, um seine Achse *CO* umzudrehen versucht, so wird dadurch der Halbmesser *CB* um einen gewissen Winkel $BCB' = i$ verdreht, und die auf der Oberfläche gezogene Gerade *EB* die Lage *EB'* annehmen. Findet diese Torsion oder Verdrehung nur innerhalb der Elasticitätsgrenze Statt, so wird, sobald die Kraft *P* zu wirken aufhört, auch die Verdrehung sammt dem Winkel *i* verschwinden, und es werden *CB'* und *EB'* wieder ihre ursprünglichen Lagen *CB* und *EB* annehmen.

Ist *l* die Länge des Cylinders, *r* dessen Halbmesser und *R* jener des Rades an dessen Umfange, oder die Länge des Hebels, an dessen Endpunct die Kraft *P* wirkt; so findet man durch höhere Rechnung für das Torsionsmoment des massiven Cylinders:

$$PR = \tfrac{1}{2} w \pi \frac{i}{l} r^4 \quad \ldots (1,$$

wo *w* ein durch Versuche zu bestimmender Zahlencoefficient (Torsionscoefficient) ist.

Für einen hohlen Cylinder, dessen äufserer Halbmesser *r* und innerer *r'* ist, hat man

$$PR = \tfrac{1}{2} w \pi \frac{i}{l} (r^4 - r'^4) \quad \ldots (2.$$

Für eine Welle von quadratförmigem Querschnitt und der Seite *a*:

$$PR = \tfrac{1}{6} w \frac{i}{l} a^4 \quad \ldots (3,$$

und bei einem rechteckigen Querschnitte von den Dimensionen *a* und *b*:

$$PR = \tfrac{1}{3} w \frac{i}{l} \frac{a^3 b^3}{a^2 + b^2} \quad \ldots (4.$$

Was nun die Torsionscoefficienten betrifft, so sind diese für einige der wichtigsten Körper in der nachstehenden Tabelle zusammengestellt; dabei ist wieder der Wiener Zoll und das Wiener Pfund zur Einheit genommen, so daſs man in den vorigen Formeln *a*, *b*, *r*, *R* und *l* in Zollen, *P* in Pfunden, und den Drehungswinkel *i* in Graden ausdrücken und verstehen muſs.

Benennung der Körper.	Torsionscoefficient *w*.	Benennung der Körper.	Torsionscoefficient *w*.
Buchen . . .	1900	Tannen . . .	1000 — 1800
Eichen . . .	1000 — 1800	Weiſsbuchen	2400
Eschen . . .	1800	Guſseisen . .	86000 — 88000
Fichten . . .	900 — 1360	Schmiedeisen	124000 — 178000
Kiefer	1250	Stahl	148000 — 181000
Lärchen . . .	1700		

§. 273. Für die Halbmesser der cylinderischen Wellen erhält man aus der obigen Gleichung (1 : $r = \sqrt[4]{\left(\frac{2\,P\,R\,l}{\pi w i}\right)}$, oder, wenn man den noch als unschädlich zuläſsigen Drehungswinkel *i* für hölzerne und eiserne Wellen nach Gerstner zu ·117 Grad annimmt,

$$r = \sqrt[4]{\left(\frac{5{\cdot}45\,P\,R\,l}{w}\right)} \;.\;.\; (1,$$

und für quadratische Querschnitte, für die Seite:

$$a = \sqrt[4]{\left(\frac{51{\cdot}92\,P\,R\,l}{w}\right)} \;.\;.\; (2,$$

wobei *w* aus der vorigen Tabelle, *P*, *R* und *l* aber in Zollen zu nehmen und zu verstehen ist.

Bei Röhren oder hohlen Cylindern ist auch die Torsions-Festigkeit, bei gleichen Massen nämlich (auf ähnliche Weise wie bei der relativen Festigkeit, §. 258) wieder gröſser als bei massiven Cylindern. Ist z. B. *d* der lichte Durchmesser eines hohlen Cylinders, und besitzt er dieselbe Masse wie ein massiver Cylinder von dem nämlichen Durchmesser *d*, welcher aus derselben Materie besteht; so ist die Torsions-Festigkeit des erstern schon drei Mal so groſs, als jene des massiven Cylinders (wie man leicht aus den beiden Gleichungen 1 und 2 in §. 271 findet.)

§. 274. Buchanan gibt für die Stärke guſseiserner Wellen und Schäfte, bei welchen der Torsionswiderstand mehr als jener gegen die

Biegung in Anspruch genommen wird, folgende Regel: Bezeichnet N die Anzahl der Pferdekräfte (jede zu $430^{F. Pf.}$ angenommen, §. 178), welche die Welle fortzupflanzen hat, und n die Anzahl ihrer Umdrehungen per Minute; so ist der für die gufseiserne massive Welle nöthige Durchmesser in Wiener Zollen ausgedrückt:

$$d = 5{\cdot}4 \sqrt[3]{\frac{N}{n}} \ldots (1.$$

Für schmiedeiserne Wellen ist:

$$d = 5{\cdot}4 \times {\cdot}963 \sqrt[3]{\frac{N}{n}} = 5{\cdot}2 \sqrt[3]{\frac{N}{n}} \ldots (2.$$

Für solche aus Eichenholz:

$$d = 5{\cdot}4 \times 2{\cdot}238 \sqrt[3]{\frac{N}{n}} = 12{\cdot}1 \sqrt[3]{\frac{N}{n}} \ldots (3.$$

Für solche aus Tannenholz:

$$d = 5{\cdot}4 \times 2{\cdot}06 \sqrt[3]{\frac{N}{n}} = 11{\cdot}1 \sqrt[3]{\frac{N}{n}} \ldots (4.$$

Die Durchmesser von schmiedeisernen, eichenen und tannenen Wellen müssen nämlich nach dieser Regel beziehungsweise ·963, 2·238 und 2·06 Mal so stark, als eine gufseiserne Welle unter gleichen Umständen seyn.

Anmerkung. Wir führen diese Regel von Buchanan, nach welcher eigene Tabellen für die Wellenstärke berechnet, und in viele Werke aufgenommen wurden, mehr geschichtlich an, als dafs wir einen grofsen Werth darauf legten; im Gegentheile halten wir diese Formeln, in welchen die Länge der Welle, die nach Buchanan (übereinstimmend mit Prof. Robison) auf die Torsions-Festigkeit keinen Einflufs haben soll, unberücksichtigt geblieben ist, nur für ganz kurze Wellen für zuläfsig, indem sie sonst immer, wie die nachstehenden Beispiele zeigen, zu kleine Resultate geben, und zwar um so mehr zu klein, je länger die Wellen sind.

Beispiele.

1. Um die Stärke einer Wasserradwelle aus Tannenholz, welche in 15 Fufs Entfernung vom Wasserrad einen Daumenkranz trägt, mittelst welchen ein Hammer, der auf die Daumen oder Hebköpfe mit 100 Pfund drückt, und wobei der Abstand der Daumen von der Achse der Welle 12 Zoll betragen soll, in Beziehung auf die Torsions-Festigkeit zu finden, hat man nach der Formel (1 in §. 273, wenn man $P = 100$, $R = 12$, $l = 15 \times 12 = 180$, und als mittlern Werth aus der Tabelle (§. 272) $w = 1400$ setzt: $r^4 = \frac{5{\cdot}45 \times 100 \times 12 \times 180}{1400} = 840{\cdot}86$, also $r = \sqrt[4]{(840{\cdot}86)} = 5{\cdot}385$, also der Durchmesser $d = 10{\cdot}8$ Zoll.

2. Soll dieselbe Welle cylinderisch aus Gufseisen hergestellt werden, so kann man in der genannten Formel (1 $w = 87000$ setzen, wodurch man nahe $r = 2$, also den Durchmesser $d = 4$ Zoll findet.

Macht die Welle, um die Regel von Buchanan anwenden zu können, per Minute n Umdrehungen, so ist, wenn man den Widerstand von 100 Pfund als fortwährend auf der Kreisperipherie von 1 Fufs Halbmesser wirkend ansieht, der Weg der Last per Secunde $= \frac{2 \times 3 \cdot 14 n}{60}$, also die Arbeit des Widerstandes in Pferdekraft $N = \frac{2 \times 3 \cdot 14 \times 100 n}{60 \times 430}$, daher $\frac{N}{n} = \cdot 0244$ und $\sqrt[3]{\frac{N}{n}} = \sqrt[3]{\cdot 0244} = \cdot 29$, und endlich nach der obigen Formel (1 sofort $d = 5 \cdot 4 \times \cdot 29 = 1 \cdot 6$ Zoll, wornach aber die Welle offenbar zu schwach, wenigstens in Beziehung auf die Biegung und relative Festigkeit ausfiele, so, dafs man ihren Durchmesser nicht nach dem Torsionswiderstande, sondern nach jenem gegen die Biegung bestimmen müfste, wofür man nach Buchanan nahe 6 Zoll erhalten würde.

3. Soll eine schmiedeiserne runde Welle, welche in einer Minute 30 Umdrehungen macht, auf eine Länge von 12 Fufs, einen auf den Umfang eines 12 Fufs hohen Ruderrades wirkenden Widerstand von 1140 Pfund (durch den Krummzapfen, welcher vom Rade um 12 Fufs absteht) überwinden; so findet man nach der genannten Formel (1 in §. 273, wenn man $P = 1140$, $R = 72$, $l = 144$, und als Mittelwerth aus der Tabelle $w = 150000$ setzt: $r^4 = 429 \cdot 44$, und daraus $r = 4 \cdot 55$ oder $d = 9$ Zoll.

Da nach diesen Angaben die Arbeit des Widerstandes 50 Pferdekräfte beträgt, so ist nach der Regel von Buchanan (Formel 2, des gegenwärtigen Paragraphes)

$$\frac{N}{n} = \frac{50}{30}, \quad \sqrt[3]{\frac{N}{n}} = \sqrt[3]{1 \cdot 667}, \text{ folglich } d = 5 \cdot 2 \sqrt[3]{\frac{N}{n}} = 6 \cdot 2 \text{ Zoll},$$

demnach wieder bedeutend geringer als nach der erstern Rechnungsart.

Wäre die Welle statt 12 Fufs nur 2 Fufs lang, so würde diefs auf die letztere Rechnungsart keinen, wohl aber auf die erstere einen Einflufs haben, und der obige Werth von 9 Zoll im Verhältnifs von $\sqrt[4]{6} : 1$ (da die Länge der Welle jetzt nur den sechsten Theil beträgt) kleiner, also die Dicke der Welle nahe $= 6$ Zoll werden, in welchem Falle auch in der That eher eine Übereinstimmung mit der Buchanan'schen Regel Statt fände. (Vergl. die vorige Anmerkung.)

Schlufsbemerkung. Soll eine Welle nicht blofs mit ihrer Torsions-, sondern auch mit ihrer relativen Festigkeit Widerstand leisten, und zugleich nur eine innerhalb einer gegebenen Grenze liegende Biegung annehmen, so wird man die Stärke der Welle, d. i. ihren Durchmesser nach allen drei Beziehungen bestimmen oder berechnen und davon die gröfste

der drei erhaltenen Dimensionen beibehalten, indem diese dann auch den beiden übrigen Bedingungen um so mehr entsprechen wird.

Röhrenstärke.

§. 275. Werden die Röhren zu Wasserleitungen, oder wie manchmal die eisernen zur Entwicklung von Dämpfen benützt, so haben sie einen von ihrer Achse aus, nach radialen Richtungen, also senkrecht gegen die innere Wand- oder Umfläche Statt findenden Druck auszuhalten, welchem sie nur bei einer gehörigen Wand oder Röhrendicke, die hier bestimmt werden soll, widerstehen können.

Ist der lichte oder innere Durchmesser einer cylinderischen Röhre $AB = 2r$ (Fig. 194), und wird jeder Punct der innern Mantelfläche von der Achse, oder wenn man bei der gegenwärtigen Entwicklung blofs einen einzelnen Querschnitt senkrecht auf die Achse betrachtet, jeder Punct der Kreisperipherie $ANBN'$ vom Mittelpuncte C aus radial oder normal mit einer Kraft gedrückt, welche auf die Flächeneinheit bezogen, den Werth p hat; so kann man sich die genannte Kreisperipherie in unendlich kleine Bögen oder Theile von der Gröfse $am = s$ zerlegt denken, wodurch, wenn wir Kürze halber den Bogen s selbst für die Fläche nehmen (diese ist eigentlich ls, wenn l die Länge des Cylinders nach seiner Achse ist; man kann aber vorläufig diesen constanten Factor l auslassen und nur zuletzt erst in Rechnung bringen), der Bogen s den Druck ps normal auf am oder in der Richtung Ca erleidet. Zerlegt man aber diese Kraft $ad = ps$ in zwei auf einander senkrechte ac und ab, wovon die erstere mit irgend einem Durchmesser AB parallel, folglich die zweite darauf senkrecht ist, so erhält man, weil die beiden Dreiecke amn und abd (deren Seiten auf einander senkrecht stehen) ähnlich sind, also $ab : ad = mn : am$ Statt findet, für die letztere $ab = ps . \frac{mn}{s} = p . fg$, wenn nämlich mf und ag auf AB senkrecht gezogen werden.

Soll nun die Röhre (weil diese, im Falle sie berstet, immer nach irgend einem Durchmesser reifsen wird) in der Richtung des Durchmessers AB in zwei Hälften abgerissen werden, so gehen die mit AB parallelen Kräfte, von welchen einer jeden, wie ac an einem ähnlich liegenden Puncte a' (wofür W. ACa' = W. BCa) eine eben so grofse Kraft $a'c'$ entgegenwirkt, diese sich also gegenseitig aufheben, für diese Wirkung verloren, und es bleibt dafür nur die Summe der auf AB senkrechten Kräfte wie ab, deren in der andern Röhrenhälfte oder hier

im zweiten Halbkreis $AN'B$ eine eben so grofse Summe entgegenwirkt, und dadurch eben das Abreifsen (wie bei einem Prisma oder Seile, welches der Länge nach von zwei gleichen Kräften nach entgegengesetzten Richtungen gezogen wird) der einen Röhrenhälfte von der andern bewirkt wird. Diese Summe ist aber, wenn wir sie S nennen,

$$S = p.fg + p.gh + \ldots = p(fg + gh + \ldots),$$

und zwar durch den ganzen Halbkreis BNA genommen, wodurch die Summe der in der Klammer stehenden Projectionen der Bogenelemente in die Projection des ganzen Halbkreises auf AB, nämlich in diesen Durchmesser $AB = 2r$ selbst übergeht, so, dafs man hat: $S = 2rp$, folglich auch $Sl = p.2rl$, wo l, wie bereits bemerkt, die Länge der Röhre bezeichnet; der Druck also, welcher senkrecht auf AB zum Losreifsen der beiden Röhrenhälften ANB und $AN'B$ wirkt, ist gerade so grofs, als der Druck auf die diametrale Ebene AB, d. i. auf die Projection der Cylinderfläche auf diese Ebene wäre.

Eben so findet man ganz analog den Druck auf die innere Kugelfläche, um diese in zwei Halbkugeln nach einem gröfsten Kreise zu trennen, gleich dem Druck auf eine gröfste Kreisebene $r^2\pi$, folglich wenn wieder p der radiale Druck auf die Flächeneinheit ist, diesen auf Trennung wirkenden Druck $= pr^2\pi$.

§. **276.** Ist nun e die Dicke der Röhrenwand, so wird beim Zerreifsen derselben die Fläche $2le$ los- oder abgerissen; ist demnach m die absolute Festigkeit (§. 251) des Stoffes oder der Materie, woraus die Röhre besteht, so ist für das Gleichgewicht der zerreifsenden Kraft mit dieser Festigkeit $2lem = 2prl$, und daraus $e = \frac{pr}{m}$, wobei man jedoch, da man das Zerreifsen der Röhre in der Anwendung vermeiden will, von der Zahl m nur einen gewissen, z. B. den vierten oder fünften Theil, nehmen darf, oder überhaupt das Tragvermögen des Materiales zu setzen hat.

Da indefs, selbst wenn der Druck $p = o$ ist (wofür $e = o$ würde) die Röhre zu ihrer eigenen Stabilität schon eine gewisse Stärke besitzen mufs, so fügt man zu jener e noch eine gewisse (die additionelle) Dicke f hinzu, wodurch man endlich für die gesuchte Röhrendicke $$e = \frac{pr}{m} + f \ldots (1$$ erhält.

Eben so würde für eine hohle Kugel die Wanddicke

$$e = \frac{pr}{2m} + f \text{ seyn.}$$

§. 277. Bringt man statt des Halbmessers den lichten Durchmesser $d = 2r$ der Röhren in Rechnung, und drückt, wie es für die Anwendung am bequemsten ist, den auf die Flächeneinheit (wofür wir den Wiener Quadratzoll nehmen) der Röhrenwand Statt findenden Druck in Atmosphären $= n$ aus (wobei wir den Druck einer Atmosphäre zu $12\frac{3}{4}$ Pfund, oder nahe dem Drucke einer 32 Fufs hohen Wassersäule annehmen); so kann man nach den von Geniey über die Röhrendicken der Wasserleitungsröhren gemachten Versuchen und Beobachtungen, für die Wanddicke e, wobei e und d in Zollen zu verstehen und zu nehmen sind, folgende Werthe annehmen:

Für bleierne Röhren . . $e = \cdot 005\,nd + \cdot 17$
„ gufseiserne „ . . $e = \cdot 0007\,nd + \cdot 38$
„ Eisenblech „ . . $e = \cdot 0005\,nd + \cdot 114$
„ hölzerne „ . . $e = \cdot 833\,nd + 1\cdot 02$.

Für gegossene hohle Kugeln, Halbkugeln oder Segmente ist die Wanddicke (S. die vorige Anmerk.) mit der Hälfte von jener, welche einem Cylinder von demselben lichten Durchmesser entspricht, hinreichend. Bestehen diese aber (wie manchmal bei Dampfkesseln) aus zusammen genieteten Blechen, so nimmt man $\frac{2}{3}$ von dieser Cylinderstärke.

Anmerkung. In der Voraussetzung, dafs alle gufseisernen Leitungsröhren auf einen Druck von 10 Atmosphären probirt werden, kann man in der betreffenden Formel $n = 10$ setzen. Aubisson nimmt für solche Röhren $e = \cdot 01\,d + \cdot 38$.

Beispiel. Eine horizontale Wasserleitung, aus gufseisernen Röhren bestehend, hat den Druck einer 100 Fufs hohen Wassersäule auszuhalten; welche Wanddicke mufs man den Röhren geben, wenn sie 6 Zoll im lichten Durchmesser halten?

Hier ist $n = \frac{100}{32} = 3\cdot 125$ und $d = 6$, folglich nach der obigen Formel für Gufseisen die gesuchte Wanddicke $e = \cdot 013 + \cdot 38 = \cdot 393$ Zoll oder $4\cdot 7$ Linien, wofür man die Zahl 5 nehmen wird.

Eilftes Kapitel.

Von den allgemeinen Eigenschaften der in Bewegung befindlichen Maschinen.

§. 278. Erklärungen. Jede Maschine besteht mehr oder weniger aus Bestandtheilen, welche die von der Betriebskraft ausgehende Bewegung empfangen und einander mittheilen oder übertragen. Dabei kann bei einer einfach arbeitenden Maschine der erste oder derjenige Theil, welcher die bewegende Kraft gleichsam aufnimmt, der aufnehmende und der letzte, welcher die beabsichtigte Arbeit verrichtet, der arbeitende Theil genannt werden, während die übrigen, an der Bewegung Theil nehmenden Zwischenbestandtheile, die Communication bilden. So ist z. B. bei einer durch das Wasser betriebenen Schrotmühle (wo das Getreide nur geschroten wird) das Wasserrad der aufnehmende oder empfangende, der obere Mühlstein oder Läufer dagegen der arbeitende Theil der Mühle, während die Zwischenräder die Communication ausmachen. Bei vielen Maschinen folgt eine ganze Reihe von Arbeiten auf einander, wie z. B. bei Mahlmühlen das geschrotene oder von den Steinen kommende Mahlgut noch, um es in Mehl zu verwandeln (oder eigentlich daraus abzusondern), gebeutelt und gesäubert werden; bei einer Papiermaschine die dargebotene Papiermasse von den Knoten befreit, auf dem Sieb oder Metalltuch in ein lockeres, zwischen den Naſswalzen in ein festeres, zwischen den Trockenwalzen in ein noch festeres Flieſs, durch die geheizten Trockencylinder in getrocknetes, durch die Glättwalzen in geglättetes, und endlich durch den Schneideapparat in kaufrechtes Papier verwandelt werden muſs u. s. w. Es lassen sich indeſs die für ganz einfach wirkende Maschinen, wo nur eine einzige Arbeit verrichtet wird, geltenden Regeln und Bemerkungen auch leicht auf solche zusammengesetzt wirkende Maschinen übertragen oder ausdehnen.

Der aufnehmende Bestandtheil heiſst gewöhnlich der Motor (§. 176), obschon er dieſs streng genommen nur im zweiten Grade oder secundär ist, indem diese Benennung bloſs den thierischen Kräften, der Schwere, Wärme u. s. w. zukommt; so wird bei der Mahlmühle unter dem Motor das Wasserrad verstanden, obgleich es hier das Gewicht des Wassers, also zuletzt doch nur die Schwerkraft ist, welche die Bewegung erzeugt; allein dergleichen Rigorositäten sind hier weder

nothwendig noch nützlich, indem, wenn einmal die Begriffe festgestellt sind, passende Abkürzungen nur förderlich seyn können.

§. 279. Arbeitsverlust der bewegenden Kraft. Nicht genug, dafs schon der sogenannte Motor einer Maschine die bewegende Kraft nicht vollständig, sondern je nach seiner Beschaffenheit nur mehr oder weniger aufzunehmen im Stande ist, so kann er auch selbst diesen aufgenommenen Theil nicht ungeschmälert bis auf den letzten oder arbeitenden Bestandtheil fortpflanzen, indem ein Theil davon zur Überwindung der vorkommenden Hindernisse als Reibung, Steifheit der Seile (wo letztere vorkommen), des Widerstandes des Mittels, in welchem sich die Theile bewegen, der Trägheit der Massen, wenn sie plötzliche Geschwindigkeitsänderungen erleiden, so wie auch zur Formänderung, welche sie durch Stöfse erfahren u. s. w. verwendet werden mufs, welcher Theil sonach dem Nutzeffect entgeht; ist nämlich W die Wirkung oder Arbeit des Motors und E die Nutzleistung oder der Nutzeffect, so wie w die nöthige Arbeit zur Überwindung der vorkommenden Hindernisse, so ist

$$W = E + w \ldots (1.$$

Da nun selbst bei der einfachsten Maschine Nebenhindernisse vorhanden sind, also w niemals Null seyn kann, so ist immer $E < W$, d. h. bei jeder Maschine ist der Nutzeffect oder die beabsichtigte Arbeit immer kleiner als der Aufwand oder die Arbeit der bewegenden Kraft.

Dieser zum Nachtheil des Nutzeffectes bestehende Unterschied wird um so gröfser, je complicirter die Maschine ist, so, dafs es Fälle gibt, in welchen durch unverständige Combinationen und Vervielfältigungen der Maschinentheile, namentlich von Rädern, welche auch noch dazu schlecht und regellos ausgeführt werden, E nur den 10ten oder 20sten Theil von W beträgt; von der alten zu Marly bei Paris bestandenen Wasserhebmaschine, welche damals für ein halbes Wunder galt, wird sogar behauptet, dafs ihr Nutzeffect nur $\frac{1}{50}$ oder 2 Procent von der Leistung der bewegenden Kraft betragen habe! Maschinen, deren Nutzeffect E 50 bis 60 Procent beträgt, gelten schon für vortreffliche Constructionen.

Man darf also jedenfalls überzeugt seyn, dafs durchaus keine Combination von Rädern, Hebeln u. s. w. in einer Maschine möglich ist, wodurch, wie so oft geglaubt wird, die Arbeit der bewegenden, auf den aufnehmenden Theil wirkenden Kraft sogar kleiner seyn könnte, als die Arbeit, welche man von der Maschine erwartet, sondern, dafs dabei eben so gewifs das Gegentheil Statt findet, als z. B. ein Steinklotz nicht von selbst auf ein Baugerüste hinaufsteigt.

§. 280. Zweck der Maschinen. Aus diesen Betrachtungen geht also hervor, dafs der eigentliche Zweck einer Maschine unmöglich in der Vergröfserung der Arbeit des Motors oder der bewegenden Kraft, sondern nur darin bestehen kann, diese Arbeit mit Bezahlung von Agio in eine andere industrielle Leistung umzuwandeln. Um diese Umwandlung besser zu übersehen, sey P die bewegende Kraft des Motors, S der in einer Secunde zurückgelegte Weg des Angriffpunctes dieser Kraft, und zwar nach ihrer Richtung gemessen, so wie p und s dieselben Gröfsen für die beabsichtigte industrielle Leistung oder Arbeit; so bieten uns die Maschinen die Mittel dar, um die Arbeit PS (§. 174) in jene ps zu verwandeln, wobei man sich jedoch, da, wie bereits hinreichend bemerkt, immer $ps < PS$ ist, den Verlust $PS - ps$ an Nutzeffect gefallen lassen mufs. Ganz vorzüglich aber dienen die Maschinen dazu, in dem constanten Producte ps die beiden Factoren nach Belieben und Bedürfnifs der zu verrichtenden Arbeit zu verändern, wobei aber immer (wie schon in §. 174 bemerkt) der eine Factor genau in demselben Verhältnifs abnehmen mufs, als der andere zunimmt. Innerhalb gewisser Grenzen ist diefs auch für die Factoren P und S der Arbeit PS des Motors der Fall, und man sollte diese immer so wählen, dafs damit das Product PS am gröfsten wird. Ist z. B. der Motor ein unterschlächtiges Wasserrad, welches von einem mit der Geschwindigkeit c an die Schaufeln anstofsendem Wasser betrieben oder in Bewegung gesezt wird, so ist der Druck P auf die Schaufeln am gröfsten, wenn das Rad stille steht; dann ist aber die Geschwindigkeit oder der Factor S, folglich auch die Arbeit des Motors oder $PS = o$. In dem Mafs, als die Geschwindigkeit der Radschaufeln zunimmt, nimmt der Druck P ab, und sobald die Schaufeln dieselbe Geschwindigkeit c wie das anstofsende Wasser haben (etwa durch eine anderweitige Kraft herbeigeführt) ist der andere Factor, nämlich P, mithin abermals $PS = o$. Zwischen diesen beiden Grenzen der Geschwindigkeit von $S = o$ und $S = c$ gibt es aber nothwendig einen Werth von $S = S'$, wofür, wenn der zugehörige Werth $P = P'$ ist, das Product $PS = P'S'$ ein Maximum wird, und diese Relation zwischen P und S ist es, welche man durch Rechnung, Beobachtung oder Erfahrung bestimmen mufs, wenn man die vorhandene bewegende Kraft unter gleichen Umständen am vortheilhaftesten auf den Motor übertragen will, obschon man sich auch selbst in diesem günstigsten Falle einen bestimmten Verlust gefallen lassen mufs (so werden z. B. selbst auf ein sehr gut construirtes unterschlächtiges Wasserrad

nur beiläufig 30 Procent der theoretischen Wirkung des fliefsenden, und als bewegende Kraft verwendeten Wassers übertragen, oder von diesem Motor zur weitern Mittheilung aufgenommen).

§. **281.** Was die beiden Factoren *p* und *s* der Nutzarbeit *ps*, die also immer nur einen gewissen Theil der Arbeit *PS* des Motors ausmacht, betrifft, so ist der eine davon gewöhnlich durch die Natur der zu verrichtenden Arbeit bestimmt. Soll z. B. mittelst einer Aufzugmaschine eine Last von 500 Pfund auf eine gewisse Höhe, und zwar durch die Kraft eines Menschen gehoben werden, von dessen Arbeit (§. 180) $PS = 25 \times 2\frac{1}{2} = 62\frac{1}{2}$ F. Pf. 30 Procent für die Nebenhindernisse der Maschine abgeschlagen werden sollen, so, dafs nahe $ps = 44$ F. Pf. bleibt; so mufs die Maschine so eingerichtet werden, dafs $p = 500$ Pfund, also $s = \frac{44}{500} = \frac{1}{125}$ Fufs wird.

Sollen ferner bei einer Räderschneidmaschine für hölzerne Gufsmodelle die Zahnschnitte rein ausfallen, so mufs man dem Schneidzahn eine sehr grofse Rotationsgeschwindigkeit geben, während sich bei einer Bohrmaschine für grofse gufseiserne Cylinder (für Dampfmaschinen z. B.) die Bohrspindel mit dem Bohrkopf äufserst langsam, sowohl um ihre Achse, als auch nach ihrer Länge bewegen mufs. Hat der Läufer einer Mahlmühle eine zu kleine Geschwindigkeit, so wird das Getreide nicht bis an den Umfang der Steine in der gehörigen Zeit hinausgetrieben, ist diese zu grofs, so erhält man durch Erhitzung des Mahlgutes ein schlechtes Mehl u. s. w.; in allen diesen Fällen ist also der Factor *s* wenigstens innerhalb gewisser Grenzen gegeben.

Anmerkung. Nach allem bisher Gesagten mufs man sich also begnügen, bei der Construction einer Maschine dahin zu wirken, dafs das Product *ps* jenem *PS* so nahe als möglich gebracht werde, und es als etwas ganz Thörichtes und Absurdes ansehen, *ps* gleich oder gar noch gröfser als *PS* machen zu wollen. Hat man aber durch eine verständige Construction und exacte Ausführung der Maschine die Nutzleistung *ps* der Arbeit *PS* des Motors so nahe als möglich gebracht, so darf man, wenn man nicht in den groben Irrthum derjenigen verfallen will, welche sich von der künstlichen Zusammensetzung einer Maschine oft wunderbare Kraftentwicklungen versprechen, nicht vergessen, dafs sich wohl von den beiden Factoren *p* und *s* einer auf Kosten des andern, keineswegs aber das ganze Product *ps* selbst vergröfsern läfst.

Der Vortheil einer Maschine besteht also, wir wiederholen es, nicht in der Vergröfserung des Productes *PS* oder der Arbeit des Motors, was ganz unmöglich ist, sondern darin, dafs man die bewegende Kraft je nach den besondern industriellen Bedürfnissen modificiren, und für einen

bestimmten Zweck brauchbar und anwendbar machen kann; so wäre in den vorhin gewählten Beispielen ein Mensch ohne Maschine nicht im Stande, die Last von 500 Pfund auch selbst nur mit der kleinsten Geschwindigkeit aufzuheben, oder das Schneidrad, auch wenn es keinen Widerstand zu überwinden hätte, mit der nöthigen Geschwindigkeit umzudrehen; niemals wird aber durch die Maschine, wenn auch im erstern Beispiele p und im leztern s noch so grofs ist, das Product oder die Nutzleistung ps seiner Arbeit PS gleich kommen, oder diese gar noch übertreffen.

Durch Hilfe von Maschinen wird ferner auch die Aufmerksamkeit und Intelligenz der Menschen oft durch blofse mechanische oder Naturkräfte, welche weit weniger kostspielig sind, ersetzt, und dadurch dieselbe Arbeit nicht nur wohlfeiler, sondern in vielen Fällen auch weit schöner und regelmäfsiger, als durch Menschenhände geliefert.

§. 282. Das Perpetuum Mobile! So wenig in der obigen Gleichung (1, §. 279, der Nutzeffect E der Arbeit des Motors W gleich seyn kann, weil w nicht verschwindet, eben so wenig kann es eine Maschine geben, welche, einmal in Bewegung gesetzt, i m m e r, d. h. wenigstens so lange fortgeht, als ihre Bestandtheile dauern, weil bei jeder, selbst der allereinfachsten Maschine, auch wenn sie sich im luftleeren Raume bewegen könnte, immer wenigstens an einem Puncte eine Reibung oder ein sonstiger Widerstand vorhanden ist, durch welchen die der Maschine mitgetheilte lebendige Kraft (§. 185) nach und nach vermindert, und endlich auf Null, folglich auch die Maschine zum Stillstande gebracht wird. Selbst wenn man eine solche immerfort gehende Maschine, über deren Erfindung sich schon Tausende um den Verstand oder an den Bettelstab gebracht haben, nur als ein Curiosum ansehen, und von ihr gar keine Leistung, also auch gar keinen Nutzen verlangen wollte, wodurch in der genannten Gleichung (1 $E = o$, also $W = w$ würde; so könnte auch in diesem Falle dieser Bedingungsgleichung für eine immerwährende Bewegung nicht entsprochen werden, indem die Wirkung W der bewegenden Kraft, da sie keinen Ersatz erhält, durch die genannten Hindernisse allmälig abnimmt, während die Wirkung w dieser Hindernisse constant bleibt.

Das einfachste Mobile perpetuum wäre ohne Zweifel das im luftleeren Raume schwingende Pendel, bei welchem die Reibung, oder (wenn man es an einer Stahlfeder schwingen läfst) der Widerstand im Aufhängpuncte durch alle zu Gebote stehenden Mittel so weit als möglich herabgebracht worden. Allein da dieser Widerstand, so lange wir nicht in eine neue Welt versetzt werden und in den Besitz ganz anderer, z. B. v o l l k o m m e n harter, glatter, elastischer Körper u. s. w. gelangen, niemals ganz weggebracht, oder absolut Null werden kann, so wird auch das Pendel schon

beim ersten Schwunge nicht vollkommen genau auf jene Höhe steigen, von welcher es herabgegangen ist, bei dem zweiten Schwunge wird es aus demselben Grunde gegen den ersten, beim dritten gegen den zweiten u. s. w. zurückbleiben, so, dafs wenn dieses Zurückbleiben auch noch so wenig, z. B. jedesmal nur den 100000sten Theil der anfänglichen Fallhöhe (des Sinusversus oder Pfeils des Schwingungsbogens) beträgt, diese Höhe nach 100000 Schwingungen schon gänzlich verschwunden seyn, und das Pendel stillstehen wird.

Fiele eine vollkommen elastische Kugel von irgend einer Höhe h frei auf eine harte Ebene herab, so würde die Arbeit der Schwere durch diese Höhe h auf die Zusammendrückung der Kugel im Berührungs- oder Stofspuncte verwendet; da aber die Kugel ihre ursprüngliche Form genau mit derselben Kraft wieder herstellen würde, so müfste die Kugel auch vollkommen genau wieder auf dieselbe Höhe h, ohne den geringsten Verlust an lebendiger Kraft erlitten zu haben (§. 204), zurückspringen, und da sich dieser Vorgang des Herabfallens und Zurückspringens ohne Ende wiederholen könnte, so hätte man ebenfalls ein Perpetuum Mobile. Allein da wir durchaus keinen vollkommen elastischen Körper kennen, so springt die Kugel auch niemals bis auf den Punct zurück, von welchem sie herabgefallen, und da diese Fallhöhen immerfort, und zwar sehr schnell kleiner werden, so hört auch diese Bewegung sehr bald auf.

Wenn aber schon in diesen allereinfachsten Fällen, wie im ersten Beispiele beim Pendel, keine immerwährende Bewegung möglich ist, wie soll sie erst dann, durch Vervielfältigung der beweglichen Bestandtheile einer Maschine, wie z. B. von Hebeln, Rädern, Gewichten u. s. w., wodurch man nur neue Widerstände und Hindernisse hinzufügt, möglich werden? Diejenigen, welche dieses in ihrem mechanischen Unverstande bewirken zu können glauben, könnten eben so gut einen zu schwer beladenen Wagen, welchen die Pferde nicht weiter bringen, dadurch in Gang und Bewegung zu bringen suchen, dafs sie zu dieser Last noch eine neue hinzufügen.

Einen Preis auf die Erfindung des Perpetuum Mobile ausschreiben, wie es einem traditionellen Aberglauben zu Folge eine gelehrte Academie gethan haben soll, hiefse im glimpflichsten Sinne genommen, einen Preis auf die Erfindung oder Entdeckung neuer Körper oder Urstoffe von der oben erwähnten Eigenschaft aussetzen; ob sich aber hierzu eine gelehrte Academie herbeilassen wird, ist wohl nicht schwer zu beurtheilen.

§. 283. Beharrungsstand. In dem Augenblicke, in welchem eine Maschine von der Ruhe aus in Bewegung gesetzt wird, ist die Kraft des Motors immer gröfser, und der Widerstand der Maschine kleiner, als wenn diese bereits mit ihrer normalen Geschwindigkeit arbeitet. Aus diesem Grunde mufs die Bewegung allmälig beschleunigt werden, gerade so, als ob eine constante oder beschleunigende

Kraft auf die Maschine einwirkte; allein diese Beschleunigung erreicht sehr bald ihr Maximum, worauf dann das dynamische Gleichgewicht der Maschine eintritt. Wäre diefs nicht der Fall, so würden gewisse Theile derselben, z. B. jene, worauf die bewegende Kraft wirkt, bald eine so grofse Geschwindigkeit annehmen, dafs, wie bei dem oben (§. 280) beispielsweise erwähnten Wasserrade bemerkt wurde, die bewegende Kraft auf den Motor (zweiter Art) keine Wirkung mehr ausüben könnte, und da andererseits die Widerstände mit der Geschwindigkeit eher zu- als abnehmen, so setzet sich die bewegende Kraft, welche mit der Geschwindigkeit des Angriffspunctes des Motors allmälig abnimmt, mit den Widerständen, welche dabei successive zunehmen, bei einer gewissen Geschwindigkeit in's dynamische Gleichgewicht, so, dafs wenn man der Kraft und Last gleich im Anfange der Bewegung diese Werthe, welche sie von dem Augenblicke an, in welchem das dynamische Gleichgewicht eintritt, besitzen, hätte geben können, sofort auch das statische Gleichgewicht zwischen diesen beiden Kräften würde Statt gefunden haben.

Es verhält sich mit diesem Anlassen oder in Bewegungsetzen einer Maschine so, wie mit einem frei fallenden Körper in einem stark widerstehenden Mittel, z. B. im Wasser; denn obschon die Bewegung anfangs beschleunigt ist, so erreicht, da der Widerstand mit der Geschwindigkeit sehr schnell (nämlich im quadratischen Verhältnisse) zunimmt, der fallende Körper bald eine solche Geschwindigkeit, bei welcher dieser Widerstand der Schwerkraft gleich ist, und sonach die Beschleunigung, welche sie in dem Körper erzeugen will, jeden Augenblick aufhebt, so, dafs also von da an der Körper mit gleichförmiger Geschwindigkeit fortgeht oder fällt.

Man mufs also, um den Gang einer Maschine zu beobachten, so lange warten, bis diese ihre normale Geschwindigkeit erlangt, nämlich bis sie in den Beharrungsstand gekommen ist.

§. 284. Einflufs einer oscillirenden oder periodischen Bewegung auf den Nutzeffect.

Bei manchen Maschinen nehmen gewisse Bestandtheile, wie z. B. bei den gewöhnlichen Dampfmaschinen die Bläuelstange, bei einer Bretschneidmühle das Sägegatter u. s. w. eine vertical auf und ab gehende Bewegung an. Beim Hinaufgehen wird von der bewegenden Kraft oder dem Motor die hierzu nöthige Arbeit, nämlich (§. 175) das Product aus dem Gewichte dieses betreffenden Bestandtheiles in den Weg desselben absorbirt, dagegen wird beim Niedergehen desselben diese Arbeit (§. 184) genau und vollständig wieder zurückerstattet; es ist also bei einer solchen regelmäfsigen periodischen Bewegung, wenn man die Wirkung immer am Ende einer Periode betrachtet (mit Ausnahme

der herbeigeführten Reibung) gerade so, als ob der oscillirende oder auf und ab gehende Bestandtheil kein Gewicht hätte.

Dasselbe gilt auch (§. 187) hinsichtlich der blofs trägen Massen solcher Bestandtheile, wenn man dabei nur Sorge trägt, dafs der Übergang der positiven (z. B. aufwärts gehenden) in die negative (abwärts gehende) Bewegung (die immer durch Null geht) nur allmälig und nicht plötzlich geschieht, wie diefs auch in der That (§. 189) beim Krummzapfen oder der Kurbel der Fall ist.

§. 285. Nachtheil der Stöfse bei Maschinen. Findet dagegen der Übergang von einer Bewegung in die entgegengesetzte oder die Geschwindigkeitsänderung plötzlich Statt, so ist diese mit Stöfsen verbunden, welche, da die Körper nicht vollkommen elastisch sind, immer (§§. 201 und 205) einen Verlust an lebendiger Kraft, folglich auch an Nutzeffect herbeiführen.

So würde z. B. auf diese Weise bei einem langen Gestänge, mittelst welchem eine Bewegung auf einen entfernten Punct fortgepflanzt werden soll, ein grofser Theil des Nutzeffectes verloren gehen, wenn die einzelnen Verbindungsstücke in ihren durch Bolzen verbundenen Gelenken oder Gliedern zu viel Spielraum hätten. Bei einer schlecht ausgeführten Verzahnung der Räder, wobei die Zähne einen zu grofsen Spielraum haben, wird bei jeder Änderung in der Gröfse des Widerstandes, wodurch das geführte Rad plötzlich für eine kurze Zeit zum führenden wird, und dann wieder umgekehrt, jedesmal ein Stofs zwischen den Zähnen entstehen, der ebenfalls für den Nutzeffect nachtheilig ist. Auf gleiche Weise geht bei dem Betriebe eines Stampf- oder Hammerwerkes durch den plötzlichen oder stofsweisen Angriff des ruhenden Stämpfers oder Hammers (§. 221, Anmerkung 2) ein Theil der Arbeit des Motors für den Nutzeffect verloren u. s. w. Aus diesem Grunde, und auch noch aus Rücksicht für die Dauerhaftigkeit der Maschine selbst, mufs man alle Stöfse bei der Mittheilung oder Fortpflanzung der Bewegung auf das Sorgfältigste zu vermeiden trachten. Diese Sorgfalt sollte sich selbst auf jene Maschinen erstrecken, welche gewöhnlich, wie Hammer-, Stampf- und Walkwerke durch den Stofs wirken; aus diesem Grunde substituirt man dort, wo der industrielle Zweck eben so gut erreicht wird, dafür lieber Walz- und Quetschwerke und Kurbelwalken, weil dabei kein solcher Verlust an Nutzeffect durch den Stofs, der dabei vermieden wird, eintritt.

§. 286. Vorzüge der gleichförmigen Bewegung bei Maschinen. Abgesehen davon, dafs bei einer gleichförmigen Bewegung, in welchem Falle die bewegende Kraft und die Widerstände oder die Last fortwährend denselben Werth beibehalten,

alle einzelnen Theile mit constanter Kraft auf einander wirken, also dabei keine Geschwindigkeitsänderungen oder Stöfse eintreten, zugleich auch jede Berechnung hinsichtlich der Stärke und Festigkeit der einzelnen Bestandtheile der Maschine dadurch erleichtert wird; so besteht der Hauptvortheil der Gleichförmigkeit in der Bewegung eigentlich darin, dafs sowohl der Angriffspunct der bewegenden Kraft, welche für das Maximum ihrer Leistung (§. 280) eine bestimmte Geschwindigkeit annehmen mufs, als auch der letzte oder arbeitende Theil der Maschine, für welchen es ebenfalls eine gewisse vortheilhafteste Geschwindigkeit gibt (§. 281), diese beste oder zweckmäfsigste Geschwindigkeit unverändert beibehalten können.

Diese genannten Vorzüge fallen für die veränderliche oder periodische Bewegung, selbst wenn diese nach dem Gesetze der Stetigkeit Statt findet, gröfstentheils weg; so haben wir schon bei der Theorie der einfachen Kurbel gesehen, dafs die bewegende Kraft an gewissen Stellen, den sogenannten todten Puncten, gar keine Bewegung erzeugen kann, und defshalb eine Schwungmasse oder eine mehrfache Kurbel zu Hilfe genommen werden mufs. Gewisse Theile können dabei kleine Stöfse oder wenigstens abwechselnd eine Ausdehnung und Compression erleiden, wozu bei unvollkommen elastischen Körpern immer ein eigener Kraftaufwand nöthig ist. Auch arbeitet eine Maschine, bei welcher die Geschwindigkeit zu- und abnimmt, nicht beständig unter den günstigsten Verhältnissen (die nur für eine **bestimmte** Geschwindigkeit vorhanden seyn können), und da man endlich die Stärke und Dimensionen der einzelnen beweglichen Bestandtheile nach der gröfsten Kraftäufserung, die jedenfalls gröfser als die mittlere ist, welche bei einer gleichförmigen Bewegung eintreten könnte (vergl. §. 189, Anmerk. 1), berechnet, so bietet die massivere und schwerere Maschine, ohne Rücksicht auf ihre gröfsern Kosten, auch gröfsere Nebenhindernisse dar.

So sehr man sich aber auch aus den angeführten Gründen bemühen mufs, bei Maschinen die veränderliche Bewegung durch die gleichförmige zu ersetzen, und sowohl dem aufnehmenden als arbeitenden Bestandtheil (§. 278) statt einer alternirenden eine rotirende Bewegung zu geben (so ist es z. B. vortheilhaft, eine Dampfmaschine mit hin und hergehenden Kolben in eine Rotirende, das auf und ab gehende Sägegatter bei einer Bretsäge in eine Kreissäge zu verwandeln u. s. w.); so läfst sich dieses gleichwohl nicht überall erreichen, was theils in der Natur des Motors und der zu verrichtenden Arbeit, theils aber in Localverhältnissen und ökonomischen Rücksichten seinen Grund hat.

§. 287. Veränderliche Bewegung bei Maschinen. Streng genommen gibt es nur drei verschiedene Fälle, in welchen bei Maschinen eine veränderliche oder periodische Bewegung Statt findet: erstens wenn die bewegende Kraft, zweitens der Widerstand der Nutzleistung, und drittens wenn beide irregulär wirken, oder innerhalb gewisser Grenzen veränderlich sind.

Soll der Motor eine hin und her gehende, der arbeitende Theil aber eine gleichförmige rotirende Bewegung erhalten, so verwandelt man durch die bekannten Mittel, wie z. B. durch die Kurbel und excentrische Scheibe die erstere unmittelbar in eine kreisförmige Bewegung, wie dieses bei Dampfmaschinen mit hin und her gehenden Kolben geschieht, so, dafs dann die Communication (§. 278) oder die zwischen liegenden Theile nur aus verzahnten Rädern oder aus Scheiben, Trommeln und Riemen bestehen, welche eine rotirende Bewegung erhalten.

Eben so verfährt man auch, wenn der aufnehmende Theil oder der Motor eine gleichförmige, continuirliche, dagegen der arbeitende (wie bei einer gewöhnlichen, durch Wasser betriebenen Sägmühle) eine hin und her oder auf und ab gehende Bewegung annehmen soll.

Sollen dagegen, sowohl der aufnehmende als arbeitende Bestandtheil eine solche oscillirende Bewegung erhalten, so hat man zu überlegen, ob es nicht möglich ist, die erstere unmittelbar auf die letztere, ohne Communication zu übertragen, so dafs die Schwingungen beider Bestandtheile zusammenfallen oder correspondiren, und dadurch ihre Geschwindigkeiten gleichzeitig und allmälig zu- und abnehmen, wodurch die Bewegung beinahe eben so vortheilhaft wird, als wenn diese gleichförmig und continuirlich wäre; eine solche Bewegungsart ist z. B. möglich, wenn durch eine Dampfmaschine eine Pumpe betrieben werden soll. Wäre dagegen ein solches Zusammenfallen der Oscillationen nicht ausführbar, so müfste man jede derselben für sich in eine kreisförmige Bewegung verwandeln. Bei der Wahl der Mittel zur Änderung oder Übertragung der einen Bewegung in die andere mufs man jedenfalls jener den Vorzug geben, bei welcher diese Verwandlung am sanftesten und ohne Stöfse vor sich geht.

§. 288. Regulirung der Bewegung. Aber selbst dort, wo alle Theile einer Maschine eine continuirliche Rotationsbewegung besitzen, kann sowohl die bewegende Kraft, durch die Art, wie sie wirkt (wie z. B. bei der Kurbel), als auch der Widerstand der Nutzarbeit innerhalb gewisser Grenzen veränderlich seyn; sollen aber dem-

ohngeachtet gewisse arbeitende Theile der Maschine, deren Leistung in Beziehung auf Schönheit und Vollkommenheit der Arbeit wesentlich davon abhängen kann, eine möglichst gleichförmige Bewegung erhalten, und hat man bereits alle in einem solchen Falle vorgezeichneten Mittel, als erstens die rotirende Bewegung durch Riemen, genau ausgeführte Ketten oder verzahnte Räder fortzupflanzen, zweitens alle Räder und Scheiben genau zu centriren, und drittens die auf die Bewegung Einfluſs habenden Theile hinsichtlich ihrer Gewichte durch Gegengewicht in's Gleichgewicht zu bringen, und wo es angeht, diese Gewichte selbst zur Ausgleichung der Ungleichheiten in der bewegenden Kraft oder in dem Nutzwiderstande zu benützen, angewendet; so bleibt immer noch das Schwungrad, dessen Theorie wir bereits in §. 192 entwickelt haben, das vorzüglichste Mittel zur Regulirung der Bewegung. Bei der Anwendung desselben gibt man demselben, um es nicht übermäſsig groſs und schwer machen zu müssen, eine bedeutende Rotationsgeschwindigkeit, und bringt es so nahe als möglich an die zu regulirende Kraft oder an den auszugleichenden Widerstand. Im Falle sowohl die bewegende Kraft als auch der Nutzwiderstand sehr veränderlich sind, bringt man wohl auch zwei solche Schwungräder, das eine in die Nähe des aufnehmenden, das andere in die des arbeitenden Theiles der Maschine an.

Wie aus den betreffenden §§. 192 — 197 hervorgeht, so dient das Schwungrad gleichsam als Magazin zur Aufnahme eines Theiles der Arbeit der bewegenden Kraft oder des Motors in den günstigen oder jenen Perioden, in welchen die Kraft die Widerstände übersteigt, um ihn in den ungünstigen, d. i. jenen Perioden, in welchen die Widerstände überwiegend sind, wieder abzugeben. Da sonach ein Schwungrad unmoglich, wie doch so Viele, denen die Gesetze der Mechanik unbekannt sind, zu glauben scheinen, eine Kraft abgeben kann, die man nicht zuvor hineingelegt hat, ja im Gegentheile durch die dadurch verursachte gröſsere Reibung von der vorhandenen bewegenden Kraft noch ein Theil absorbirt wird; so muſs man dort, wo die nöthige Gleichförmigkeit im Gange der Maschine durch die ohnehin schon damit in Verbindung stehenden, und in Bewegung befindlichen Massen, wie es z. B. bei Mahlmühlen der Fall, vorhanden ist, so wie auch in Fällen, wo eine Maschine oft und schnell angehalten werden muſs, kein Schwungrad anbringen, und wo ein solches durchaus erforderlich ist, dieses nicht schwerer, als unumgänglich nöthig, ausführen.

§. 289. Wenn nun auch das Schwungrad in jenen Fällen, in welchen die Widerstände in kurzen Perioden veränderlich sind, oder wenn diese beständig, und der Motor zwar an und für sich mit glei-

cher Kraft arbeitet, dennoch aber durch die eigenthümliche Wirkungsart, wie es z. B. bei der Kurbel (§. 189) der Fall ist, innerhalb gewisser Perioden als eine veränderliche Kraft wirkt, zur Ausgleichung oder Regulirung der Bewegung ganz besonders geeignet ist, so würde dasselbe gleichwohl in jenen Fällen nichts nützen, in welchen der Motor, nachdem seine Wirkung jene des Widerstandes bereits überstiegen hat, noch immer mit derselben Stärke zu wirken fortfährt, weil dann auch das Schwungrad selbst eben so gut, wie die ganze Maschine immer mehr beschleunigt, und so auch im umgekehrten Falle, zuletzt sammt der Maschine stehen bleiben würde.

In Fällen nun, wie der zuerst genannte, wendet man sogenannte Moderatoren, welche die Geschwindigkeit der Bewegung durch den vermehrten Widerstand, welchen sie dann darbieten, mäſsigen, in beiden Fällen aber die Regulatoren an, durch welche unmittelbar die bewegende Kraft selbst, wie z. B. die Dampfzuströmung bei Dampfmaschinen, der Zufluſs des Wassers bei Wasserwerken u. s. w. gemäſsigt oder vermehrt, also überhaupt regulirt wird.

§. 290. Moderatoren. Am häufigsten bedient man sich zur Mäſsigung der Geschwindigkeit, wie z. B. bei Fuhrwerken, wenn sie über einen nicht sehr steilen Abhang hinabfahren, bei Aufzugmaschinen und Kranichen, wenn die Last herabgelassen wird u. s. w., der sogenannten Bremsvorrichtungen, wovon die allereinfachste, aber auch am wenigsten wirksame, und wegen des Druckes gegen die Achsen eben nicht die zweckmäſsigste, wie sie bei Fuhrwerken üblich, aus einem horizontalen Querbalken besteht, welcher mittelst Schrauben oder einer Hebelvorrichtung gegen den Umfang der Hinterräder angepreſst, und dadurch eine Reibung erzeugt wird, wodurch der Wagen in seinem Laufe in etwas gehemmt und aufgehalten werden kann.

Wirksamer, weil ein gröſserer Theil des Rades umfaſst, und zweckmäſsiger, weil das Rad von beiden Seiten geklemmt wird, also kein Druck auf die Achse entsteht, ist die bei Eisenbahnwägen und dem Tender bestehende Bremsvorrichtung. Am allerwirksamsten jedoch ist der in Fig. 195 dargestellte Bremsring *BD*, welcher aus einem dünnen, nicht völlig geschlossenen eisernen Reif besteht, in welchem hölzerne Backen *n*, die sich jedoch nicht berühren, sondern immer einen kleinen Zwischenraum lassend, eingelegt, und an dem Reife leicht befestigt werden und so gleichsam ein gegliedertes Band um das Rad an die Welle *C* bilden, welche gebremst werden soll. Die beiden sich nicht

unmittelbar vereinigenden Enden des Reifens sind gelenkartig, mittelst Bolzen *a* nnd *b* an den um *c* drehbaren Hebel *AB* befestigt, wodurch, wenn dieser Hebel bei *A* herabgedrückt wird, diese Puncte *a* und *b* nach den Richtungen der Pfeile gezogen werden, und dadurch der Bremsring fast ringsherum gegen den Umfang der Welle um so stärker geprefst wird, je gröfser die auf den Hebel wirkende Kraft ist; dafs aber diese Bremsvorrichtung, welche bei Aufzugmaschinen, Kranichen u. s. w. benützt wird, äufserst wirksam seyn mufs, geht aus §. 240 über die Reibung eines Seiles über einen Cylinder, womit diese Bremse verglichen werden kann, hinlänglich hervor.

Dort, wo schon ein geringer Widerstand zur Mäfsigung der Geschwindigkeit hinreicht, benützt man als Moderator den bekannten Windflügel (wie bei Spieluhren, Lampen-Pumpwerken, Bratenwendern u. s. w.), welcher sobald die bestimmte oder normale Geschwindigkeit jenes Bestandtheiles der Maschine, an welchen dieser Flügel angebracht ist, überschritten wird, in der Luft einen sehr schnell (im quadratischen Verhältnifs) wachsenden Widerstand findet, und dadurch die Geschwindigkeit moderirt und möglichst gleichförmig macht.

§. 291. Regulatoren. Nimmt die bewegende Kraft, wie z. B. bei Taschenuhren, wo im Anfange die Feder, wenn sie ganz aufgewunden, oder die Uhr aufgezogen ist, am stärksten, und dann allmälig schwächer wirkt, ab, oder der Widerstand, wie z. B. bei Öhlpressen, allmälig zu, oder wie bei Erzförderungsmaschinen, wo das sehr gewichtige Seil, woran der Kübel mit der Hauptlast befestigt ist, beim Aufwinden immer kürzer, und dadurch leichter wird, allmälig ab; so kann man sich zur Regulirung der Kraft oder des Widerstandes eines abgekürzten, auf der Mantelfläche mit spiralförmigen Windungen versehenen Kegels bedienen, auf welchen, wie es bei Uhren mit der Schnecke der Fall ist, die vom Federhaus sich abwickelnde Kette von der kleinern gegen die gröfsere Basis zu, oder bei den erwähnten Förderungsmaschinen das Seil auf den Spiralkorb in derselben Weise (bei Öhlpressen in der entgegengesetzten Richtung) aufgewickelt wird, so dafs dadurch in demselben Verhältnifs als die Kraft schwächer wird oder die Last abnimmt, im erstern Falle die Kraft, im letztern die Last auf immer längere Hebelarme wirkt, und dadurch das statische Moment ungeändert bleibt.

Obschon sich ferner für jede besondere Bewegungs- und Betriebsart fast ein eigener Regulator erfinden läfst, so ist doch der auf der

Theorie des Centrifugalpendels beruhende Regulator der am allermeisten verbreitete und angewendete, weſshalb wir auch nur diesen noch in Kürze untersuchen wollen.

§. 292. Centrifugal-Regulator. Dieser Regulator beruht auf der im §. 158 entwickelten Theorie des Centrifugalpendels, und besteht in Folgendem:

An einer verticalen cylinderischen Spindel *AD* (Fig. 196) werden am obern Ende *A* zwei Stangen *AB*, *AB'*, an deren untern Enden sich zwei gleich schwere Kugeln *Q* befinden, um einen horizontalen Bolzen drehbar angebracht, und in *B*, *B'*, ebenfalls um solche runde Bolzen drehbar, durch die Arme *BC*, *B'C* mit einer Hülse *N*, welche sich auf der verticalen Spindel *AD* auf- und abschieben läſst, gelenkartig verbunden, so, daſs das Viereck *ABCB'* ein articulirtes, d. i. in den vier Winkelpuncten bewegliches Parallelogramm bildet.

Wird nun dieser Apparat mit der zu regulirenden Maschine so in Verbindung gebracht, daſs der Spindel *AD* durch diese Verbindung eine rotirende Bewegung mitgetheilt wird, so nehmen die beiden Kugeln *Q* an dieser Bewegung um die verticale Achse *AD* Theil, und entfernen sich von dieser bei der normalen Geschwindigkeit der Maschine bis auf eine gewisse, im voraus bestimmte Distanz. Nimmt dagegen die Geschwindigkeit der Maschine über diese normale zu oder ab, so erhalten auch die Kugeln *Q* eine gröſsere oder kleinere Geschwindigkeit, sie entfernen sich also im erstern Falle (§. 154) von dieser Achse, und nähern sich ihr im zweiten, und zwar um so mehr, je gröſser die Abweichung von der normalen Geschwindigkeit ist; da aber dadurch die mit den Kugeln auf die angegebene Weise in Verbindung stehende Hülse *N* beziehungsweise auf der Spindel *AD* auf und ab geschoben wird, so wird der um *O* drehbare, in *E* gabelförmig gebildete, und in die in die Hülse eingedrehte Kehle *a* eingreifende Hebel ebenfalls so in Bewegung gesetzt, daſs der Endpunct *F*, welcher z. B. bei Dampfmaschinen mit dem Dampfzuleitungshahn (Drosselventil) in Verbindung steht, im erstern Falle ab- im letztern aufwärts geht, und dadurch die beabsichtigte Regulirung in der Zuströmung des Dampfes oder Wassers bewirkt.

§. 293. Macht die Spindel *AD* bei der normalen Geschwindigkeit der Maschine eine bestimmte Anzahl von Umdrehungen, so wird sich auch die Hülse *N* dabei an einer bestimmten Stelle unbeweglich

erhalten; sobald aber die Geschwindigkeit um einen gewissen, über die gestattete Grenze der Gleichförmigkeit des Ganges der Maschine hinausgehenden Theil zu- oder abnimmt, so soll die Centrifugalkraft der Kugeln im Stande seyn, die mit dem Drosselventil der Dampfmaschine oder der Schütze des Wasserrades u. s. w. in Verbindung stehende Leitung, oder die Communication sogleich in Bewegung zu setzen, und die gewünschte Regulirung zu bewirken.

Ist nun Q das Gewicht, v die Geschwindigkeit des Schwerpunctes und F die Fliehkraft einer jeden der beiden Kugeln für den normalen Gang der Maschine, und haben dabei die Kugeln den in Fig. 197 angedeuteten Stand; so ist nach §. 158 (Relat. a)

m) $\frac{F}{Q} = \frac{CF}{AC}$ und $F = \frac{Q v^2}{g \, . \, CF}$, so wie (Gleich. 1 desselben Paragraphes)

$$AC = \frac{g \, . \, CF^2}{v^2} \quad . \; . \; . \; (n.$$

Ist p der Widerstand welchen die Hülse N (Fig. 196) bei ihrer aufwärts gehenden Bewegung und der zu bewirkenden Regulirung zu überwinden hat, so kommt dieser als eine von C nach d (Fig. 197) abwärts wirkende Kraft p vor; macht man daher $CD = p$, zerlegt diese Kraft in zwei Kräfte nach den Richtungen CE, CE', und schneidet $B'a = Ba' = CE = CE'$ ab, so bringt dieser Widerstand p auf jeden Arm AO, AO' in B und B' einen Zug $Ba = B'a'$ hervor, welcher neuerdings in Bb und Bc an dem einen, und $B'b'$ und $B'c'$ an dem andern Arm zerlegt, 4 Kräfte gibt, wovon Bb und $B'b'$ von dem Bolzen oder festen Puncte A aufgehoben, die beiden andern Bc und $B'c'$ aber, jede gleich dem Widerstande p werden (indem z. B. die beiden Dreiecke Bac und $CE'D$ einander gleich sind). Reducirt man endlich diese beiden lothrecht wirkenden Kräfte p von den Puncten B und B' auf jene O und O', so hat man nach den statischen Gesetzen auf den Drehungspunct A bezogen, als reducirte Kräfte $p' = \frac{AB}{AF} p$, und es ist daher gerade so, als ob jede Kugel durch den Widerstand p um diesen Theil p' schwerer geworden wäre, und dadurch das Gewicht $Q + \frac{AB}{AF} p$ hätte. Es verwandelt sich also auch die vorige Relation (m, wenn man auch gleich für F seinen Werth setzt, in

$$\frac{Q v^2}{g \, . \, CF \left(Q + \frac{AB}{AF} p \right)} = \frac{CF}{AC}$$

Da aber nicht bei der kleinsten Vergröfserung der normalen oder

mittlern Geschwindigkeit v auch schon eine Bewegung in der Hülse N eintritt, sondern diese Zunahme an Geschwindigkeit erst einen gewissen Werth erreicht haben mufs, bevor die Kugeln wirklich aus einander gehen, so mufs man, wenn man als Grenze dieser Zunahme $\frac{1}{10}v$ setzt, mithin annimmt, dafs v erst in $\frac{11}{10}v$ übergehen mufs, bevor sich der Regulirungsapparat in Bewegung setzt, und den genannten Widerstand p überwindet, in der vorigen Gleichung $\frac{11}{10}v$ statt v setzen, wodurch man, wenn auch gleich für AC sein Werth aus Gleich. (n gesetzt wird,

$$\frac{Q\left(\frac{11}{10}v\right)^2}{g\,.\,CF\left(Q+\frac{AB}{AF}p\right)} = \frac{CF\,.\,v^2}{g\,.\,CF^2},$$

und daraus durch Reduction $\frac{121}{100}\,Q = Q + \frac{AB}{AF}p$, also für das gesuchte Gewicht der Kugeln

$$Q = \frac{100}{21}\,\frac{AB}{AF}\,p = 4{\cdot}76\,\frac{AB}{AF}\,p \;.\;.\;.\; (1$$

erhält.

Anmerkung. Da man bei Dampfmaschinen gewöhnlich $\frac{AB}{AF} = \frac{2}{3}$ nimmt, so ist für dieses Verhältnifs das Gewicht jeder der beiden Kugeln $Q = 3{\cdot}17\,p$. Wäre z. B. $p = 5$ Pfund, so würde jede Kugel das Gewicht von 15·9, d. i. von 16 Pfund erhalten müssen.

Die Relation (1 zeigt, dafs, wenn das Gewicht Q eine gewisse Gröfse nicht übersteigen soll, bei der Zunahme des Widerstandes p das Verhältnifs $\frac{AB}{AF}$ abnehmen, also AF gegen AB zunehmen mufs. Aus diesem Grunde ändert man, wenn p schon etwas bedeutend wird, den Apparat dahin ab, dafs man die bewegliche Hülse N, wie in Fig. 198, an das obere Ende der Spindel und den Drehungspunct C nach abwärts legt; damit aber der Arm CO nicht gebogen werde, nimmt man CO nicht leicht über 3 bis 4 CB.

Was ferner die Stellung oder den Punct C (Fig. 197) der Hülse N für die normale Geschwindigkeit v anbelangt, so läfst sich diese leicht nach dem Satze (§. 158), dafs ein einfaches Kreispendel von der Länge AC doppelt so schnell, d. h. in der halben Zeit schwingt, als das Centrifugalpendel einen Umlauf vollendet, auffinden. Was aber endlich den Widerstand p, den man im Voraus durch Versuche bestimmen kann, betrifft; so läfst man beim Reguliren einer Schütze den oben erwähnten Hebel EF nicht unmittelbar auf die Schütze selbst wirken (weil dadurch p viel zu grofs würde), sondern man benützt denselben dann nur zur Ein- und Ausrückung eines Rades, welches in ein zweites eingreift, und durch dessen Umdrehung die Schütze regulirt wird.

Unter mehreren Anordnungen, welche hierbei möglich sind, ist eine in Fig. 199 angedeutet, deren Wirksamkeit auf Folgendem beruht: Durch

die von der zu regulirenden Maschine kommende Communicationswelle *N* wird dem Pendel, und zugleich auch den auf der Spindel *AD* befindlichen beiden conischen Rädern *a* und *b* die rotirende Bewegung auf folgende Weise mitgetheilt: Die mit der Spindel mit umlaufende Klaue *s*, welche sich auf der erstern der Länge nach entweder auf einem vierkantigen Theil der Spindel, oder besser auf einem rund gedrehten, und mit einer Feder (Clavette) und Nuth versehenen Theile auf und ab schieben, aber nicht ohne die Spindel umdrehen, und sich mit jedem dieser beiden Räder *a* und *b* durch eine der bekannten Kupplungen verbinden, und wieder losmachen läfst, bringt in der gezeichneten Stellung, in welcher das Pendel seine normale Geschwindigkeit haben soll, keines der beiden genannten Kegelräder, da sie auf der runden Spindel nur lose aufgesteckt sind, in Bewegung. Gehen aber die Kugeln durch eine Beschleunigung der Maschine aus einander, hebt sich also die Hülse *n*, so zieht sie durch den doppelten Winkelhaken *f*, von dessen beiden horizontalen, gabelförmig auslaufenden Armen der eine in die Kehle der Hülse *n*, der andere in jene der Klaue *s* eingreift, und welcher in dem Kloben *g* eine Führung besizt, die Klaue *s* mit hinauf, diese verbindet sich dadurch mit dem obern Kegelrade *a*, und zwingt es, an ihrer rotirenden Bewegung Theil zu nehmen, wodurch dann auch das Kegelrad *p* sammt der horizontalen Spindel *D* und der darauf angebrachten Schraube ohne Ende *h*, welche auf die Schütze wirkt, in einer solchen Richtung umgedreht wird, dafs sich die Schützenöffnung verkleinert.

Gehen dagegen im entgegengesetzten Falle die Kugeln zurück, so löst sich die Klaue *s* aus dem Kegelrade *a* aus, welches dadurch stehen bleibt; gehen die Kugeln noch weiter, nämlich unter ihrem Normalstande zusammen, so ergreift die Klaue jetzt das untere Kegelrad *b*, welches sofort die Spindel *D* mit der Schraube ohne Ende *h* in entgegengesetzter Richtung dreht, und dadurch die Schützenöffnung vergröfsert.

Anstatt der beiden Kegelräder *a* und *b* kann man sich auch zweier Riemenscheiben bedienen, welche mit einer dritten, mit der Schütze in Verbindung gebrachten Scheibe durch Riemen ohne Ende, wovon der eine (um die dritte Scheibe nach entgegengesetzten Richtungen drehen zu können) gekreuzt, der andere nicht gekreuzt wird, in Verbindung stehen.

Umwandlung oder Transformation der Bewegung.

§. 294. Bei allen in Thätigkeit befindlichen zusammengesetzten Maschinen haben einzelne Bestandtheile die empfangene Bewegung auf die nächstfolgenden entweder ohne, oder mit Änderung ihrer Natur fortzupflanzen oder zu übertragen. Je nach der verschiedenen Art, nach welcher dabei eine Bewegung in die andere verwandelt wird, lassen sich diese einzelnen Bestandtheile oder einfachen Maschinen (welche zusammen die zusammengesetzte ausmachen) systematisch ordnen und zu-

sammenstellen; hier soll nur von jenen Umwandlungen in Kürze die Rede seyn, welche am meisten vorkommen, und in dieser Beziehung lassen sich vier Hauptbewegungen: erstens die geradlinige continuirliche; zweitens die kreisförmige continuirliche; drittens die hin und her gehende geradlinige, und viertens die hin und her gehende kreisförmige oder oscillirende unterscheiden. Es gibt zwar zur Verwandlung der einen dieser Bewegungen in die andere oft vielerlei Maschinen, wir werden jedoch nur immer eine oder ein paar der vorzüglichsten davon anführen.

§. 295. Umwandlung *der* **geradlinigen continuirlichen** *Bewegung in eine* **ähnliche.** Die Umwandlung oder Transformation dieser Bewegung wird am einfachsten durch Rollen (wie bei Mangen) bewirkt, welche wir bereits im §. 242 erwähnt haben.

§. 296. Umwandlung *der* **geradlinigen** *continuirlichen in eine continuirliche* **Kreisbewegung,** *und umgekehrt.* Von dieser Transformation der Bewegung bietet uns das Rad an der Welle (§. 99), bei welchem die continuirliche Kreisbewegung der Kurbel (durch Menschenhände umgedreht) in die geradlinige Bewegung der zu hebenden Last werwandelt wird, ein Beispiel dar. Eben so kann umgekehrt das hinabgehende Gewicht als bewegende Kraft dienen, und das Rad oder die Kurbel in drehende Bewegung setzen.

Ein in eine verzahnte Stange oder einen Kammbaum (§. 220) eingreifendes verzahntes Rad bietet ein zweites Beispiel von der Transformation dieser beiden Bewegungen eine in die andere dar; eben so auch die Schraube u. s. w.

§. 297. Verwandlung *der* **continuirlichen Kreisbewegung** in eine **ähnliche.** Hierzu bedient man sich der Riemen oder Seile ohne Ende, welche über Scheiben oder Trommeln gelegt werden; um dabei das Gleiten zu verhindern, gibt man den Trommeln und Riemen eine gröfsere Berührungsfläche, wozu auch das Kreuzen der Riemen oder Stricke gehört; die letztern kann man sogar (§. 240) einige Male um die Rollen oder Scheiben herumschlagen. Ist die fortzupflanzende Kraft oder der Widerstand zu bedeutend, so wählt man das allgemeine Auskunftsmittel, die verzahnten Räder (§. 207).

§. 298. **Umwandlung** *der continuirlichen* **Kreisbewegung** *in eine* **hin und her gehende geradlinige.** In diesem Falle bedient man sich vorzugsweise der Kurbel oder des Krummzapfens *AC* (Fig. 200), in dessen Warze *A* (§. 188) die Bläuelstange *AB*, welche in *B* mit dem zwischen Frictionsrollen *a*, *a'* hin und her gehenden Bestandtheil *BD* gelenkartig verbunden ist, eingehängt wird, so, dafs bei jeder ganzen Umdrehung der Kurbel das Stück *BD* eine hin und her gehende Bewegung von der Länge des Durchmessers *EF* des Kurbelkreises vollendet.

Der Hauptvorzug dieser Verbindungs- und Bewegungsart besteht wesentlich in dem Umstande, dafs der Theil *BD* nur allmälig von der Ruhe oder der Geschwindigkeit Null aus auf die gröfste Geschwindigkeit, und von da an wieder eben so nur allmälig zur Wechslung der Bewegung (wobei die Geschwindigkeit von + in — durch Null gehen mufs) vermindert und auf Null gebracht wird, folglich (§. 284) weder durch das Gewicht noch durch die Masse des Theiles *BD* (so wie auch der Verbindungsstange *AB* selbst) ein Verlust an Nutzeffect der Maschine eintritt.

Öfter benützt man, anstatt eine Kurbel anzubringen, ein schon vorhandenes Rad, und befestigt in einer Speiche oder einem Arme desselben, welcher an dieser Stelle etwas verstärkt wird, einen runden Zapfen, welcher als Kurbelwarze zum Einhängen der Bläuelstange dient.

§. 299. Da es bei der im vorigen Paragraphe genannten Bewegungsart auf die Dicke, d. i. die Gröfse des Durchmessers *ii'* der Kurbelwarze nicht ankömmt, so könnte man diesen auch bedeutend, wie z. B. bis *mm'* vergröfsern, ohne dafs das Stück *BD* aufhören würde, auf jede halbe Umdrehung der Kurbel einen geradlinigen Weg von der Göfse des Durchmessers *EF* des Kurbelkreises zurücklegen.

Wird nun dabei der Durchmesser *mm'*, oder wie in Fig. 201, *ab* so grofs, dafs der Kreis über den Mittelpunct *C* des Kurbelkreises hinausgeht, so erhält man die excentrische Scheibe (Excentric); die Bläuelstange besteht in diesem Falle in einem Schubrechen *BDB'*, welcher sich mit seinem (aus zwei Hälften zusammen zu schraubenden) Ringe *DD'* in einer im Umfange dieser Scheibe eingedrehten Kehle leicht, jedoch ohne zu schlottern, herum drehen läfst. Da die kreisrunde Scheibe *DD'* excentrisch auf der Achse *C* befestigt ist, so wird bei jeder ganzen Umdrehung dieser Scheibe der Schubrechen eben so, wie vorhin (in Fig. 200) die Bläuelstange eine auf und ab,

oder (wie bei Dampfmaschinen zur Steuerung der Dampfschieber) hin und her gehende Bewegung erhalten, und sowohl für den Hin- als für den Hergang einen Weg $= 2\,AC$ zurücklegen.

Anmerkung. Obschon die Gröſse der hin und her gehenden Bewegung bei der excentrischen Scheibe lediglich von dem Abstande ihres Mittelpunctes A von der Umdrehungsachse C, womit diese fest verbunden ist, und keineswegs von der Gröſse der Scheibe selbst abhängt; so hat diese letztere gleichwohl auf die Gröſse der durch die am Umfange derselben entstehende Reibung absorbirten Arbeit oder des verlorenen Nutzeffectes einen wesentlichen Einfluſs. Denn ist P die durch die Schubstange ausgeübte Kraft, also der dadurch zu überwindende Widerstand eben so groſs, der Abstand $AC = r$, folglich der ganze bei einem Hin- und Hergang zurückgelegte geradlinige Weg der Stange oder des Rechens, während einer Umdrehung der Scheibe $= 4r$, so ist sofort die Arbeit dieser Schubstange während dieser Umdrehung $= 4rP$. Der Betrag der am Umfange der Scheibe Statt findenden Reibung ist $= fP$, wenn f den Reibungscoefficienten bezeichnet, und da dieser während einer Umdrehung der Scheibe, deren Halbmesser (bis zur Kehle) $= R$ seyn soll, auf die Länge des Weges $2R\pi$ Statt findet (indem man annimmt, daſs sich die Stange ziemlich nahe mit sich selbst parallel hin und her bewegt), so ist die Arbeit der Reibung während einer Umdrehung $= 2R\pi fP$, so, daſs also der Bruch $\frac{2R\pi fP}{4rP} = 1{\cdot}57 f \frac{R}{r}$ das Verhältniſs zwischen dem Nutzeffect und der gleichzeitig von der Reibung absorbirten Arbeit angibt; ist z. B. $f = \frac{1}{8}$ und $R = 6r$, so wird dieses Verhältniſs wie $1 : 1{\cdot}18$, so, daſs also die Arbeit der Reibung schon gröſser als der Nutzeffect ist, und bei einer Zunahme von R noch weiter zunehmen muſs. Aus diesem Grunde soll man sich der excentrichen Scheibe nur bedienen, wenn der zu überwindende Widerstand P nicht sehr bedeutend ist.

Übrigens können die Excentrica, besonders wenn sie als Wellfüſse oder Hebeköpfe benützt werden, auch von andern Curven als dem Kreise begrenzt seyn, was besonders von der Bedingung abhängt, welche man an die Bewegungsart des Stückes BD (Fig. 200) knüpft; so benützt man in manchen Fällen die Herzlinie, in andern, wie wir bereits bei den Hebköpfen der Stampfwerke (§. 221) gesehen haben, die Kreisevolvente, noch in andern Fällen, wie bei der Bewegung von Blasbälgen, Blechscheren, Nietmaschinen u. s. w. wieder andere eigens hierzu construirte und mit einander combinirte krumme Linien.

§. 300. Umwandlung *der* continuirlichen *in die* oscillirende *Kreisbewegung*. Auch in diesem Falle verdient unter allen Anordnungen die Kurbel den Vorzug. Um nämlich den um O (Fig. 202) drehbaren oder oscillirenden Wagbaum (Balancier) BD durch die rotirende oder continuirliche Kreisbewegung der Welle

oder Achse C in Bewegung zu setzen, befestigt man auf dieser Achse C eine Kurbel CA, und verbindet ihre Warze mit dem Endpuncte B des Balanciers gelenkartig durch eine Bläuelstange AB; dadurch wird bei jeder ganzen Umdrehung der Welle C der Balancier BD zwei Schwingungen machen.

Dieselbe Combination der Kurbel, Bläuelstange und des Wagbaumes kommt z. B. auch bei dem mit einem Fufstritte versehenen Schleifsteine, dem Spinnrade, der Drehbank u. s. w. vor, wobei der Tritt (das Pedal) den Balancier ersetzt, und wobei also gerade die umgekehrte Verwandlung, nämlich die oscillirende in die rotirende Bewegung Statt findet.

§. 301. Verwandlung *der kreisförmig* **oscillirenden** *in eine kreisförmig* **continuirliche** *Bewegung.* Aufser der vorigen Combination des Balanciers, der Bläuelstange und der Kurbel, dient in diesem Falle auch noch besonders ein in einem um O (Fig. 203) drehbaren Hebel AB bei c eingehängter Schiebhaken ra, welcher in die sägartig gebildeten Zähne eines eisernen, um die Achse C drehbaren Rades eingreift, und so bei jeder Ocillation oder Auf- und Abbewegung des Hebels, das Rad um einen Zahn fortschiebt; um zu verhindern, dafs beim Zurückgehen oder Aufheben des Schiebhakens nicht auch das Rad CA zurückgehe, bringt man noch einen sogenannten Sperrkegel N an.

Da aber bei dieser Anordnung die Bewegung nur ruckweise Statt findet, so bringt man, um diese continuirlicher zu machen, öfter auch zwei solche Schiebhaken, und zwar (Fig. 204) in der Art an, dafs immer der eine wirksam ist, während der andere leer zurückgeht.

Anmerkung. Man sieht von selbst, dafs durch dieses System keine continuirliche, sondern nur eine intermittirende und (wodurch es eben fehlerhaft ist) stofsweise Kreisbewegung erzeugt wird. Die Anwendung desselben kann daher nur dort, wo eine ähnliche Bewegung, wie z. B. bei den Sägemühlen, wo man sich eines solchen Schieb- oder Stofsrades zur Fortführung des mit den zu sägenden Holzblöcken versehenen Wagens bedient, gerechtfertigt werden, wo diese ruckweise Bewegung gerade nothwendig und gleichsam vorgezeichnet, und aufserdem der dadurch zu überwindende Widerstand nicht sehr bedeutend ist.

§. 302. Verwandlung *der* **geradlinigen hin und her gehenden** *Bewegung in eine* **oscillirende Kreisbewegung** *und umgekehrt.* Das beste in diesen beiden Fällen anzuwendende System ist das von Watt angegebene, welcher sich desselben bei seiner Dampfmaschine bediente, um die auf und ab

gehende geradlinige Bewegung des Kolbens in eine continuirliche rotirende zu verwandeln, wodurch er eben seine Maschine für alle möglichen industriellen Zwecke anwendbar machte.

Ist *DB* (Fig. 202) der um *O* oscillirende Balancier, und sollte dieser seine Bewegung durch die in *D* eingehängte Kolbenstange *DE* erhalten, so würde, da der Punct *D* bei diesen Oscillationen einen Kreisbogen vom Halbmesser *OD* beschreibt, die Kolbenstange *DE* von der verticalen Richtung abgelenket, und die bei Dampfmaschinen (bei welchen die Kolbenstange durch eine dicht schliefsende Stopfbüchse gehen mufs) so nothwendige genaue Bewegung in einer geraden Linie unmöglich werden. Watt erfand nun zur Beseitigung dieser Unzukömmlichkeit das sogenannte articulirte Parallelogramm, welches daher auch das Watt'sche heifst, und im Wesentlichen in Folgendem besteht.

§. 303. Watt'sches Parallelogramm. Ist *AO* (Fig. 205) die halbe Länge des um *O* schwingenden Balanciers, und sind *AO*, *A′O*, *A″O* die höchste, mittlere und tiefste Stellung desselben, wobei die mittlere *A′O* horizontal genommen wird, so verbindet man damit das articulirte Parallelogramm *ac*, dessen Seiten in den Winkelpuncten *A*, *a*, *b*, *c* drehbar oder beweglich sind, ferner verbindet man mit dem Puncte *a* die Kolbenstange, welche in der verticalen Linie *DE* auf und ab gehen soll. Damit nun dieser Punct *a* auch in den beiden andern der genannten Stellungen *A′O* und *A″O* des Balanciers in dieser Geraden *DE* bleiben, und die Lage *a′* und *a″* annehmen kann, so mufs der Punct *b*, welcher in den beiden eben genannten Stellungen nach *b′* und *b″* kommt, einen Kreisbogen beschreiben, dessen Mittelpunct *C* gefunden wird, wenn man nach der bekannten Methode durch die drei Puncte *b*, *b′*, *b″* (die man erhält, indem man in den drei genannten Lagen des Balanciers das Parallelogramm *ac* construirt, und dabei die Puncte *a*, *a′*, *a″* in der Geraden *DE* annimmt) einen Kreis zieht, wovon der Mittelpunct *C* sofort in der durch *b′* mit *A′O* geführten Parallelen liegt, und mit dem gesuchten zusammenfällt.

Wird also der Punct *b* des Parallelogramms mit einer um *C* drehbaren Stange *Cb* verbunden, so beschreibt der Punct *a* bei der oscillirenden Bewegung des Balanciers ziemlich genau die gerade Linie *DE*, und es findet nur in den Zwischenpuncten oder Intervallen *aa′* und *a′a″*, wie es die Fig. 205, *a* zeigt, eine kleine Abweichung nach rechts und links Statt, welche jedoch bei einer zweckmäfsigen Construction im

Maximum so gering ist, daſs mn nicht mehr als $\frac{1}{10}$ bis $\frac{15}{100}$ Zoll beträgt.

Um aber diese Abweichung wirklich so klein zu machen, hat man bei dieser angegebenen Construction noch Folgendes zu beobachten: erstens soll die gerade Linie DE, in welcher sich die Kolbenstange bewegen soll, den Abstand $A'B$ (Fig. 205, b) des Punctes A' von der Sehne AA'' halbiren, also $A'c = cB$ seyn; zweitens soll AO wenigstens $1\frac{1}{2}$ Mal so lang als diese Sehne AA'', welche sehr nahe dem Kolbenhub gleich ist, seyn; drittens wählt man die Seite Aa des Parallelogrammes so, daſs der Befestigungspunct a mit der Kolbenstange bei der höchsten Stellung AO des Balanciers in die horizontale $A'O$, nämlich nach r fällt (was in der Zeichnung Fig. 205 absichtlich nicht beobachtet ist), und endlich viertens soll die mittlere Stellung des Balanciers in dieser eben genannten horizontalen Linie liegen, durch diese also der Winkel AOA'' der höchsten und niedrigsten Stellung halbirt werden.

Was die Länge der Seite AC betrifft, so ist diese willkürlich, und hängt davon ab, ob man den Punct C weiter oder näher gegen DE erhalten will, denn die Gegenlenkstange Cb wird um so kürzer, je näher die Seite bc gegen den Mittelpunct O liegt, was oft dort, wo man an Raum sparen muſs, zu berücksichtigen kommt.

Übrigens ist der Punct a des Parallelogramms nicht der einzige Punct, welcher eine gerade Linie beschreibt, sondern es geht dabei auch der Durchschnitt d der Horizontalen $A'O$ mit der Seite Cb (Fig. 206), (welcher bei der höchsten Stellung des Balanciers entsteht) in einer geraden Linie auf und ab, die mit der vorigen DE parallel ist, so, daſs man auch in den Punct d eine Kolbenstange einhängen kann, wenn sich diese ebenfalls in gerader Linie bewegen soll.

Den Drehungspunct C (Fig. 207) für die Lenkstange Cb findet man einfach durch folgende Construction. Sind AO, $A'O$, $A''O$ wieder die drei Stellungen des um O oscillirenden Balanciers, ist DE die Gerade, nach welcher sich die Kolbenstange bewegen soll, und ist Ab die beizubehaltende Seite des Parallelogrammes, die man beliebig wählen kann, und d der Einhängpunct der Kolbenstange; so durchschneide man die Gerade DE aus den Puncten A' und A'' mit dem Halbmesser Ad, wodurch man die Puncte d', d'' erhält, in welchen sich der Punct d in den beiden übrigen Stellungen des Balanciers befindet; zieht man ferner die Geraden $A'd'$ und $A''d''$, und macht die Verlängerungen $d'b' = d''b'' = db$, so erhält man die Puncte b' und b'', in welchen sich in diesen beiden letzgenannten Lagen des Balanciers der Punct b befindet; legt man endlich durch diese drei Puncte b, b', b'' einen Kreisbogen, so fällt dessen Mittelpunct mit dem gesuchten Puncte C zusammen.

Man läſst auch öfter die drei Seiten ab, ae, ec (Fig. 208) des Parallelogrammes weg, und behält davon bloſs die eine Seite bc mit einem Gegenlenker Cb bei. Um in diesem Falle den Mittelpunct oder die Achse C dieser Lenkstange zu finden, wird man, wenn AO, $A'O$, $A''O$ (Fig. 208, a)

wieder die drei genannten Stellungen des um O schwingenden Balanciers sind, und die Länge Ab (= cb in Fig. 208), so wie der Einhängpunct d der Kolbenstange gegeben sind, um zuerst die beiden andern (den Stellungen $A'O$, $A''O$ entsprechenden) Positionen b', b'' des Punctes b zu finden, aus A' und A'' mit dem Halbmesser Ad die durch d gehende Verticallinie de in den Puncten d' und d'' (die zwei übrigen Lagen des Punctes d) durchschneiden, die Geraden $A'd'$, $A''d''$ ziehen, und ihre Verlängerungen $d'b' = d''b'' = db$ machen, und dann, nachdem diese Puncte gefunden sind, durch die drei Puncte b, b', b'' einen Kreisbogen ziehen, dessen Mittelpunct C sofort der gesuchte Schwingungspunct für den Gegenlenker Cb ist.

§. 304. In manchen Fällen benützt man eine um eine Achse C drehbare Stütze OC (Fig. 209), auf welcher das Lager für die Achse O des Balanciers AB liegt, hängt, wenn AO die höchste, $A'O$ die mittlere (horizontale) und $A''O$ die niedrigste Stellung des Balanciers und DE wieder die Gerade ist, in welcher die Kolbenstange auf und ab gehen soll, diese letztere in den Punct A ein, und bringt eine Lenkstange cb (die natürlich wieder doppelt seyn mufs, damit der Balancier davon gabelförmig umfafst werde) an, welche sich in den Puncten c und b, wobei $Ab = bc$ ist, drehen kann.

Zur Bestimmung des Drehungpunctes C der Stütze darf man nur auf der horizontalen $A'O$ mit dem Halbmesser AO aus A' den Punct a abschneiden, d. i. $A'a = AO$ machen, und aus den beiden Puncten O und a mit einer beliebigen Entfernung (die übrigens durch andere Umstände bedingt seyn kann) $OC = aC$ Kreisbögen beschreiben, wodurch sich dieser Punct C ergibt; je gröfser man dabei diese Entfernung OC machen kann, desto genauer wird die Kolbenstange, welche jedenfalls mit dieser Geraden die drei Puncte A, A', A'' gemein hat, in der Geraden DE auf und ab gehen. Kann man OC nicht lang genug machen, so mufs man wenigstens AO vergröfsern, um die Winkel $AOA' = A'OA''$ zu verkleinern.

Endlich bringt man bei kleinen Druckpumpen, wie sie z. B. bei hydraulischen Pressen vorkommen, und wobei der Kolbenhub nur gering ist, den um O oscillirenden Druckhebel AO (Fig. 210) mittelst eines gabelförmigen Gelenkes ac, wovon der Drehungspunct a in dem Bügel des Kolbens liegt, und c den Einhängpunct des Hebels bildet, mit der Kolbenstange, welche oben durch eine cylinderische Fortsetzung in einer Hülse geführt wird, in Verbindung, und bewirkt dadurch mit hinlänglicher Genauigkeit die geradlinige Bewegung des Kolbens.

Zweiter Theil.

Mechanik flüssiger Körper.

Erster Abschnitt.

Hydrostatik.

Erstes Kapitel.

Von den Eigenschaften und Gleichgewichtsbedingungen der tropfbar flüssigen Körper.

§. 305. Haupteigenschaft der tropfbar flüssigen Körper. Wir haben bereits im §. 3 bemerkt, dafs sich die flüssigen Körper überhaupt, also auch die tropfbar flüssigen, von den festen wesentlich durch die absolut leichte Verschiebbarkeit ihrer kleinsten Bestandtheile oder Molecule unterscheiden; hier müssen wir noch hinzufügen, dafs nicht nur die dabei Statt findende Fortpflanzung eines auf irgend einen Theil einer tropfbar flüssigen Masse ausgeübten Druckes mit gleicher Stärke nach allen Seiten hin, sondern auch die Gesetze für das Gleichgewicht der tropfbar flüssigen Körper überhaupt, wesentlich auf dieser Eigenschaft beruhen oder davon eine nothwendige Folge sind.

Besteht also in einer solchen flüssigen Masse, diese mag in einem Gefäfse von was immer für einer Form eingeschlossen seyn, das Gleichgewicht, so mufs jedes einzelne Theilchen der Flüssigkeit von allen Seiten her gleich stark gedrückt werden; weil es sonst augenblicklich nach jener Seite hin, von welcher her der Druck geringer wäre, ausweichen würde, also kein Gleichgewicht bestehen könnte.

§. 306. Zusammendrückbarkeit der tropfbar flüssigen Körper. In dem vorhin angezogenen §. 3 wurde auch bemerkt, dafs die Zusammendrückbarkeit der tropfbar flüssigen Körper so gering sey, dafs man sie geradezu als unzusammendrückbar oder i n c o m p r e s s i b e l annehmen kann, was sofort auch bei allen folgenden Untersuchungen geschehen soll.

Neueren Versuchen zufolge läfst sich das luftfreie Wasser bei einem Drucke, welcher jenem einer Atmosphäre (d. i. von $12\frac{3}{4}$ Pfund auf den Quadratzoll) gleich kommt, um 47 bis 50 (genauer von 46·65 bis 49·65) und das Quecksilber um 2·65 bis 3·38 Milliontel des ursprünglichen Volumens zusammendrücken.

Luft- und Gasarten dagegen lassen sich sehr leicht compriminen, und besitzen dabei die Eigenschaft der vollkommenen Elasticität, die übrigens auch den tropfbaren Flüssigkeiten bis auf einen gewissen Grad zuzukommen scheint.

Anmerkung. Da das Wasser unter allen tropfbaren Flüssigkeiten am meisten verbreitet ist und angewendet wird, so werden wir uns bei den nachstehenden Untersuchungen häufig anstatt des Ausdruckes „tropfbar flüssiger Körper", Kürze halber des Wortes: „Wasser" bedienen, und dieses gleichsam als Repräsentanten aller tropfbar flüssigen Körper, in so ferne es sich nämlich um die Entwicklung jener mechanischen Lehrsätze und Eigenschaften handelt, welche allen tropfbaren Flüssigkeiten ohne Unterschied zukommen, gelten lassen. In diesem Sinne werden wir in den nachfolgenden Sätzen in der Regel nur von dem Wasser reden, dabei aber immer zugleich alle tropfbaren Flüssigkeiten überhaupt verstehen.

§. 307. Princip des gleichen Druckes nach allen Richtungen. Dieses Princip bestehet darin, dafs, wenn (von der Schwere dabei abstrahirt) auf zwei ebene Flächen a, a' einer ruhenden, oder im Gleichgewichte befindlichen tropfbaren Masse, wie z. B. Wasser, die Pressungen p und p' (etwa mittelst genau passender Kolben oder Stempel, welche in das Gefäfs von verschiedenen Seiten hineingedrückt werden) entstehen, sofort $p : p' = a : a'$ Statt findet, oder $\frac{p}{a} = \frac{p'}{a'}$, d. i. der Druck auf die Flächeneinheit dabei in der ganzen Wassermasse und nach allen Richtungen constant ist. Setzt man daher diesen Druck auf die Flächeneinheit $\frac{p}{a} = \frac{p'}{a'} = q$, so kann man sagen, dafs in Folge dieser unveränderten Fortpflanzung des Druckes, jeder ebene Theil der Gefäfswand, oder wenn ein fester Körper in die Flüssigkeit eingetaucht ist, auch jeder Theil der Oberfläche desselben dabei einen Druck erleidet, welcher auf die Flächeneinheit die Gröfse q besitzt.

Ein Theil der ebenen Fläche $= F$ wird dabei einen Druck $= qF$ erleiden. Ist die Fläche krumm, so erleidet jedes Element derselben von der Gröfse f, welches man als eben ansehen kann, den Normaldruck $= qf$.

Anmerkung. Auf dieser Eigenschaft des gleichen Druckes beruht unter Andern auch die grofse Wirksamkeit der heut zu Tage so wichtigen und allgemein in Anwendung stehenden Bramah'schen oder hydrostatischen Presse.

Diese besteht dem Wesentlichen nach aus zwei (gewöhnlich stehenden) Cylindern n und N (Fig. 211), welche durch ein enges Rohr m mit einander in Verbindung stehen und wovon der erstere, welcher nur einen sehr kleinen Durchmesser hat, mit einem Druckkolben ab, welcher luft- und wasserdicht darin auf- und abbewegt werden kann, der letztere, bedeutend weitere Cylinder N aber mit einem die Prefsplatte M tragenden ebenfalls gut geliderten Kolben AB versehen ist. Sind nun die beiden Cylinder, so wie das Communicationsrohr bis auf die Höhe von AB und ab mit Wasser gefüllt und drückt man den kleinen Kolben ab, dessen Querschnittsfläche $= f$ seyn soll, mit der Kraft P abwärts, so pflanzt sich dieser Druck P auf die Querschnittsfläche des grofsen Kolbens, die $= F$ seyn mag, mit der Stärke $Q = P\frac{F}{f}$ fort, so dafs er mit dieser Kraft Q aufwärts gedrückt, die beabsichtigte Pressung der zwischen die Prefsplatte M und des Widerlagers des in der Zeichnung nicht angedeuteten Prefsgestelles eingelegten Stoffe bewirkt. Da der kleine Cylinder n die Einrichtung des Kolbenrohres einer Saug- und Druckpumpe erhält, so kann durch fortgesetztes Pumpen, d. h. Auf- und Abbewegen des Kolbens ab, welcher bei jedem Hub das im Kasten G befindliche Wasser ansaugt und bei jedem Niedergang in den grofsen Cylinder hinüberdrückt (wozu auch noch die nöthigen Ventile angebracht werden müssen), der Prefskolben AB immer weiter aufwärts, und zwar stets (von der Reibung abgesehen) mit dem Drucke Q getrieben werden.

Sind d und D die Durchmesser des kleinen und grofsen Kolbens, ist C der Drehungs- und D der Angriffspunct der Kraft K des Druckhebels CD und das Verhältnifs der beiden Arme $\frac{CD}{CE} = n$, so ist $P = nK$, und daher $Q = P\frac{F}{f} = nK\frac{D^2}{d^2}$.

Ist z. B. der Hebel 10fach übersetzt, d. i. $n = 10$, ferner $K = 50$ Pf., $d = 1$ und $D = 20$ Zoll, so ist (ohne Rücksicht auf die Reibung) der Druck, mit welchem die Prefsplatte gegen die Widerlage der Presse getrieben wird, $Q = 500 \times \frac{400}{1} = 200000$ Pfund, oder

$$K : Q = 1 : 4000.$$

Übrigens darf man dabei nicht vergessen, dafs wenn die gleichzeitigen Wege der Kraft in D und der Last in P mit S und s bezeichnet werden, im vorliegenden Beispiele $s : S = 1 : 4000$ Statt findet, so, dafs die Prefsplatte 4000 Mal langsamer fortschreitet als der Angriffspunct der Kraft D, oder dafs auch hier wie bei allen Maschinen $KS = Qs$ Statt findet.

Obschon bei dieser Presse, bei welcher man den Pumpenkörper aus Messing oder Kanonengut, den Prefskolben sammt Platte und Cylinder, so wie, mit Ausnahme von vier schmiedeisernen Säulen, welche gewöhnlich angebracht werden, das ganze Prefsgestell aus Gufseisen und das Commu-

nicationsrohr m aus Blei, Kupfer oder Schmiedeisen (welches jetzt in solchen Fällen gezogen wird) herstellt, der Nutzeffect durch die Reibung beiläufig um $\frac{1}{3}$ vermindert wird, so steht diese dennoch gegen die Spindelpressen, bei denen, besonders bei so hohem Drucke, dieser Verlust wegen Reibung $\frac{4}{5}$ und selbst $\frac{8}{9}$ beträgt, dennoch außerordentlich im Vortheile. (Die nähern Details hierüber, so wie auch über die Spindelpressen, findet man in einer Abhandlung von uns in *Prechtl's* techn. Encyclopädie Bd. XI.)

§. 308. Gestalt der freien Oberfläche tropfbarer Flüssigkeiten. Wirken auf die freie Oberfläche eines tropfbar flüssigen Körpers mehrere Kräfte und besteht dabei das Gleichgewicht, so müssen diese nothwendig gegen die Oberfläche normal und nach einwärts gerichtet seyn; denn wäre eine dieser Kräfte gegen irgend ein Flüssigkeitstheilchen schief gerichtet, so könnte diese in zwei Seitenkräfte zerlegt werden, wovon die eine normal auf die Oberfläche dieses Theilchens, die andere aber damit parallel wäre, und daher eine Bewegung in demselben hervorbringen würde, welches gegen die Voraussetzung wäre.

Die Oberfläche einer in einem nicht zu engen Gefäße befindlichen tropfbaren Flüssigkeit wird daher durch den Einfluß der Schwerkraft (§. 34) eine horizontale Ebene, dagegen bei großer Ausdehnung, wie im Meere oder in Seen einen Theil einer Kugelfläche bilden, deren Mittelpunct mit jenem der Erde zusammenfällt.

In einem nicht sehr weiten Gefäße, welches von der Flüssigkeit benetzt wird, steht diese bekanntlich an den Wänden etwas höher, so, daß die Oberfläche nicht eben, sondern concav erscheint; in Gefäßen dagegen, welche nicht benetzt werden, nimmt die Oberfläche der Flüssigkeit eine convexe Gestalt an. Beispiele für beide Fälle finden sich bei Glasröhren, welche beziehungsweise Wasser oder Quecksilber enthalten.

§. 309. Druck auf den Boden eines Gefäßes. Ist ein parallelepipedisches Gefäß AD (Fig. 212), dessen Bodenfläche AB horizontal liegt, mit einer tropfbaren Flüssigkeit, z. B. mit Wasser bis auf die Höhe ab, wobei $Aa = h$ seyn mag, gefüllt, so erleidet jeder Punct m der Bodenfläche $= f$ einen Druck, welcher dem Gewichte des darüber stehenden Wasserprisma mn von der Grundfläche f und Höhe h gleich kommt; ist nämlich p dieser Druck und γ das Gewicht der cubischen Einheit der Flüssigkeit, so ist $p = \gamma f h$. Bezeichnet man die gesammte Bodenfläche mit F, so ist, weil der Boden horizontal liegt, also alle Wasserfäden oder Prismen dieselbe Höhe h haben, der Gesammtdruck darauf $P = \gamma F h$.

Dieser Bodendruck bleibt noch der nämliche, wenn auch das Gefäfs eine andere Form, wie in Fig. 212. *a* oder *b*, besitzt, wenn dabei nur die horizontale Bodenfläche dieselbe Gröfse *F* und die Höhe *h* der darüber stehenden Flüssigkeit denselben Werth beibehält. So wird im Gefäfs Fig. 212, *a*, welches sich nach oben zu erweitert, ein beliebiger Punct *o* der Bodenfläche nur von dem darüber stehenden Wasserfaden (wenn wir unter der Flüssigkeit Wasser verstehen) von der Höhe $n'o = h$ gedrückt, indem z. B. der von dem Faden nm herrührende Druck von der Gefäfswand AG gänzlich aufgehoben, und davon nichts auf den Boden fortgepflanzt wird; denn wenn auch das Theilchen m' des Fadens $n'o$, welches mit jenem m in derselben horizontalen Höhe liegt, von m her einen gleichen Druck nach allen Seiten, folglich auch nach abwärts erleidet, welcher der Höhe mn entspricht, so ist dieser wegen $nm = n'm'$ und weil sich sonst das Theilchen m' nach aufwärts bewegen würde, doch nicht gröfser als von dem darüber stehenden Faden $n'm'$, so, dafs der Druck auf den Punct *o* der Bodenfläche der Höhe des Wasserfadens $n'o$ entspricht und die ganze Bodenfläche *F* nur einen Druck des darüber stehenden Wasserprisma $ABrh$ von der Höhe *h*, wie vorhin, zu erleiden hat.

Im Gefäfse Fig. 212. *b*, welches sich nach oben verengt, wird z. B. der Punct o' der Bodenfläche von dem Gewichte des Wasserfadens $m'o'$ und noch von der Pressung, welches das Theilchen m' selbst schon nach abwärts erleidet, gedrückt. Da nun der Punct m' von der Seite mm' her einen Druck erleidet, welcher dem Gewichte des Wasserfadens nm entspricht, und dieser Druck von m' nach allen Seiten, also auch nach abwärts mit gleicher Stärke fortgepflanzt wird, so erleidet der Punct o' einen Druck, welcher dem Gewichte der Fäden $o'm' + mn = om + mn = on$ entspricht, so, dafs dieser Druck jenem ganz gleich ist, welchen der Punct *o* erleidet, über welchem unmittelbar ein Wasserfaden von dieser Höhe on steht. Es werden sonach die sämmtlichen Puncte der Bodenfläche wieder genau eben so gedrückt, als ob ein Wasserprisma von der Grundfläche *F* und Höhe *h* darüber stünde:

Der von der Schwere herrührende Druck auf die horizontale Bodenfläche hängt also keineswegs von der Form des Gefäfses, oder der Wasserquantität, sondern lediglich nur von der Gröfse der Bodenfläche und Höhe des Wasserspiegels über dieser Bodenfläche ab, so dafs in allen Fällen der Druck durch die Gleichung $P = \gamma F h$ bestimmt ist. (§. 306, Anmerk.)

Anmerkung 1. Nimmt also dieselbe Wasserquantität, welche im Gefäſse, Fig. 212, die Höhe h einnimmt, in jenem Fig. 212. a (bei gleicher Bodenfläche) nur die Höhe $\frac{1}{2} h$ und in dem Gefäſse Fig. 212. b z. B. jene $10h$ ein, so ist der Druck auf die Bodenfläche F im zweiten Falle nur $\frac{1}{2}$, dagegen im dritten Falle 10 Mal so groſs als im ersten Falle. Wiegt das Wasser z. B. 10 Pfund, so ist der Druck auf den Boden in den drei genannten Gefäſsen der Reihe nach 10, 5 und 100 Pfund. Aus diesem Grunde hat man auch diesen Satz das hydrostatische Paradoxon genannt.

Anmerkung 2. Aber nicht bloſs der Druck auf einen Theil der Bodenfläche, sondern auch jener auf irgend eine Fläche $cd = f$ (Fig. 212) einer im innern der Flüssigkeit angenommenen horizontalen Schichte pq, welche um $pa = h'$ unter dem Wasserspiegel liegt, wird auf dieselbe Weise, nämlich durch das Gewicht des Wasser- (oder in andern Fällen des Flüssigkeits-) Prisma cdn bestimmt und durch $\gamma f h'$ ausgedrückt; da ferner diese Schichte im Gleichgewichte steht, so muſs dieser Druck auf die Fläche cd nicht bloſs von oben nach unten, sondern auch von unten nach oben Statt finden, und da sich diese Eigenschaft nicht ändern kann, wenn das Wasserprisma cdn plötzlich fest würde, so folgt, daſs ein in eine Flüssigkeit eingetauchter fester Körper cdn z. B., von der Flüssigkeit von unten nach oben einen Druck erleidet, welcher dem Gewichte der verdrängten Flüssigkeit $cdn = \gamma f h'$ gleich kommt. Ein Schiff also, welches z. B. bei einem gewissen Tiefgange 5000 Kubikfuſs Wasser verdrängt, erleidet, wenn davon der Kubikfuſs 57 Pf. wiegt, einen aufwärts gerichteten Druck von $5000 \times 57 = 285000$ Pf., welcher natürlich mit dem Gesammtgewichte des Schiffes und der Ladung im Gleichgewichte stehen muſs.

§. 310. Seitendruck. Da jedes Flächenelement m der Seitenwand AG eines Gefäſses (Fig. 212. a) einen Druck erleidet, der dem Gewichte eines Wasserprisma gleich ist, welches diese Fläche zur Basis und den Abstand dieses Elementes m vom Wasserspiegel zur Höhe hat, so wird auch jeder horizontale, unendlich schmale Streifen xy der Seitenwand von dem Gewichte eines Wasserprisma gedrückt, welches diesen schmalen Streifen zur Grundfläche und die Tiefe mn, um welche derselbe unterm Wasserspiegel ab liegt, zur Höhe hat.

Nimmt man daher in einer Seitenwand, diese mag senkrecht oder schief seyn, ein Rechteck pl von beliebiger Gröſse, wovon zwei Seiten horizontal liegen, so kann man sich die Fläche desselben in unendlich schmale horizontale Streifen oder Rechtecke von der Breite pl zerlegt denken, wovon jedes einen Normaldruck erleidet, welcher der Tiefe jedes Elementes unterm Wasserspiegel proportional ist. Da nun aber die Tiefe des mittlern, durch den Schwerpunct des Rechteckes gehenden Elemen-

tes das arithmetische Mittel zwischen allen den verschiedenen Tiefen bildet, so folgt, dafs der Normaldruck der Flüssigkeit auf dieses Rechteck gleich ist dem Gewichte eines Flüssigkeitsprisma, welches das betreffende Rechteck pl zur Grundfläche, und den Abstand des Schwerpunctes desselben vom Flüssigkeitsspiegel zur Höhe hat.

Nach derselben Regel wird auch der Normaldruck auf die ganze ebene Seitenwand, diese mag was immer für eine Form oder Lage haben, bestimmt, weil der Gesammtdruck gleich ist der Mittelkraft aus allen parallel wirkenden Kräften, welche den horizontalen Ausdehnungen der unendlich schmalen Streifen, in welche man die bis zur Oberfläche der Flüssigkeit reichende Seitenwand zerlegen kann, und der Tiefe dieser Streifen unter dieser Oberfläche proportional sind.

Anmerkung 1. Da der auf irgend ein Flächenelement einer Seitenwand Statt findende horizontale Druck immer durch einen gleich grofsen entgegengesetzten Seitendruck der gegenüberliegenden Wand aufgehoben wird, so erzeugt der gesammte horizontale Druck in einem z. B. mit Wasser gefüllten Gefäfse durchaus kein Bestreben zur horizontalen Bewegung oder etwa zum Umwerfen des Gefäfses. Sobald jedoch auf einer Seite eine Oeffnung m (Fig. 212) angebracht wird, aus welcher die Flüssigkeit ausfliefsen kann, wird der auf einer gegenüber in derselben Tiefe liegende gleich grofse Fläche n Statt findende Druck nicht mehr durch den Gegendruck, welcher sonst in m vorhanden gewesen wäre, aufgehoben, folglich erhält das Gefäfs ein Bestreben zur Bewegung nach der horizontalen Richtung von m gegen n, welches man die Reaction des ausfliefsenden Wassers oder der sonstigen Flüssigkeit nennt, und welche u. a. bei dem *Segner*'schen Wasserrade zur Bewegung benützt wird.

Anmerkung 2. Wirkt aufser der Schwere auf die Oberfläche $= F$ noch ein Druck P in derselben Richtung, welcher also auf die Flächeneinheit die Gröse $p = \frac{P}{F}$ beträgt, so wird auch der von der Schwere herrührende Druck auf jedes Flächentheilchen ω der Boden- oder Seitenwand des Gefäfses noch um den Theil $p\,\omega$ vermehrt.

§. 311. Zur Erläuterung des Seitendruckes mögen die nachstehenden Aufgaben und Beispiele dienen.

Aufgabe 1. Wenn ein Schutzbret den Druck einer h Fufs hohen Wassersäule, diese von der Sohle des Bretes bis zum Wasserspiegel gerechnet, auszuhalten hat, so soll erstens die nöthige Dicke des Bretes und zweitens die Kraft bestimmt werden, welche zum Aufziehen des Schutzbretes erforderlich ist.

1. Laufen die Jahre des hölzernen Schutzbretes horizontal und liegt das-

selbe an beiden Enden quer über diese Jahre oder Fasern auf zwei Leisten frei auf, bildet ferner das Bret ein Rechteck von der horizontalen Länge a und der Breite b (welche entweder vertical oder schief steht); so mufs man die Bretdicke, da man diese durch die ganze Höhe b gleich nimmt (obschon sie von unten nach oben abnehmen könnte), für den an der untersten Schichte des Bretes Statt findenden Druck berechnen.

Nimmt man daher an der Sohle des Bretes einen schmalen horizontalen Streifen von der Höhe b' und setzt die entsprechende Stärke oder Bretdicke $= d$, so ist der Druck auf diese Fläche ab' sofort $Q = \gamma a b' h$, und da derselbe über die ganze Länge gleich vertheilt ist, so hat man auch (§. 257, Gl. 7) $Q = \frac{4}{3} m \frac{b' d^2}{a}$, daher ist $\gamma a b' h = \frac{4}{3} m \frac{b' d^2}{a}$ und daraus $d^2 = \frac{3}{4} \gamma \frac{a^2 h}{m}$, oder wenn man (§. 260) das Tragvermögen $m = 1200$ und $\gamma = \frac{56{\cdot}5}{12^3}$ setzt, $d = {\cdot}0045\, a \sqrt{h}$, wobei Alles in Zollen zu nehmen ist.

Ist z. B. $a = 2$ und $h = 6$ Fufs, so ist $d = {\cdot}0045 \times 24 \sqrt{72} = {\cdot}92$, d. i. nahe 1 Zoll.

2. Es liege, um die zweite Frage zu beantworten, der Schwerpunct des Schutzbretes um h' Fufs unterm Wasserspiegel (diese Höhe immer nach verticaler Richtung gemessen), so ist der Gesammtdruck auf das Bret $P = \gamma a b h'$; wäre also z. B. $b = 3$ und $h' = 4^1/_2$ Fufs, so wäre $P = 56{\cdot}5 \times 2 \times 3 \times 4{\cdot}5 = 1525^1/_2$ Pf. als Druck des Schutzbretes gegen die Leisten. Ist nun der Reibungscoefficient (§. 229, Taf. I.) $f = {\cdot}68$, so ist der Betrag der Reibung $fP = 1037$ Pf., so, dafs also, wenn das Bret 80 Pfund wiegt, im ersten Augenblicke zum Aufziehen des Bretes (von der Ruhe aus) die sehr bedeutende Kraft von $1037 + 80 = 1117$ Pf. erforderlich wäre. Da der Reibungscoefficient während der Bewegung nur (Tab. II.) mit ·25 in Rechnung kommt, so nimmt dabei die nöthige Kraft bis auf $461^1/_2$ Pf. ab. Wäre das Schutzbret ganz im Wasser eingetaucht, so würde dessen Gewicht aus der Rechnung hinausfallen und die vorige Kraft um 80 Pf. geringer werden.

Aufgabe 2. Welche Dicke mufs man einem gufseisernen Rohr von 6 Zoll lichtem Durchmesser geben, wenn dasselbe eine verticale Wassersäule von 100 Klafter aufnehmen soll?

Macht man das Rohr nicht im Verhältnifs wie der Druck zunimmt von oben nach unten stärker, sondern wieder durchaus gleich dick, so mufs man die Wanddicke nach dem auf den untersten Theil Statt findenden Druck bestimmen. Dieser Druck beträgt auf den Quadratzoll in der Tiefe von 100 Klafter $\frac{1}{144} \times 600 \times 56{\cdot}5 = 235{\cdot}4$ Pf. oder auch $\frac{600}{32} = 18{\cdot}7$ (genauer $\frac{235{\cdot}4}{12{\cdot}75} = 18{\cdot}5$) Atmosphäre.

Nun ist nach §. 277 für gusseiserne Röhren die Wanddicke in Zollen $e = \cdot 0007\, n d + \cdot 38$, wobei hier $n = 18\cdot 7$ und $d = 6$ ist, folglich wird $e = \cdot 46$ Zoll oder nahe $5^1/_2$ Linien.

§. 312. **Mittelpunct des Druckes.** Der Angriffspunct der Resultirenden aus allen auf die einzelnen Puncte einer Gefäſswand oder irgend eines Theiles derselben wirkenden Druckkräfte heiſst Mittelpunct des Druckes für diese betreffende Fläche. Bei einer horizontalen Bodenfläche, in welcher also auf gleiche Flächentheile auch gleiche Druckkräfte kommen, fällt dieser Punct mit dem Schwerpuncte der Fläche zusammen, während er bei einer Seitenwand, da die Druckkräfte mit der Tiefe unter dem Wasserspiegel zunehmen, immer tiefer als der Schwerpunct liegen muſs.

Um z. B. den Mittelpunct des Druckes F für das Rechteck rs (Fig. 213), welches in der Wand DC eines mit Wasser gefüllten Gefäſses so angenommen wird, daſs zwei Seiten, deren Länge $= b$ seyn mag, horizontal liegen, ferner die beiden andern Seiten $= a$ sind, und $Aa = d$, mithin $Ab = d + a$ ist; denke man sich dieses Rechteck in lauter unendlich schmale horizontale Streifen wie mn aufgelöst, bestimme von jedem den darauf Statt findenden Normaldruck und multiplicire jeden solchen Druck, um dessen statisches Moment zu erhalten, mit dem betreffenden, in der Ebene DC gezählten Abstande von der Geraden BC, welche man zur Momentenachse nehmen kann; so muſs die Summe dieser statischen Momente dem statischen Momente des auf die Fläche rs Statt findenden Gesammtdruckes P, d. i. der im Mittelpuncte des Druckes F wirkenden Resultirenden P gleich seyn. Durch Gleichsetzung dieser Momente erhält man für die Entfernung des gesuchten, in der die Breite des Rechteckes rs halbirenden Geraden ab liegenden Punctes F den Ausdruck:

$$AF = \tfrac{2}{3} . \frac{a^2 + 3ad + 3d^2}{a + 2d} \quad . . . (1.$$

Wäre also dieser Theil rs der Wand beweglich (wie z. B. ein Klappenventil), so müſste in diesem Puncte F eine Kraft $P = \gamma abh$, wenn h die lothrechte Tiefe des Schwerpunctes o des Rechteckes rs unter dem Wasserspiegel bezeichnet, normal auf die Ebene rs von auſsen nach einwärts wirken, um jede (also auch drehende) Bewegung dieses absolut beweglichen Rechteckes rs zu verhindern.

Fällt die obere Seite st des Rechteckes mit dem Wasserspiegel, also mit BC zusammen, so wird $d = o$, und daher

$$AF = \tfrac{2}{3} a \quad . . . (2$$

(während $Ao = \tfrac{1}{2} a$ ist).

§. **313.** Ist die betreffende oder bewegliche Fläche ein gleichschenkliches Dreieck ABC (Fig. 214), dessen Basis BC horizontal und Spitze A im Wasserspiegel liegt, so findet man auf dieselbe Weise

$$AF = \tfrac{3}{4} AD \ldots (3,$$

und wenn umgekehrt die Grundlinie BC im Wasserspiegel liegt, so fällt der Mittelpunct des Druckes F mit dem Halbirungspunct der Geraden AD (welche die BC halbirt) zusammen.

§. **314.** Ist die Fläche ein Kreis vom Halbmesser r, und steht dessen Mittelpunct o (Fig. 213) um $Ao = a$ vom Wasserspiegel BC ab, so findet man

$$AF = \frac{4a^2 + r^2}{4a} \ldots (4.$$

Berührt der Kreis die Oberfläche des Wassers, so ist $a = r$, und daher

$$AF = \tfrac{5}{4} r \ldots (5.$$

Aufgabe. In der verticalen Wand FG des bis mn mit Wasser gefüllten Gefäfses FC (Fig. 213) befindet sich eine rechteckige Oeffnung bc, wovon die beiden Seiten ab und cd horizontal liegen; diese Oeffnung soll durch ein, um eine horizontale Achse xy drehbares Thürchen oder eine Klappe, welche sich bei der Drehung mit der Kante ab nach auswärts, also mit jener cd nach einwärts bewegt, verschlossen werden; es ist die Frage, an welcher Stelle diese Drehungsachse xy angebracht werden mufs, wenn sich die Klappe durch den Wasserdruck jedoch nur dann öffnen soll, sobald der Wasserspiegel höher als bis mn steigt?

Da die Achse xy nothwendig durch den Mittelpunct des Druckes der Fläche bc gehen mufs, wenn das Wasser bis mn gestiegen ist, so hat man, wenn $ci = d$, $ca = a$ und $ax = x$ gesetzt wird, mit Rücksicht auf die obige Formel 1) (§. 312)

$$x = d + a - \tfrac{2}{3}\left(\frac{a^2 + 3ad + 3d^2}{a + 2d}\right) = \frac{a}{3}\left(\frac{a + 3d}{a + 2d}\right),$$

woraus sofort von selbst folgt, dafs beim Höhersteigen des Wasserspiegels, wodurch d, und damit auch x gröfser ausfällt, also wenn die Klappe noch geschlossen bleiben sollte, die Achse xy höher hinauf rücken müfste, der Druck auf den über xy liegenden Theil der Klappe das Übergewicht über jenen des untern Theiles erlangt und sich die Klappe mit der Kante cd auswärts öffnet.

§. **315. Communicirende Gefäfse.** Kann eine tropfbare Flüssigkeit aus einem Gefäfs in ein anderes, oder auch nur aus einer Abtheilung desselben Gefäfses in eine andere gelangen, so mufs die freie Oberfläche der Flüssigkeit in allen diesen Gefäfsen oder Abtheilungen in ein und derselben horizontalen Ebene liegen; denn nimmt man z. B. zwei communicirende Gefäfse N und n (Fig. 215) von ganz belie-

biger Form und ist AB der Wasserspiegel in dem einen und ab jener im andern Gefäſse; denkt man sich ferner wo immer eine Wasserebene cd, deren Fläche f die Gefäſswand ringsherum berührt und deren Schwerpunct o vom Wasserspiegel AB um H und von jenem ab um die Höhe h absteht; so findet auf diese Wasserebene cd von Seite des Gefäſses N her ein Druck $\gamma f H$, und von Seite des Gefäſses n ein Druck $\gamma f h$ Statt; da aber, sobald das Gleichgewicht eingetreten, d. i. die Flüssigkeit ruhig geworden ist, $\gamma f H = \gamma f h$ seyn muſs, so folgt daraus $H = h$, d. h. AB und ab liegen in ein und derselben horizontalen Ebene.

§. 316. Befinden sich dagegen in diesen beiden Gefäſsen zwei Flüssigkeiten von verschiedenem specifischen Gewichte, und zwar im Gefäſse N eine Flüssigkeit vom specifischen Gewichte S, in jenem n eine Flüssigkeit vom specifischen Gewichte s, so muſs, wenn die Ebene cd (die wo immer innerhalb der Flüssigkeit gedacht werden kann) jene Fläche bezeichnet, in welcher sich die beiden Flüssigkeiten berühren, eben so $\gamma f H S = \gamma f h s$, d. i. $HS = hs$ oder $H : h = s : S$ seyn, d. h. es müssen sich die Höhen der Flüssigkeitsspiegel über der Berührungsfläche beider Flüssigkeiten umgekehrt wie die specifischen Gewichte der Flüssigkeiten verhalten.

Eine Quecksilbersäule von 1 Zoll Höhe wird also mit einer 13·6 Zoll hohen Wassersäule im Gleichgewichte stehen; eben so auch eine 32 Fuſs hohe Wassersäule (welche nahe mit dem mittlern Luftdruck im Gleichgewichte steht) mit einer $\frac{32}{13{\cdot}6} = 2{\cdot}35$ Fuſs oder 28·2 Zoll hohen Quecksilbersäule.

Anmerkung. Die hier für communicirende Gefäſse entwickelten Gesetze erleiden eine Ausnahme, sobald diese theilweise in so enge Röhren übergehen, daſs die Flüssigkeit darin eine concave oder convexe Oberfläche annimmt, indem die Flüssigkeit im erstern Falle höher, im letztern dagegen niedriger als in jenem Gefäſse mit ebener Oberfläche steht; diese Erscheinung ist namentlich bei den sogenannten Haarröhrchen sehr auffallend.

§. 317. Druck der Flüssigkeiten auf eingetauchte Körper. Wird irgend ein fester Körper DEM (Fig. 216) in eine Flüssigkeit, z. B. in Wasser eingetaucht, und steigt hierauf der Wasserspiegel bis auf die Höhe AB, so heben sich, gerade so wie auf die Seitenwände eines Gefäſses (§. 310, Anmerk. 1), je zwei in derselben horizontalen Schichte einander gegenüberliegende Seitendrücke

wie p und p', folglich alle diese nach horizontalen Richtungen Statt findenden Pressungen rund herum auf.

Der Druck dagegen, welcher auf irgend einen Punct M des Körpers vertical aufwärts Statt findet, ist dem Gewichte des Wasserfadens BM, so wie der auf m von oben nach unten ausgeübte Druck dem Gewichte des Fadens Bm gleich, so, dafs also noch ein nach aufwärts gerichteter Druck übrig bleibt, welcher dem Gewichte des Wasserfadens $BM - Bm = mM$ gleich ist. Eben so ist der vertical aufwärts gerichtete Druck auf einen Punct wie M' dem Gewichte des Fadens $B'M'$ gleich, so, dafs also der Überschufs des Wasserdruckes von unten nach oben über jenen von oben nach unten auf den Körper, der sogenannte Auftrieb, so grofs als das Gewicht des von dem eingetauchten Körper verdrängten Wassers ist; zugleich geht diese Kraft als Resultirende aller aufwärts gerichteten parallelen Druckkräfte durch den Schwerpunct dieser aus ihrer Stelle verdrängten Wassermasse $AFM'M$:

Ein in eine Flüssigkeit eingetauchter Körper verliert also von seinem Gewichte eben so viel, als der von dem Körper verdrängte Theil der Flüssigkeit wiegt.

Anmerkung. Dieser nach seinem Entdecker Archimedes benannte Satz gilt nicht blofs für tropfbare, sondern für alle Flüssigkeiten überhaupt. Auf jeden in irgend eine Flüssigkeit (also auch in der atmosphärischen Luft) eingetauchten Körper wirken demnach zwei einander entgegengesetzte Kräfte: das Gewicht des Körpers, in Folge dessen er sinken will, und der aufwärts Statt findende Druck, welcher ihn zu heben strebt; sind diese beiden Kräfte einander gleich, so bleibt der Körper hinsichtlich einer Bewegung in verticaler Richtung im Gleichgewichte; ist sein Gewicht gröfser als der Auftrieb, so sinkt er in der Flüssigkeit, wie z. B. ein Stück massives Eisen im Wasser; ist dagegen umgekehrt der Auftrieb gröfser als das Gewicht des Körpers, so mufs dieser in der Flüssigkeit aufwärts steigen, wie z. B. ein unter Wasser losgelassenes Stück Kork- oder Pantoffelholz oder ein in der atmosphärischen Luft ausgelassener, mit Hydrogengas gefüllter Luftball.

Hat also ein Körper dieselbe Dichte wie die Flüssigkeit, in welche er eingetaucht wird, so kann er darin an jeder Stelle im Gleichgewichte bleiben oder darin schweben; ist er weniger dicht oder leichter, so wird er, blofs von der Schwerkraft getrieben, nur so weit in die Flüssigkeit einsinken oder eintauchen, bis der verdrängte Theil der Flüssigkeiten seinem Gewichte gleich ist.

§. 318. Auf dieser Eigenschaft beruht die Theorie der Aräometer oder Senkwagen, so wie auf dem Archimedischen

Satze, wenn die Körper in Wasser ganz eingetaucht werden, die Bestimmung des specifischen Gewichtes derselben; einige Aufgaben und Beispiele werden das im vorigen Paragraphe Gesagte mehr erläutern.

Aufgabe 1. Es soll aus einem Materiale vom specifischen Gewichte $= s$ eine hohle Kugel verfertiget werden, welche bis zur Hälfte im Wasser einsinkt; welches Verhältnifs mufs dabei zwischen dem innern und äufsern Halbmesser Statt finden?

Sind R und r der äufsere und innere Halbmesser der Kugel, so ist das Gewicht der hohlen (leeren) Kugel $G = \frac{4}{3}\pi(R^3 - r^3)\gamma s$ und jenes der verdrängten Flüssigkeit, wenn die Kugel bis zur Hälfte eintaucht, $G' = \frac{2}{3}\pi\gamma R^3$; da nun $G = G'$ seyn mufs, so folgt durch die Substitution

$$R : r = \sqrt[3]{2s} : \sqrt[3]{(2s - 1)}.$$

Soll z. B. die Kugel aus Messingblech von der Dicke d, dessen specifisches Gewicht (§. 39) $s = 8$ ist, verfertiget werden, so erhält man, wegen $R = r + d$, sofort $(r + d)\sqrt[3]{15} = r\sqrt[3]{16}$, und aus dieser Gleichung folgt $r = 45{\cdot}98\,d$. Ist also das Blech $\frac{1}{2}$ Linie dick, so ist der innere Halbmesser der Kugel $r = 22{\cdot}99$ oder nahe 23 Linien.

Aufgabe 2. Das specifische Gewicht s eines festen Körpers zu finden. Man bestimme mittelst der hydrostatischen Wage, oder auch, wenn nicht die gröfste Schärfe nothwendig ist, des *Nicholson*'schen Aräometers (Beispiel 5) zuerst das absolute Gewicht G des betreffenden Körpers (dabei ist der Gewichtsverlust in der Luft, da das Abwägen nicht im absolut leeren Raume geschieht, eine verschwindende Gröfse), hierauf den Gewichtsverlust q, welchen der Körper im reinen oder destillirten Wasser von bestimmter Temperatur oder Dichte erleidet; so ist auch q das Gewicht des Wassers von demselben Volumen des festen Körpers, mithin, da man das specifische Gewicht des Wassers (§. 37) zur Einheit nimmt, $s : 1 = G : q$ oder $s = \frac{G}{q}$, d. h. das specifische Gewicht eines festen Körpers wird gefunden, wenn man dessen absolutes Gewicht durch seinen Gewichtsverlust im Wasser dividirt, oder allgemein, sowohl für feste als flüssige Körper giltig, das Gewicht des Körpers durch das Gewicht eines gleichen Volumen Wasser dividirt, gibt das specifische Gewicht dieses Körpers.

Wiegt z. B. ein Stück Gufseisen von einer beliebigen Form in der Luft 14·42 und unter Wasser nur 12·42 Loth, so ist dessen Gewichtsverlust 2 Loth, folglich wegen $G = 14{\cdot}42$ und $q = 2$, das specifische Gewicht dieses Gufseisens $s = \frac{14{\cdot}42}{2} = 7{\cdot}21$.

Die bei diesem Verfahren nöthigen Modificationen oder Vorsichten, wenn der Körper leichter als Wasser, oder wenn er das Wasser einsaugt oder in demselben aufgelöst wird u. s. w., findet man in jedem guten Lehr- oder Handbuche der Physik.

Aufgabe 3. Das specifische Gewicht s eines tropfbar flüssigen Körpers zu finden.

Man tauche irgend einen festen Körper, welcher in der betreffenden Flüssigkeit untersinkt, und darin weder aufgelöst wird, noch sonst eine chemische Änderung erleidet, in diese Flüssigkeit ein und berechne dessen Gewichtsverlust q; ist dessen Volumen $= V$, specifisches Gewicht $= S$ und absolutes Gewicht $= G$, so ist wegen (§. 40) $G = \gamma S V$ und (da q das absolute Gewicht der Flüssigkeit unterm Volumen V ist) $q = \gamma s V$, also

$$\frac{G}{q} = \frac{S}{s} \quad \text{oder} \quad s = \frac{q}{G} S.$$

Taucht man z. B. einen Glastropfen, dessen specifisches Gewicht $S = 3$ und absolutes Gewicht $G = 1$ Loth ist, in Alkohol, und verliert er darin $q = \cdot 264$ Loth, so ist das specifische Gewicht dieses Alkohols $s = 3 . \frac{\cdot 264}{1} = \cdot 792$.

Oder taucht man, wenn das specifische Gewicht dieses Glastropfens nicht bekannt ist, diesen auch noch in reines Wasser und verliert er darin ·362 Loth, so ist nach der vorigen Regel (Aufgabe 2) $s = \frac{\cdot 264}{\cdot 362} = \cdot 792$ wie zuvor.

Aufgabe 4. Für ein Scalen-Aräometer die Scala oder Eintheilung zu finden.

In der Voraussetzung, dafs sich beim Eintauchen des Aräometers oder der Senkwage $A C$ (Fig. 217) in eine tropfbare Flüssigkeit die Achse oder Spindel immer vertical stellt, und dafs dieselbe im reinen Wasser von bestimmter Temperatur bis auf den Punct A einsinkt, wofür das Volumen des eingetauchten Theils $= v$ ist, sey G das absolute Gewicht des Instrumentes und a der constante Querschnitt der Spindel Bm, auf welcher die Scala aufgetragen wird. Sinkt nun das Instrument in einer Flüssigkeit vom specifischen Gewichte s bis M ein und setzt man $A M = d$, so ist für das Gleichgewicht des Aräometers in dieser letztern Flüssigkeit $G = \gamma (v + a d) s$ oder da auch $G = \gamma v$ (weil für das Wasser $s = 1$) ist, auch $G = G s + \gamma a d s$, woraus für das gesuchte Intervall der Scala $A M$ sofort

$$d = \frac{G (1 - s)}{\gamma a s} \quad \ldots (1,$$

dagegen wenn d bekannt ist, und s gesucht wird,

$$s = \frac{G}{G + \gamma a d} \quad \ldots (2$$

folgt.

Anmerkung. Nimmt man die von A nach aufwärts gezählten Intervalle, welche nämlich den specifisch leichtern Flüssigkeiten als Wasser entsprechen, positiv, so fallen jene nach abwärts, für specifisch schwerere Flüssigkeiten [in (1 wegen $s > 1$] negativ aus.

Den Querschnitt a der Spindel bestimmt man am schärfsten, indem man beobachtet, um wie viel das im Wasser bis A eintauchende Instrument noch einsinkt, wenn man oben auf B ein Gewichtchen p auflegt; sinkt es näm-

lich dadurch noch um die Tiefe b ein, so ist $\gamma a b = p$, also $a = \frac{p}{\gamma b}$. Auf diese Weise kann man auch, wenn a nicht durchaus denselben Werth haben sollte, diesen Querschnitt von Distanz zu Distanz bestimmen.

Setzt man den vorigen Werth von $\gamma a = \frac{p}{b}$ in die beiden obigen Formeln (1 und (2, so erhält man auch

$$d = \frac{G b (1 - s)}{p s} \ldots (1' \quad \text{und} \quad s = \frac{G b}{G b + p d} \ldots (2'.$$

Wiegt z. B. das Instrument 10 Loth und sinkt es bei einem Zulaggewicht von 1 Loth im reinen Wasser um 6 Zoll tiefer, so ist wegen $G = 10$, $p = 1$ und $b = 6$ sofort $d = \frac{60(1-s)}{s}$. Für die specifischen Gewichte $s = 1$, ·95, ·90 u. s. w. wird $d = 0$, 3·16, 6·60 . . Zoll. Für $s = 1$, ·99, ·98, ·97 . . . dagegen erhält man $d = 0$, ·606, 1·225, 1·856 . . . Zoll, woraus ersichtlich ist, dafs die Intervalle ·606, ·619, ·631 . . . keinesweges gleich gröfs ausfallen.

Eben so erhält man für schwerere Flüssigkeiten als Wasser (mit Auslassung der negativen Zeichen, welche wie bereits bemerkt, anzeigen, dafs die Theilung von A nach abwärts geht), und zwar für $s = 1$, 1·01, 1·02, 1·03 . . . sofort $d = 0$, ·594, 1·176, 1·747 . . . Zolle, wofür die Intervalle ·594, ·582, ·571 . . . Zolle sind.

Aufser den Senkwagen mit veränderlichem Volumen und constantem Gewichte, welche eben betrachtet wurden, gibt es auch Aräometer mit constantem Volumen und veränderlichem Gewichte, wie es namentlich bei dem in Fig. 218 dargestellten *Nicholson*'schen der Fall ist, welches statt einer Scala am obern Theile einen kleinen Teller a, am untern aber ein kleines Schälchen oder Eimerchen E trägt und im reinen Wasser bis zu einer bezeichneten Marke A einsinkt.

Aufgabe 5. Die Theorie des *Nicholson*'schen Aräometers zu entwickeln.

Legt man in den obern Teller a so viel Gewicht p, bis das Instrument im reinen Wasser bis zur Marke A eintaucht, legt dann den festen Körper (immer nur in kleinerem Format), dessen specifisches Gewicht bestimmt werden soll, dazu, und von dem Gewichte p wieder so viel hinweg, bis das Instrument im Wasser neuerdings bis zur Marke A einsinkt, so bezeichnet dieses weggenommene Gewicht G das absolute Gewicht des Körpers. Legt man hierauf den Körper in das Schälchen E unter Wasser und auf den Teller a abermals so lange Gewichte q, bis das Instrument bis auf den bezeichneten Theilstrich A einsinkt, so gibt dieses Gewicht q den Gewichtsverlust des Körpers an, und es ist sonach (Aufgabe 2.) dessen specifisches Gewicht $s = \frac{G}{q}$.

Soll dagegen das specifische Gewicht eines tropfbar flüssigen Körpers bestimmt werden, so sey p' das Gewicht, welches auf den Teller a gelegt werden mufs, damit das Instrument in der Flüssigkeit, dessen specifisches

Gewicht s bestimmt werden soll, bis auf die Marke A einsinke. Ist nun v das Volumen des bis A eingetauchten Theiles und G das Gewicht des Instrumentes, so ist $G + p = \gamma v$. . . (1 und $G + p' = \gamma v s$, also $p - p' = \gamma v (1 - s)$, folglich $s = 1 - \frac{p - p'}{\gamma v}$ oder wegen (1 auch

$$s = 1 - \frac{p - p'}{G + p} \; . \; . \; . \; (2.$$

Ist $p > p'$, so ist $s < 1$, die Flüssigkeit also leichter als Wasser; ist $p < p'$, so ist $s > 1$, die Flüssigkeit also schwerer als Wasser.

§. 319. Gleichgewichtsbedingungen für schwimmende Körper. Da jeder in eine Flüssigkeit eingetauchte feste Körper (§. 317) von zwei Kräften getrieben wird, wovon die eine gleich dem Gewichte des Körpers in dessen Schwerpunct lothrecht abwärts, die andere dagegen gleich dem Gewichte der verdrängten Flüssigkeit im Schwerpuncte des verdrängten Theiles vertical aufwärts wirkt; so bleibt der schwimmende Körper in Ruhe, wenn diese beiden Kräfte einander gleich sind und beide genannten Schwerpuncte in derselben lothrechten Linie liegen; ist das letztere nicht der Fall, so dreht sich der Körper, ohne übrigens im Ganzen zu sinken oder zu steigen. Da übrigens das Gleichgewicht eines schwimmenden Körpers stabil oder labil (§. 64) seyn kann (wie z. B. bei einem geraden Kegel, dessen Achse vertical steht, die Spitze nach auf- oder nach abwärts gekehrt seyn kann); so sollen die Bedingungen für das stabile Gleichgewicht näher untersucht werden.

§. 320. Es sey $ABCD$ (Fig. 219) der ruhig schwimmende Körper, O dessen Schwerpunct, so wie o der Schwerpunct der verdrängten Flüssigkeit, welcher in der durch O gehenden verticalen Linie entweder unter- oder oberhalb von O liegen kann. Bringt man den Körper in eine kleine Schwankung, wie in Fig. 219. a oder 219. b, ohne dafs sich dadurch das Volumen oder Gewicht der verdrängten Flüssigkeit, deren Schwerpunct in beiden Fällen durch o bezeichnet seyn soll, ändert, und schneidet die durch o gezogene lothrechte Linie, die vorige Verticallinie CD in F, so wirken in Fig. 219. a die beiden in O und o angebrachten oder gedachten Kräfte, wovon die erstere abwärts, die letztere aufwärts wirkt, dahin, den Körper wieder in seine ursprüngliche Lage zurückzubringen, folglich schwimmt der Körper in diesem Falle mit Stabilität.

In dem in Fig. 219. b dargestellten Falle dagegen, wo dieser Durch-

schnittspunct F unterhalb O liegt, wirken diese beiden genannten Kräfte dahin, den Körper noch weiter fortzudrehen, so, dafs er also nicht mit Stabilität schwimmt. Dasselbe gilt auch noch, wenn die beiden Puncte F und O zusammenfallen, wobei der Körper übrigens weder in seine ursprüngliche Lage zurückkehrt, noch auch eine weitere Drehung annimmt.

Da man nun diesen Durchschnittspunct F das Metacentrum nennt, so kann man auch sagen, dafs ein Körper nur dann mit Stabilität schwimmt, wenn sein Schwerpunct tiefer als das Metacentrum liegt.

Ist z. B. eine Kugel aus zwei Segmenten zusammengesetzt, wovon das eine adb (Fig. 220) aus Blei, das andere acb aus Kork besteht, und liegt der Schwerpunct der Kugel in o, folglich jener der verdrängten Flüssigkeit, wenn diese ganz unter Wasser schwimmt, im Mittelpuncte c; so besteht in der Lage 1 das stabile, in 2 das labile Gleichgewicht, während sich in der Lage 3 die Kugel nach der angedeuteten Richtung drehen mufs.

Bei dem Baue und der Belastung der Schiffe findet die Lehre von der Stabilität schwimmender Körper eine wichtige Anwendung, indem es dabei wesentlich darauf ankommt, dem Schiffe die nöthige Stabilität zu geben, welche sofort von der Form des Schiffes, Gröfse des Ballastes und der übrigen Ausrüstung des Schiffes abhängt.

Zweiter Abschnitt.

Hydrodynamik oder Hydraulik.

Erstes Kapitel.

Von dem freien Ausflusse des Wassers aus Gefäſsen.

a) Ausfluſs bei *constanten* Druckhöhen.

§. 321. Ausfluſs aus Boden- oder horizontalen Öffnungen. Bringt man in einem, beiläufig wie *ABCDEF* (Fig. 221) geformten Gefäſse, welches bis auf die Höhe *AB* mit Wasser gefüllt ist und auf dieser Höhe erhalten wird, in der obern Wand *EF* eine Öffnung *a* an, so springt der Erfahrung und den Versuchen zufolge das Wasser aus dieser Öffnung nahe bis *b*, d. i. nahe bis auf die Höhe *AB* des Wasserspiegels, und der Wasserstrahl würde (wie man mit Grund annehmen darf und theoretisch nachweisen kann) ohne die an der Öffnung Statt findende Reibung und den Widerstand der Luft (so wie des zurückfallenden Wassers) diese Höhe *AB* genau erreichen, so, daſs man sofort zu der Annahme berechtigt ist, daſs das Wasser aus der Öffnung *a* mit einer Geschwindigkeit austrete, welche (§. 143) der Fallhöhe *BF*, d. i. dem Abstande des Wasserspiegels von der Ausfluſsöffnung zukommt. Da nun dasselbe auch für jede in dieser Schichte *GF*, wenn das Gefäſs an dieser Stelle durch einen Boden begrenzt ist, angebrachte Öffnung *o* gilt, so hat man, wenn die Höhe des Wasserspiegels über der Bodenöffnung $on = h$ ist, für die Geschwindigkeit des ausflieſsenden Wassers (immer bei unverändertem Wasserspiegel *AB*) nach §. 142,

$$v = \sqrt{2gh} = 7{\cdot}874\sqrt{h} \ . \ . \ . \ (m.$$

Ist nun *a* die Gröſse der Ausfluſsöffnung, so ist die in jeder Secunde ausflieſsende Wassermenge (als ein Wasserprisma von der Grundfläche

a und Höhe *v*) $m' = av = a\sqrt{2gh}$, folglich jene Wassermenge, welche in der Zeit *t* (binnen *t* Secunden) ausfliefst, $M' = at\sqrt{2gh}$. Man nennt diese Wassermenge die theoretische oder hypothetische, weil sie immer gröfser als die wirklich ausfliefsende Wassermenge ist. Der Grund dieser Verschiedenheit liegt darin, dafs entweder, wie bei Öffnungen in dünnen Wänden, der Querschnitt des austretenden Wasserstrahls kleiner als der Querschnitt *a* der Öffnung, oder wie bei Öffnungen in dicken Wänden oder prismatischen, also auch cylindrischen Ansatzröhren, das Wasser mit einer Geschwindigkeit ausfliefst, welche kleiner als *v*, d. i. als jene ist, welche der Druckhöhe *h* entspricht, oder endlich auch, dafs beide genannten Umstände zugleich eintreten; diese entspringen aus dem Widerstande der Luft, der Anziehung der Gefäfswand, der Klebrichkeit des Wassers, und endlich aus einer innern Bewegung desselben, besonders gegen die Öffnung zu, wodurch eine Verengung oder Contraction des Wasserstrahls entsteht.

§. 322. Um daher die theoretische Wassermenge M' in die wirkliche M zu verwandeln, mufs man die erstere noch mit einem aus der Erfahrung zu bestimmenden Coefficienten *n*, welcher immer kleiner als die Einheit ist, den sogenannten Contractions- oder richtiger Reductionscoefficienten multipliciren, so, dafs man also für die wirkliche Ausflufsmenge aus einer Bodenöffnung bei constantem Wasserspiegel den Ausdruck erhält:

$$M = nat\sqrt{2gh} \ldots (1.$$

Anmerkung. Die Eigenschaft, dafs das Wasser aus irgend einer Öffnung mit jener Geschwindigkeit ausfliefse, welche der Druckhöhe, vom Wasserspiegel bis zur Öffnung, entspricht, d. i. jener Geschwindigkeit, die ein durch diese Höhe herabfallender Körper erlangt, und welche aufser theoretischen Betrachtungen auch durch das Ausfliefsen aus sehr kleinen Seitenöffnungen in verschiedenen Höhen nachgewiesen werden kann, wurde schon von *Toricelli* entdeckt, wefshalb dieser Satz auch der *Toricelli*'sche heifst. Da die Natur der Flüssigkeit hierauf keinen Einflufs hat, so fliefst Alkohol oder Quecksilber mit derselben Geschwindigkeit wie das Wasser aus, wenn die Druckhöhe dabei dieselbe bleibt.

Wirkt aufser der Schwere noch eine Kraft auf den Wasserspiegel *A B*, welche die Geschwindigkeit v' erzeugt, und ist h' die zugehörige Höhe $\left(\text{d. i. } v' = \sqrt{2gh'} \text{ oder } h' = \frac{v'^2}{2g}\right)$, so darf man in der vorigen Formel (1 nur $h + h'$ statt h setzen, um die unter dieser Bedingung ausfliefsende Wassermenge zu finden. Da die Luft (wenn die Druckhöhe *h*

nicht sehr bedeutend ist) mit gleicher Kraft sowohl auf den Wasserspiegel als gegen die Ausflufsöffnung drückt, so hebt sich dieser Luftdruck auf und kommt dabei nicht weiter in Betracht; würde dagegen das Gefäfs in einen luftleeren Raum ausmünden, während der Wasserspiegel dem Drucke der Atmosphäre ausgesetzt bleibt, so würde der Luftdruck allerdings in Rechnung kommen müssen.

Fliefst das Wasser in das Gefäfs aus einem Reservoir und hat es dadurch schon die Geschwindigkeit v' gegen die Öffnung, so mufs man in der obigen Formel (1 $h + \frac{v'^2}{2g}$ statt h setzen.

Da nach den zahlreichen Versuchen unter übrigens gleichen Umständen für verschiedene Druckhöhen h und den entsprechenden Geschwindigkeiten v, der Bruch $\frac{v}{\sqrt{2gh}} = n$ ziemlich constant ist, so folgt $v = n\sqrt{2gh}$, und damit wieder wie oben $M = n a t \sqrt{2gh}$, so wie auch

$$h = \frac{v^2}{2n^2 g} \dots (a.$$

§. 323. Tabelle für die Fallgeschwindigkeiten. Zur Ersparung der Rechnung aus der Formel $v = \sqrt{2gh}$ sind in der nachstehenden Tabelle die Geschwindigkeiten v für die nachstehend gegebenen, von Zoll zu Zoll bis 20 Fufs fortlaufenden Fallhöhen h, und zwar ebenfalls in Zollen ausgedrückt, berechnet.

h in Zollen.	$v = \sqrt{2gh}$ in Zollen.	h in Zollen.	$v = \sqrt{2gh}$ in Zollen.	h in Zollen.	$v = \sqrt{2gh}$ in Zollen.	h in Zollen.	$v = \sqrt{2gh}$ in Zollen.
1	27·28	21	125·00	41	174·65	61	213·03
2	38·58	22	127·94	42	176·77	62	214·76
3	47·24	23	130·81	43	178·86	63	216·50
4	54·55	24	133·63	44	180·93	64	218·21
5	60·99	25	136·38	45	182·98	65	219·91
6	66·81	26	139·08	46	185·00	66	221·59
7	72·17	27	141·73	47	187·00	67	223·27
8	77·15	28	144·33	48	188·98	68	224·93
9	81·83	29	146·89	49	190·94	69	224·57
10	86·26	30	149·40	50	192·87	70	228·21
11	90·47	31	151·87	51	194·79	71	229·83
12	94·49	32	154·30	52	196·69	72	231·45
13	98·35	33	156·69	53	198·58	73	233·05
14	102·06	34	159·05	54	200·41	74	234·64
15	105·64	35	161·37	55	202·29	75	236·22
16	109·06	36	163·66	56	204·13	76	237·79
17	112·46	37	165·92	57	205·93	77	239·35
18	115·72	38	168·14	58	207·73	78	240·90
19	118·90	39	170·34	59	209·52	79	242·44
20	121·98	40	172·51	60	211·28	80	243·97

h in Zollen.	$v=\sqrt{2gh}$ in Zollen.	h in Zollen.	$v=\sqrt{2gh}$ in Zollen.	h in Zollen.	$v=\sqrt{2gh}$ in Zollen.	h in Zollen.	$v=\sqrt{2gh}$ in Zollen.
81	245·49	121	300.04	161	346·10	201	386·71
82	247·00	122	301·28	162	347·17	202	387·67
83	248·50	123	302·51	163	348·24	203	388·63
84	249·99	124	303·74	164	349·31	204	389·59
85	251·48	125	304·96	165	350·37	205	390·54
86	252·95	126	306·18	166	351·43	206	391·49
87	254·42	127	307·39	167	352·49	207	392·44
88	255·88	128	308·60	168	353·54	208	393·39
89	257·33	129	309·80	169	354·59	209	394·33
90	258·77	130	311·00	170	355·64	210	395·27
91	260·20	131	312·19	171	356·68	211	396·21
92	261·63	132	313·38	172	357·73	212	397·15
93	263·04	133	314·57	173	358·76	213	398·09
94	264·46	134	315·75	174	359·76	214	399·02
95	265·86	135	316 92	175	360·83	215	399·95
96	267·25	136	318·10	176	361·86	216	400·88
97	268·64	137	319·26	177	362·89	217	401·81
98	270·02	138	320·42	178	363·91	218	402·73
99	271·40	139	321·58	179	364·93	219	403·65
100	272·76	140	322·74	180	365·95	220	404·58
101	274·12	141	323·89	181	366·97	221	405·49
102	275·48	142	325·03	182	367·98	222	406·41
103	276·83	143	326·18	183	368·98	223	407·32
104	278·17	144	327·32	184	370·00	224	408·24
105	279·50	145	328·45	185	371·00	225	409·15
106	280·83	146	329·58	186	372·00	226	410·05
107	282·15	147	330·71	187	373·00	227	410·96
108	283·47	148	331·83	188	374·00	228	411·86
109	284·77	149	332·95	189	374·99	229	412·77
110	286·08	150	334·07	190	375·98	230	413 67
111	287·38	151	335·18	191	376·97	231	414·57
112	288·67	152	336·29	192	377·95	232	415·46
113	289·95	153	337·39	193	378·93	233	416·36
114	291·23	154	338·49	194	379·92	234	417·25
115	292·51	155	339·59	195	380·89	235	418·14
116	293·78	156	340·68	196	381·87	236	419·03
117	295·04	157	341·77	197	382·84	237	419·92
118	296·30	158	342·86	198	383·81	238	420 80
119	297·55	159	343·94	199	384·78	239	421·68
120	298·80	160	345·02	200	385·75	240	422·56

§. 324. Gröfse des Reductionscoefficienten.

Der in der obigen Formel (1 eingeführte Coefficient n hat für verschieden gestaltete Öffnungen oder Mündungen, auch verschiedene Werthe, welche man für die Anwendung tabellarisch zusammenstellt.

Befindet sich die Ausflufsöffnung in einer dünnen Wand, wie in Fig. 222, so beschreiben die Wassertheilchen im Innern des Gefäfses in

der Nähe der Öffnung krumme Linien, und werden gegen diese Öffnung gleichsam wie zu einem Anziehungspuncte hingezogen, wodurch eine Convergenz der Wasserfäden entsteht, die auch noch außerhalb der Öffnung bis auf eine kurze Strecke fortbesteht, und dadurch dem Wasserstrahl die Form *abcd* einer abgestutzten Pyramide oder eines Kegels gibt, wovon die größere Basis durch die Öffnung *a* und die kleinere durch den zusammengezogenen Wasserstrahl *cd* gebildet wird, und erst von dieser Stelle *cd* an geht der Strahl je nach der Form der Öffnung prismatisch oder cylindrisch fort.

Directen Messungen zufolge beträgt bei kreisrunden Öffnungen, wenn man den Durchmesser der Öffnung mit 1 bezeichnet, jener *cd* des zusammengezogenen Strahles ·80 oder nach *Michelotti* ·787, ein Werth jedoch, welcher den Versuchen zufolge, nach den verschiedenen Größen der Öffnung, besonders aber nach Verschiedenheit der Druckhöhe (durch deren Zunahme auch die Contraction stärker wird) kleine Veränderungen erleidet; da sich nun mit diesem letztern Werthe die Öffnung *ab* zur Querschnittsfläche *cd* wie 1 : ·619 verhält, so nimmt auch (da die wirkliche Geschwindigkeit im Querschnitte *cd* der theoretischen gleich kommt) die Ausflußmenge in demselben Verhältnisse ab, oder es bildet dieser Bruch ·619, wofür man als Mittelwerth, da dieser in der Regel zwischen ·60 und ·64 eingeschlossen bleibt, ·62 nimmt, den Contractions- oder Reductionscoefficienten; es ist also, da dasselbe auch für rechteckige Ausflußöffnungen gefunden wird, die in der Zeit t wirklich ausfließende Wassermenge $M = {\cdot}62\, a t \sqrt{2gh}$, oder wenn t in Secunden, h in Fußen und a in Quadratfußen ausgedrückt wird, sofort in Kubikfuß:

$$M = 4{\cdot}881\, a t \sqrt{h} \; . \; . \; . \; (1.$$

§. **325.** Ist die Mündung oder Ausflußöffnung mit einem kurzen, cylindrischen oder prismatischen Ansatzrohre versehen, welches beiläufig 2 bis 3 Mal so lang als der Durchmesser oder sonst die kleinste Dimension der Öffnung ist, so adhäriren, wenn das Wasser voll ausfließt, die Wasserfäden an den innern Wänden des Rohres auf eine beiläufig in Fig. 223 dargestellte Weise, so, daß das Wasser aus dem Rohre mit einem Querschnitt austritt, welcher jenem der Öffnung gleich ist, und daher, wenn nicht eben durch diese Adhärenz die wirkliche Geschwindigkeit etwas hinter der theoretischen zurückbliebe, sofort auch die wirkliche Ausflußmenge der theoretischen gleich seyn müßte. In diesem Falle ist zwar der Contractionscoefficient n größer als im

vorigen, jedoch immer noch kleiner als die Einheit. Als Mittelwerth kann man $n = \cdot 82$, folglich die ausfliefsende Wassermenge, bei der im vorigen Paragraphe erwähnten Bezeichnung,

$$M = 6\cdot4567\, a t \sqrt{h} \quad . \; . \; . \; (2$$

setzen.

Anmerkung 1. Befindet sich die Ausflufsöffnung in einer Wand, welche 2 bis 3 Mal so dick als der Durchmesser der Öffnung ist, so gilt natürlich der vorige Werth gerade so wie für ein Ansatzrohr.

Anmerkung 2. Eine noch gröfsere Wassermenge erhält man durch kurze conische Ansatzröhren, welche sich entweder nach aufsen oder nach innen verengen, und zwar wird die wirkliche Wassermenge der theoretischen beinahe ganz gleich, wenn die Verjüngung des Rohres der Contraction des Wasserstrahls gleich ist. Gleichwohl werden die conischen Ansatzröhren nur sehr selten angewendet.

§. 326. Beispiele.

1. Wie viel Wasser fliefst aus einer 4 Quadratzoll grofsen, in der dünnen Bodenfläche eines Gefäfses angebrachten Öffnung binnen einer Minute aus, wenn der Wasserspiegel constant 5 Fufs über der Öffnung steht?

 Nach der Formel 1) (§. 324) ist wegen $a = \frac{4}{144} = \frac{1}{36}$, $h = 5$ und $t = 60$, sofort $M = \frac{4\cdot881}{36} \times 60 \sqrt{5} = 18\cdot19$ Kubikfufs; die theoretische Ausflufsmenge wäre $29\cdot34^{c'}$.

2. In einem weiten verticalen Rohr befindet sich in dem 4 Zoll dicken horizontalen Boden eine kreisrunde Öffnung von 2 Zoll Durchmesser; wenn nun das Rohr in jeder Secunde einen Zuflufs von 1 Kubikfufs Wasser erhält, so ist die Frage, wie hoch im Beharrungsstande der Wasserspiegel über der Öffnung stehen bleiben wird?

 Hier ist, da für den Beharrungsstand in jeder Secunde 1 Kubikfufs Wasser ausfliefsen mufs, aus Formel 2) (§. 325) wegen $M = 1$, $t = 1$ und $a = \frac{3\cdot1416}{144} = \cdot0218$, sofort $\sqrt{h} = \frac{1}{6\cdot4567 \times \cdot0218} = 7\cdot106$ oder $h = (7\cdot106)^2 = 50\cdot5$ Fufs.

§. 327. Ausflufs aus Seitenöffnungen. Ist die Höhe der in einer Seitenwand befindlichen Ausflufsöffnung im Vergleiche zur Druckhöhe h des Wassers nur gering, so kann man ohne Fehler den Abstand des Wasserspiegels von dem Mittelpuncte der Öffnung für die in Rechnung zu bringende Druckhöhe nehmen, und sich vorstellen, dafs das Wasser in allen den in verschiedenen Höhen der Öffnung liegenden horizontalen Schichten mit einer dieser Druckhöhe entsprechenden mittlern Geschwindigkeit ausfliefse.

In diesem Falle gilt aber für die Ausflufsmenge genau wieder die obige Formel 1) in §. 322, nämlich der Ausdruck

$$M = nat\sqrt{2gh} = 7{\cdot}874\,nat\sqrt{h} \; . \; . \; . \; (3,$$

wobei unter h der Abstand des constanten Wasserspiegels vom Mittelpuncte der Ausflufsöffnung (welche gegen eine durch diesen Punct gehende Horizontallinie als symmetrisch angenommen wird) in Fufsen, a die Gröfse der Öffnung in Quadratfufs und t in Secunden zu verstehen ist. Was den Reductionscoefficienten betrifft, so ist auch hier $n = {\cdot}62$ oder $n = {\cdot}82$ zu setzen, je nachdem sich die Seitenöffnung in einer dünnen Wand befindet oder mit cylindrischem oder prismatischem Ansatzrohre versehen ist; auch wird im ersten Falle noch vorausgesetzt, dafs die Contraction von allen Seiten um die Öffnung herum vollständig und ungehindert Statt findet, indem sonst bei unvollständiger Contraction, wie im folgenden Paragraphe angegeben wird, der Coefficient n gröfser ausfällt.

Um für gewisse Fälle der Anwendung der Wahrheit durch den betreffenden Reductionscoefficienten noch näher zu kommen, kann man die nachstehenden Tabellen zu Rathe ziehen, wovon die erste die Werthe von n in jenen Fällen angibt, in welchen die Höhe des Wasserspiegels, der sich z. B. bei Gerinnen gegen die Wand zu, in welcher sich die Ausflufsöffnung befindet, etwas senkt, unmittelbar über der Ausflufsöffnung, die zweite dagegen die Werthe für n angibt, wenn diese Höhe h an einer weiter rückwärts liegenden Stelle, an welcher der Wasserspiegel noch ruhig (also etwas höher als unmittelbar über der Ausflufsöffnung) steht, gemessen wird.

Tabelle I.

Reductionscoefficienten für rechteckige Ausflufsöffnungen in dünnen Seitenwänden bei vollständiger Contraction, wenn die Höhe des Wasserspiegels unmittelbar über der Öffnung, also an einer Stelle gemessen wird, wo sich der Wasserspiegel bereits gegen die Öffnung zu etwas gesenkt hat.

Höhe des Wasserspiegels über dem Scheitel der Öffnung in Fufsen.	Reductionscoefficienten *n* für die nachstehenden Höhen der Ausflufsöffnung.					
	7·6 Zoll.	3·8 Zoll.	1·9 Zoll.	1·1 Zoll.	·76 Zoll.	·38 Zoll.
0·0000	·619	·667	·713	·766	·783	·795
0·0158	·597	·630	·668	·725	·750	·778
0·0316	·595	·618	·642	·687	·720	·762
0·0474	·594	·615	·639	·674	·707	·745
0·0633	·594	·614	·638	·668	·697	·729
0·0949	·593	·613	·637	·659	·685	·708
0·1266	·593	·612	·636	·654	·678	·695
0 1582	·593	·612	·636	·651	·672	·686
0·1898	·594	·613	·635	·647	·668	·681
0·2214	·594	·613	·635	·645	·665	·677
0·2530	·594	·613	·635	·643	·662	·675
0·2847	·595	·614	·634	·641	·659	·672
0·3163	·595	·614	·634	·640	·657	·669
0·3793	·596	·614	·633	·637	·655	·665
0·4426	·597	·614	·632	·636	·653	·661
0·5058	·597	·615	·631	·635	·651	·659
0·5694	·598	·615	·631	·634	·650	·657
0·6327	·599	·615	·630	·633	·649	·656
0·7902	·600	·616	·630	·632	·646	·653
0·9491	·601	·616	·629	·632	·644	·651
1·2654	·602	·617	·629	·631	·642	·647
1·5818	·603	·617	·628	·630	·640	·645
1·8981	·604	·617	·627	·630	·638	·643
2·2145	·604	·616	·627	·629	·637	·640
2·5308	·605	·616	·627	·629	·636	·637
2·8472	·605	·615	·626	·628	·634	·635
3·1635	·605	·615	·626	·628	·633	·632
3·4799	.604	·614	·625	·627	·631	·629
3·7962	.604	·614	·624	·626	·628	·626
4·1126	.603	·613	·622	·624	·625	·622
4·4289	.603	·612	·621	·622	·622	·618
4·7453	.602	·611	·620	·620	·619	·615
5·0616	.602	·611	·618	·618	·617	·613
5·3780	.602	·610	·617	·616	·615	·612
5·6943	.601	·609	·615	·615	·614	·612
6·0107	.601	·608	·614	·613	·613	·611
6·3270	.601	·607	·614	·612	·612	·611
9·4905	.601	·603	·606	·608	·610	·609

Tabelle II.

Reductionscoefficienten für rechteckige Ausflufsöffnungen in dünnen Seitenwänden bei vollständiger Contraction, wenn die Höhe des Wasserspiegels an einer Stelle gemessen wird, wo derselbe noch keine Senkung erleidet.

Höhe des Wasserspiegels über dem Scheitel der Öffnung in Fufsen.	Reductionscoefficienten *n* für die nachstehenden Höhen der Ausflufsöffnungen.					
	7·6 Zoll.	3·8 Zoll.	1·9 Zoll.	1·1 Zoll.	·76 Zoll.	·38 Zoll.
0·0000	—	—	—	—	—	—
0·0158	—	—	—	—	—	0·705
0·0316	—	—	0·607	0·630	0·660	0·701
0·0474	—	0·593	0·612	0·632	0·660	0·697
0·0633	0·572	0·596	0·615	0·634	0·659	0·694
0·0949	0·578	0·600	0·620	0·638	0·659	0·688
0·1266	0·582	0·603	0·623	0·640	0·658	0·683
0·1582	0·585	0·605	0·625	0·640	0·658	0·679
0·1898	0·587	0·607	0·627	0·640	0·657	0·676
0·2214	0·588	0·609	0·628	0·639	0·656	0·673
0·2530	0·589	0·610	0·629	0·638	0·656	0·670
0·2847	0·591	0·610	0·629	0·637	0·655	0 668
0·3163	0·592	0·611	0·630	0·637	0·654	0·666
0·3793	0·593	0·612	0·630	0·636	0·653	0·663
0·4426	0·595	0·613	0·630	0·635	0·651	0·660
0·5058	0·596	0·614	0·631	0·634	0·650	0·658
0·5694	0·597	0·615	0·630	0·634	0·649	0·657
0·6327	0·598	0·615	0·630	0·633	0·648	0·655
0·7902	0·599	0·616	0·630	0·632	0·646	0·653
0·9491	0·600	0·616	0·629	0·632	0·644	0·650
1·2654	0·602	0·617	0·628	0·631	0·642	0·647
1·5818	0·603	0·617	0·628	0·630	0·640	0·644
1·8981	0·604	0·617	0·627	0·630	0·638	0·642
2·2145	0·604	0·616	0·627	0·629	0·637	0·640
2·5308	0·605	0·616	0·627	0·629	0·636	0·637
2·8472	0·605	0·615	0·626	0·628	0·634	0·635
3·1635	0·605	0·615	0·626	0·628	0·633	0·632
3·4799	0·604	0·614	0·625	0·627	0·631	0·629
3·7962	0·604	0·614	0·624	0·626	0·628	0·626
4·1126	0·603	0·613	0·622	0·624	0·625	0·622
4·4289	0·603	0·612	0·621	0·622	0·622	0·618
4·7453	0·602	0·611	0·620	0·620	0·619	0·615
5·0616	0·602	0·611	0·618	0·618	0·617	0·613
5·3780	0·602	0·610	0·617	0·616	0·615	0·612
5·6943	0·601	0·609	0·615	0·615	0·614	0·612
6·0107	0·601	0·608	0·614	0·613	0·612	0·611
6·3270	0·601	0·607	0·613	0·612	0·612	0·611
9·4905	0·601	0·603	0·606	0·608	0·610	0·609

§. 328. Gröfse der Reductionscoefficienten bei unvollständiger Contraction. Befindet sich in einer Seitenwand eine bis auf den Boden hinabreichende rechteckige Öffnung, deren untere Kante in der Bodenfläche liegt, so findet nicht rings um die Öffnung, sondern nur von drei Seiten (der obern und den beiden Seitenkanten) her eine Contraction des Wasserstrahls Statt, so, dafs dadurch die wirkliche Ausflufsmenge in etwas vergröfsert wird; aus diesem Grunde mufs der vorige Coefficient $n = {}^{\cdot}62$ der Erfahrung zu Folge mit 1·035 multiplicirt werden. Findet die Contraction des Wasserstrahls nur an zwei oder einer Seite Statt, so wird der vorige für die vollständige Contraction geltende Reductionscoefficient n beziehungsweise mit 1·072 und 1·125 multiplicirt, dadurch wird in diesen drei genannten Fällen $n = {}^{\cdot}642$, $n = {}^{\cdot}664$ und $n = {}^{\cdot}697$.

Anmerkung. Für Schützenöffnungen, bei welchen der untere Rand sehr nahe am Boden liegt, nimmt man für gewöhnlich $n = {}^{\cdot}625$. Fliefst das Wasser aus einer solchen Öffnung in ein Gerinne von gehöriger Neigung, so erleidet der Coefficient n keine merkliche Veränderung, wenn der Wasserstand über dem Mittelpunct der Öffnung nicht geringer als beiläufig 21 Zoll bei einer Höhe der Öffnung von $5\frac{1}{2}$ bis $7\frac{1}{2}$ oder 13 Zoll bei einer 4 Zoll hohen, oder 8 Zoll bei einer 2 Zoll hohen Öffnung ist. Liegen die beiden Seiten und die Grundlinie der rechteckigen Schützenöffnung in der Verlängerung des Gerinnes, und hat die Schütze gegen den Horizont eine Neigung von beiläufig 26 Grad, so ist $n = {}^{\cdot}74$, bei einer Neigung von 45 Grad dagegen $n = {}^{\cdot}80$ zu nehmen.

§. 329. Beispiele.

1. In einer dünnen Seitenwand eines Gefäfses befindet sich eine 4 Zoll breite und eben so hohe rechteckige oder quadratförmige Öffnung, das Gefäfs erhält fortwährend so viel Zuflufs, dafs der Wasserspiegel beständig 10 Fufs über dem Mittelpuncte der Öffnung stehen bleibt; es ist die Frage, wie viel Wasser aus dieser Öffnung bei vollständiger Contraction per Secunde ausläuft?

 Da hier $a = \frac{16}{144} = \frac{1}{9}$, $h = 10$, $t = 1$ und $n = {}^{\cdot}62$ ist, so hat man auch nach der Formel 1) §. 324:
 $$M = 4{\cdot}881 \times \tfrac{1}{9}\sqrt{10} = 1{\cdot}715$$
 Kubikfufs.

2. Wie grofs ist die aus einer 6 Zoll hohen und 45 Zoll breiten Schützenöffnung ausfliefsende Wassermenge, wenn der Wasserspiegel im Gerinne, dieser an einer Stelle gemessen, wo er ruhig steht, d. i. noch keine Senkung erlitten hat, um $4\frac{1}{2}$ Fufs über der Sohle, also 4 Fufs über dem Scheitel der Schützenöffnung steht und die Contraction nur an der obern Seite Statt findet?

Nach der obigen Tabelle II. (§. 327) ist (da man dort, wo die Zahl nicht unmittelbar zu finden ist, einen Mittelwerth nimmt) der Coefficient $= \frac{\cdot 603 + \cdot 613}{2} = \cdot 608$ und nach Anmerkung des vorigen Paragraphes wegen unvollständiger Contraction $n = \cdot 608 \times 1 \cdot 125 = \cdot 684$, folglich, da $a = \frac{6 \times 45}{144} = \frac{15}{8}$, $h = 4 \cdot 25$ und $t = 1$ ist, nach der Formel 3) §. 327:

$$M = 7 \cdot 874 \times \cdot 684 \times \frac{15}{8} \sqrt{4 \cdot 25} = 20 \cdot 8$$

Kubikfufs per Secunde.

3. Das Wasser bleibt in einem Gefäfse, welches jede Secunde einen Zuflufs von $^1/_2$ Kubikfufs hat, um 12 Fufs über der Mitte der Ausflufsöffnung stehen; wie grofs ist diese Öffnung, wenn der Ausflufs durch ein kurzes prismatisches oder cylindrisches Ansatzrohr Statt findet?

Hier ist in letzt genannter Formel 3) $M = \frac{1}{2}$, $h = 12$, $t = 1$ und $n = \cdot 82$, folglich

$$a = \frac{M}{7 \cdot 874\, n t \sqrt{h}} = \frac{\frac{1}{2}}{6 \cdot 456 \times 3 \cdot 464} = \cdot 0224$$

Quadratfufs oder 3·23 Quadratzoll.

§. 330. Untergetauchte Öffnungen. Tritt das Wasser nicht, wie bisher immer stillschweigend angenommen wurde, in die freie Luft, sondern wie in Fig. 224 unter Wasser aus, ist nämlich die Ausflufsöffnung untergetaucht, so wird, wenn der Mittelpunct C der Öffnung vom höher liegenden Wasserspiegel A um die Höhe h' und von dem tiefer liegenden B um h'' absteht, $h' - h''$ die wirksame Druckhöhe seyn, sobald die beiden Wasserspiegel eine constante Höhe beibehalten. Man erhält daher für die ausfliefsende Wassermenge in diesem Falle (Formel 3, §. 327)

$$M = 7 \cdot 874\, n a t \sqrt{(h' - h'')} \quad . . . (4,$$

wobei der Erfahrung zufolge der Reductionscoefficient n denselben Werth wie bei Ausmündungen in die freie Luft erhält.

Mündet die Öffnung zum Theil in die freie Luft, zum Theil unter Wasser aus, so berechnet man die Ausflufsmenge für jeden Theil insbesondere und addirt dann beide Theile.

§. 331. Seitenausflufs bei geringen Druckhöhen. Ist die Druckhöhe gegen die Höhe der Ausflufsöffnung sehr gering, so fällt die mittlere Geschwindigkeit, mit welcher man den Querschnitt a der Öffnung multipliciren mufs, um die theoretische Ausflufsmenge zu erhalten, nicht mehr (wie es bei gröfseren Druckhöhen

ohne merklichen Fehler angenommen werden darf) mit der Geschwindigkeit zusammen, welche die durch die halbe Öffnung gehende Wasserschichte annimmt (d. h. man darf hier nicht mehr den Abstand des Wasserspiegels vom Mittelpuncte der Ausflufsöffnung als die mittlere Druck- und Geschwindigkeitshöhe ansehen).

Um die Ausflufsmenge in diesem Falle zu finden, sey $B'F$ (Fig. 225) ein bis zur Höhe BB' mit Wasser gefülltes Gefäfs und BE eine verticale Seitenwand desselben. Bringt man in verschiedenen Tiefen unterm Wasserspiegel, z. B. in P, C... der lothrechten Geraden AC sehr kleine Öffnungen an, so springt (bei fortwährender Voraussetzung eines constanten Wasserspiegels) das Wasser nach dem *Toricelli*'schen Satze (§. 322, Anmerk.) aus diesen Öffnungen mit den, den Druckhöhen AP, AC... entsprechenden Geschwindigkeiten heraus, die sich sofort nach §. 321 (Gleich. m) bestimmen lassen. Ist nämlich $AP = x$ und $PM = y$, so ist $y = \sqrt{2gx}$ oder $y^2 = 2gx$, und da diefs, wie in der höhern Geometrie gezeigt wird, die Gleichung einer gewöhnlichen Parabel AMD ist, so folgt daraus, dafs die Endpuncte aller der aus diesen feinen Öffnungen ausspringenden Wasserfäden (mit Vernachläfsigung der Widerstände) in dieser krummen Linie AMD liegen. Berühren sich nun diese Öffnungen, d. h. bilden sie zusammen eine nach der ganzen Länge AC laufende feine Ritze, so bilden auch alle diese Wasserfäden zusammen eine von der Parabel begrenzte Wasserfläche $ACDMA$, deren Flächeninhalt (wie aus geometrischen Gründen folgt) $= \frac{2}{3} AC \times CD$ ist. Ist aber $AC = h$ die Höhe des constanten Wasserstandes, so ist (§. 321) CD die zugehörige Geschwindigkeit, nämlich $CD = \sqrt{2gh}$, folglich, wenn die Breite der rechteckigen Öffnung $ab = b$ ist, sofort die während einer Secunde ausfliefsende theoretische Wassermenge $m = \frac{2}{3} bh\sqrt{2gh}$, also die wirkliche Wassermenge

$$m = 5\cdot25\, nbh\sqrt{h} \quad \ldots (1.$$

Ist c die mittlere Geschwindigkeit, für welche nämlich bhc ebenfalls der vorigen Wassermenge m gleich ist, und h_1 die zugehörige Höhe, so findet man $h_1 = \frac{4}{9} h$; da nun der Abstand des Wasserspiegels von der halben Höhe der Öffnung $\frac{1}{2} h = \frac{4}{8} h$ ist, so würde man die Ausflufsmenge offenbar zu grofs berechnen, wenn man auch hier den Abstand des Mittelpunctes der Öffnung vom Wasserspiegel als die mittlere Druckhöhe annehmen wollte.

§. **332.** Reicht die Öffnung $abcd$ (Fig. 225) nicht bis zum Wasserspiegel, sondern nur bis auf die Höhe $ac = e$, und setzt man $cf = h'$, also, wenn wieder $AC = h$ ist, $e = h - h'$; so darf man

zur Bestimmung der Ausflufsmenge aus dieser Öffnung *ad* nur von der vorigen Wassermenge *m* jene abziehen, welche aus der Öffnung *df* ausfliefst und nach der vorigen Formel 1) bestimmt wird. Dadurch erhält man für die in einer Secunde aus *ad* ausfliefsende wirkliche Wassermenge

$$m = \tfrac{2}{3} n b \sqrt{2g}\,[h\sqrt{h} - h'\sqrt{h'}] = 5{\cdot}25\, n b\,[h\sqrt{h} - h'\sqrt{h'}] \,..(2.$$

Für $h' = 0$ geht diese Formel natürlich in die vorige (1 über.

Anmerkung. Für andere als rechteckige Ausflufsöffnungen werden die Ausdrücke für die ausfliefsende Wassermenge schon complicirter; so findet man z. B. für eine kreisförmige Seitenöffnung vom Durchmesser d, deren Mittelpunct um die Tiefe h unterm Wasserspiegel liegt, die per Secunde ausfliefsende Wassermenge näherungsweise:

$$m = \frac{n\pi d^2}{4}\sqrt{2gh}\left(1 - \frac{d^2}{128\,h^2} - \frac{d^4}{3277\,h^4} \cdot \cdot \cdot\right) = 6{\cdot}184\, n\, d^2 R \sqrt{h},$$

wenn man die eingeklammerte Reihe mit R bezeichnet.

Ist z. B. $d = 1$ Pariser Zoll $= {\cdot}0856$ Wiener Fufs, $h = 8$ Pariser Linien $= {\cdot}0571$ Wien. F., so folgt, wenn man nach den obigen Tabellen (§. 327) $n = {\cdot}65$ setzt, $m = {\cdot}0069$ Kubikfufs oder 11·9 Kubikzoll.

Diese aus einer in einer dünnen Seitenwand angebrachten kreisrunden Öffnung von 1 Pariser Zoll Durchmesser, bei einer unmittelbar über dem Scheitel der Öffnung gemessenen 1 Pariser Linie betragenden Druckhöhe (welche weiter zurück, wo sich der Wasserspiegel noch nicht gesenkt hat, bei 2 Linien beträgt) in einer Secunde ausfliefsende Wassermenge wird, besonders bei den französischen Brunnenmeistern Wasserzoll genannt; dieser hält

nach der vorigen Rechnung:		11·92	W.	Kubikzoll,
nach den Beobachtungen von	*Bossut*	11·35	»	»
» » » »	*Couplet*	11·56	»	»
» » » »	*Mariotte*	12·49	»	»

und nach den neuesten Bestimmungen in Frankreich, wornach man ihn zu 24 Kubikmeter in 24 Stunden annimmt: 12·65 W. Kubikzoll per Secunde.

§. 333. Beispiele und Aufgaben.

1. Wie viel Wasser fliefst bei einer Schleufse durch eine 3 Fufs breite rechteckige Öffnung, wenn das Schutzbrett *a* (Fig. 226) 2 Fufs hoch aufgezogen wird, und dabei der Wasserspiegel 4 Fufs über dem untern Rand der Öffnung stehen bleibt?

Nach der obigen Formel 2) (§. 332) ist $b = 3$, $h = 4$, $h' = 2$ und (§. 328, Anmerk.) $n = {\cdot}625$, folglich die per Secunde ausfliefsende Wassermenge $m = 5{\cdot}25 \times {\cdot}625 \times 3\,(4\sqrt{4} - 2\sqrt{2}) = 50{\cdot}9$ Kubikfufs.

Würde man die einfache Formel $m = na\sqrt{2gh}$ anwenden wollen, so würde man $m = 51{\cdot}14$, also den Werth um ·24 Kubikfufs zu grofs erhalten.

2. An einem See, welcher in jeder Secunde einen Wasserzuflufs von 50 Kubikfufs hat, befindet sich in einer Schleufse eine 2 Fufs breite rechteckige

Öffnung, welche durch eine Schütze geschlossen werden kann; wie hoch mufs man diese letztere aufziehen, damit der Wasserspiegel 5 Fufs über der Sohle oder dem Fachbaume *o* (Fig. 226) stehen bleibt?

Setzt man in der obigen Formel 2) (§. 332) für h' den Werth $h - e$, wo e die Höhe der Ausflufsöffnung ist, so findet man

$$e = h - \sqrt[3]{\left(h\sqrt{h} - \frac{m}{5{\cdot}25\, n\, b}\right)^2}$$

und daraus für $h = 5$, $m = 50$, $b = 2$ und $n = {\cdot}625$ sofort $e = 2{\cdot}668$ Fufs.

3. Ein See oder Teich hat in jeder Secunde einen Wasserzuflufs von 100 Kubikfufs, wie tief mufs man den Schweller oder Fachbaum eines 10 Fufs breiten Überfalles (Fig. 227) legen, damit auch die zufliefsende Wassermenge wieder gleichzeitig abfliefse?

Aus der obigen Formel 1) in §. 331 folgt

$$h = \sqrt[3]{\left(\frac{m}{5{\cdot}25\, n\, b}\right)^2}$$

und daraus, wegen $m = 100$, $b = 10$ und $n = {\cdot}61$ (welche Werthe man bei Überfällen annimmt), sofort $h = 2{\cdot}136$ Fufs. Unter dieser Höhe h ist jedoch nicht jene Ca, sondern die immer etwas gröfsere $DB = CA$ zu verstehen.

b) Ausflufs bei *abnehmenden* Druckhöhen.

§. 334. Fliefst das Wasser aus einer Boden- oder Seitenöffnung eines Gefäfses aus, welches keinen Zuflufs hat, so sinkt der Wasserspiegel immer mehr herab, folglich vermindert sich continuirlich sowohl die Druckhöhe als auch die Ausflufsgeschwindigkeit v, und zwar nach demselben Gesetze, nach welchem die Geschwindigkeit v eines vertical aufwärts geworfenen Körpers abnimmt, so, dafs die Bewegung des ausfliefsenden Wassers eine gleichförmig verzögerte ist.

Ist also h die Druckhöhe für den anfänglichen Wasserstand, daher $\sqrt{2gh}$ die entsprechende Ausflufsgeschwindigkeit, welche allmälich bis Null abnimmt, so, dafs die mittlere Geschwindigkeit $v = \frac{1}{2}\sqrt{2gh}$, folglich, wenn T die Entleerungszeit für das Gefäfs ist, der von einer Wasserschichte in dieser Zeit T zurückgelegte Weg, d. i. die Länge des ausfliefsenden Wasserprisma (Anmerkung in §. 134) eben so grofs ist, als wenn sich die Wasserschichte während dieser Zeit mit der mittlern Geschwindigkeit v gleichförmig fortbewegt hätte. Ist daher a wieder der Querschnitt der Öffnung und n der Reductionscoefficient, so ist die in der Zeit T ausfliefsende Wassermenge $= navT = \frac{1}{2} naT\sqrt{2gh}$, und da diese dem ursprünglich im Gefäfse befindlichen Wasservolumen gleich seyn mufs, so hat man, wenn A der Querschnitt des cylindrischen

oder prismatischen Gefäfses ist: $\frac{1}{2} n a T \sqrt{2gh} = A h$, und daraus für die Ausleerungszeit

$$T = \frac{2 A h}{n a \sqrt{2 g h}} = \frac{\cdot 254 A \sqrt{h}}{n a} \ldots (1.$$

Bei einem unveränderten Wasserstande, d. i. wenn h constant bliebe, würde in derselben Zeit T die Wassermenge $M = n a T \sqrt{2 g h}$, oder für T den vorigen Werth gesetzt und reducirt $M = 2 A h$, d. i. die doppelte Quantität ausfliefsen, was mit einem vertical aufwärts steigenden Körper analog ist, welcher auch, wenn er seine Anfangsgeschwindigkeit beibehielte, auf die doppelte Höhe steigen würde.

§. **335.** Um die Zeit t zu finden, während welcher das Wasser aus einer Boden- oder (im Vergleich mit der Wasserspiegelhöhe) niedern Seitenöffnung bis auf eine bestimmte Höhe h' ausfliefst, so ist nach der vorigen Formel die Zeit T', binnen welcher das Wasser von der Höhe h' abfliefst, $T' = \frac{2 A h'}{n a \sqrt{2 g h'}}$, also die Zeit, in welcher das Wasser von der Höhe h auf jene h' herabkommt: $t = T - T'$, d. i.

$$t = \frac{2 A}{n a \sqrt{2 g}} (\sqrt{h} - \sqrt{h'}) = \frac{\cdot 254 A}{n a} (\sqrt{h} - \sqrt{h'}) \ldots (2.$$

Zugleich ist die während dieser Zeit ausfliefsende Wassermenge

$$m = A (h - h') \ldots (3.$$

Anmerkung. Diese Formeln, in welchen h in Fufsen, a und A gleichzeitig in Quadratfufs oder Zoll, so wie t und T in Secunden auszudrücken sind, gelten sowohl für Boden- als Seitenöffnungen, wenn dabei das Herabsinken des Wasserspiegels nur so weit Statt hat, dafs dadurch nicht der in §. 331 behandelte Fall des Seitenausflusses bei geringen Druckhöhen eintritt; sonst ist bei Seitenöffnungen unter h die Höhe vom Wasserspiegel bis zur Mitte der Öffnung zu verstehen.

§. 336. Beispiele.

1. Ein prismatisches Gefäfs von $9\frac{1}{2}$ Quadratfufs Querschnitt besitzt in dem horizontalen Boden eine Öffnung von 1 Quadratzoll; wenn nun die ursprüngliche Druckhöhe 12 Fufs beträgt, so ist die Frage, in welcher Zeit der Wasserspiegel, wenn das Gefäfs keinen Zuflufs hat, um 4 Fufs sinken wird, wenn der Ausflufs durch ein prismatisches Ansatzrohr Statt findet.

 Hier ist $A = 9{\cdot}5$, $a = \frac{1}{144}$, $h = 12$, $h' = 12 - 4 = 8$ und $n = {\cdot}82$, mithin nach der Formel 2) des vorhergehenden Paragraphes:

 $$t = \frac{\cdot 254 \times 9{\cdot}5 \times 144}{\cdot 82} (\sqrt{12} - \sqrt{8}) = 269\tfrac{1}{3}$$

 Secunden oder nahe in $4\frac{1}{2}$ Minuten.

2. In einem Sammelteiche, dessen horizontaler Querschnitt durchaus von gleicher Gröfse ist, und 1000 Quadratfufs beträgt, befindet sich eine Schützen-

öffnung von 2 Fuſs in der Breite und $^1/_4$ Fuſs in der Höhe. In dem Augenblicke als die Schütze gezogen wird, steht der Wasserspiegel um 8 Fuſs über dem Mittelpuncte der Öffnung; um wie viel wird sich der Wasserspiegel während 15 Minuten senken und wie viel Wasser wird in dieser Zeit ausflieſsen, wenn bei dieser Ausfluſsöffnung nur an der obern Kante eine Contraction eintritt?

Aus der obigen Gleichung 2) (§. 335) folgt $h' = \left(\sqrt{h} - \frac{n\,a\,t}{\cdot 254\,A}\right)^2$ und da hier $h = 8$, $A = 1000$, $a = 2 \times \frac{1}{4} = \frac{1}{2}$, $t = 15 \times 60 = 900$ und (§. 328) $n = \cdot 697$ ist, so folgt $h' = 2\cdot 539$, also ist in dieser Zeit von 15 Minuten der Wasserspiegel um $8 - 2\cdot 539 = 5\cdot 461$ Fuſs gesunken.

Was die während dieser Zeit ausgeflossene Wassermenge betrifft, so hat man dafür nach der vorigen Formel (3:

$$M = 1000 \times 5\cdot 461 = 5461 \text{ Kubikfuſs.}$$

3. Man will einen 12 Zoll langen und 6 Zoll im lichten Durchmesser haltenden Glascylinder zu einer Wasseruhr benützen; wenn sich nun der volle Cylinder durch eine im Boden anzubringende Öffnung binnen einer Stunde entleeren und durch das allmälige Sinken des Wasserspiegels die Zeitintervalle von 10 zu 10 Minuten auf einer verticalen Scala markirt werden sollen, so ist die Frage, erstens wie groſs die in der d ü n n e n horizontalen Bodenfläche anzubringende Ausfluſsöffnung seyn, und zweitens, auf welche Weise die verticale Scala eingetheilt werden muſs?

Setzt man in der Formel (1, §. 334, aus welcher $a = \frac{\cdot 254\,A\,\sqrt{h}}{n\,T}$ folgt, $T = 3600$, $A = \frac{9 \times 3\cdot 1416}{144}$, $h = 1$ und $n = \cdot 62$, so erhält man für die Gröſse der Ausfluſsöffnung: $a = \cdot 00322$ Quadratzoll; soll diese kreisförmig seyn, so muſs dafür der Durchmesser d den Werth (aus $\frac{1}{4}d^2\pi = \cdot 00322$) $d = \sqrt{\cdot 0041} = \cdot 064$ Zoll oder $\cdot 768$ Linien erhalten.

Um zweitens auch die verlangte Scala auf der lothrechten Linie AB (Fig. 228) zu construiren, wenn $AB = 1$ Fuſs, nämlich gleich der Höhe des Cylinders ist, so hat man nach der genannten Formel 1), wenn man Kürze halber den Theil $\frac{\cdot 254\,A}{n\,a} = m$ setzt, für die Zeit, in welcher der Wasserspiegel von A bis B sinkt (d. h. in welcher sich das Gefäſs entleert), $t = m\sqrt{AB}$, eben so für die Zeit, in welcher der Wasserspiegel von e bis B sinkt, $t' = m\sqrt{\;B}$, folglich $t^2 : t'^2 = AB : eB$.

Sind nun a, b, c, d, e, B die Puncte der Scala, in welchen sich der Wasserspiegel beziehungsweise nach 10, 20, 30, 40, 50 und 60 Minuten befindet, so ist nach der eben aufgestellten Proportion $60^2 : 10^2 = AB : eB$ und daraus $Be = \frac{AB}{36} = {}^{12}/_{36} = {}^1/_3$ Zoll; eben so ist $Bd = 4Be = {}^4/_3$, $Bc = 9Be = 3$, $Bb = 16Be = 5^1/_3$, $Ba = 25Be = 8^1/_3$ und $BA = 36Be = 12$ Zoll. Es ist daher auch umgekehrt $Aa = 12 - 8^1/_3 = 3^2/_3$, $ab = 8^1/_3 - 5^1/_3 = 3$, $bc =$

$5\frac{1}{3} - 3 = 2\frac{1}{3}$, $cd = 3 - 1\frac{1}{3} = 1\frac{2}{3}$, $de = 1\frac{1}{3} - \frac{1}{3} = 1$ $eB = \frac{1}{3}$ Zoll, woraus sofort folgt, dafs jedes folgende von oben herab gezählte Intervall um $\frac{2}{3}$ Zoll kleiner als das nächst vorhergehende ist.

§. **337.** Reicht die in einer verticalen Wand befindliche rechteckige Öffnung bis zum Wasserspiegel, so findet man durch höhere Rechnung für die Zeit t, in welcher der Wasserspiegel von der Höhe h auf jene h' (also um $h - h'$) herabsinkt, wenn wieder A der Querschnitt des prismatischen Gefäfses und b die Breite der Öffnung ist:

$$t = \frac{3A}{nb\sqrt{2g}}\left(\frac{1}{\sqrt{h'}} - \frac{1}{\sqrt{h}}\right) = \frac{\cdot 381\,A}{nb}\left(\frac{1}{\sqrt{h'}} - \frac{1}{\sqrt{h}}\right).$$

Anmerkung. Für die Ausleerungszeit würde wegen $h' = 0$ sofort t unendlich grofs, was damit zusammenhängt, dafs wenn einmal die Druckhöhe h' so weit abgenommen hat, dafs sie als unendlich klein anzusehen ist, das Wasser auch nur unendlich langsam und nur in kleinen Tropfen, also nicht mehr continuirlich abfliefst.

Beispiel. An einem Teiche von 800 Quadratklafter Oberfläche befindet sich an der einen verticalen Seitenwand eine 2 Fufs breite, vom Boden bis zum Wasserspiegel reichende Öffnung. Wenn nun der Wasserstand 4 Fufs beträgt und die Schütze ganz aufgezogen, also diese Öffnung frei gemacht wird, so ist die Frage, in welcher Zeit der Wasserspiegel um 3 Fufs sinken wird, wenn der Querschnitt des Teiches constant ist?

Da $A = 800 \times 36 = 28800$, $b = 2$, $h = 4$, $h' = 4 - 3 = 1$ und, wenn die Contraction an zwei Seiten Statt findet, $n = \cdot 664$ ist, so folgt aus der vorigen Formel $t = 4131{\cdot}4$ Secunden $= 1$ Stunde, 8 Minuten, $51\frac{1}{2}$ Secunden.

Zweites Kapitel.

Von dem Ausflusse des Wassers aus einem Behälter in einen andern.

§. **338. Wenn der Wasserspiegel in beiden Behältern constant bleibt.** Dieser Fall tritt z. B. ein, wenn ein höher gelegener Canal das Wasser in einen tiefer liegenden durch eine in einem Schleufsenthor befindliche Schützenöffnung, wie in Fig. 224, liefert, ein Fall übrigens, welcher bereits in §. 330 behandelt wurde. Ist nämlich C der Schwerpunct und a die Gröfse der Ausflufsöffnung, ferner $AC = h'$ und $BC = h''$, folglich $AB = h = h' - h''$; so ist die in jeder Secunde ausfliefsende Wassermenge

$$m = na\sqrt{2gh} = 7{\cdot}874\,na\sqrt{h}\ \ldots\ (1.$$

§. 339. Wenn der obere Wasserspiegel constant bleibt, dagegen der untere steigt. Dieser Fall tritt ein, wenn sich z. B. das Wasser aus einem Kanal oder aus einem grofsen Teich in einen kleinen Behälter, wie in Fig. 229, ergiefst.

Ist die Ausflufsöffnung $= a$, deren Mittelpunct in C seyn soll, gleich im Anfange überfluthet und der Wasserspiegel im Behälter AN bereits bis BB' gestiegen, so findet man die Zeit, in welcher der Wasserspiegel von B bis M steigt, wenn man $AB = h$, $AM = h'$ und den als constant angenommenen Querschnitt des sich füllenden Gefäfses $= A$ setzt, genau so wie in §. 335, weil auch hier die Bewegung des ausfliefsenden Wassers, indem der Gegendruck constant zunimmt, gleichförmig verzögert wird; es ist nämlich, wie beim Ausfliefsen eines Gefäfses:

$$t = \frac{2A}{na\sqrt{2g}}(\sqrt{h} - \sqrt{h'}) = \frac{\cdot 254\,A}{na}(\sqrt{h} - \sqrt{h'}) \;.\;.\;. (2.$$

Hieraus folgt auch für die gänzliche Füllungszeit T (binnen welcher nämlich der Wasserspiegel BB' bis AD steigt), weil dafür $h' = 0$ wird:

$$T = \frac{\cdot 254\,A}{na}\sqrt{h} \;.\;.\;. (3.$$

Anmerkung. Dieser hier behandelte Fall findet eine wichtige Anwendung bei Berechnung der Füllungszeit der Schleufsenkammern.

Beispiel. In welcher Zeit wird der Raum $ABJG$ (Fig. 230) der Schleufsenkammer von dem Oberwasser AH, durch die im Oberthor AG befindliche rechteckige Öffnung von $2\frac{1}{2}$ Fufs Breite und 4 Fufs Höhe gefüllt, wenn der Oberwasserspiegel AA' 10 Fufs über dem Unterwasserspiegel GJ und 5 Fufs über dem Schwerpuncte C der Öffnung steht?

Zieht man durch den Schwerpunct C der Öffnung die Horizontale CD, so kann man die Rechnung so führen, als ob der Raum GD durch eine in die freie Luft ausmündende, dagegen der Raum CB durch eine überfluthete Öffnung zu füllen wäre. Es betrage nun der erstere Raum $CGJD$ z. B. 23000 Kubikfufs und der Querschnitt des letzteren (bei einer Länge der Kammer von $AB = 200$ und Breite $= 24$ Fufs) 4800 Quadratfufs, so hat man für die Füllungszeit t des erstern Raumes nach Formel 3), §. 327:

$$t = \frac{M}{7{\cdot}874\,na\sqrt{h}} = \frac{23000}{7{\cdot}874 \times {\cdot}625 \times 10\sqrt{5}} = 209 \text{ Secunden},$$

und für jene t' des obern Raumes nach der vorigen Formel 3) des gegenwärtigen Paragraphes:

$$t' = \frac{\cdot 254 \times 4800\sqrt{5}}{\cdot 625 \times 10} = 436{\cdot}2 \text{ Secunden}.$$

Es ist also die gesammte Füllungszeit $T = t + t' = 645$ Secunden $=$ 10 M., 45 Sec.

§. 340. Wenn der Oberwasserspiegel fällt, der untere dagegen constant bleibt. Bleibt der Was-

serspiegel BB' (Fig. 229) unverändert, während jener AA' durch den Ausflufs des Wassers aus der Öffnung $= a$ herabsinkt, so gelten für diesen Fall die Formeln 1) und 2) in den §§. 334 und 335. Es ist nämlich $t = \frac{2A}{n a \sqrt{2}} [\sqrt{h} - \sqrt{(h-h')}]$, wenn man unter h den anfänglichen Abstand AB der beiden Wasserspiegel, und unter h' die Tiefe AM versteht, um welche der obere Wasserspiegel in der Zeit t herabsinkt.

Eben so ist $T = \frac{2A}{a\sqrt{2g}} \sqrt{h} = \frac{\cdot 254\, A}{n a} \sqrt{h}$ die Zeit, binnen welcher der Oberwasserspiegel AA' bis auf die Höhe BB' des untern Wasserspiegels herabsinkt.

Beispiel. Wenn die Schleufsenkammer GB (Fig. 230) des vorigen Beispiels bis AB mit Wasser gefüllt ist, in welcher Zeit wird sich dasselbe durch die im Unterthor BJ befindliche, $2\frac{1}{2}$ Fufs breite und 5 Fufs hohe Öffnung in das sogenannte Unterwasser entleeren, wenn dabei der Wasserspiegel desselben constant bleibt?

Hier ist (siehe voriges Beispiel) $A = 4800$, $a = 12\cdot5$, $n = \cdot625$ und $h = 10$, folglich nach der letzten Formel:

$$T = \frac{\cdot 254 \times 4800}{\cdot 625 \times 12\cdot 5} \sqrt{10} = 493\cdot5 \text{ Sec.} = 8 \text{ M. } 13\tfrac{1}{2} \text{ Sec.}$$

§. 341. Wenn der Oberwasserspiegel fällt und gleichzeitig der untere Wasserspiegel steigt. Dieser Fall tritt z. B. bei zwei communicirenden Gefäfsen (Fig. 231) ein, bei welchen, bevor die Communication durch einen Hahn, eine Klappe oder dergleichen hergestellt wird, der Wasserspiegel in dem einen Gefäfs in AB und in dem andern in ab steht, wodurch also, sobald die Communication hergestellt ist, der erstere so lange sinkt und der letztere steigt, bis beide (§. 315) gleich hoch oder in demselben Niveau stehen.

Es seyen nun sowohl die beiden Gefäfse AD und df, als auch das Verbindungsrohr prismatisch oder cylindrisch und beziehungsweise von den Querschnitten A, A' und a, so findet man durch höhere Rechnung die Zeit, in welcher die beiden Wasserspiegel auf gleicher Höhe stehen:

$$T = \frac{2 A A' \sqrt{(h-h')}}{n a (A + A') \sqrt{2g}} = \frac{\cdot 254\, A A' \sqrt{(h-h')}}{n a (A + A')}.$$

Beispiel. Bei einem Schiffahrtscanal ist eine Doppelschleufse vorhanden, d. h. es stofsen 2 Schleufsenkammern an einander. Sobald das aufwärts gehende Schiff durch das Unterthor in die untere Kammer eingefahren ist, wird dieses Thor geschlossen, und man zieht dann die Schütze jenes

Thores, welches die beiden Kammern von einander trennt, wobei das dritte, nämlich das Oberthor geschlossen ist. Das Wasser fällt nun in der obern und steigt in der untern Kammer (weil die untere durch die obere gefüllt wird) so lange, bis es in beiden Kammern gleich hoch steht, worauf das Mittelthor geöffnet und das Schiff in die obere Kammer eingeführt wird.

Es soll nun die Zeit bestimmt werden, binnen welcher das Wasser von dem Augenblicke an, in welchem die Schütze gezogen wird, in beiden Kammern gleich hoch steht, wenn für die obere Kammer (aus einem wirklichen Falle genommen) $A = 2051{\cdot}6$ Quadratfufs, $h = 13$ Fufs, und für die untere $A' = 2152$ Quadratfufs, $h' = {\cdot}75$ Fufs (wenn nämlich die Zeit von jenem Augenblicke an gezählt wird, in welchem der Wasserspiegel in dieser Kammer den Mittelpunct der Schützenöffnung erreicht hat), endlich für beide neben einander befindlichen Schützenöffnungen zusammen $a = 12\frac{1}{2}$ Quadratfufs und (da nach einigen, übrigens noch nicht allgemein bestätigten Beobachtungen, der Contractionscoefficient von zwei unmittelbar neben einander liegenden Schützenöffnungen etwas kleiner seyn soll) $n = {\cdot}55$ genommen wird. Nach der vorigen Formel erhält man für die gesuchte Zeit:

$$T = \frac{{\cdot}254 \times 2051{\cdot}6 \times 2152 \sqrt{12{\cdot}25}}{{\cdot}55 \times 12{\cdot}5 \times 4203{\cdot}6} = 135{\cdot}8 \text{ Sec.}$$

oder nahe 2 M. 16 Sec. Die wirklich beobachtete Zeit war 2 M. 29 Sec.

Drittes Kapitel.

Von der Bewegung des Wassers in Röhrenleitungen.

§. **342. Einleitung.** Bewegt sich das Wasser in einer horizontalen oder geneigten Röhre *FC* oder *EC* (Fig. 232), welche von einem Reservoir gespeist wird, dessen Wasserspiegel *AB* um *CD* $= h$ über dem Mittelpunct der Ausflufsöffnung des Rohrs liegt, so fliefst es keineswegs, wie es seyn müfste, wenn keine Hindernisse vorhanden wären, mit der der Druckhöhe h entsprechenden Geschwindigkeit aus, sondern diese ist bedeutend, und zwar um so kleiner, je länger das Rohr oder die Röhrenleitung ist. Auch nimmt das Wasser in einer geneigten Leitung, obschon es darin (§. 147) eine gleichförmig beschleunigte Bewegung haben sollte, sehr bald eine gleichförmige Bewegung an, welches ebenfalls beweist, dafs bei einer gewissen Geschwindigkeit die Widerstände an der Röhrenwand so grofs sind, dafs dadurch, wenn einmal diese Geschwindigkeit erreicht ist, jede weitere Beschleunigung aufgehoben wird.

§. **343.** Ist nun v die wirkliche Ausflufsgeschwindigkeit, also $\frac{v^2}{2g}$

die zugehörige Geschwindigkeitshöhe, folglich nach den vorigen Bemerkungen kleiner als h; so ist

$$h - \frac{v^2}{2g} = z \ldots (n$$

jene Höhe, welche durch die Hindernisse oder den Widerstand erschöpft und daher auch Widerstandshöhe genannt wird; ist nämlich m die Wassermasse, so ist mz die von den Widerständen in der Zeiteinheit absorbirte Arbeit.

Da der Widerstand der Röhrenwand, soweit diese vom Wasser benetzt wird, mit der Länge, und wenn das Wasser voll fliefst, d. h. wenn die Röhre ganz ausgefüllt ist, mit dem innern Umfang der Röhre zunimmt, dagegen mit der Querschnittsfläche der Röhre abnimmt, weil dieser Widerstand in keiner eigentlichen Reibung wie bei festen Körpern besteht, sondern aus der Adhäsion der benetzten Fläche, die sich in abnehmender Progression den übrigen gegen die Achse der Röhre zu liegenden Wassertheilchen mittheilt, herrührt, so vertheilt sich dieser vom Umfange ausgehende Widerstand auf alle Theilchen des Querschnitts, so dafs also auf die Flächeneinheit davon ein um so kleinerer Theil kommt, je gröfser der Querschnitt ist; ferner müssen, wenn z. B. das Wasser die doppelte Geschwindigkeit erhält, in derselben Zeit nicht nur doppelt so viele Wassertheilchen, sondern diese auch noch mit der doppelten Geschwindigkeit vom Umfange oder der Röhrenwand losgerissen werden, was einen vierfachen, d. h. im quadratischen Verhältnisse der Geschwindigkeit wachsenden Widerstand verursacht; endlich bringt auch noch die Klebrigkeit des Wassers einen eigenen Widerstand hervor, welcher der einfachen Geschwindigkeit proportional, und daher (im Vergleiche zur quadratischen) erst dann merkbar ist, wenn die Geschwindigkeit kleiner als $\frac{1}{4}$ Fufs wird, bei gröfsern Geschwindigkeiten jedoch gegen den vorigen im quadratischen Verhältnisse der Geschwindigkeit wachsenden Widerstand verschwindet.

§. 344. Diesen Bemerkungen zufolge können, wenn l die Länge der Röhrenleitung, a ihr innerer Querschnitt, u der Umfang oder das Wasserprofil und A, B zwei constante, aus der Erfahrung zu bestimmende Coefficienten bezeichnen, diese Röhrenwiderstände auch durch $z = \frac{Aul}{a}(v^2 + Bv)$ ausgedrückt werden, so, dafs man durch Gleichsetzung dieses Ausdruckes mit dem vorigen n) (im vorhergehenden Paragraphe) und durch die Voraussetzung von cylindrischen Röhren vom lichten Durchmesser d, wodurch $u = d\pi$ und $a = \frac{1}{4}d^2\pi$ wird, so-

fort erhält:

$$h - \frac{v^2}{2g} = 4A\frac{l}{d}(v^2 + Bv) \ldots (m.$$

Was dabei die Coefficienten oder Constanten A und B betrifft, so sind diese nach *Aubuisson* und *Couplet* auf den Wiener Fuſs bezogen, welcher also bei allen nachstehenden Formeln zum Grunde gelegt wird:

$$A = \cdot 00010827 \quad \text{und} \quad B = \cdot 174,$$

folglich ist auch

$$h - \cdot 01613 v^2 = \cdot 000433 \frac{l}{d}(v^2 + \cdot 174 v) \ldots (1.$$

Ist m die in jeder Secunde durch die Röhrenleitung flieſsende Wassermenge, so ist $m = \frac{1}{4} d^2 \pi v$, also $v = \frac{4m}{d^2 \pi} = 1 \cdot 2733 \frac{m}{d^2}$, und daher auch

$$h - \cdot 02615 \frac{m^2}{d^4} = \cdot 000702 \frac{ml}{d^5}(m + \cdot 1366 d^2) \ldots (2.$$

Für Geschwindigkeiten von v gröſser als 2 Fuſs kann in der Formel m) das Glied mit der ersten Potenz von v in der Anwendung ohne Fehler ausgelassen werden, wofür man dann die einfachere Formel erhält:

$$h - \frac{v^2}{2g} = 4A\frac{l}{d}v^2 \ldots (p.$$

Dabei nimmt man, um noch einigermaſsen auszugleichen, A etwas gröſser, nämlich $A = \cdot 0001135$, so, daſs dadurch

$$h - \cdot 01613 v^2 = \cdot 000454 \frac{l}{d} v^2 \ldots (3$$

oder durch die per Secunde durchflieſsende Wassermasse m (dem Volumen nach) ausgedrückt, auch

$$h - \cdot 02615 \frac{m^2}{d^4} = \cdot 000736 \frac{m^2 l}{d^5} \ldots (4$$

erhält.

Anmerkung 1. Fände auf den obern Wasserspiegel des Reservoirs ein Druck Statt, welcher auf die Flächeneinheit bezogen $= P$ ist, ferner eben so gegen die Ausfluſsöffnung ein Druck P', und sind b und b' die Höhen von Wassersäulen, deren Gewichte (bei einem der Flächeneinheit gleichen Querschnitt) diesen Drücken P und P' gleich sind; so ist statt p) noch allgemeiner:

$$h + b - b' - \frac{v^2}{2g} = 4A\frac{l}{d}v^2 \ldots (p'.$$

Der bei allen Wasserleitungen vorkommende Höhenunterschied zwischen der Ein- und Ausmündung ist übrigens niemals so bedeutend, daſs die Verschiedenheit des Luftdruckes einen Einfluſs hätte, so daſs also dabei immer $b' = b$ gesetzt werden kann.

Anmerkung 2. Findet bei der Einmündung des Rohrs in das Reservoir

eine Contraction Statt, so sollte eigentlich, wenn n der betreffende Contractionscoefficient ist (§. 322, Gleich. α) $\frac{v^2}{2gn^2}$ statt $\frac{v^2}{2g}$ gesetzt werden; allein da dieser Einfluſs schon bei der Bestimmung der Werthe von A, B mit berücksichtigt ist, so braucht man auf diese Contraction keine Rücksicht mehr zu nehmen.

Anmerkung 3. Da der erste Theil der obigen Gleichung (3 nichts anders als die Widerstandshöhe z ist [vergleiche Gl. n) in §. 343], so folgt auch $z = \cdot 000454 \frac{l}{d} v^2$, oder wenn man die zu v gehörige Höhe mit h' bezeichnet, also $h' = \frac{v^2}{2g} = \frac{v^2}{62}$ setzt, auch

$$z = \cdot 02815 \frac{lh'}{d} \ldots (q,$$

wofür man in vielen Fällen ganz einfach

$$z = \cdot 03 \frac{lh'}{d} \ldots (q'$$

setzen darf.

Anmerkung 4. Nach den Versuchen von *Gerstner* wäre

$$h - \frac{v^2}{2g} = \frac{l}{45 d}\left(\frac{v^2}{2g} + \frac{v}{100\sqrt{d}}\right).$$

§. 345. Aus den Gleichungen 3) und 4) erhält man

$$v = 46 \cdot 95 \sqrt{\left(\frac{hd}{l + 35 \cdot 5\, d}\right)} \ldots (5$$

und

$$m = 36 \cdot 86 \sqrt{\left(\frac{hd^5}{l + 35 \cdot 5\, d}\right)} \ldots (6,$$

oder wenn die Leitung so lang ist, daſs man $35 \cdot 5\, d$ gegen l auslassen kann, einfacher:

$$v = 46 \cdot 95 \sqrt{\frac{hd}{l}} \ldots (7 \quad \text{und} \quad m = 36 \cdot 86\, d^2 \sqrt{\frac{hd}{l}} \ldots (8.$$

Endlich folgt aus 6)

$$h = \cdot 000736 \frac{m^2}{d^5} (l + 35 \cdot 5\, d) \ldots (9,$$

oder für sehr lange Leitungen:

$$h = \cdot 000736 \frac{m^2 l}{d^5} \ldots (10.$$

Beispiel 1. Der lichte Durchmesser einer $764\frac{1}{2}$ Klafter langen Röhrenleitung beträgt 9·48 Zoll und die Druckhöhe 16·83 Fuſs; wie viel Wasser liefert diese Leitung per Secunde?

Hier ist, da alles in Fuſsen ausgedrückt werden muſs, $d = \cdot 79$, $h = 16 \cdot 83$ und $l = 4587$, folglich nach der Formel 6) die per Secunde aus-

fliefsende Wassermenge $m = 1\cdot235$ Kubikfufs. Nach der vereinfachten Formel 8) wäre $m = 1\cdot238$.

Die allgemeine Gleichung (2 würde dieses Wasserquantum etwas weniges kleiner, nämlich zu 1·222 Kubikfufs gegeben haben. Ohne allen Widerstand, mit Ausnahme des Contractionscoefficienten bei der Einmündung (wofür man $n = \cdot82$ nimmt), wäre $m = 12\cdot984$, also nahe 13 Kubikfufs oder mehr als das 11fache.

Die Widerstandshöhe z ist hier = 16·84 Fufs, so, dafs von der vorhandenen Druckhöhe h nur ·098 Fufs als wirksame Druckhöhe übrig bleibt, in Folge welcher das Wasser mit 2·467 Fufs Geschwindigkeit austritt, während es sonst, aus einem kurzen Ansatzrohre, mit sehr nahe $26\frac{1}{2}$ Fufs Geschwindigkeit ausfliefsen würde.

Beispiel 2. Eine $399\frac{1}{6}$ Klafter lange Röhrenleitung soll bei einer vorhandenen Druckhöhe von 3·1635 Fufs per Secunde eine Wassermenge von 2·816 Kubikfufs fortführen, wie grofs mufs der lichte Durchmesser der Röhren genommen werden?

Hier ist $m = 2\cdot816$, $h = 3\cdot1635$ und $l = 2395$, folglich nach der Formel 8), wenn man daraus d bestimmt:

$$d = \cdot236 \sqrt[5]{\frac{l m^2}{h}} = 1\cdot345 \text{ Fufs oder } 16\cdot14 \text{ Zoll.}$$

Nach der allgemeinen Formel 2) würde man (durch ein ziemlich weitläufiges Verfahren) $d = 1\cdot36$ Fufs gefunden haben.

§. 346. Ist die Röhrenleitung an ihrem untern Ende nicht völlig offen, sondern durch einen Hahn (sogenannten Wechsel), ein Mundstück u. dgl. verengt, so mufs man, wenn v' die Ausflufsgeschwindigkeit des Wassers ist, in dem ersten Theil der obigen Gleichung 1) (§. 344), welcher die Widerstandshöhe ausdrückt, v' statt v setzen. Ist die verengte Mündung wie gewöhnlich kreisförmig und e ihr Durchmesser, so wie n der entsprechende Contractionscoefficient, so ist $v' : v = d^2 : n e^2$, also $v' = \frac{d^2}{n e^2} v = 1\cdot2733 \frac{m}{n e^2}$ (wegen $m = \frac{1}{4} d^2 \pi v$) und daher, wenn dieser Werth, wie gesagt, oben substituirt wird:

$$h - \cdot02615 \frac{m^2}{n^2 e^4} = \cdot000702 \frac{m l}{d^5} (m + \cdot1366 d^2) \ldots (11.$$

Für Geschwindigkeiten unter 2 Fufs erhält man wieder analog mit den obigen Gleichungen:

$$m = 36\cdot86 \sqrt{\left(\frac{h d^5}{l + 35\cdot5 \frac{d^5}{n^2 e^4}}\right)} \ldots (12,$$

$$d = \cdot23625 \sqrt[5]{\left(\frac{l m^2}{h - \cdot0261 \frac{m^2}{n^2 e^4}}\right)} \ldots (13,$$

$$e = \cdot 402\, d \sqrt[4]{\left(\frac{m^2 d}{n^2(h d^5 - \cdot 000736\, l m^2)}\right)} \quad \ldots \text{(14.}$$

Beispiel. Wie grofs mufs bei der im ersten Beispiele des vorigen Paragraphes angenommenen Röhrenleitung die in eine dünne Platte, welche am Ende der Leitung angebracht wird, gebohrte Öffnung seyn, wenn per Secunde nur $^1/_2$ Kubikfufs Wasser ausfliefsen soll?

Für dieses Beispiel ist $l = 4587$, $d = \cdot 79$, $h = 16\cdot 83$, $m = \cdot 5$ und $n = \cdot 62$, folglich nach der Formel 14) der Durchmesser der kreisrunden Öffnung: $e = \cdot 1863$ Fufs oder nahe $2^1/_4$ Linie.

Anmerkung. Findet in der Röhrenleitung überhaupt irgendwo eine Verengung Statt, so entsteht wegen der dadurch eintretenden Contraction immer ein Widerstand, und daraus ein Verlust an wirksamer Druckhöhe, also auch an lebendiger Kraft, wefshalb solche Verengungen möglichst vermieden werden sollen. Sind D und d die Durchmesser der Röhre und der Verengung, V und v die Geschwindigkeiten, welche das Wasser darin annehmen mufs, so ist (§. 186) die nöthige Wirkung, um das Wasser von der kleinern Geschwindigkeit V auf die gröfsere v zu bringen, $\omega = m\left(\frac{v^2}{2g} - \frac{V^2}{2g}\right)$, soll nun diese Wirkung durch die Druckhöhe h' erzeugt werden, so mufs auch $m h' = \omega$ seyn, woraus sofort

$$r) \quad h' = \frac{v^2 - V^2}{2g} \quad \text{folgt.}$$

Da nun aber auch $m = \frac{1}{4} D^2 \pi V = \frac{1}{4} d^2 \pi n v$, folglich $V = \frac{4m}{D^2 \pi}$ und $v = \frac{4m}{n d^2 \pi}$ ist, so wird, wenn man in r) substituirt:

$$h' = \frac{\cdot 811\, m^2}{g}\left(\frac{1}{n^2 d^4} - \frac{1}{D^4}\right) \quad \ldots (s.$$

So oft also eine solche Verengung in der Leitung vorkommt, so oft mufs auch die entsprechende Widerstandshöhe h' im zweiten Theile der obigen Gleichung p) (§. 344) hinzugefügt werden (wodurch also die Austrittsgeschwindigkeit $\frac{v^2}{2g}$ noch weiter vermindert wird). Tritt übrigens das Wasser aus einem weitern in ein engeres Rohr, ohne wieder in ein weiteres überzugehen, so ist damit aufser der Contraction, die bei langen Leitungen, wofür der Coefficient nahe $= 1$ wird, unbedeutend ist, kein weiterer Verlust an lebendiger Kraft verbunden.

Findet bei der Röhrenleitung eine Krümmung Statt, so wird in dieser das Wasser, da es an dem convexen Theile der Röhre eine gröfsere und am concaven Theile eine kleinere Geschwindigkeit annehmen mufs, als es in der Achse besitzt, hin und her geworfen, und überhaupt in seiner regelmäfsigen Bewegung gestört, wodurch ein neues Hindernifs herbeigeführt wird.

Nach *Dubuat's* Versuchen kann man, wenn r der lichte Halbmesser der

Röhrenleitung und R der Krümmungshalbmesser für die betreffende Krümmung ist, die zur Überwindung dieses Hindernisses nöthige Widerstandshöhe

$$h'' = \cdot 121 \frac{v^2}{g} \frac{r}{R} \left(2 - \frac{r}{R}\right) \ldots (t$$

setzen, ein Werth jedoch, welcher im Vergleiche der übrigen Widerstände ohne Weiters vernachläſsigt werden darf, wenn man nur scharfe Krümmungen vermeidet, d. h. R groſs genug nimmt.

Mit Rücksicht auf alle diese Widerstände würde also die obige Formel p') (§. 344) übergehen in

$$h + (b - b') - \frac{v^2}{2g} = 4A \frac{l}{d} v^2 + h' + h'' \ldots (u,$$

wenn man unter h' die Summe aller aus den Verengungen, und unter h'' jene aus den Biegungen der Leitung entspringenden Widerstandshöhen versteht.

Viertes Kapitel.

Von dem Drucke des Wassers gegen die obere Wandfläche einer Röhrenleitung.

§. 347. Denkt man sich zuerst eine horizontale Röhrenleitung, in welcher das Wasser voll läuft, dabei keine Hindernisse Statt finden, und die obere Wasserlinie (der Scheitel der Röhrenleitung) um die Tiefe H unterm Wasserspiegel des Reservoirs liegt, aus welchem die Leitung gespeist wird, so flieſst, wenn die Leitung an ihrem Ende ganz offen ist, das Wasser mit der Geschwindigkeit $V = \sqrt{2gH}$ aus, ohne daſs es gegen den obern Theil oder den Scheitel der Röhrenwand den mindesten Druck ausübt, so, daſs die Röhre oben eben so gut wie bei einem Canale offen seyn könnte.

Verschlieſst man dagegen das Ende der Leitung, so erleidet jeder Punct dieses obern Theils der Röhre einen Druck von unten nach oben, welcher dieser Druckhöhe H entspricht, so, daſs wenn man an verschiedenen Puncten der Länge der Leitung verticale Röhren aufsetzte, welche mit den Leitungsröhren communiciren, das Wasser in jeder derselben so hoch steigen würde, daſs es mit dem Wasserspiegel des Reservoirs in einerlei Horizont oder Niveau läge.

Verschlieſst man dagegen das Ende der Leitung nur zum Theil, so daſs also die Ausfluſsöffnung nur verengt wird, so flieſst das Wasser zwar wieder (da indeſs von allen Widerständen abgesehen wird) mit der oben bezeichneten Geschwindigkeit V aus, allein in der Leitung selbst

bewegt es sich, wenn F der Querschnitt der Röhre und f jener der Ausmündung ist, mit der kleinern Geschwindigkeit $v = \frac{f}{F} V$, wozu also nur die Druckhöhe $h = \frac{v^2}{2g}$ erforderlich ist, so, dafs die noch übrig bleibende Höhe $H - h = \mathfrak{H}$ dem Drucke entspricht, welchen der oberste mit der Röhrenachse parallele Streifen (der Scheitel) der Leitung von unten nach oben zu erleiden hat (natürlich ist der Druck auf den untersten Streifen oder die Sohle noch um das Gewicht des darüber fliefsenden Wassers gröfser), und hierin besteht der zuerst von *Bernoulli* ausgesprochene und erwiesene (auch für nicht horizontale Leitungen geltende) Satz: dafs der Druck, welchen das in einer Röhrenleitung fliefsende Wasser gegen irgend einen Punct der Röhrenwand ausübt, gleich sey der wirklichen Druckhöhe für diesen Punct, vermindert um jene Höhe, welche der Geschwindigkeit entspricht, mit welcher das Wasser in der Leitung fliefst.

§. **348.** Obschon der eben ausgesprochene Satz durch die in der Röhrenleitung Statt findenden Hindernisse und Widerstände, welche von der Adhäsion, den Verengungen, Biegungen u. s. w. herrühren, modificirt wird; so bleibt er dennoch im Wesentlichen derselbe, indem diese Widerstände nur dahin wirken, die vorhin in Rechnung gebrachte Höhe $\mathfrak{H}$ zu vermindern. Es mufs nämlich an was immer für einer Stelle der Leitung, an welcher der Widerstand (welcher bei der Einmündung oder am Anfange der Leitung Null ist und gegen die Ausmündung hin mit der Länge der Röhrenleitung proportional zunimmt) der Widerstandshöhe oder Wassersäule z entspricht, die ursprüngliche Druckhöhe H nicht blofs wie vorhin um $h = \frac{v^2}{2g}$, sondern auch noch um diese Höhe z vermindert werden, um jene Höhe $\mathfrak{H}$ zu erhalten, welche den Druck des Wassers gegen jenen Punct der Röhrenwand mifst; es ist nämlich für diesen Punct der Leitung

$$\mathfrak{H} = H - h - z \ldots (m,$$

wobei der veränderliche Werth von z mit der Länge der Leitung von der Ein- bis zur Ausmündung, und zwar von Null bis (Gleichung u, §. 346) $4A\frac{l}{d}v^2 + h' + h''$ zunimmt, wenn l die ganze Länge der Röhrenleitung ist, so, dafs man für irgend einen Punct der Leitung, dessen Abstand von der Einmündung $= l'$ ist, in diesen letztern Ausdruck

nur l' statt l setzen darf; dabei ist es gleichgiltig, ob die Röhrenleitung horizontal, oder in einer schiefen Ebene, oder endlich auch wellenförmig liegt, immer wird der an irgend einer Stelle der Leitung Statt findende Wasserdruck gegen die Röhrenwand einer Wassersäule entsprechen, deren Höhe $\mathfrak{H}$ gefunden wird, wenn man von dem lothrechten Abstande H dieses Punctes von dem Niveau des Wasserspiegels des Behälters oder Reservoirs, aus welchen die Leitung gespeist wird, die Höhe h, welche der Geschwindigkeit v, mit welcher das Wasser in der Leitung fliefst, zukommt, und noch die dieser Stelle entsprechende Widerstandshöhe z abzieht. Fände aufserdem auf den Wasserspiegel des Behälters noch ein besonderer Druck Statt, welcher jenem einer Wassersäule von der Höhe B [$= b - b'$ in u), §. 346] gleich ist, so müfste der vorige Werth von $\mathfrak{H}$ noch um diese Gröfse B vermehrt werden.

Anmerkung 1. Ist die Leitung am untern Ende offen, so ist an dieser Stelle die Widerstandshöhe $z = H - \frac{v^2}{2g} = H - h$; ist an irgend einer Stelle der Leitung, welche von der Einmündung um die Länge l' absteht, die entsprechende Widerstandshöhe $z' \left(= 4A \frac{l'}{d} v^2 + h' + h''\right)$, so ist $z - z' = H - h - z'$ und nach der Gleichung m), wenn man z' statt z schreibt, die Höhe, welche dem Drucke des Wassers gegen die Röhrenwand an dieser Stelle entspricht, ebenfalls $\mathfrak{H} = H - h - z'$, so, dafs also $\mathfrak{H} = z - z'$ ist, d. h. der Druck des Wassers gegen die Röhrenwand an irgend einer Stelle der Leitung ist auch gleich jener Kraft, welche erforderlich ist, um die Widerstände in der Röhre zwischen der gedrückten Stelle und der Ausmündung zu überwinden.

Hieraus folgt von selbst, dafs bei einer am untern Ende ganz offenen Leitung der Druck gegen die Röhrenwand an dieser Stelle gleich Null ist. Setzt man an verschiedenen Puncten der Leitung, welche als geradlinig angenommen werden soll, lothrechte Röhren auf, welche mit der Leitung communiciren, so werden, wie bereits bemerkt, wenn die Leitung am untern Ende geschlossen ist, die sämmtlichen Wasserspiegel in diesen lothrechten Röhren in der durch den Wasserspiegel des Behälters in der Richtung der Leitung gezogenen Horizontallinie liegen. Ist das Ende der Leitung ganz oder auch nur zum Theil offen, und fliefst das Wasser in derselben mit der Geschwindigkeit v, wofür die entsprechende Höhe $= h$ ist, so würden diese Wasserspiegel, wenn in der Röhre keine Widerstände vorhanden wären, ebenfalls in einer horizontalen Linie liegen, welche jedoch um die Gröfse h tiefer als die vorige liegt; zieht man von dem Puncte, wo diese letztere Horizontale die durch den Anfang der Leitung gehende lothrechte Linie schneidet, an den Endpuncte der Leitung eine gerade Linie, so bezeichnet diese geneigte Gerade die Höhen der einzelnen Wassersäulen, welche dem Röhrendrucke in dem Falle entsprechen, in welchem die Wi-

derstände berücksichtigt werden, und die Leitung unten offen ist; trägt man endlich, wenn die Leitung am untern Ende nicht ganz offen, sondern verengt ist, die dem dadurch entstehenden Widerstande entsprechende Wassersäulenhöhe auf die durch diesen Endpunct gezogene lothrechte Linie auf und verbindet diesen erhaltenen Punct mit dem vorhin genannten in der durch den Anfang der Leitung gehenden lothrechten liegenden Punct durch eine gerade Linie, so bezeichnet jetzt diese die Höhe der an den verschiedenen Puncten der Leitung aufsteigenden Wassersäulen, welche sofort an jeder betreffenden Stelle (die Leitung mag horizontal, geneigt oder wellenförmig liegen) den Wasserdruck gegen die Röhrenwand messen.

Anmerkung 2. Setzt man an irgend einer Stelle der Leitung eine verticale Röhre auf, welche mit der Leitungsröhre communicirt, so wird sich das Wasser in derselben bis auf die Höhe $\mathfrak{H}$ erheben und so den Wasserdruck anzeigen oder messen, welcher an dieser Stelle der Leitung Statt findet, wefshalb eine solche Röhre Piezometer genannt wird. Da aus der obigen Relation m) $z = H - (\mathfrak{H} + h)$ folgt, so sieht man leicht, wie sich mittelst eines solchen Piezometers auch die irgend einer Stelle der Leitung entsprechende Widerstandshöhe z durch Beobachtung bestimmen läfst; schliefst man nämlich zuerst die Ausflufsöffnung der Leitung, so steigt das Wasser in dem Piezometer bis auf die Höhe H, welche man an dem Instrumente oder der Röhre bemerken kann; macht man hierauf die Ausflufsöffnung auf, so fällt das Wasser in dem verticalen Rohre um $H - \mathfrak{H} = h + z$, so, dafs man von dieser am Instrumente leicht zu messenden Höhe nur noch die Geschwindigkeitshöhe h abzuziehen hat, um die gesuchte Widerstandshöhe z zu erhalten.

Aus dem bisher Entwickelten ergibt sich, dafs der Druck des fliefsenden Wassers in einer Röhre, diese mag dabei was immer für eine Lage haben, immer kleiner als der hydrostatische Druck des ruhigen Wassers sey, und zwar ist derselbe um das Gewicht einer Wassersäule, deren Höhe der Geschwindigkeit des fliefsenden Wassers entspricht, vermehrt um die Widerstandshöhe, geringer als der hydrostatische Druck.

Bei Bestimmung der Röhrenstärke mufs man jedoch darauf Rücksicht nehmen, dafs bei einem plötzlichen Schliefsen der ganzen oder eines Theils der Leitung die Röhren nicht nur den gröfsern hydrostatischen Druck auszuhalten haben, sondern dafs dieses plötzliche Anhalten des in Bewegung befindlichen Wassers auch noch einen Stofs gegen die Röhrenwand erzeugt, welcher dieselbe zersprengen kann.

Anmerkung 3. Um den Druck q auf die Flächeneinheit, z. B. auf 1 Quadratfufs der Röhrenleitung an irgend einer Stelle zu finden, darf man nur $\mathfrak{H}$ in Fufsen ausgedrückt für diese betreffende Stelle aus der obigen Formel m) bestimmen, um damit diesen Druck in Pfunden $q = 56{\cdot}5\,\mathfrak{H}$ zu erhalten. Wie bereits bemerkt, ist für das offene Ende der Leitung $\mathfrak{H}$ also auch $q = 0$.

Fünftes Kapitel.

Von der Leitung des Wassers in Canälen.

§. 349. Einleitung. Oft muſs das Wasser, welches zu industriellen Zwecken, besonders als Betriebskraft benützt werden soll, in Canälen auf lange Strecken hergeleitet werden. Diese Canäle haben in der Regel ein constantes, rechteckiges oder trapezoidales Profil, wie in Fig. 233, und nur ein sehr geringes, gleichförmiges Gefälle, auch ist dabei der Wasserspiegel mit der Grundfläche oder der Sohle parallel und die mittlere Geschwindigkeit in allen Querschnitten sehr nahe dieselbe, so, daſs jeder Querschnitt die gleiche Wassermenge abführt.

Diese Voraussetzungen sind für ganz kurze Canäle oder sogenannte Gerinne nicht mehr in aller Strenge wahr, deſshalb wird hier angenommen, daſs der Canal wenigstens 100 Mal so lang als breit sey.

§. 350. Ist l die Länge des Canales und a dessen Querschnitt, d. h. die vom Wasser ausgefüllte Fläche $abcd$ (Fig. 233), so wie u der vom Wasser benetzte Umfang des Canales, das sogenannte Wasserprofil des Querschnittes (wobei also bei einem rechteckigen Querschnitte für $ab = b$ und $ac = d$ sofort $u = b + 2d$ ist) und v die mittlere Geschwindigkeit des Wassers; so kann man der Erfahrung nach auch hier auf ähnliche Weise wie bei den Röhrenleitungen die Widerstandshöhe z durch $z = \cdot 00010827 \frac{lu}{a} v^2$ ausdrücken, wenn die Dimensionen auf den Wiener Fuſs bezogen werden. Aus dieser Gleichung folgt

$$v = 96\cdot 1 \sqrt{\frac{az}{lu}} \ldots (1,$$

und daher die Wassermenge per Secunde

$$M = av \ldots (2,$$

wenn v die Geschwindigkeit des Wassers per Secunde bezeichnet.

Setzt man, wenn z den nöthigen Niveauunterschied (um die gleichförmige Geschwindigkeit v zu erzielen) zwischen den beiden Endpuncten des Canales bezeichnet, also das Totalgefälle bildet, den Quotienten $\frac{z}{l}$, welchen man kurzweg das Gefälle nennt, gleich s, so bezeichnet s den Niveauunterschied auf jeden Fuſs der Länge des Canales (wegen $l : 1 = z : s$). Aus dem obigen Werth von z folgt auch:

$$s = \cdot 00010827 \frac{u}{a} v^2 \ldots (3.$$

Was das Wasserprofil u betrifft, so ist, wenn man bei einem rechteckigen Querschnitte (Fig. 233) $ab = b$, $ac = d$ und bei einem trapezoidischen $ab = b$, $af = d$ und $cf = nd$ setzt, wo n die Verhältnifszahl der Böschung, d. i. $n = \frac{cf}{af}$ ist, sofort

für einen rechteckigen Querschnitt $u = b + 2d$ und $a = bd$,

„ trapezoidischen Querschnitt

$k)$ $u = b + 2d\sqrt{(1 + n^2)}$ und $a = (b + nd)d$. . . $(l.$

Beispiel 1. Welches ist die mittlere Geschwindigkeit des Wassers in einem gemauerten Canal von 211 Klafter Länge, dessen Querschnitt ein Rechteck von 8 Fufs Breite und 4 Fufs Tiefe ist, wenn das Gefäll auf die ganze Länge $2\frac{1}{2}$ (also auf die Längeneinheit $s = \frac{1}{506}$) Fufs beträgt?

Hier ist $a = 8 \times 4 = 32$, $u = 8 + 2 \times 4 = 16$, $l = 6 \times 211 = 1266$ und $z = 2{\cdot}5$, folglich nach der obigen Formel 1): $v = 6$ Fufs, und daher die per Secunde durchfliefsende Wassermenge $M = 32 \times 6 = 192$ Kubikfufs.

Beispiel 2. Man hat über eine Wassermasse von 100 Kubikfufs per Secunde zu disponiren, die man zu einem Schiffahrtscanale, welcher eine Wassertiefe von 5 Fufs erhalten soll, verwenden will; wenn nun das Wasser aus gewissen Gründen eine Geschwindigkeit von wenigstens 1 Fufs annehmen mufs und das Terrain keine andere Böschung als von $1\frac{1}{2} : 1$ als Verhältnifs der Basis zur Höhe des rechtwinkeligen Dreieckes erlaubt, so ist die Frage, wie grofs das Gefäll s dieses Canales genommen werden mufs?

Hier ist $M = 100$ und $v = 1$, daher $a = \frac{M}{v} = 100$, ferner ist nach der vorigen Gleichung $l)$ wegen $d = 5$ und $n = 1{\cdot}5$ sofort $100 = (b + 7{\cdot}5)\,5$, folglich $b = 12{\cdot}5$, dann aus Gleichung $k)$: $u = 12{\cdot}5 + 18 = 30{\cdot}5$, daher endlich nach Formel 3) das gesuchte Gefäll

$$s = \frac{{\cdot}00010827 \times 30{\cdot}5 \times 1}{100} = {\cdot}000033,$$

so, dafs also auf eine Länge von 1000000 Fufs oder 166667 Klafter nur ein Niveauunterschied oder ein absolutes Gefälle von 33 Fufs erforderlich ist.

Übrigens kann nach Umständen, wie es z. B. bei dem Canale von l'Ourcq wirklich geschehen, aus Rücksicht der auf dem Grunde und an den Seiten wachsenden Wasserpflanzen, wodurch der Widerstand vermehrt wird, dieses so berechnete Gefäll wohl auch doppelt so grofs genommen werden, um dem Wasser mit mehr Sicherheit die gewünschte Geschwindigkeit zu verschaffen.

Anmerkung. Die Geschwindigkeit, welche man dem in Canälen fliefsenden Wasser zu geben hat, ist selten willkürlich, indem man dabei wenigstens berücksichtigen mufs, dafs wenn diese zu grofs und der Canal wie gewöhnlich nicht gemauert ist, der Grund und die Seitenböschungen aufgewühlt, und wenn diese im Gegentheile zu klein ist, das Wasser den Schlamm,

welchen es immer mehr oder weniger mit sich führt, fallen läfst und dadurch zur Verengung und Verstopfung des Canales Veranlassung gibt; im Durchschnitt nimmt man diese Geschwindigkeit zwischen 8 und 12 Zoll.

§. 351. Relation zwischen den verschiedenen Geschwindigkeiten des Wassers in demselben Canale. Kann man das Gefäll eines Canales nicht durch genaues Nivelliren bestimmen, indem man vielleicht die hiezu nöthigen Instrumente nicht zur Hand hat, so bestimmt man die mittlere Geschwindigkeit des im Canale fliefsenden Wassers durch directe Beobachtungen. Diese zeigen, dafs das Wasser keinesweges in allen Puncten desselben Querschnittes die nämliche Geschwindigkeit besitze, sondern dafs diese in der Mitte, d. i. im Stromstriche, und etwas unter der Oberfläche des Wassers am gröfsten ist, und sich sowohl gegen die Seiten als auch gegen die Sohle vermindert. Nach den Beobachtungen von *Dubuat* und *Prony* kann man, wenn V die Geschwindigkeit an der Oberfläche, U die mittlere und W die Geschwindigkeit an der Sohle ist, ganz einfach:

$$U = \frac{V(V + 7\cdot503)}{V + 9\cdot973} \quad \text{und} \quad W = 2U - V$$

setzen. Ist also z. B. $V = 3$ Fufs, so ist $U = 2\cdot43$ und $W = 1\cdot86$ Fufs.

Da in der Regel die vorkommenden Geschwindigkeiten zwischen $^3/_4$ und 5 Fufs liegen, so kann man sich nach *Prony* mit dem einfachern Werthe von $U = \cdot816\,V$ oder noch kürzer mit jenem $U = \cdot8\,V$ begnügen; damit wäre im vorigen Falle beziehungsweise $U = 2\cdot448$ oder $2\cdot4$ Fufs.

Anmerkung. Was die Methode zur Bestimmung der Geschwindigkeit V an der Oberfläche des Wassers anbelangt, so bleibt die einfachste und wohl auch sicherste immer noch die, welche in der Beobachtung der Geschwindigkeit eines schwimmenden, aus dem Wasser etwas hervorragenden Körpers (z. B. eine hohle Kugel mit einem Stäbchen oder dgl.) auf eine im Voraus gemessene bedeutende Strecke des Canales besteht, wobei man, sobald der Körper die Geschwindigkeit des Wassers angenommen hat (wefshalb er schon weiter oben, vor dem Anfange der gemessenen Strecke ins Wasser geworfen wird), die Zeit beobachtet, die derselbe braucht, um diese gemessene Strecke zurückzulegen.

Was ferner die Bestimmung der in einer gegebenen Zeit durch einen bestimmten Querschnitt des Canals fliefsende Wassermenge betrifft, so kann man entweder das in dieser Zeit abfliefsende Wasser unmittelbar (wo es angeht) durch ein Gefäfs oder Bassin von bekanntem Inhalte messen, oder durch Beobachtung der Geschwindigkeit an der Oberfläche, die mittlere Geschwindigkeit U nach der vorigen Formel berechnen, und diese mit dem Querschnitte multipliciren, oder endlich den Wasserlauf durch eine Wand absperren und in diese eine Öffnung von solcher Gröfse anbringen, dafs der

Wasserspiegel über derselben auf einer gewissen Höhe ruhig stehen bleibt (wodurch also durch die Öffnung eben so viel abfliefst als im Canale zufliefst), und auf den Ausflufs aus dieser Öffnung nach Umständen die Formeln in den §§. 327, 331 anwenden. Auf diese Weise bestimmen z. B. die französischen Brunnenmeister die ganz geringen Wassermengen durch den sogenannten Wasserzoll (§. 332).

Sechstes Kapitel.

Von dem Stofse des Wassers gegen eine Tafel oder Schaufel und dem Widerstande des Wassers gegen Körper, welche in denselben bewegt werden.

§. 352. Erklärung. Der Stofs des Wassers unterscheidet sich von jenem eines festen Körpers gegen eine ruhende oder mit geringerer Geschwindigkeit ausweichende Tafel wesentlich dadurch, dafs bei diesem letztern die Wirkung des Stofses in einer nicht wahrnehmbar kleinen Zeit vollendet ist, während bei dem Stofse eines Wasserstrahls unendlich viele Wassertheilchen in einer ununterbrochenen Folge gegen die Tafel hindrängen, und Drücke (auf ähnliche Weise wie eine gespannte Feder gegen ein Hindernifs oder die Schwere auf einen ruhenden Körper wirkt) hervorbringen, so, dafs man den Wasserstofs, welchen man aus diesem Grunde auch den hydraulischen Druck nennt, mit dem Drucke eines Gewichtes (wie z. B. bei einer Wage, bei welcher das Wasser in die eine Schale fliefst, während in der andern das gleiche Gegengewicht liegt) vergleichen kann.

Man unterscheidet dabei den Stofs eines isolirten Strahles von dem Stofse im unbegrenzten und begrenzten Wasser oder in einem Gerinne.

§. 353. Stofs eines isolirten Wasserstrahles. Ein Wasserstrahl stofse in der Richtung CF (Fig. 234) mit der Geschwindigkeit C gegen eine ebene Tafel AB unter einem Winkel $CfA = i$, welche senkrecht auf AB mit einer Geschwindigkeit v ausweichen soll. Zerlegt man die Geschwindigkeit C in zwei auf einander senkrechte Geschwindigkeiten V und v', wovon die erstere senkrecht auf die Tafel, die letztere daher mit dieser parallel ist; so hat man (§. 138), wenn $Ef = C$ abgeschnitten wird,

$$Em = C \sin i = V \ldots (r,$$

und $Eh = v'$, welche letztere Geschwindigkeit jedoch auf den Stofs keinen Einflufs hat. Die weitere Behandlung entspricht also auch dem Falle, in welchem der Wasserstrahl mit der Geschwindigkeit V senkrecht gegen die fortwährend mit der Geschwindigkeit v nach derselben Richtung ausweichenden Tafel stöfst.

§. **354.** Ist nun $V > v$, so wird dadurch, dafs, wenn die Tafel hinreichend grofs ist, alles anstofsende Wasser von der Geschwindigkeit V auf jene v gebracht werden mufs, eine Action gegen die Tafel entstehen, welche eben die Wirkung des Wasserstofses ausmacht. Setzt man das per Secunde anstofsende Wasservolumen $= m$, also, wenn γ das Gewicht der kubischen Einheit, hier also das Gewicht von 1 Kubikfufs Wasser bezeichnet, das Gewicht der anstofsenden Wassermasse $= \gamma m$; so wäre, wenn diese Geschwindigkeitsänderung $V - v$ in der Masse γm nur allmälig Statt fände, die dadurch erhaltene oder vom Wasser ausgeübte Nutzwirkung oder Arbeit per Secunde (§. 186) $= \frac{\gamma m}{2g}(V^2 - v^2)$, da jedoch diese Änderung plötzlich, nämlich durch den Stofs geschieht, und beide Körper, das ist sowohl das Wasser als die Tafel als unelastisch anzusehen sind, so entsteht nach §. 201 (da man den Stofs hier so anzusehen hat, als wenn das Wasser mit der Geschwindigkeit $V - v$ gegen die ruhende Tafel anstiefse, so ist für diese letztere in der Formel 4) die Masse $m' = \infty$ zu setzen) dadurch ein Verlust an lebendiger Kraft $= m\gamma(V - v)^2$, folglich an Effect oder Arbeit (§. 185) $= \frac{m\gamma}{2g}(V - v)^2$; es ist daher der übrig bleibende Theil an Effect, d. i. die sogenannte Nutzarbeit des Wasserstofses per Secunde, wenn man diesen durch Pv ausdrückt, wo P also den blofsen Wasserstofs (die Kraft desselben) bezeichnet: $Pv = \frac{\gamma m}{2g}(V^2 - v^2) - \frac{\gamma m}{2g}(V - v)^2$, oder, wenn man reducirt:

$$Pv = \frac{\gamma m}{g} v (V - v) \;.\;.\;. (d \quad \text{und} \quad P = \frac{\gamma m}{g}(V - v) \;.\;.\;. (1.$$

Diese Gleichung d) kann man auch durch folgende Betrachtung finden. Die gesammte Arbeit des Wassers, nämlich $\frac{\gamma m V^2}{2g}$, besteht aus dem Nutzeffect Pv, dem durch den Stofs verlorenen Theil $\frac{\gamma m}{2g}(V - v)^2$, und endlich jenem Theil der Wirkung, welchen das mit der Geschwindigkeit v von der

Tafel abfließende Wasser noch in sich besitzt, nämlich den Theil $\frac{\gamma m v^2}{2g}$, so, daſs also $\frac{\gamma m V^2}{2g} = P v + \frac{\gamma m}{2g}(V-v)^2 + \frac{\gamma m v^2}{2g}$, woraus durch Reduction wieder der vorige Ausdruck 1) entsteht.

§. 355. Da die Stauweite ab immer dieselbe bleibt, so wird, während die Tafel mit der Geschwindigkeit v ausweicht, auch dieser Querschnitt ab mit derselben Geschwindigkeit fort- oder der Tafel nachgehen, so, daſs wir ihn Kürze halber den beweglichen Querschnitt nennen können. Flieſst nun durch einen eben so groſsen unbeweglichen Querschnitt per Secunde das Wasservolumen M durch, so geht davon nur ein Theil m durch den beweglichen Querschnitt ab, und zwar ist $M : m = V : (V - v)$, also $m = \frac{M(V-v)}{V}$, so, daſs, wenn man diesen Werth in der vorigen Gleichung 1) substituirt, sofort auch

$$P = \frac{\gamma M}{g}\frac{(V-v)^2}{V} \ldots (2 \text{ ist.}$$

Diese Formel für den Wasserstoſs unterscheidet sich von jener 1) wesentlich dadurch, daſs hier unter M die in jeder Secunde überhaupt durch einen unbeweglichen Querschnitt flieſsende Wassermenge, welche keinesweges auch gänzlich zum Stoſse gelangt, dagegen in dem Ausdrucke 1) unter m die in jeder Secunde wirklich zum Stoſse gelangende Wassermenge zu verstehen ist.

§. 356. Folgerungen.

1. Stöſst der Wasserstrahl normal gegen eine ruhende Tafel, so ist $C = V$ und $v = 0$, daher nach beiden Formeln 1) und 2) (wegen $M = m$)

$$P = \frac{\gamma m V}{g} \ldots (s.$$

Da für dieselbe Wassermenge und der Geschwindigkeit V' eben so $P' = \frac{\gamma m V'}{g}$ ist, so folgt $P : P' = V : V'$.

2. Ist a der Querschnitt des Wasserstrahles in ab, so ist $m = aV$, folglich aus s) auch $P = \frac{a\gamma V^2}{g} = 2\gamma a \frac{V^2}{2g} = 2\gamma a h$, wenn h die zu V gehörige Geschwindigkeitshöhe ist.

Wäre a eine Bodenöffnung in einem bis auf die Höhe h mit Wasser gefüllten Gefäſse und die Tafel unmittelbar vor dieser Ausfluſsöffnung angebracht, so würde der darauf wirkende hydrostatische Druck (§. 309) $= \gamma a h$ seyn; es ist also der sogenannte hydraulische Druck, vorausgesetzt, daſs das sämmtliche anstoſsende Wasser seine Geschwindigkeit gänzlich verliert, doppelt so groſs als der hydrostatische.

Die Erfahrung stimmt mit diesen Resultaten ganz gut überein, sobald die Tafel wenigstens 8 bis 10 Mal so grofs als die Ausflufsöffnung und von dieser um den 2 oder 3fachen Durchmesser der Öffnung entfernt ist.

Bildet die Tafel eine hohle Fläche, oder ist die ebene Tafel an ihren Rändern mit Leisten versehen, wodurch das Wasser von der Tafel nicht frei abfliefsen kann, so bringt dasselbe neuerdings einen Normaldruck gegen die Tafel hervor, dergestalt, dafs (wenn die Tafel horizontal liegt) der Stofs doppelt so grofs als im vorigen Falle, nämlich $P = 4\gamma a h$ werden kann.

3. Fliefst das Wasser aus derselben Öffnung a mit den verschiedenen Geschwindigkeiten V und V' aus, so wird $m = \gamma a V$ und $m' = \gamma a V'$, daher $P = \frac{\gamma a V^2}{g}$ und $P' = \frac{\gamma a V'^2}{g}$, also ist $P : P' = V^2 : V'^2$.

4. Stöfst der Wasserstrahl **schief** gegen die Tafel, und zwar unter dem Winkel i, so ist (§. 353, Gleich. r) $V = C\, Sin\, i$, folglich $P = \frac{\gamma m C\, Sin\, i}{g}$ (oder auch $= \frac{\gamma a C^2}{g} Sin\, i$, wenn a den normalen Querschnitt des Wasserstrahles bezeichnet). Eben so ist unter gleichen Umständen für den Neigungswinkel i' sofort $P' = \frac{\gamma m C\, Sin\, i'}{g}$, daher

$$P : P' = Sin\, i : Sin\, i'.$$

Anmerkung. Nach *Duchemin* sollen die Beobachtungen besser mit der Formel $P = \frac{\gamma a C^2}{g} \frac{Sin\, i^2}{1 + Sin\, i^2}$ als mit der obigen $\frac{\gamma a C^2}{g} Sin\, i$ übereinstimmen.

5. Kann die Tafel nicht normal auf ihre Fläche, sondern nur in der Richtung des anstofsenden Wasserstrahles ausweichen, so mufs die vorige Kraft P abermals in zwei Kräfte, in eine P' nach der Richtung des anstofsenden Wasserstrahls und in eine darauf senkrechte (welche dabei verloren geht) zerlegt werden; dadurch wird $P' = P\, Sin\, i = \frac{\gamma m C\, Sin\, i^2}{g}$, so, dafs sich also bei dieser Voraussetzung die Stofskräfte nicht mehr wie die einfachen Sinus, sondern wie ihre Quadrate verhalten.

6. Bewegt sich die Tafel dem Wasserstrahle mit der Geschwindigkeit v entgegen, so ist (§. 354, 1) $P = \frac{\gamma m}{g}(V + v)$. . . (3.

7. Weicht die Tafel in einer Richtung fF (Fig. 234), wofür Winkel $BfF = \alpha$ ist, mit der Geschwindigkeit c aus; so wird $v = c\, Sin\, \alpha$, und daher nach 1), §. 354 ganz allgemein:

$$P = \frac{\gamma m}{g}(C\, Sin\, i - c\, Sin\, \alpha)\, Sin\, \alpha \;.\;.\;.\; (4.$$

Für $c = 0$ und $\alpha = i$ erhält man wieder die obige in 5. angegebene Formel $P = \frac{\gamma m C}{g} Sin\, i^2$.

§. 357. Stofs und Widerstand im unbegrenzten Wasser. Stöfst das Wasser eines breiten Stromes gegen einen schmalen in der Mitte des Stromstriches befindlichen Körper, so ist die Wirkung eben so, als ob das Wasser unbegrenzt wäre. Obschon nun auch hier im Allgemeinen die obigen Formeln 1) und 2) (§§. 354, 355) gelten, so müssen sie doch durch Anbringung von Erfahrungscoefficienten modificirt werden.

Anmerkung. Es wird bis jetzt noch fast allgemein angenommen, dafs dieselbe Kraft nöthig sey, um einen Körper, z. B. ein Prisma oder einen Cylinder, nach der Richtung der Achse im ruhenden Wasser zu bewegen, als um den Körper fest zu halten, wenn sich das Wasser mit derselben Geschwindigkeit gegen diesen Körper in der nämlichen Richtung bewegt; obgleich schon *Dubuat* aus seinen Versuchen schliefsen zu dürfen glaubte, dafs der Widerstand des Wassers kleiner als der Stofs desselben sey, und zwar im Verhältnifs von 1·43 : 1·86 oder 1 : 1·3. Die neuesten Versuche von *Duchemin* geben dieses Verhältnifs für ebene Platten sogar wie 1 : 1·486; dieses nimmt ab, wenn die Länge des Prisma oder Cylinders zunimmt; ist die Länge dem Durchmesser gleich, so ist dieses Verhältnifs 1 : 1·153; ist die Länge 2, 3, 4 und 5 Mal so grofs als der Durchmesser, dann ist dieses Verhältnifs beziehungsweise 1 : 1·028, 1 : 1·003, 1 : ·9954 und 1 : ·9972; für gröfsere Längen nähert sich dieses Verhältnifs noch mehr jenem von 1 : 1, so, dafs also dabei dieser Unterschied ganz verschwindet.

§. 358. Stöfst das Wasser unter der vorigen Voraussetzung auf ein untergetauchtes Prisma, so entsteht durch die eigenthümliche Bewegung und Ablenkung der Wasserfäden um das Prisma herum (abgesehen davon, dafs jetzt nicht mehr alles Wasser vom Querschnitte des Prisma seine Geschwindigkeit verliert oder auf jene des Prisma gebracht wird, indem ein Theil davon seitwärts ausweicht) auf die vordere und hintere Fläche oder Basis desselben nicht mehr wie im Stande der Ruhe derselbe hydrostatische Druck, sondern dieser wird vorne durch das Vorderwasser vermehrt und an der hintern Fläche durch das sogenannte Kielwasser vermindert. Die Seitenpressungen heben sich zwar gegenseitig auf, jedoch entsteht bei langen Prismen durch die Adhäsion des Wassers eine Verzögerung, welche dem Quadrate der Geschwindigkeit proportional ist. Ragt der Körper über die Wasserfläche hervor, so bildet sich an der vordern Seite eine kleine Anstauung und läuft wie über einen Wasserberg längs der beiden Seitenflächen gegen die hintere Basis ab, wo dasselbe eine kleine Höhlung bildet; dadurch entsteht auch noch eine kleine Differenz im Niveau des Wassers vor und hinter dem Körper (die

sogenannte Denivellation), welche dem Wasserstofse zu gute kommt oder diesen vergröfsert.

Alles das zusammengenommen kann man für gewöhnliche Geschwindigkeiten, wenn der Körper dem mit der Geschwindigkeit V normal anstofsenden Wasser mit der Geschwindigkeit v ausweicht, den Stofs im unbegrenzten Wasser durch

$$P = \frac{k\gamma A}{2g}(V-v)^2 = k\gamma A h \;.\;.\;.\; (1$$

ausdrücken, wenn A die Stofsfläche, h die der relativen Geschwindigkeit $V-v$ entsprechende Höhe, γ das Gewicht einer kubischen Einheit Wasser (also eines Kubikfufs, wenn A und h in Fufsen ausgedrückt werden) und k ein von der Form des gestofsenen Körpers abhängiger Erfahrungscoefficient ist.

Für ruhende Körper ist $v=0$, daher

$$P = \frac{k\gamma A}{2g}V^2 = k\gamma A H \;.\;.\;.\; (2,$$

wo H die zu V gehörige Geschwindigkeitshöhe bezeichnet. Bewegt sich endlich der Körper dem anstofsenden Wasser selbst noch mit der Geschwindigkeit v entgegen, so ist die Gröfse des Stofses

$$P = \frac{k\gamma A}{2g}(V+v)^2 \;.\;.\;.\; (3.$$

Anmerkung. Obschon nach den hierüber angestellten Versuchen der Stofs auf dünne Platten bei der kreisförmigen Bewegung, wie z. B. auf die Schaufeln eines Wasserrades, nicht genau der Stofsfläche proportional ist, sondern in einem etwas gröfseren Verhältnifs mit dieser Fläche zunimmt, so kann man dennoch, da diese Abweichung nur gering ist, diese Proportionalität gelten lassen. Was ferner den schiefen Stofs anbelangt, so nimmt *Hutton*, um die Theorie mit der Erfahrung mehr in Übereinstimmung zu bringen, an, dafs derselbe nicht dem einfachen Sinus, d. i. $Sin\, i$, sondern $(Sin\, i)^{1{\cdot}842\, Cos\, i}$, *Duchemin* dagegen (wie bereits bemerkt), dafs er dem Bruche $\frac{Sin\, i^2}{1+Sin\, i^2}$, proportional sey.

§. 359. Was nun den Erfahrungscoefficienten k betrifft, so ist dieser, wie bereits bemerkt, in jenem Falle, in welchem das Wasser gegen den ruhenden Körper stöfst, von jenem etwas verschieden, in welchem der Körper im ruhenden Wasser bewegt wird; zugleich ändert sich derselbe nach dem Verhältnisse des Durchmessers der gestofsenen Grundfläche des Prisma oder Cylinders zur Länge desselben. Ist nämlich l die Länge und d der Durchmesser des Cylinders, oder $d=\sqrt{A}$ bei

einem Prisma, auf dessen Grundfläche A der normale, d. i. mit der Länge l parallele Stofs Statt findet (oder in welcher Richtung im zweiten Falle das Prisma bewegt wird), so hat man für beide Fälle (den Stofs und den Widerstand): $P = k\gamma A \frac{v^2}{2g}$. . . (r

und nach *Duchemin* für k folgende Werthe:

Verhältnifs $\frac{l}{d}$ der Länge des Körpers zu seinem Durchmesser.	Werthe von k für den Wasserstofs gegen ruhende Körper.	Werthe von k für den Widerstand im ruhigen Wasser.
·00	1·8636	1·2540
·50	1·8476	1·2690
1·00	1·4786	1·2824
1·25	1·4274	1·2888
1·50	1·3890	1·2946
1·75	1·3610	1·3004
2·00	1·3418	1·3058
2·25	1·3296	1·3110
2·50	1·3234	1·3158
2·67	1·3222	1·3200
2·75	1·3232	1·3210
3·00	1·3290	1·3252
4·00	1·3354	1·3416
5·00	1·3598	1·3560
6·00	1·3670	1·3680
7·00	1·3778	1·3786
8·00	1·3878	1·3880

Beispiel. Wird also z. B. ein Cylinder von 1 Fufs Durchmesser und 2 Fufs Länge im ruhigen Wasser nach der Richtung seiner Achse mit 5 Fufs Geschwindigkeit bewegt, so ist die hiezu nöthige Kraft nach der Formel 2) des vorigen Paragraphes, wegen $k = 1{\cdot}306$, $\gamma = 56{\cdot}5$, $A = \frac{1}{4} \times 3{\cdot}1416 = {\cdot}7854$, $v = 5$ und $g = 31$, sofort $P = 1{\cdot}306 \times 56{\cdot}5 \times {\cdot}7854 \times 25 : 62 = 23{\cdot}4$ Pfund.

Anmerkung 1. Der Widerstandscoefficient in der letzten Columne ist nach der Formel gefunden

$$k = {\cdot}627 \left(1 + \frac{{\cdot}227\, l}{9\, d + l}\right) \ . \ . \ . \ (m,$$

jener der zweiten dagegen mittelst der Formel $k = 1{\cdot}2618 - {\cdot}888\, n^2$, wobei n für die verschiedenen Werthe von $\frac{l}{d}$ das Verhältnifs der wirklichen

Ausflufsmenge zur theoretischen bei cylindrischen Ansatzröhren vom Durchmesser d und der Länge l bezeichnen; dabei ist für $\frac{l}{d} = 0$, $^1/_2$, 1, $1^1/_2$, 2, $2^1/_2$, 3, 4, 5, 6, 7, 8 sofort $n =$ ·6096, ·6169, ·7671, ·8157, ·8221, ·8201, ·8179, ·8095, ·8070, ·8032, ·7997.

Anmerkung 2. Ist die Bewegung der Körper in der ruhenden Flüssigkeit nicht geradlinig, sondern kreisförmig, wie z. B. bei einer um eine Achse sich drehenden Tafel, einem oscillirenden Pendel u. dgl.; so nimmt der Widerstand in einem gröfsern Verhältnisse als die Fläche zu. Ist P der Widerstand bei der geradlinigen Bewegung, wenn alle Puncte des Körpers die Geschwindigkeit v haben und P' jene bei der kreisförmigen Bewegung auf den Mittelpunct des auf den beschriebenen Bogen normalen gröfsten Querschnittes A bezogen, wobei dieser Mittelpunct die vorige Geschwindigkeit v hat; ist ferner f der Abstand dieses Punctes von der Rotationsachse, s der Abstand dieses Punctes von dem Schwerpuncte jenes Theils des Querschnittes oder der Fläche A, welche von diesem Puncte aus gezählt gegen die Rotationsachse hin liegt, so wie endlich z eine lineare Gröfse, welche von der Form des Körpers abhängt, z. B. für eine ebene, auf dem Umdrehungskreise normal stehende Platte den Werth $^1/_2 \sqrt{A}$; so setzt *Duchemin*, indem er alle vorhandenen Versuche benützt:

$$P' = P\left(1 + \frac{3·2488\, z}{k\,(f-s)}\right) \ldots (x,$$

wobei noch k den vorigen Widerstandscoefficienten bezeichnet. Für $f = \infty$ wird die Bewegung geradlinig und, wie es seyn soll, $P' = P$.

Anmerkung 3. Ohne Rücksicht auf die eigenthümliche Bewegung und Ablenkung der Wasserfäden läfst sich der Widerstand einer im ruhigen Wasser vertical eingetauchten Platte auf folgende Weise bestimmen.

Ist A der Flächeninhalt der rechteckigen, völlig eingetauchten Platte und h der Abstand des Schwerpunctes derselben vom Wasserspiegel, so ist im ruhigen Stande der Platte der hydrostatische Druck auf jede der beiden Flächen $P = \gamma A h$. Wird aber die Tafel nach einer auf die Fläche A normalen Richtung mit der Geschwindigkeit v bewegt, so kommt bei der vordern Fläche zu diesem hydrostatischen Drucke noch jener hinzu, welcher der Geschwindigkeitshöhe $\frac{v^2}{2g}$ entspricht, während dieser für die hintere Fläche gerade umgekehrt abgezogen werden mufs, so, dafs der Druck auf die Vorder- und Hinterfläche beziehungsweise $p = \gamma A\left(h + \frac{v^2}{2g}\right)$ und $p' = \gamma A\left(h - \frac{v^2}{2g}\right)$, folglich der während der Bewegung der Tafel zu überwindende Druck $P = p - p' = 2\gamma A . \frac{v^2}{2g}$ nämlich dem doppelten Gewichte eines Wasserprisma gleich ist, welches die Fläche A zur Basis und die der Geschwindigkeit v entsprechende Höhe zur Höhe hat. Für Geschwin-

digkeiten, für welche $\frac{v^2}{2g} \overline{\gtrless} h$ wird, ist p' Null oder negativ, zum Zeichen, dafs das Wasser der schneller ausweichenden Tafel nicht folgen kann, und dann ist der Widerstand $P = p$; ist dabei v so grofs, dafs man h gegen $\frac{v^2}{2g}$ auslassen kann, so wird $P = \gamma A \frac{v^2}{2g}$. Setzt man allgemein:

$$P = k \gamma A \frac{v^2}{2g} \ldots (a,$$

so ist zwischen den beiden hier angeführten Werthen von $k = 2$ und $k = 1$ jener 1·5 der mittlere; die obige Tabelle gibt dafür $k = 1{\cdot}254$.

Nach *Campaignac* erfährt eine Tafel von 1 Quadratmeter, welche im Wasser mit 1 Meter Geschwindigkeit bewegt wird, einen directen Widerstand, welcher zwischen 50 und 60 Kilogramme liegt. Für den ersten Werth wäre (obige Gl. a) $50 \times 1{\cdot}78567 = \frac{k \times 56{\cdot}5 \times (3{\cdot}16533)^2 \times (3{\cdot}16533)^2}{62}$ sofort $k = {\cdot}9760$ und für den letztern $k = 1{\cdot}1712$, so, dafs also der Mittelwerth daraus $k = 1{\cdot}0736$ wäre.

Wird die Tafel nicht senkrecht auf die Fläche A, sondern schief, und zwar unter dem Winkel a bewegt, so kann man nach *Duchemin* den Widerstand mit hinreichender Genauigkeit durch die Formel:

$$P = \frac{2 . k \gamma A v^2}{2g} \frac{Sin\, a}{1 + Sin\, a^2} \ldots (y$$

ausdrücken, wobei k den obigen Werth 1·254, und wenn das Wasser gegen die Tafel stöfst, jenen 1·8636 besitzt. (Genauer ist es, wenn man den vorigen Ausdruck noch mit $1 - \frac{Sin\, a\, Cos\, a}{6{\cdot}48} + \frac{Cos\, a^2}{3{\cdot}52}$ multiplicirt.)

§. 360. Widerstand einiger von krummen Flächen begrenzter Körper.

Bei Voraussetzung, dafs der Widerstand eines Flächenelementes dem Quadrate des Sinus des Neigungswinkels mit der Bewegungsachse proportional sey, findet man durch höhere Rechnung für den Widerstand einer Kugel vom Halbmesser r, welche im ruhigen Wasser mit der Geschwindigkeit v bewegt wird, $P = \frac{2}{3} k \gamma A \frac{v^2}{2g}$, wobei $A = r^2 \pi$ die gröfste Kreisfläche und k den Widerstandscoefficient einer dünnen Platte bezeichnet, so, dafs also der Widerstand der Kugel nur $\frac{2}{3}$ von jenem dieser gröfsten Kreis- oder Projectionsfläche beträgt. Nach Andern kommt $\frac{19}{30}$ statt $\frac{2}{3} = \frac{20}{30}$; nach *Duchemin* beträgt der Widerstand der Kugel $\frac{2}{5}$ von jenem des herumbeschriebenen Cylinders. Nach der ersten Hypothese ist $\frac{2}{3} k = \frac{2}{3} \times 1{\cdot}254 = {\cdot}828$ (k ist nach der Tabelle in §. 359 zu nehmen), nach der zweiten ist $\frac{19}{30} k = {\cdot}7942$, nach der dritten des *Duchemin* ist $\frac{2}{5} k = \frac{2}{5} \times 1{\cdot}2824$

$= \cdot 513$, was auch mit den Versuchen von ***Borda***, ***Vince*** und ***Hutton*** gut übereinstimmt. Nach ***Eytelwein's*** Versuchen wäre dieser Coeffizient $= \cdot 7886$.

Für einen geraden Kegel, dessen Erzeugungslinie mit der Achse den Winkel α bildet, und dessen Grundfläche $= A$ ist, findet man nach ***Duchemin***, wenn die Bewegung nach der Achse, und zwar mit der Spitze voraus Statt findet, den Widerstand $P = k\gamma A \frac{v^2}{2g} Sin\,\alpha$, wobei k aus der obigen Tabelle für das zwischen dem Durchmesser und der Höhe des Kegels Statt findende Verhältnifs zu nehmen ist.

Für einen Cylinder von derselben Basis und Höhe wäre $P' = k\gamma A \frac{v^2}{2g}$, und da diefs zugleich auch der Widerstand des Kegels ist, wenn er mit seiner Grundfläche vorausgeht, so ist zwischen diesen Positionen $P : P' = Sin\,\alpha : 1$, ein Verhältnifs, welches durch die Versuche nicht nur für den Kegel, sondern auch für das dreiseitige Prisma bestätigt wird, wenn es im ruhenden Wasser einmal mit der Kante, in welcher sich die beiden gleichen Rechtecke schneiden (die unter einander den Flächenwinkel 2α bilden) und einmal mit einer Grundfläche voraus bewegt wird.

Anmerkung. Es ist merkwürdig, dafs bei vollkommen eingetauchten Körpern der Widerstand nur von der Form des Vordertheils und dem Verhältnifs der Länge zum Durchmesser, und keineswegs auch von der Form des Hintertheiles abhängt, während diese letztere bei nur zum Theile eingetauchten schwimmenden Körpern einen wesentlichen Einflufs hat, wie diefs namentlich im Schiffbau bekannt ist.

Nach ***Bossut's*** Versuchen ist für gut geformte Schiffe in der obigen Formel 2), §. 358, wobei A den eingetauchten gröfsten Querschnitt des Schiffes bezeichnet, der Widerstandscoefficient $k = \cdot 16$. Nach ***Barlow's*** neuesten Versuchen ist dieser für die fein gebauten Schiffe noch bedeutend kleiner, und zwar im Durchschnitt $= \frac{1}{17} = \cdot 059$, so dafs also

$$P = \cdot 059\,\gamma A \frac{v^2}{2g} \ldots (b \text{ ist.}$$

Sind das Vorder- und Hintertheil eines Schiffes nach Kreisbögen vom Halbmesser r gekrümmt, oder bezeichnet für andere Krümmungen r den mittlern Krümmungshalbmesser, ist ferner b die Breite des Schiffes zwischen den parallelen Seiten, und zwar am Wasserspiegel gemessen, l die Länge des Schiffes zwischen den Parallelen, c der Umfang vom eingetauchten gröfsten Querschnitte des Schiffes und v die Geschwindigkeit des Schiffes in Fussen per Secunde; so kann man nach ***Tredgold*** den Widerstand des Schiffes im ruhigen Wasser näherungsweise durch die Formel ausdrücken:

$$P = cv^2 [nb + \cdot 0032 (l + mb)] \ldots (c,$$

wobei das englische Mafs und Gewicht zum Grunde liegt und die Coefficien-

ten n und m für verschiedene Werthe von r, diese in halben Schiffsbreiten ausgedrückt, die nachstehenden Werthe haben. Für $r = 1$, $1\frac{1}{4}$, $1\frac{1}{2}$, $1\frac{3}{4}$, 2, $2\frac{1}{4}$, $2\frac{1}{2}$, $2\frac{3}{4}$, 3, 4, 5, 6, 7, 8 halbe Schiffsbreiten ist beziehungsweise: $n =$ ·245, ·188, ·146, ·120, ·101, ·086, ·075, ·067, ·060, ·041, ·032, ·025, 021, ·018 und $m =$ ·500, ·545, ·580, ·616, ·650, ·680, ·710, ·740, ·770, ·870, ·955, 1·05, 1·13, 1·20.

So wäre z. B. für $b = 22$, $l = 80$, $c = 31$ und $v = 10$ Fufs englisch, ferner $r = 4$ halbe Schiffsbreiten: $P = 3780$ Pfund englisch, folglich die per Secunde nöthige Arbeit, um das Schiff mit dieser Geschwindigkeit fortzuziehen, $E = Pv = 37800^{\text{F. Pf.}} = \frac{37800}{550} = 68{\cdot}7$ Pferdekraft.

§. 361. Stofs im begrenzten Wasser. Bewegt sich das Wasser in einem Gerinne gegen eine ausweichende Tafel oder Schaufel und ist der Zwischenraum zwischen der Schaufel und den Gerinnswänden so gering, dafs das sämmtliche durch den Querschnitt ab (Fig. 236) fliefsende Wasser auf die Geschwindigkeit der Schaufel herabgebracht wird; so gilt für den Stofs derselbe Ausdruck, welcher (§§. 354 und 355) für jenen eines isolirten Wasserstrahls gefunden wurde; es ist nämlich

$$P = \frac{\gamma m}{g}(V - v) \quad \text{oder} \quad P = \frac{\gamma M}{g V}(V - v)^2$$

je nachdem man die dem kubischen Inhalte nach ausgedrückte Wassermenge m, welche in jeder Secunde wirklich zum Stofse gelangt, oder jene M in Rechnung bringt, welche durch einen unbeweglichen Querschnitt geht, und daher nicht sämmtlich zum Stofse kömmt.

Anmerkung. Je nachdem die Zwischenräume zwischen der Schaufel und den Gerinnswänden gröfser oder kleiner sind, mufs auch der vorige Werth von P noch mit einem kleinern oder gröfsern eigentlichen Bruche multiplicirt werden.

§. 362. Effect oder Wirkung des Wasserstofses. Da der Stofs des Wassers P auf die mit der Geschwindigkeit v ausweichende Tafel oder Schaufel übertragen wird, so ist die Arbeit oder Wirkung derselben per Secunde $E = Pv$, folglich, wenn man für P die vorigen Werthe setzt, auch:

$$E = \frac{\gamma m v}{g}(V - v) \ldots (1 \quad \text{oder} \quad E = \frac{\gamma M v}{g V}(V - v)^2 \ldots (2,$$

und da E sowohl für $v = 0$ als auch $v = V$ Null wird, so mufs es für v einen zwischen diesen Grenzen liegenden Werth geben, wofür E am gröfsten wird. Man findet für diese vortheilhafteste Geschwindigkeit aus

der Formel 1) $v = \frac{1}{2} V$ (da nämlich die Summe aus v und $V - v$ constant, nämlich gleich V ist, so wird bekanntlich das Product daraus am gröfsten, wenn beide Factoren gleich grofs sind), und aus jener 2) $v = \frac{1}{3} V$; so dafs also mit diesen Werthen der gröfste Effect oder das Maximum der Arbeit im ersten Falle durch $E = \frac{\gamma m V^2}{4g} = \frac{1}{2} \gamma m H$, und im letztern durch $E = \frac{4}{27} \frac{\gamma M V^2}{g} = \frac{8}{27} \gamma M H$ ausgedrückt wird, wenn man die zu V gehörige Geschwindigkeitshöhe mit H bezeichnet.

Anmerkung. Da die Schwerkraft in der von der Höhe H herabfallenden Wassermasse γm die Arbeit $\gamma m H$ erzeugt oder ansammelt, die Nutzwirkung davon aber in dem allergünstigsten Falle nur $\frac{1}{2} \gamma m H$ beträgt; so geht selbst in diesem Falle noch durch den Stofs die Hälfte der Wirkung verloren.

Siebentes Kapitel.

Von den Wasserrädern.

§. 363. Einleitung. Unter den verschiedenen Mitteln das Wasser als Betriebskraft nutzbar zu machen, nehmen die Wasserräder, theils wegen ihrer leichtern Ausführbarkeit und theils auch wegen des Vortheils, dafs sie unmittelbar eine continuirliche rotirende Bewegung um eine Achse erzeugen, den ersten Rang ein. Bei ihrer Anwendung kommt es jedoch darauf an, die Arbeit, welche die Schwere in dem Betriebswasser als ersten Motor hervorbringt, so viel wie möglich ungeschmälert auf das Rad als zweiten Motor oder Aufnehmer der Kraft (welcher gewöhnlich §. 278 als erster Motor angesehen wird) zu übertragen. Wir schicken daher einige allgemeine Bemerkungen voraus.

§. 364. Fallhöhe des Aufschlagwassers. Ist P das Gewicht des in 1 Secunde zufliefsenden Wassers und fällt dasselbe von der Höhe H herab, oder besitzt es überhaupt eine Geschwindigkeit V, welcher dieser Höhe entspricht, so dafs $H = \frac{V^2}{2g}$ ist, so ist die in derselben enthaltene dynamische Kraft oder Wirkung (§. 184) $= PH^{\text{F. Pf.}}$, wenn man den Fufs und das Pfund als Einheiten nimmt.

Bei der Schätzung der dynamischen Kraft des auf ein Rad wirkenden Wassers versteht man unter H den Höhenunterschied zwischen dem Wasserspiegel im obern und jenem im untern Gerinne, und nennt diese

Höhe die Fallhöhe des Wassers. Im freien Strome ist H die Geschwindigkeitshöhe für das an die Radschaufeln anstoſsende Wasser.

§. 365. Verlust an lebendiger Kraft. Diese Fallhöhe kommt jedoch niemals vollständig als wirksame Höhe in die Rechnung; denn zuerst gelangt das Wasser immer schon, der vorhandenen Hindernisse in der Zuleitung wegen, mit einer etwas kleinern Geschwindigkeit V als jene ist, welche der Höhe H entspricht, in oder auf das Rad; hat ferner das Rad an der Stelle, an welcher das Wasser auf dasselbe kommt, die Geschwindigkeit v, so entsteht durch den Stoſs (welcher fast niemals vermieden werden kann) oder die plötzliche Geschwindigkeitsänderung $V - v$ ein Verlust an lebendiger Kraft, welcher (§. 201) dem Quadrate der verlornen Geschwindigkeit proportional ist; tritt endlich das Wasser aus dem Rad, nachdem es entweder durch den Stoſs oder sein Gewicht gewirkt hat, noch mit einer gewissen Geschwindigkeit aus, so liegt auch darin noch ein gewisser Theil an lebendiger Kraft oder an Wirkung, welcher mit den übrigen Verlusten von der ganzen dynamischen Kraft oder der Wirkung des Wassers PH abgezogen werden muſs, um den eigentlichen Nutzeffect des Rades (wobei auf die Achsenreibung noch keine Rücksicht genommen ist) zu erhalten.

§. 366. Absolutes und relatives Maximum des Nutzeffectes. Soll daher der Nutzeffect am gröſsten, d. i. ein absolutes Maximum werden, so müssen die beiden subtractiven Theile, nämlich die lebendige Kraft des Wassers, welche beim Eintritt in das Rad durch den Stoſs verloren geht, und jene, welche das Wasser noch beim Austritt aus dem Rade besitzt, Null werden oder verschwinden; dieſs setzt aber voraus, daſs das Wasser ohne Stoſs in das Rad ein- und ohne Geschwindigkeit aus demselben austrete. Da sich indeſs diese beiden Bedingungen fast niemals in aller Strenge realisiren lassen, so muſs man wenigstens trachten, bei jedem Wasserrade, je nach dessen besonderer Constructionsart, den gröſst möglichen Nutzeffect, d. i. dessen relatives Maximum zu erreichen.

§. 367. Eintheilung der Wasserräder. Ohne auf eine Eintheilung der Wasserräder, die von verschiedenen Gesichtspuncten aus geschehen kann, einen besondern Werth zu legen, kann man diese doch zur leichtern Übersicht in zwei Hauptclassen: in verticale und horizontale Räder abtheilen. Die erstern können ebene oder

krumme Schaufeln erhalten, und entweder durch den Stofs in ebenen Gerinnen oder im unbegrenzten Wasser (unterschlächtige Räder), oder durch den Druck des Wassers (oberschlächtige Räder), oder theils durch den Stofs und theils durch den Druck des Wassers (mittelschlächtige oder Kropfräder) bewegt werden. Die letztern können mit krummen Schaufeln versehen seyn (Turbinen oder Kreiselräder) oder nur gebogene Röhren oder Canäle (Reactionsräder) besitzen.

Es sollen davon im Nachstehenden die wichtigsten in Kürze behandelt werden.

Unterschlächtige Wasserräder.

§. 368. Das Rad im Schufs- oder Schnurgerinne. Ein solches Wasserrad besteht im Wesentlichen aus einer horizontal liegenden Welle *a* (Fig. 235), mit welcher mittelst der Radarme *b*, *b* zwei parallele Radkränze *d*, *d*, zwischen welchen die Radschaufeln *e*, *e* eingeschoben werden, centrisch verbunden sind. (Die sogenannten Strauberräder erhalten nur einen Radkranz; die Staberräder dagegen zwei Kränze; die Pansterräder, Fig. 235. *b*, deren Schaufeln bedeutend länger sind, bestehen aus mehr als zwei Radkränzen und werden diese auch noch unter einander verbunden oder verriegelt.) Öfter werden auch noch auf dem äufsern Umfange der Radkränze besondere Schaufeln *i* (Fig. 235. *a*), sogenannte Gegenschaufeln aufgenagelt, welche einen Theil des zwischen je zwei Schaufeln bestehenden Zwischenraumes verschliefsen.

Das Aufschlagwasser wird dem Rade in einem Gerinne *B* zugeführt, dessen verticale Seitenwände nur so viel lichte Entfernung von einander haben, um den Radschaufeln den nöthigen Spielraum für die Bewegung zu lassen.

Durch das mehr oder weniger Aufziehen der Schütze *D* kann das Wasser in gröfserer oder geringerer Quantität auf das Rad geleitet werden.

§. 369. Da bei horizontalen Gerinnen (Fig. 235) immer ein nachtheiliger Rückstau entsteht, so neigt man, wie in Fig. 235. *a*, den Gerinnsboden unmittelbar nach der Schütze etwas gegen das Rad, so, dafs er dasselbe beiläufig bei der vom tiefsten Punct des verticalen Durchmessers nach vorwärts gezählten zweiten Schaufel erreicht, krümmt diesen von da an nach der äufsern Radperipherie bis zu dem erwähnten tiefsten Punct *n* und läfst ihn von da plötzlich um 6 bis 7 Zoll abfallen, damit das

Wasser, nachdem es bereits auf die Schaufeln gewirkt hat, das Rad schnell verläfst, wozu man auch noch das Gerinne selbst an dieser Stelle erweitern kann.

Die den Gerinnsboden bedeckende Wasserschichte soll in der Regel eine Tiefe von 6 bis 9 Zoll erhalten, so wie der Zwischenraum zwischen den Schaufeln und Gerinnswänden nicht mehr als $\frac{1}{2}$ bis $\frac{3}{4}$ Zoll betragen, damit nicht zu viel Wasser unbenützt durchgeht.

Da das Wasser beim Eintritte in das Gerinne eine Contraction erleidet, sich dann ausbreitet und den Gerinnswänden, an welchen es einen kleinen Widerstand findet, folgt, so verliert es an seiner Geschwindigkeit und kommt, wenn das Gerinne nur einigermafsen lang ist, oft nur mit $\frac{3}{4}$ jener Geschwindigkeit an die Radschaufeln, welche der Druckhöhe, d. i. der Höhe des Wasserstandes vor der Schütze entspricht.

Um diesem Verluste zu begegnen, bringt man erstlich die Schütze so nahe als möglich an das Rad (um den Widerstand der Gerinnswände zu vermindern), und dann sucht man durch gehörige Anordnung der Schütze, welche man in die nach aufwärts gehende Verlängerung des Bodens und der Wände des Gerinnes legt, und ihren Eingang (nach der Form des zusammengezogenen Strahls) erweitert, die Contraction möglichst zu vermindern. Beide diese Bedingungen werden am besten erreicht, wenn man die Schütze nicht wie in Fig. 235 vertical, sondern in einer gegen das Radmittel hin geneigten Lage (Fig. 235. *a*) anbringt.

Nach den Versuchen von *Poncelet* gab eine unter 63 Grad gegen den Horizont geneigte Schütze einen Contractionscoefficienten von ·75, bei 45 Grad von ·80 und bei 90 Grad (lothrechte Stellung) von ·70.

Da man übrigens die Form des zusammengezogenen Wasserstrahls nicht genau kennt, so ist es besser, anstatt die Schütze *ab* (Fig. 236) unmittelbar an den Ausgang des Wasserbehälters anzubringen, diese vom Ausgange des Behälters *AB* (Fig. 236. *a*) gegen das Rad zu um die Entfernung *CD* zu legen, welche von $\frac{1}{2}$ *ab* bis *ab* betragen kann. Man kann dabei $AB = \frac{5}{4}\,ab$ nehmen und durch *Aa*, *Bb* Kreisbögen ziehen, welche die Gerinnswände *ac* und *bd* tangiren. (Läge die eine Seitenwand, z. B. *ac*, zufällig in der Verlängerung der Wand des Reservoirs, so würde man diese ungeändert lassen und die Ausbiegung *bB* nur an der andern Gerinnswand *bd* vornehmen.) Legt man aufserdem noch den Gerinnsboden, so wie die Sohle der Schützenöffnung in die Verlängerung des Bodens des Reservoirs, vermeidet überall Vorsprünge und Ecken, so wird nur noch eine Contraction an der obern Seite der Schütze Statt finden und die Geschwindigkeit des ausfliefsenden Wassers sehr nahe der Druckhöhe über dem Mittelpuncte der Schützenöffnung entsprechen.

§. 370. Die Länge der Schaufeln (nach der Richtung der Radachse) richtet sich nach der Breite des Gerinnes, ihre Höhe (in der Richtung der Radhalbmesser) soll so beschaffen seyn, dafs das Wasser beim Aufstofsen auf die erste Schaufel nicht über diese hinausspringt, wozu man der Höhe die dreifache Dicke oder Tiefe der den Gerinnsboden bedeckenden Wasserschichte (diese so angesehen als ob das Rad ausgehoben wäre), jedoch niemals mehr als 2 Fufs gibt.

Die auf der äufsern Radperipherie gemessene Entfernung der Schaufeln kann beiläufig dieser Schaufelhöhe gleich genommen werden, wodurch die Anzahl der Schaufeln blofs noch von der Gröfse des Raddurchmessers abhängig wird.

§. 371. Durchmesser des Rades. Was diesen Durchmesser selbst betrifft, so wird man zu dessen Bestimmung zuerst die Geschwindigkeit berücksichtigen, welche die ausweichenden Schaufeln in Beziehung auf die Geschwindigkeit des anstofsenden Wassers haben sollen, und dann noch die Anzahl der Umgänge festsetzen, die das Rad am besten erhalten kann, um die beabsichtigte Übertragung der Bewegung in jedem gegebenen Falle so einfach als möglich (entweder ohne, oder wenigstens mit dem geringsten Zwischengeschirr) zu bewerkstelligen.

Ist v die Geschwindigkeit des Rades im Stofsmittelpuncte des Wassers (der Abstand dieses Punctes von der Radachse wird der d y n a m i s c h e Halbmesser des Rades genannt) und N die Anzahl der Umgänge, welche das Rad per Minute machen soll; so ist der dynamische Durchmesser des Rades $D = \frac{60\,v}{\pi N} = 19{\cdot}1\,\frac{v}{N}$. Mit Rücksicht auf den gröfsten zu erreichenden Effect (wobei also v ein bestimmtes Verhältnifs zur Gefällshöhe H haben mufs) kann man $v = 2{\cdot}7\sqrt{H}$, und daher $D = \frac{51{\cdot}6}{N}\sqrt{H}$ setzen.

In der Praxis gibt man übrigens einem solchen Rade nicht leicht weniger als 12 und nicht mehr als 24 Fufs im Durchmesser.

§. 372. Anzahl der Schaufeln. Da die Räder meistens aus durch 4 theilbaren symmetrischen Theilen zusammengesetzt werden, so nimmt man auch der leichtern practischen Ausführung wegen für die Schaufelzahl eine durch 4 theilbare Zahl, und zwar, wenn $R = \frac{1}{2}D$ der in Fufsen ausgedrückte dynamische Halbmesser des Rades ist, nimmt man dafür im Durchschnitte 4 Mal $\frac{1}{2}R$.

Nach *Aubuisson's* Vorschrift fällt diese Zahl etwas kleiner aus, indem er für die Raddurchmesser von $12\frac{1}{2}$, 16, 19, 22 und 25 Fuſs beziehungsweise 24, 28, 32, 36 und 40 Schaufeln annimmt, welche Zahlen jedoch, wie er bemerkt, ohne Nachtheil jede um 4 vermehrt werden dürfen.

Die Hauptsache jedoch bleibt dabei immer (in welchem Falle die Schaufelzahl allerdings auch geringer seyn kann) die, daſs sich der gekrümmte Theil *mn* (Fig. 235. *a*) des Schuſs- oder Gerinnsbodens so weit erstreckt, daſs ihn eine Schaufel schon erreicht, bevor ihn die vorausgehende noch verlassen hat.

§. 373. Stellung der Schaufeln. Was die Schaufelstellung betrifft, so nimmt man diese für gewöhnlich radial, d. i. gegen den Mittelpunct oder die Achse des Rades gerichtet, an; nur wenn die Schaufeln im Unterwasser waten müſsten (was jedoch für gewöhnlich nicht angenommen werden kann), wäre es vortheilhafter die Schaufeln etwas schief, und zwar so zu stellen, daſs sie, sobald sie zur Hälfte aus dem Wasser gezogen sind, auf dem Wasserspiegel senkrecht stehen, weil sie dann weniger Wasser als in radialer Stellung mit hinaufschleudern, in welch letzterem Falle der Nutzeffect allerdings verringert wird.

§. 374. Theoretischer Effect eines solchen Rades. Ist p das Gewicht des in jeder Secunde durch einen Querschnitt des Gerinnes, in welchem die Geschwindigkeit $= V$ ist, flieſsenden Wassers, so wäre, wenn kein Wasser zwischen den Schaufeln und Gerinnswänden, ohne vorher gewirkt zu haben, entweichen könnte, der Effect genau jenem gleich, welchen wir oben in §. 362 (Formel 1, wo $\gamma m = p$ ist) für den Wasserstoſs aufgestellt haben; allein da aus den angeführten Gründen nicht das ganze Aufschlagwasser p als wirksam angenommen werden kann, so bleibt der wirkliche Effect gegen den theoretischen zurück, und man muſs sonach diesen letztern mit einem Reductionscoefficienten $k < 1$, welcher nur aus der Erfahrung gefunden werden kann, multipliciren, um den erstern zu erhalten; dieser wird daher durch:

$$E = k\frac{pv}{g}(V - v) \quad . \; . \; . \; (1$$

ausgedrückt, wenn v die Geschwindigkeit der ausweichenden Schaufel im Stoſsmittelpuncte bezeichnet.

Dieser Effect ist, wie bereits in dem genannten §. 362 gezeigt wurde, am gröſsten, wenn $v = \frac{1}{2} V$, d. h. wenn die Geschwindigkeit der Radschaufeln (im Stoſsmittelpuncte gemessen) halb so groſs als jene des anstoſsenden Wassers ist.

Da nun die zu V gehörige Geschwindigkeitshöhe h aus verschiedenen Ursachen immer etwas kleiner als die Gefällshöhe H ist, und da selbst, wenn $k=1$ wäre, für $v = \frac{1}{2} V$ nur $E = \frac{1}{2} p h$ würde, so folgt, daſs durch ein unterschlächtiges Rad nicht einmal die Hälfte der dynamischen Kraft oder der Wirkung erhalten wird, welche in der durch die Höhe H fallenden Wassermasse vom Gewichte p liegt oder enthalten ist, indem diese durch pH ausgedrückt wird.

Anmerkung. Sind h' und h'' die den Geschwindigkeiten v und $V-v$ zugehörigen Höhen, so ist auch wegen

$$\frac{v}{g}(V-v) = \frac{V^2}{2g} - \frac{v^2}{2g} - \frac{(V-v)^2}{2g} = h - h' - h''$$

der obige Effect des Wasserrades (1)

$$E = kp(h - h' - h''),$$

woraus sofort folgt, daſs die beiden Höhen h' und h'' den Effect des Wasserrades um mehr als die Hälfte vermindern, weil, wenn diese Null wären, der Effect $E = kph$ seyn würde, während er doch im allergünstigsten Falle nur $= \frac{1}{2} kph$ ist. Soll aber $h' = 0$ seyn, so muſs auch die Geschwindigkeit v, mit welcher das Wasser aus dem Rade austritt, gleich Null seyn. Für $h'' = 0$ müſste auch $p(V-v)^2$, d. h. der Verlust an lebendiger Kraft, welcher durch den Stoſs entsteht, Null seyn, das Wasser also ohne Stoſs wirken.

§. 375. Nutzeffect des unterschlächtigen Rades. Aus den Versuchen von *Smeaton* ergibt sich der Werth des oben angeführten Reductionscoefficienten k im Durchschnitte zu $\cdot 64$, so wie für die vortheilhafteste Geschwindigkeit v der Werth $\cdot 45\, V$. Da ferner die Geschwindigkeit V, mit welcher das Wasser die Radschaufeln trifft, zu $\frac{95}{100}$ von jener angenommen werden kann, welche der Höhe h vom Oberwasserspiegel bis zum Mittelpuncte der Schützenöffnung entspricht, d. h. da $V = \cdot 95 \sqrt{2gh} = 7\cdot 48 \sqrt{h}$ gesetzt werden kann; so ist der wirkliche Effect eines solchen Rades (aus der vorigen Gl. 1):

$$E = \cdot 021\, pv(7\cdot 48 \sqrt{h} - v) \;\ldots\; (2.$$

Für den gröſsten Nutzeffect ergibt sich, wegen $v = \cdot 45\, V = \cdot 45 \times 7\cdot 48 \sqrt{h} = 3\cdot 36 \sqrt{h}$, sofort

$$E = \cdot 29\, ph \;\ldots\; (3.$$

Ist m die in einer Secunde zuflieſsende Wassermenge in Kubikfuſs ausgedrückt, also $p = 56\cdot 5\, m$ Pfund, so ist auch nahe

$$E = 16\, mh \;\ldots\; (4.$$

Will man endlich statt h die ganze Gefällshöhe H in Rechnung bringen, so kann man mit Rücksicht auf jenen Theil der Wirkung, welche noch im gekrümmten Theile des Gerinnes Statt findet,

$$E = 16\,m\,(H - \cdot 6) \;.\;.\;.\; (5$$

(wobei der Fuſs als Einheit gilt) setzen.

Anmerkung. Die Formel (3 zeigt, daſs man selbst bei einem gut angelegten unterschlächtigen Wasserrade nicht volle 29 Procent Nutzeffect erreicht, sogar wenn man h für die ganze Gefällshöhe gelten lassen wollte; da jedoch $h < H$ ist, so kann man beiläufig $E = \frac{1}{5}$ bis $\frac{1}{4}\, p\, H$, also den gröſsten Nutzeffect nur von 20 bis 25 Procent annehmen, ja es gibt sogar Fälle (wo die Zwischenräume zwischen den Schaufeln und Gerinnswänden bis 4 Zoll betragen), in welchen dieser Nutzeffect bis auf 10 Procent herabsinkt.

Gleichwohl werden diese Räder, besonders bei Gefällen unter 5 Fuſs, sehr häufig angewendet, indem sie auſser ihrer leichtern Ausführbarkeit auch noch den Vortheil besitzen, daſs man ihnen, ohne sich vom Maximum des Nutzeffectes bedeutend zu entfernen, eine gröſsere als diesem Maximum entsprechende Geschwindigkeit geben kann, wodurch oft kostspielige Übersetzungen und Communicationen erspart werden.

Beispiel. Man benöthigt zum Betriebe eines Cylindergebläses ein Wasserrad von 6 Pferdekraft, d. i. von $2580^{\text{F. Pf.}}$, welches man durch einen vorhandenen kleinen Fluſs, welcher ein Gefäll von 5 Fuſs besitzt, betreiben will; es ist die Frage, wie viel Wasser von diesem Flusse auf ein zu erbauendes unterschlächtiges Wasserrad abzuleiten, und wie das Rad überhaupt für diesen Zweck anzuordnen sey?

Rechnet man von der genannten Gefällshöhe 15 Zoll für die halbe Höhe der Schützenöffnung und für die Krümmung des Gerinnsbodens ab, so bleibt noch vom Mittelpuncte der Öffnung aufwärts gerechnet ein Gefäll von $5 - 1\cdot 25 = 3\cdot 75$ Fuſs $(= h)$, welcher Höhe die Geschwindigkeit von nahe 15 Fuſs entspricht, so daſs man den Radschaufeln für den gröſsten Effect eine Geschwindigkeit von $\cdot 45 \times 15 = 6^3/_4$ Fuſs geben wird, was, wenn das Rad, um das Gebläse ohne Zwischengeschirr, bloſs durch Krummzapfen zu betreiben, per Minute 8 Umgänge machen soll, einen Raddurchmesser (vom Mittel zum Mittel der Schaufeln gerechnet) von (§. 371)

$$D = 19\cdot 1 \,.\, \frac{6\cdot 75}{8} = 16 \text{ Fuſs}$$

erfordert, bei welcher Gröſse man dem Rade (§. 372) von 28 bis 32 Schaufeln geben kann.

Bestimmt man ferner aus der obigen Formel 5) für $H = 5$ und $E = 2580$ den Werth von m, so erhält man für die gesuchte, in einer Secunde nöthige Wassermenge $m = \dfrac{2580}{16 \times 4\cdot 4} = 36\cdot 7$ Kubikfuſs.

Da sich diese Wassermasse mit der Geschwindigkeit (§. 375)

$$V = \cdot 95 \sqrt{2gh} = 7\cdot 481 \sqrt{3\cdot 75} = 14\cdot 5'$$

Fuſs im Gerinne bewegen muſs, so wird der Querschnitt dieses Wasserprisma an der Stelle des Rades $\dfrac{36\cdot 7}{14\cdot 5} = 2\cdot 53$ Quadratfuſs betragen müssen. Da man nun für die Höhe oder Tiefe der Wasserschichte ungefähr

(§. 369) ·6 Fufs annimmt, so bleibt für die Breite des rechteckigen Querschnittes $\frac{2{\cdot}53}{{\cdot}6} = 4{\cdot}2$ Fufs. Nimmt man ·6 Zoll für den Zwischenraum zwischen den Schaufeln und den Gerinnswänden auf jeder Seite, so erhält man für die Radbreite oder Länge der Schaufeln 4·1 Fufs. Da sich endlich das Wasser unter dem Rade bis auf eine Höhe von vielleicht 23 Zoll und darüber erheben kann, so mufs man den Schaufeln eine Breite oder Höhe von 24 bis 25 Zoll geben.

Was schlüfslich den Nutzeffect dieses Rades betrifft, so beträgt dieser 25 Procent von der theoretischen oder dynamischen Kraft des Wassers.

§. 376. Das Rad im freien Strome. Diese Räder, welche man auch frei hängende Räder nennt, werden gewöhnlich bei Schiffmühlen verwendet, und ganz frei ohne Gerinne in den Flufs oder Strom gehängt, wenigstens setzt man dieses bei der Berechnung voraus, und nimmt auf den Umstand, dafs diese Räder zwischen zwei Schiffen eingehängt sind, wodurch die Geschwindigkeit des auf die Radschaufeln treffenden Wassers etwas gröfser wird, keine Rücksicht. Der Durchmesser solcher Räder übersteigt selten die Gröfse von 12 bis 15 Fufs, die Schaufelzahl liegt zwischen 12 und 24, deren Höhe oder (radiale) Breite nach *Fabre* nicht über $^1/_4$ des Radhalbmessers betragen soll, gewöhnlich nimmt man dafür nur den fünften Theil dieses Halbmessers; die Länge der Schaufeln wechselt von 8 bis 15 Fufs.

Die Stellung der Schaufeln betreffend, so kann man auch hier die Regel befolgen, dafs sie zur Hälfte aus dem Wasser gezogen auf dem Wasserspiegel senkrecht stehen sollen. Nach *Aubuisson* ist es besser diese Schaufeln ihrer Höhe oder Breite nach aus einzelnen, z. B. aus vier Streifen oder Dauben zusammenzusetzen und diese gegen den Radius immer mehr zu neigen, je weiter sie vom Mittelpuncte des Rades abstehen, so dafs z. B. die einzelnen Streifen oder Dauben (von innen nach aufsen gezählt) 1, 2, 3 . . . (Fig. 235. *a*) mit dem betreffenden Radius die Winkel 0, 10, 20, 30 . . . Grad bilden.

§. 377. Effect eines solchen Rades. Ist v die Geschwindigkeit, mit welcher die Schaufelfläche $= A$ dem mit der Geschwindigkeit V anstofsenden unbegrenzten Wasserstrome ausweicht, und P die Gröfse des Wasserstofses, so ist der Effect $E = Pv$, oder wenn man für P den betreffenden Werth (1 aus §. 358 substituirt:

$$E = \frac{k A \gamma v}{2g} (V - v)^2 \quad . \; . \; . \; (1,$$

wobei k der Erfahrungs- oder Reductionscoefficient ist.

Nach den Beobachtungen von ***Poncelet*** kann man für Räder, welche wie bei den Schiffmühlen zwischen zwei Pontons oder Schiffen hängen, im Durchschnitte $k = 2\cdot8$ setzen (während nach seiner Meinung für ganz frei hängende Räder k den Werth von $2\cdot5$ nicht übersteigen dürfte); da ferner nach ***Bossut*** und ***Christian*** die vortheilhafteste Geschwindigkeit $v = \frac{2}{5} V$ ist (die Theorie gibt dafür $v = \frac{1}{3} V$), so erhält man durch Substituirung dieser Werthe in der vorigen Formel für das Maximum des Effectes

$$E = \frac{2\cdot8\,A\gamma}{2g} \times \cdot4\,V \times \cdot36\,V^2 = \cdot4032\,A\gamma V\frac{V^2}{2g}$$

oder nahe: $E = \cdot4\,PH \ldots (2,$

wobei P das Gewicht des in jeder Secunde durch den Querschnitt A mit der Geschwindigkeit V fliefsenden Wassers und H die zu V gehörige Geschwindigkeitshöhe bezeichnet. Auch ist

$$E = \cdot367\,A\,V^{3\,\mathrm{F.Pf.}} \ldots (3,$$

wobei A und V in Fufsen ausgedrückt werden müssen.

Anmerkung. *Poncelet* glaubt aus seinen Beobachtungen schliefsen zu dürfen, dafs es besser sey das Aufschlagwasser nicht der relativen Geschwindigkeit $V - v$, sondern der einfachen V proportional zu setzen, und daher den Effect durch die Formel $E = \frac{k A\gamma}{2g} Vv(V - v)$ auszudrücken, wobei dann $k = 1\cdot6$ zu nehmen ist. Setzt man wieder für das Maximum des Effects $v = \cdot4\,V$, so wird

$$E = \cdot384\,A\gamma VH = \cdot384\,PH = \cdot35\,AV^3 \ldots (4,$$

welcher Ausdruck etwas kleiner als der vorige ist.

§. 378. Ruderräder bei Dampfbooten. Auch die bei Dampfbooten üblichen Schaufelräder sind solche frei hängende Räder, nur kommt bei Bestimmung ihres Effectes noch die Geschwindigkeit des Bootes mit in Rechnung; ist diese $= u$, jene des Wassers $= V$ und jene der Schaufeln (in ihrem Stofsmittelpuncte genommen) $= V'$, so ist, wenn sich das Boot stromaufwärts bewegt, die Wirkung so, als ob das Boot still stände und das Wasser mit der Geschwindigkeit $V + u$ gegen die Schaufeln flöfse; da aber diese letztern durch die Wirkung der Dampfmaschinen eine noch gröfsere Geschwindigkeit V' haben müssen, so ist die relative Geschwindigkeit der Schaufeln, wodurch der Druck gegen das Wasser ausgeübt wird,

$$V'' = V' - (V + u) \ldots (m,$$

und es ist so, als ob die Schaufeln mit dieser Geschwindigkeit in einem ruhigen oder stillstehenden Wasser bewegt würden; die hiezu nöthige

Kraft ist, wenn A die Schaufelfläche (welche sich normal auf diese Fläche mit der mittlern Geschwindigkeit V'' im Wasser bewegt) und k den Erfahrungscoefficienten bezeichnet (§. 358), $P = \frac{kA\gamma}{2g} V''^2$, und da diese Kraft dem Widerstande gleich seyn muſs, welchen das Boot bei seiner Bewegung im Wasser (mit der Geschwindigkeit $V + u$) erleidet, dieser aber, wenn F den eingetauchten Theil des auf die Länge des Schiffes normalen gröſsten Querschnittes desselben und k' den entsprechenden Erfahrungscoefficienten bezeichnet, durch (§. 358, Gl. 3)

$$P = \frac{k'\gamma F}{2g}(V+u)^2 \ldots (r$$

ausgedrückt wird, so hat man, wenn für V'' sogleich der Werth aus m) gesetzt wird:

$$\frac{kA\gamma}{2g}[V' - (V+u)]^2 = \frac{k'F\gamma}{2g}(V+u)^2 \ldots (s,$$

und daraus, wenn man Kürze halber $\sqrt{\frac{k'F}{kA}} = n$ setzt:

$$V' = (1+n)(V+u).$$

Multiplicirt man den vorigen Widerstand (r mit dieser Geschwindigkeit V', so erhält man für die nöthige Arbeit per Secunde den Ausdruck:

$$E = \frac{k'(1+n)\gamma F}{2g}(V+u)^3 \ldots (1.$$

Geht das Boot anstatt stromaufwärts im Gegentheile stromabwärts, so darf man in dieser Formel nur V negativ nehmen, und man erhält für die nöthige Wirkung des Ruderrades (oder der Ruderräder):

$$E = \frac{k'(1+n)\gamma F}{2g}(u-V)^3 \ldots (2.$$

Bewegt sich endlich das Boot mit der Geschwindigkeit u in einem (als unbegrenzt anzusehenden) still stehenden Wasser, so wird $V = 0$ und die nöthige Wirkung der Räder (aus s):

$$kA(V'-u)^2 = k'Fu^2 \ldots (t$$

oder (aus 2):

$$E = \frac{k'(1+n)\gamma F}{2g}u^3.$$

Was die beiden Erfahrungscoefficienten k und k' betrifft, so kann man nach den Versuchen von ***Navier*** und ***Poncelet*** im Durchschnitte für gut proportionirte Dampfboote $k = 2{\cdot}8$ und $k' = {\cdot}33$, also

$$\frac{k'}{k} = {\cdot}118 \quad \text{und} \quad \sqrt{\frac{k'}{k}} = {\cdot}343 \quad \text{setzen.}$$

Nach den Versuchen von ***Barlow*** mit eilf verschiedenen Dampfschiffen, jedes von 100 bis 220 Pferdekraft, soll der mittlere Werth des

Widerstandes dieser Schiffe nur $\frac{1}{17}$ jenes Widerstandes betragen, welchen die ebene Fläche F (d. i. der eingetauchte Theil des gröfsten Querschnittes des Schiffes) erleiden würde, wenn sich diese mit der Geschwindigkeit des Schiffes normal auf diese Fläche im Wasser bewegte.

Anmerkung. Setzt man in der obigen Gleichung (l $m a^2$ statt $k A$, wobei m den directen Widerstand des Wassers für die Einheit der Fläche und der Geschwindigkeit bezeichnet, und $a^2 = \alpha A^2$ ist, wobei A die ebene Fläche, welche senkrecht gegen das Wasser mit der mittlern Geschwindigkeit der Schaufeln bewegt wird, und α einen von der Anzahl der gleichzeitig wirkenden Schaufeln und von dem Grade ihres Neigungswinkels abhängigen Coefficienten bezeichnet; ferner $m b^2$ anstatt $k' F$, wobei $b^2 = \beta B^2$ ist und B^2 die eingetauchte Fläche des gröfsten Querschnittes, so wie β einen von der Form des Schiffes abhängigen Coefficienten bezeichnet; so erhält man die von *Campaignac* aufgestellte Formel $a^2(V' - u)^2 = b^2 u^2$, und daraus:

$$V' = \left(1 + \frac{b}{a}\right) u.$$

Diese Formel zeigt, dafs die Geschwindigkeit V' der Schaufeln gegen jene u des Bootes um so gröfser seyn mufs, je kleiner die Schaufelfläche a^2 gegen den eingetauchten Theil b^2 des gröfsten Querschnittes des Schiffes ist. Der obige Widerstandscoefficient m soll den Versuchen zu Folge für eine Fläche von 1 Quadratmeter und die Geschwindigkeit von 1 Meter zwischen 50 und 60 Kilogramme betragen (diefs gibt für eine Fläche von 1 W. Quadratfufs und die Geschwindigkeit von 1 W. Fufs zwischen ·9 und 1 Pfund).

Würde das Boot mittelst Menschen oder Pferde mit der erwähnten Geschwindigkeit u stromaufwärts gezogen, so wäre die hiezu nöthige Leistung oder Arbeit dieser Zugkraft $E = P u$, oder da P denselben in der obigen Formel (r ausgedrückten Werth hat, auch $E = \frac{k' \gamma F}{2g} u (V + u)^2$, so dafs also diese Arbeit im Verhältnisse von $(1 + n)$ $(V + u)$ zu u geringer als die Leistung der Dampfmaschine (vorige Gleich. 1) zu seyn brauchte, welche die Ruderräder zu bewegen hat.

§. 379. Poncelet'sches Rad.

Da das unterschlächtige Wasserrad nur 20 bis 25 Procent Nutzeffect gibt, dagegen aber (§. 375, Anmerkung) sonstige Vortheile darbietet, die dessen Benützung oft sehr wünschenswerth machen, so war *Poncelet* bemüht, durch Anwendung von krummen Schaufeln (die am besten aus Eisenblech hergestellt und zwischen zwei Radkränze eingeschoben werden) nicht blofs die Leistung dieses Rades an und für sich zu erhöhen, sondern dessen Effect so viel wie möglich dem absoluten Maximum (§. 366) nahe zu bringen. Da nun aber hiezu das Wasser ohne Stofs in das Rad eintreten und dasselbe nach vollbrachter Wirkung mit der Geschwindigkeit Null

verlassen soll; so müssen die krummen Schaufeln auf eine solche Weise eingesetzt werden, dafs sie sich gegen den äufsern Radumfang nach der Tangente verlaufen, gegen den innern Umfang dagegen perpendikulär stehen.

§. 380. Theorie dieses Rades. Es sey das Rad MN (Fig. 237) mit krummen Schaufeln versehen, und diese so gestellt, dafs wenn eine davon an die unterste oder tiefste Stelle gelangt, das untere oder äufsere Element m der Krümmung horizontal, das obere oder innere n dagegen vertical steht. Im ruhenden Zustande des Rades bewege sich ein Wasserfaden in horizontaler Richtung gegen diese Schaufel mit der Geschwindigkeit V, so wird derselbe ohne zu stofsen auf der krummen Schaufelfläche so lange hinaufsteigen, bis er seine Geschwindigkeit gänzlich verloren hat, wozu sofort die verticale (Fall- oder Steig-) Höhe $h = \frac{V^2}{2g} = \cdot016\, V^2$ gehört. Nach Erreichung dieser Höhe h fällt oder geht derselbe (d. h. die den Faden bildenden Wassertheilchen), der Schaufelfläche folgend und diese fortwährend drückend, zurück und erlangt an dem Eintrittspuncte oder äufsern Elemente (als jetzigen Austrittspunct) m wieder die ursprüngliche Geschwindigkeit V, womit er nun das Rad in der entgegengesetzten Richtung verläfst. (Auf die geringe Einwirkung der Centrifugalkraft ist dabei keine Rücksicht genommen.)

Weicht nun aber das Rad, anstatt still zu stehen, mit der Geschwindigkeit v an der äufsern Peripherie aus, so kann man sich dasselbe wohl wieder als stillstehend denken, mufs jedoch dagegen dem andringenden Wasserfaden die relative Geschwindigkeit $V - v$ beilegen; der Wasserfaden wird sich daher längs der Schaufel bis auf die verticale Höhe $\cdot016\,(V-v)^2$ erheben, von da über die krumme Fläche herabfliefsen und das Rad mit der relativen Geschwindigkeit $V-v$, diese nämlich gegen die nach entgegengesetzter Richtung mit der Geschwindigkeit v aus weichenden äufsern Radperipherie genommen, verlassen, so, dafs also die absolute Geschwindigkeit des austretenden Wassers $= (V-v) - v = V - 2v$ ist. Nimmt man nun $v = \frac{1}{2} V$, d. h. läfst man das Rad (d. i. dessen äufsere Peripherie) mit der halben Geschwindigkeit des anströmenden Wassers ausweichen, so wird die eben erwähnte absolute Geschwindigkeit des austretenden Wassers $V - 2v = 0$, und es sind sonach, die Krümmung der Schaufel mag übrigens wie immer beschaffen seyn, wenn sie nur eine continuirliche ist, beide, für das absolute Maximum des Effects nothwendige Bedingungen erfüllt.

Da jedoch das, was von einem einzelnen Wasserfaden oder einer unendlich dünnen Wasserschichte gilt, nicht mehr genau Statt findet, wenn es sich um eine Wasserschichte von einer gewissen Dicke handelt, indem die der untersten unendlich dünnen Schichte folgenden Wasserschichten die Schaufelfläche schon unter gröfseren oder kleineren Winkeln treffen, und dadurch kleine Stöfse verursachen, ferner auch beim Austreten aus dem Rade dasselbe nicht sämmtlich in einer dem letzten oder äufsern Schaufelelemente gerade entgegengesetzten Richtung verlassen, endlich auch das Aufschlagwasser im Gerinne (wie immer) schon eine Verzögerung erleidet; so wird auch hier diese theoretische Grenze, d. h. das absolute Maximum des Nutzeffectes nicht gänzlich erreicht.

§. 381. Nutzeffect dieses Rades. Um nun den wirklichen Nutzeffect dieses Rades zu bestimmen, hat *Poncelet* mit demselben eine Reihe von Beobachtungen und Versuchen vorgenommen, aus welchen sich im Wesentlichen folgende Resultate ergaben:

1. Das Maximum des Nutzeffectes tritt bei einer Geschwindigkeit des Rades ein, welche $\frac{55}{100}$ oder $\frac{11}{20}$ von jener des an das Rad fliefsenden Wassers beträgt; diese Geschwindigkeit kann jedoch ohne Nachtheil für den gröfsten Effect zwischen ·50 und ·60 variiren.

2. Der gröfste Nutzeffect fällt bei kleinen Gefällen und grofsen Schützenöffnungen nicht unter ·75 Ph und bei grofsen Gefällen und kleinen Schützenöffnungen nicht unter ·65 Ph, wenn P das Gewicht des in einer Secunde zufliefsenden Aufschlagwassers und h die der Geschwindigkeit V, womit das Wasser in das Rad tritt, zugehörigen Höhe bezeichnet.

3. Mit der totalen oder absoluten Wirkung PH, wo H die gesammte Gefällshöhe ist, verglichen, liegt der erreichbare Nutzeffect zwischen 50 und 60 Procent. Nimmt man nun davon den mittlern Werth, so kann man für Geschwindigkeiten, welche sich nicht bedeutend von der vortheilhaftesten ·55 V entfernen, setzen:

$$E = \cdot 70\, Ph = \cdot 55\, PH.$$

Diesen Effect mit jenem der Räder mit ebenen Schaufeln, wofür man für E nur ·30 Ph oder ·25 PH erhielt, verglichen, stellt die unterschlächtigen Räder mit krummen Schaufeln (sobald sie gehörig construirt sind) gegen jene mit ebenen Schaufeln so bedeutend in Vortheil, dafs man sich billig wundern mufs, dafs diese letztern nicht schon gänzlich von den erstern verdrängt wurden.

Übrigens gelten für den Bau solcher Räder folgende Regeln:

Was erstlich die Anzahl der Schaufeln betrifft, so wird diese nahe doppelt so grofs als bei Rädern mit ebenen Schaufeln genommen (Räder von 12, 16, 19, 22, 25 Fufs Durchmesser erhalten beiläufig 48, 56, 64, 72 und 80 Schaufeln).

Die Breite der Radkränze, welche zugleich die Breite oder Höhe der Radschaufeln bestimmt, mufs immer mehr als $^1/_4$ der wirklichen Gefällshöhe betragen; bei Gefällen, welche bis zu $4^1/_2$ Fufs steigen, nimmt man den dritten Theil, bei kleineren Gefällen die Hälfte dieser Höhe für die Radkranzbreite, also auch für die Breite oder Höhe der Schaufeln, im Radius gemessen.

Das äufsere Element der Schaufel bildet für eine unendlich dünne Wasserschichte mit dem äufsern Radumfange den Winkel Null, dagegen mufs derselbe in der Wirklichkeit von 24 bis 30 Grad', und zwar im Allgemeinen um so gröfser genommen werden, je dicker die Wasserschichte ist.

Die Krümmung der Schaufeln erhält man, wenn man an den Punct A (Fig. 237), in welchem der äufsere Radumfang von der Oberfläche EA des Aufschlagwassers getroffen wird, eine lothrechte Linie AD zieht und aus dem Puncte e, in welchem dieses Loth den innern Radumfang schneidet, mit dem Halbmesser eA den Kreisbogen AB zieht. Ist der Radkranz sehr breit, so nimmt man den Punct e etwas inner-, für sehr schmale Kränze dagegen etwas aufserhalb dieser innern Kreisperipherie, um nicht zu lange Curven zu erhalten.

Was endlich die Anlage der Schütze und des Gerinnes betrifft, so legt man die erstere nach den in §. 369 gegebenen Regeln an, um so viel als möglich alle Hindernisse und Contractionen, welche die Geschwindigkeit des Wassers vermindern können, zu vermeiden.

Den Boden des Gerinnes legt man vor dem Rade mit einem Falle von $^1/_{10}$ bis $^1/_{15}$ nach der Tangente der äufsern Radperipherie bis zum Fufspuncte F des verticalen Raddurchmessers, von da an wird derselbe nach dem äufsern Radumfange, und zwar nur mit Belassung eines kleinen Zwischenraumes (welcher bei gufseisernen Rädern ·4, bei hölzernen ·8 Zoll betragen kann) bis auf einen Punct m fortgeführt, wofür Fm ungefähr um 2 Zoll länger als die Entfernung mm zweier Schaufeln ist, so, dafs sich wenigstens immer eine Schaufel in diesem cylindrischen Theile des Gerinnes eingeschlossen befindet. Von diesem Puncte m an läfst man den Boden plötzlich abfallen, um den Abflufs des Wassers zu erleichtern, wozu auch, wie bereits (§. 369) bemerkt, das Gerinne etwas erweitert wird. Die Breite des Gerinnes vor dem Rade, d. i. ab (Fig. 236. a) wird beiläufig um 2 Zoll kleiner als die lichte Entfernung der beiden Radkränze genommen, um dadurch dem Wasser einen leichtern Einlauf in das Rad zu verschaffen. Endlich läfst man auch noch die Kranzdicke in jedem der beiden Seitentheile des Gerinnes mit dem nöthigen Spielraume nach dem Kreisbogen Am ein.

Beispiel. Nimmt man das in §. 375 behandelte Beispiel auch hier wieder auf, und stellt sich die Aufgabe, aus einem vorhandenen Flufs, welcher ein freies Gefäll von 5 Fufs darbietet, so viel Wasser abzuleiten, dafs damit ein unterschlächtiges Rad mit krummen Schaufeln betrieben werden kann, welches einen reinen Nutzeffect von sechs Pferdekräften besitzt; so hat man wegen $E = 6 \times 430 = 2580$ und $H = 5$; ferner, wenn man von diesem Gefälle 6 Zoll für die Einrichtung des Gerinnes und $4^1/_2$ Zoll für die halbe

Höhe der Schützenöffnung abzieht, für die wirksame Druckhöhe $h =$ $5 - \cdot 5 - \cdot 375 = 4\cdot 125$ Fufs. Mit diesem Werthe erhält man aus der Formel $E = \cdot 70\,Ph$ für das Gewicht des in einer Secunde nöthigen Aufschlagwassers $P = \frac{2580}{\cdot 7 \times 4\cdot 125} = 893\cdot 6$, dagegen nach der Formel $E = \cdot 55\,PH$ eben so $P = 938$ Pfund. Nimmt man daher, um sicher zu gehen, diese letztere Zahl, so beträgt die per Secunde nöthige Wassermenge 938 : 56·5 = 16·6 Kubikfufs, wofür man lieber 17 nehmen wird.

Da der Druckhöhe von 4·125 Fufs eine Geschwindigkeit von nahe 16 Fufs entspricht, so kann man die Geschwindigkeit, mit welcher das Wasser an das Rad gelangt, zu $\cdot 95 \times 16 = 15\cdot 2$ Fufs annehmen, und da das Rad (§. 362) beiläufig mit der halben oder mit $^{55}/_{100}$ Geschwindigkeit ausweichen soll, so ist die Geschwindigkeit des äufsern Radumfanges $\cdot 55 \times 15\cdot 2$ oder nahe 8 Fufs.

Nimmt man auch hier 8 Umgänge des Rades per Minute an, so erhält man für den äufsern Durchmesser des Rades (§. 371) $D = 19\cdot 1^8/_8$ oder nahe genug 19 Fufs, wobei man dem Rade 68 Schaufeln geben kann, welche in der Richtung des Halbmessers gemessen eine Höhe von 23 Zoll erhalten. Rechnet man die Dicke der den Gerinnsboden bedeckenden Wasserschichte zu 6 Zoll oder ·5 Fufs, so mufs die lichte Entfernung der beiden Radkränze, zwischen welchen die krummen Schaufeln eingesetzt werden, wenigstens $\frac{17}{15\cdot 2 \times \cdot 5} = 2\cdot 3$ Fufs betragen, wofür man lieber $2\frac{1}{2}$ Fufs nehmen wird, vorausgesetzt, dafs die Schaufeln nicht zu dick sind und zu viel Wasser verdrängen, in welchem Falle man selbst diese Zahl noch vergröfsern müfste.

Zellenräder.

§. 382. Erklärung. Unter Zellenräder versteht man jene verticalen Räder, bei welchen durch das Einschieben von Schaufeln zwischen zwei Radkränze und das Verschalen derselben an ihrem innern Umfange sogenannte Zellen zur Aufnahme des Wassers gebildet werden. Das Wasser tritt dabei entweder ganz von oben, d. i. im Scheitel, oder bei kleineren Gefällen in eine weiter unten liegende Zelle des Rades ein, und wirkt dabei gröfstentheils (worin eben die grofse Wirksamkeit dieser Art Räder besteht) durch sein Gewicht; im erstern Falle heifst ein solches Rad ein oberschlächtiges, im letztern ein rückenschlächties Wasserrad.

Oberschlächtige Wasserräder.

§. 383. Ein solches Rad (Fig. 238) besteht im Wesentlichen wieder aus einer horizontalen Welle, mit welcher durch 8 oder 16 Arme

zwei Radkränze concentrisch verbunden sind, zwischen welchen die Zellen bildenden Schaufeln eingeschoben und am innern Umfange (zur Bildung des Bodens für die Zellen) verschalt werden. Nehmen nun die Zellen, wenn das Rad bei seiner Bewegung bereits in den Beharrungsstand gekommen ist, das von oben in einem Gerinne *N* zugeführte Wasser in *a* auf und schütten dasselbe an der Stelle *b* aus; so bildet *DE* (die sogenannte Höhe des wasserhaltigen Bogens) die durch ihren Druck wirksame Wassersäule. Da aber die Wirkung mit dieser Höhe zunimmt, so ist es von grofser Wichtigkeit die Zellen so zu construiren, dafs sie das Wasser oben leicht aufnehmen und so tief als möglich erst ausschütten oder möglichst lange behalten.

§. 384. Construction der Zellen. Unter den vielen Regeln, welche für die Construction der Zellen bei oberschlächtigen Wasserrädern angegeben werden, kann die folgende als eine der einfachsten und zugleich zweckmäfsigsten angeführt werden.

Hat man die Höhe oder den Durchmesser des Rades bestimmt, so beschreibt man mit der Hälfte desselben als Halbmesser den äufsern Kreis, wovon *ADB* (Fig. 238. *a*) ein Theil seyn soll, trägt auf einen Halbmesser die Breite des Radkranzes *AE*, welche man in der Regel von 10 bis 12 Zoll nimmt, auf, und beschreibt durch *E* mit dem äufsern concentrisch den innern Kreis *EkG*; theilt man hierauf die Kranzbreite *AE* in drei gleiche Theile und zieht durch den von innen nach aufsen gezählten ersten Theilungspunct 1 abermals einen concentrischen Kreis, so geht dieser im Allgemeinen durch die Schwerpuncte der in den Zellen enthaltenen Wasserprismen, wefshalb auch dessen Halbmesser der dynamische Halbmesser genannt wird. Dieser Kreis (defshalb auch Theilkreis genannt) wird in so viele gleiche Theile getheilt, als das Rad Zellen erhalten soll, wobei die Entfernung der Theilungspuncte im Allgemeinen zu 12 Zoll, jedoch mit den nöthigen Modificationen und mit Rücksicht auf den Umstand genommen wird, dafs der nöthigen Symmetrie in der Construction des Rades wegen die Zahl der Zellen durch 4 theilbar seyn soll. Man gibt daher einem Rade von 9, 12, 15, 18, 24, 30, 36 und 42 Fufs Durchmesser beziehungsweise 28, 36, 48, 56, 76, 96, 112 und 132 Zellen. (Nach einer Regel von *Gerstner* soll man den in Fufsen ausgedrückten Durchmesser des Rades bei kleinen Rädern 6, bei mittleren 5 und bei grofsen 4 Mal nehmen, um die Anzahl der Zellen zu erhalten; durch diese Regel wird die Zellenzahl gröfser als sie eben angegeben wurde.)

Werden hierauf durch die so erhaltenen Theilungspuncte *o*, *a*, *f*... die Geraden *od*, *ac*, *fe*... gegen den Mittelpunct *C* gezogen, so geben diese die Richtung der sogenannten Boden- oder Riegelschaufeln. Um ferner auch die Lage der Stofsschaufeln *ba*, *gf*... zu erhalten, so legt man diese gegen die erstern unter einem Winkel *bac* von (je nach der Gröfse des Rades, d. i. von 12 bis 36 Fufs) 110 bis 118 Grad, was nach *Aubuisson* ganz einfach dadurch erhalten wird, dafs man den Punct *b* um 1·1 bis 1·5 Zoll über den Punct *r* (als Durchschnitt des Radius *Co* mit der äufsern Peripherie) gegen *A* legt. Dadurch wird die lichte Entfernung *ai*, welche immer merklich gröfser als die Dicke der einströmenden Wasserschichte und im Minimum von 4 bis 4$^1/_2$ Zoll (dagegen aber auch, um das Wasser lange genug zurückhalten zu können, nicht zu grofs) seyn soll, eine ganz zweckmäfsige und die Neigung der Stofsschaufeln gegen den äufsern Radumfang beiläufig 30 Grad.

Noch zweckmäfsiger ist es die Stofsschaufeln etwas zu krümmen und so zu stellen, dafs sie sich in der äufsern Radperipherie, ohne damit einen Winkel zu bilden, verlaufen. Damit ferner das Wasser beim Einlaufen in die Zellen durch die daraus entweichende Luft nicht verspritzt wird, kann man mit Vortheil in jede Bodenschaufel einige Löcher (von etwa 1$^1/_2$ Zoll Durchmesser) bohren, durch welche die Luft entweichen kann.

Bei einem von Herrn *Escher* in Zürich ausgeführten sehr entsprechenden Rade von 28 Fufs Durchmesser, welches 70 Zellen und eine Kranzbreite von 15 Zoll besitzt, sind die Riegelschaufeln *mn* (Fig. 238. *a*) 6 Zoll breit, was $^2/_5$ der Radkranzbreite beträgt, und die krummen 1 Zoll dicken Setzschaufeln *ns*, bei einem Krümmungshalbmesser von $^1/_3$ des dynamischen Halbmessers (d. i. auf den Theilkreis bezogen) so eingeschoben, dafs die Tangente *st* des Bogens mit der an dem äufsern Radumfange gezogenen Tangente *sv* einen Winkel *vst* von 15 bis 18 Grad bildet.

Nach einer andern in Frankreich üblichen Methode nimmt die Riegel- oder Bodenschaufel *kh* die halbe Radkranzbreite ein, während die Setzschaufel *hl* ihre Richtung dadurch erhält, dafs man den Theilpunct *h* mit jenem Puncte *l* der äufsern Radperipherie verbindet, in welchem diese von der Verlängerung der nächst vorhergehenden Bodenschaufel geschnitten wird.

§. 385. Die Länge der Zellen oder lichte Entfernung der beiden Radkränze richtet sich nach der Wassermenge, welche dem Rade in einer Secunde z. B. zugeführt wird. Bezeichnet man diese in Kubikfufs ausgedrückt durch *m*, die auf den Theilkreis gemessene Entfernung der Schaufeln mit *d*, so wie die Geschwindigkeit eines Punctes in diesem Kreise durch *v*; so gehen per Secunde $\frac{v}{d}$ Zellen vor der Ausflufsöffnung

des Gerinnes vorüber, und jede führt ein Wasservolumen m' mit fort, wofür $\frac{v}{d} m' = m$, also $m' = m \frac{d}{v}$ ist. Da man aber jeder Zelle das zwei-, ja selbst auch das dreifache Volumen von m' geben muſs, damit diese das aufgenommene Wasser nicht gleich wieder verschütten, so ist, wenn f die Fläche des Querschnitts einer Zelle (durch eine mit den Radkränzen parallele Ebene) und l die gesuchte Länge der Zellen (oder lichte Entfernung der Radkränze) bezeichnet, sofort $lf = 3 m \frac{d}{v}$, also

$$l = 3 m \frac{d}{vf} \ldots (\alpha.$$

Um den Querschnitt f zu finden, darf man nur die Fläche des Kreisbandes eines Radkranzes durch die Anzahl der Zellen dividiren und von dem erhaltenen Quotienten den Querschnitt der Holzdicke einer Boden- und einer Setzschaufel abziehen.

§. 386. Was die Zuführung des Wassers anbelangt, so läſst man das Gerinne, welches die lichte Entfernung der beiden Radkränze zur innern Weite erhält, horizontal bis nahe über den Scheitel des Rades, und zwar so tief fortgehen, daſs zwischen dem Gerinnsboden und Scheitel des Rades nur ein Spielraum von $^3/_4$, höchstens 1 Zoll bleibt; von hier an neigt man den Boden auf eine geringe Länge unter einem Winkel, welcher der Lage oder Richtung der beiden obersten Setz- oder Stoſsschaufeln (wenn man nämlich das Wasser schon in die oberste oder erste Zelle eintreten lassen will) entspricht. Zugleich bringt man an dieser Stelle die Schütze an, deren Öffnung allmälig bis auf $^3/_4$ der lichten Entfernung der Radkränze verengt wird, um sowohl die Contraction als das Verspritzen des Wassers zu vermeiden. Da man jedoch das Wasser gewöhnlich in die zweite, manchmal wohl auch erst in die dritte Zelle von oben einfallen läſst, so führt man den Gerinnsboden von der Schütze an (welche sich über dem Scheitel des Rades befinden soll) in einer Krümmung herab, deren letztes Element die gehörige Neigung gegen die Zelle erhält, in welche das Wasser zuerst einfällt.

Ist der Wasserspiegel hinsichtlich des Steigens und Fallens bedeutenden Veränderungen ausgesetzt, so läſst man wohl auch das Gerinne in eine sogenannte L u t t e (E n t e n s c h n a b e l), wie in Fig. 239, auslaufen.

§. 387. Effect dieses Rades. Es muſs zuerst bemerkt werden, daſs das ganze, vom Spiegel des Aufschlagwassers bis

zum Unterwasserspiegel gerechnete Gefälle $AB = H$ (Fig. 238) in drei Höhen zerfällt, nämlich in jene $AD = h$, vom Oberwasserspiegel bis zu dem Puncte a, wo das Wasser in die Zellen eintritt, in jene des wasserhaltigen Bogens $DE = h'$ (wenn man nämlich annimmt, dafs der entsprechende Punct b zwischen den beiden Puncten c und d liegt, in welchen beziehungsweise die Zellen eben anfangen das Wasser auszugiefsen und dasselbe vollends ausgegossen haben), so wie endlich in die Höhe $EB = h''$, von dem gedachten Ausleerungspuncte bis zum Unterwasserspiegel, so, dafs also zuerst

$$H = h + h' + h'' \ldots (n$$

ist.

Ist ferner wieder p das Gewicht des in 1 Secunde zufliefsenden Wassers, V die Geschwindigkeit, mit welcher es in das Rad tritt, so wie v die Geschwindigkeit des Rades im Theilkreise genommen; so kann man, wenn $v = \frac{1}{2} V$ ist, zuerst für die gröfste vom Stofse des Wassers herrührende Wirkung (§. 374, Anmerk.) $\omega = p(h_1 - h_2 - h_3)$ setzen, wobei $h_1 = \frac{V^2}{2g}$ (wegen der Hindernisse, welche das Wasser beim Ausfliefsen aus der Schützenöffnung, bei dem Eintritte in die Zellen, durch den schiefen Stofs und Zerstreuung jener Wasserfäden findet, welche auf die Schaufelkanten auftreffen) immer kleiner als h, ferner $h_2 = \frac{v^2}{2g}$ und $h_3 = \frac{(V-v)^2}{2g}$, folglich $h_2 + h_3 = \frac{1}{2} h_1$ ist (für gewöhnlich ist sogar $h_2 + h_3 > \frac{1}{2} h_1$), so, dafs also die Wirkung des Wassers durch die Höhe h in allen Fällen kleiner als $\frac{1}{2} p h$ bleibt. Setzt man $h_1 = h - \alpha h$, wo α ein (für gewöhnlich zwischen $\frac{1}{10}$ und $\frac{2}{10}$ liegender) Erfahrungscoefficient ist, so hat man auch für diese erste Wirkung:

$$\omega = p(h - \alpha h - h_2 - h_3).$$

Die zweite Wirkung des Wassers durch die Höhe h' des wasserhaltigen Bogens ist unverkürzt $\omega' = p h'$.

Dagegen geht die Gefällshöhe h'' unter dem Puncte b des Ausgusses für die Wirkung gänzlich verloren, und zwar ein Theil durch den Einflufs der Centrifugalkraft, wodurch die Zellen früher entleert werden, und ein anderer Theil wegen der besondern Stellung der Setzschaufeln, welche das Wasser nicht länger zurückhalten können.

Die gesammte Wirkung ist daher

$$W = \omega + \omega' = p(h + h' - \alpha h - h_2 - h_3),$$

oder wegen $h + h' = H - h''$ (aus Gleich. n) auch:

$$W = p(H - \alpha h - h_2 - h_3 - h'').$$

Da aber auch dieser Ausdruck nur aus theoretischen Gründen hervorgeht, so mufs derselbe, um ihn mit der Wirklichkeit in Übereinstimmung zu bringen, ebenfalls noch mit einem Reductions- oder Erfahrungscoefficienten n multiplicirt werden, so dafs man endlich den Effect eines oberschlächtigen Wasserrades durch die Formel

$$E = np(H - \alpha h - h_2 - h_3 - h'') \ldots (1$$

ausdrücken kann.

Der Effect fällt also um so gröfser aus, je kleiner die subtractiven Glieder αh, h_2, h_3 und h'' dieser Formel sind, welche das wirksame Gefälle H verringern, d. h. je richtiger die Schütze angeordnet ist, je langsamer sich das Rad bewegt, je geringer der Unterschied $V-v$ ist und je zweckmäfsiger die Zellen construirt sind, um dem wasserhaltigen Bogen die gröfstmögliche Höhe zu geben.

§. 388. Was nun den Erfahrungscoefficienten n betrifft, so geht aus den von *Smeaton* und *Aubuisson* angestellten Versuchen als Mittelwerth $n = {\cdot}90$ hervor. Nimmt man ferner mit *Aubuisson* $\alpha h + h_2 + h_3 = {\cdot}6h$ und im Mittel $h'' = {\cdot}15D$, wo D den äufsern Raddurchmesser bezeichnet, so ist nach der vorigen Formel 1):

$$E = {\cdot}90p(H - {\cdot}6h - {\cdot}15D),$$

oder wenn man das in einer Secunde auf das Rad fliefsende Wasser dem Volumen nach ausgedrückt mit M bezeichnet, wodurch $p = 56{\cdot}5M$ wird, auch:

$$E = 50{\cdot}85M(H - {\cdot}6h - {\cdot}15D) \ldots (2.$$

Endlich kann man auch noch, den erwähnten Versuchen zufolge, für gut angelegte Räder, bei welchen das Gefälle H den Durchmesser des Rades D nicht leicht um mehr als $\frac{1}{15}$ übersteigt, wo also $H = 1{\cdot}07D$ gesetzt werden kann, ganz einfach:

$$E = 42{\cdot}3MH = {\cdot}75pH \ldots (3$$

setzen, wobei H in Fufsen, M in Kubikfufsen und E in Fufspfunden zu nehmen oder zu verstehen ist.

Hieraus folgt also, dafs ein gut construirtes oberschlächtiges Wasserrad bei einem langsamen Gange (d. i. von 3 bis 6 Fufs Geschwindigkeit) 75 Procent Nutzeffect geben kann, welcher freilich nur in wenigen Fällen wirklich erreicht wird.

Die aus der Theorie gefolgerte vortheilhafteste Geschwindigkeit des Rades von $v = \frac{1}{2}V$, wodurch der Verlust durch die beiden obigen Höhen $h_1 = \frac{v^2}{2g}$ und $h_2 = \frac{(V-v)^2}{2g}$ (wovon die erstere für $v = 0$

und die letztere für $v = V$ am kleinsten wäre) in ihrer Vereinigung den kleinsten Werth erhält, wird auch durch die Erfahrung bestätigt.

Aus den sehr zahlreichen Versuchen, welche *Morin* mit vier ober- und rückenschlächtigen Rädern von 28, 10·8, 8·6 und 7 Fufs Durchmesser durchgeführt hat, folgert derselbe, dafs man den Effect dieser Räder durch die Formel

$$E = \cdot 78\, p\, h + \frac{p\, v}{g}\,(V - v) = 44\, M h + 1{\cdot}82\, M v\,(V - v) \;.\;.\;.\; (4$$

ausdrücken könne, wenn nämlich die Räder langsam gehen (d. i. wenn ein Punct in der äufsern Peripherie bei kleinern Rädern 6 und bei grössern 8 Fufs Geschwindigkeit nicht übersteigt) und die Zellen höchstens bis zur Hälfte mit Wasser gefüllt werden; übrigens darf sich nach diesen Versuchen die Geschwindigkeit des Rades von der vortheilhaftesten ziemlich weit entfernen, ohne dafs dadurch ein merkbarer nachtheiliger Einflufs auf den gröfsten Nutzeffect entsteht.

Sind dagegen die Zellen über die Hälfte mit Wasser gefüllt, wodurch das Entleeren früher anfängt, so mufs man

$$E = 36{\cdot}65\, M h + 1{\cdot}82\, M v\,(V - v)$$

setzen. In diesen beiden Formeln bezeichnet h die Höhe des Punctes a, an welchem das Wasser in die Zellen tritt, über dem tiefsten Punct des Rades. Bildet das in die Zellen einströmende Wasser mit der Tangente der äufsern Radperipherie nicht, wie es am vortheilhaftesten ist, den Winkel $\alpha = 0$, so mufs man eigentlich in diesen beiden Formeln $V\, Cos\, \alpha$ statt V setzen.

Die obige Formel 4) zeigt zugleich, dafs die Höhe des wasserhaltigen Bogens nicht h, sondern nur $\cdot 78\, h$ ist, indem das letzte Glied $\frac{p\, v}{g}\,(V - v)$ dieser Formel (§. 362) jene Wirkung darstellt, welche durch den Stofs des in die Zellen stürzenden Wassers entsteht. Bei jenen rückenschlächtigen Rädern, bei welchen das Wasser erst sehr tief, z. B. in der halben Radhöhe in die Zellen eintritt, wird dieser Werth von $\cdot 78\, h$ sogar auf $\cdot 6\, h$ herabgebracht.

Für jene Fälle, in welchen die Räder, wie man diefs noch häufig bei Eisenhämmern und Brettsägen in Gebirgsgegenden findet, mit viel gröfserer Geschwindigkeit umlaufen und das Wasser in den Zellen durch die Wirkung der Centrifugalkraft eine concav cylindrische Oberfläche annimmt, oder in welchen die Zellen über $^2/_3$ mit Wasser gefüllt sind, oder endlich in Fällen, in welchen das Rad nicht das gesammte Aufschlagwasser aufzunehmen im Stande ist, findet man Regeln in *Morin's* Aide-Mémoire, 2. Aufl. S. 118.

Beispiel. Bei dem nahe 11 Fufs hohen Wasserrade in der Mühle zu Senelle, mit welchem *Morin* zahlreiche Versuche machte, beträgt die Gefällshöhe 12·14 Fufs, die in jeder Secunde zufliefsende Wassermenge 4·3 Kubikfufs, die Geschwindigkeit des Rades an der äufsern Peripherie 5·37 Fufs, und die Tiefe des Punctes, in welchem das Wasser in das Rad tritt, unter dem Oberwasserspiegel 1·31 Fufs.

Setzt man in der obigen Formel 2) $M = 4{\cdot}3$, $H = 12{\cdot}14$, $h = 1{\cdot}31$ und

$D = 11$; so wird

$$E = 50{\cdot}85 \times 4{\cdot}3\,(12{\cdot}14 - {\cdot}786 - 1{\cdot}65) = 2121^{F.\,Pf.}$$

oder nahe 5 Pferdekräfte.

Nach der von *Morin* aufgestellten Formel 4) erhält man für dieses Rad nach seinen Angaben $V = 8{\cdot}45$, $h = 10{\cdot}83$, $\alpha = 36^{\circ}$, $M = 4{\cdot}3$ und $v = 5{\cdot}37$, folglich:

$$E = 44 \times 4{\cdot}3 \times 10{\cdot}83 + 1{\cdot}82 \times 4{\cdot}3 \times 5{\cdot}37\,(8{\cdot}45\,Cos\,36^{\circ} - 5{\cdot}37) = 2110^{F.\,Pf.}$$

Da die absolute Arbeit des Betriebswassers $= 4{\cdot}3 \times 56{\cdot}5 \times 12{\cdot}14 = 2950^{F.\,Pf.}$ beträgt, so ist der Nutzeffect dieses Rades $\frac{2121}{2950} = {\cdot}72$, d. i. nahe 72 Procent.

Da jedoch die Zapfenreibung des Rades von diesem Nutzeffecte nahe 7 Procent absorbirt, so bleiben an disponibler Wirkung nur 65 Procent übrig.

Dieses hier angeführte Rad hat im äufsern Durchmesser genau 10 Fufs 10 Zoll, eine Breite (lichte Entfernung der beiden Radkränze) von 7 Fufs, eine Kranzbreite von $7\frac{1}{2}$ Zoll; es besitzt 30 Zellen, jede mit einem Inhalt von 3·36 Kubikfufs, wiegt 104 Centner und liegt mit seinen beiden, $3\frac{1}{2}$ Zoll dicken gufseisernen Zapfen in broncenen Lagern; es macht per Minute 10 Umgänge und erhält das Aufschlagwasser aus einem über das Rad weggehenden, 8 Fufs breiten und 2 Fufs tiefen Gerinne, in dessen horizontalem Boden die 5 Fufs breite Ausflufsöffnung, die mit einer Klappe geschlossen werden kann, angebracht ist, wobei die Öffnung (Fig. 239) stromabwärts gerichtet, und mit einem unter einem Winkel von 30 Grad gegen den Horizont geneigten Ansatzrohr versehen, ferner der entsprechende Contractionscoefficient = ·59 ist. Die Stofsschaufeln endlich sind ganz leicht gekrümmt.

Mittel- oder rückenschlächtige Räder.

§. 389. Ist die Gefällshöhe nicht bedeutend genug, um dem rein oberschlächtigen Rade eine Höhe geben zu können, wie es für einen regelmäfsigen Gang, wobei es häufig mit als Schwungrad dienen soll, erforderlich ist, so gibt man dem Rade einen Durchmesser, welcher grösser als die vorhandene Gefällshöhe ist, und läfst das Wasser erst in einer gröfsern Tiefe unterm Scheitel des Rades einfallen. In der Regel nimmt man bei gröfseren Rädern (welche 18 Fufs und darüber haben) den Einfallspunct des Wassers in das Rad höchstens zu 30 Grad vom Scheitel abwärts, bei kleinern Rädern geht man wohl auch bis 40 Grad; englische Ingenieure gehen sogar bis 52 Grad herab.

Die rückenschlächtigen Räder bewegen sich an ihrem untern Puncte *D* (Fig. 240) in der Richtung des abfliefsenden Wassers (während bei den oberschlächtigen Rädern das Gegentheil Statt findet), wefshalb diese Räder auch nicht frei zu hängen brauchen, so, dafs man dabei an der

Gefällshöhe und noch den Vortheil gewinnt, dafs bei einem zufälligen Steigen des Unterwassers das Rad ohne Nachtheil von 6 bis 10 Zoll in diesem waten kann, was bei den rein oberschlächtigen Rädern (ihrer entgegengesetzten Bewegung wegen) nicht ohne bedeutenden Verlust an Effect geschehen kann.

Man wendet solche Räder bei Gefällen von 8 bis 16 Fufs an und construirt sie meistens wie die Engländer aus Gufseisen, wobei man die Radkränze ausser der gewöhnlichen Verbindung noch durch schmiedeiserne, von der gufseisernen Welle schief auslaufende Spangen verstrebt. Die Schaufeln werden selbst für 15 bis 20 Fufs breite Räder aus Eisenblech zwischen die Kränze eingeschoben und in gewissen Abständen durch eiserne Füfschen gestützt, damit sie sich nicht ausbiegen können.

§. **390.** Was das Gerinne und die Schütze anbelangt, so fällt das Wasser entweder unmittelbar aus dem auf einer Seite offenen Gerinne in die Radzellen, oder es gelangt in diese durch eine Lutte *a* (Fig. 241), oder man läfst endlich bei sorgfältig construirten eisernen Rädern, wie in Fig. 240, das Wasser ganz ruhig über die obere Kante *a* der schief gestellten Schütze *ab* als Schweller, und zwar durch ein jalousieartiges Gitter oder einen Rechen *cd*, welcher eine Art von Trichtersystem bildet, in die Zellen treten; dabei fällt, was gegen die gewöhniche Schütze gerade das Gegentheil ist, um so mehr Wasser in das Rad, je tiefer die Schütze herabgelassen wird, je mehr Abtheilungen oder Öffnungen *i* des Rechens nämlich dadurch aufgemacht werden. Die Scheidewände zwischen diesen Öffnungen *i* stellt man gewöhnlich vertical und gibt den Stofs- oder Setzschaufeln eine solche Richtung, dafs sie in dem Augenblicke, in welchem sie unter diese Scheidewände der Schütze treten, ebenfalls vertical stehen oder mit diesen Wänden in einerlei Richtung liegen. Streng genommen jedoch sollte, damit das Wasser, ohne an die Schaufeln zu stofsen (§. 366) in die Zellen treten kann, die Stofsschaufeln in der Diagonale jenes Parallelogramms liegen, welches entsteht, wenn man auf der Richtung des einfallenden Wassers und auf der Radtangente nach entgegengesetzter Richtung, nach welcher sich der Radumfang bewegt, die bezüglichen Geschwindigkeiten (V und v) aufträgt und aus diesen beiden Seiten das Parallelogramm ergänzt.

Denn weicht eine Tafel AB (Fig. 242) in der Richtung und mit der Geschwindigkeit CF dem in der Richtung und mit der Geschwindigkeit CE einfallenden Wasserstrahl aus und soll dieser keinen Stofs ausüben, sondern nur längs der Tafel hingleiten; so mufs er, wenn die Tafel nach $A'B'$ gekommen ist, den Weg $FE = CD$ zurückgelegt haben. Nun kann man aber CD als die Resultirende der beiden Geschwindigkeiten CE und CF'

$= CF$ ansehen, wobei nämlich CE die Geschwindigkeit und Richtung des Wasserstrahls, CF' die nach entgegengesetzter Richtung genommene Geschwindigkeit der Tafel ist.

Ist also at (Fig. 243) die im Einfallspuncte des Wassers an dem Radumfange gezogene Tangente, ac die Richtung und Geschwindigkeit des einfallenden Wassers, ab die Geschwindigkeit des Radumfanges; so trägt man $ae = ab$ auf der Verlängerung von ta auf, ergänzt das Parallelogramm ec und zieht die Diagonale ad, um die Richtung der Schaufel zu erhalten; allein da diese bei der Bewegung um den Mittelpunct C nicht nach der geraden Linie at ausweichen kann, so bedingt diefs streng genommen eine krumme Schaufel, wofür ad blofs die Tangente an das erste Element ist. Aufserdem wird ac die Richtung der betreffenden Scheidewand oder Schiene des Schützengitters seyn, wovon vorhin die Rede war, um das Wasser ungehindert einfallen zu lassen.

§. 391. Effect dieser Räder. Auch bei den rückenschlächtigen Rädern kann der Effect durch die obige Formel 2) (§. 388) $E = \cdot 90\, p\,(H - \cdot 6\, h - \cdot 15\, D)$ ausgedrückt werden. Der Gefällsverlust $\cdot 15\, D$ wird aber dabei gegen H um so gröfser, je tiefer, vom Scheitel abwärts, man das Wasser einfallen läfst; wir haben bereits bemerkt, dafs man damit nicht über 40 Grad vom Scheitel herabgehen sollte. Gleichwohl sieht man Räder, bei welchen das Wasser in der Höhe der Welle, also bei 90 Grad Entfernung in die Zellen tritt; in einem solchen Falle ist es viel vortheilhafter Kropfräder (welche im folgenden Paragraphe erwähnt werden) anzulegen.

Beispiel. Das *Schlumberger*'sche Wasserrad zu Guebwiller ist nach englischer Construction aus Gufs- und Schmiedeisen ausgeführt, hat im äufsern Durchmesser 29 Fufs, in lichter Entfernung der beiden Radkränze 10 Fufs, eine Kranzbreite von nahe $11^1/_2$ Zoll, 12 Radarme, 96 Zellen und dabei ein Gewicht von $446^1/_2$ Centner.

Wie grofs ist nun der Effect dieses Rades, wenn die per Secunde zufliessende Wassermenge 12·12 Kubikfufs, die gesammte Gefällshöhe 24·6 Fufs, die Geschwindigkeit, mit welcher das Wasser in das Rad tritt, $6^3/_4$ Fufs, die Geschwindigkeit des Radumfanges 3·85 Fufs, und die Höhe von dem Eintritte des Wassers (davon einen mittlern Faden genommen) bis zum tiefsten Puncte des Rades 20·4 Fufs beträgt?

Setzt man in der obigen Formel 2) (§. 388) $M = 12{\cdot}12$, $H = 24{\cdot}6$, $h = 24{\cdot}6 - 20{\cdot}4 = 4{\cdot}2$ und $D = 29$; so erhält man

$$E = 10927{\cdot}6^{\text{F. Pf.}}$$

Nach der Formel 4) (§. 388) dagegen, in welcher wieder $M = 12{\cdot}12$, dagegen $h = 20{\cdot}4$, $V = 6{\cdot}75$ und $v = 3{\cdot}85$ ist, erhält man:

$$E = 10879 + 244{\cdot}8 = 11125^{\text{F. Pf.}}$$

Da nun der erstere Werth nahe $25^1/_2$, der letztere 26 Pferdekraft, dagegen die absolute Arbeit des Wassers, d. i. $PH = 12{\cdot}12 \times 56{\cdot}5 \times 24{\cdot}6$

$= 16851^{F. Pf.}$ ausmacht, so beträgt die Nutzleistung dieses Rades (nach dem letztern Werthe von *E*): $\frac{11125}{16851} = \cdot 66$, d. i. 66 Procent.

Die von *Morin* hierbei angegebenen 74 Procent beruhen auf einem Rechnungsfehler in der Wassermenge.

Morin bemerkt, dafs sich der Effect dieses Rades bis auf 48 Pferdekräfte steigern liefse, dafs sich aber dann die Zellen bis über die Hälfte füllen müfsten, was den Nutzeffect bis auf 60 Procent herabbringen würde.

Das Wasser gelangt bei diesem Rade an einem Puncte in die Zellen, welcher um 5o Grad vom Scheitel abliegt, durch eine jalousieartige Schütze, welche gegen den Horizont um 50 Grad geneigt ist und wobei jede der vorhandenen 7 Öffnungen 8·3 Fufs lang und $2^2/_3$ Zoll breit ist.

Anmerkung. Die Beobachtungen *Morin's*, so wie die darauf basirte Formel 4), in welcher der erste von *v* und *V* unabhängige Theil 44 *Mh* bei weitem der gröfsere ist, zeigen, dafs sich das Verhältnifs $\frac{v}{V}$ von jenem, welches dem gröfsten Effecte entspricht, ziemlich weit entfernen kann, ohne dafs dadurch für die Wirkung oder den Nutzeffect ein wesentlicher Nachtheil entsteht. Bei gröfseren Rädern kann man den Quotienten $\frac{v}{V}$ von ·25 bis ·80 ohne Nachtheil variiren lassen, wenn nur die Zellen dabei nicht über ihren halben Inhalt mit Wasser gefüllt werden.

Kropfräder.

§. 392. Um das Wasser auch bei einem kleineren, selbst nur gegen 8 Fufs betragenden Gefälle durch sein Gewicht wirken zu lassen, legt man das Rad in ein sogenanntes Kropfgerinne. Dabei kann die Schaufelung nach Art der oberschlächtigen Räder (Fig. 244) zwischen den Radkränzen, oder wenn das Gerinne die Schaufeln nicht blofs an der äufsern Peripherie, sondern auch zu beiden Seiten mittelst verticaler Wände so enge und genau umschliefst, dafs nur der zur ungehinderten Bewegung nothwendige Spielraum (von ·4 bis ·8 Zoll) bleibt, auch wie bei den unterschlächtigen Rädern (Fig. 245) ausgeführt seyn. Im erstern Falle nimmt man jedoch breitere (15 bis 17 Zoll betragende) Radkränze als bei oberschlächtigen Rädern; auch stehen die Schaufeln weiter von einander ab und schliefsen unter sich einen gröfsern Winkel ein. Die Zellen werden in beiden Fällen gegen den innern Umfang zu nicht vollständig geschlossen, sondern man läfst zwischen dem Boden und der vorhergehenden Schaufel immer einen Zwischenraum von $1\frac{1}{2}$ bis 3 Zoll in der Breite, durch welchen beim Einströmen des Wassers die Luft entweichen kann. Das Gerinne wird dabei bis zu dem tiefsten Puncte des Rades concen-

trisch mit dem Radumfange geführt, von wo an dasselbe, wie bei dem *Poncelet*'schen Rade, einen plötzlichen Fall erhält und etwas erweitert wird. Das Wasser wird dem Rade entweder durch eine gewöhnliche Schütze, oder besser durch eine Überfallsschütze, wie bei den rückenschlächtigen Rädern zugeführt; dasselbe wirkt zuerst durch den Stofs und dann durch sein Gewicht, worauf es das Rad mit einer Geschwindigkeit verläſst, welche jener des Rades gleich ist.

Die Kropfräder, welche man bei kleinern Gefällen mit mehr Vortheil als die mittel- oder rückenschlächtigen Räder anwendet, haben für sich, dafs dabei das Wasser bis nahe an den tiefsten Punct wirksam bleibt, obschon auch gegen sich, dafs der untere, von der einen Seite ins Wasser getauchte Theil des Rades an dieser Stelle etwas leichter, folglich das Gleichgewicht um die Radachse herum in der Art gestört wird, dafs das Rad eine Tendenz erhält, sich dem Wasserstrome entgegen zu bewegen, wodurch ein kleiner Theil der Wirkung verloren geht.

§. 393. Effect dieser Räder. Bezeichnet wieder H die ganze Gefällshöhe, V die Geschwindigkeit, mit welcher das Wasser in das Rad tritt, v die Geschwindigkeit des Rades, so ist $V-v$ die durch den Stofs zerstörte Geschwindigkeit, und da das Wasser noch mit der Geschwindigkeit v austritt, so wird nach §. 374 der Effect

$$E = \gamma M H - \frac{\gamma M}{2g}(V-v)^2 - \frac{\gamma M}{2g} v^2,$$

oder wenn h' und h'' die zu $V-v$ und v gehörigen Geschwindigkeitshöhen bezeichnen, auch:

$$E = \gamma M (H - h' - h'').$$

Noch ist

$$E = \gamma M \left[H - \frac{V^2}{2g} + \frac{v(V-v)}{g} \right] \text{ oder } E = \gamma M h + \frac{\gamma M v}{g}(V-v),$$

wenn man $H - \frac{V^2}{2g} = h$ setzt.

Auch hier läſst sich das absolute Maximum des Effectes, weil $V = v$ und $v = 0$ seyn müſste, nicht erreichen; dagegen hat man für das relative Maximum, wenn v als variabel und V als constant angenommen wird, $v = \frac{1}{2} V$, dagegen wenn v als constant und V als variabel genommen wird (d. h. wenn die Geschwindigkeit des Rades gegeben und jene des Wassers zu bestimmen ist), $V = v$.

Trift das Wasser nicht nach der Tangente, sondern mit dieser unter einem Winkel α in das Rad, so mufs wieder $V \cos \alpha$ statt V gesetzt werden, so, dafs man dann hat

$$E = \gamma M h + \frac{\gamma M v}{g}(V \cos \alpha - v).$$

§. **394.** Was die Geschwindigkeit dieser Räder betrifft, so zeigen die Versuche, dafs man bei gut ausgeführten eisernen Rädern, die also ein grofses Trägheitsmoment besitzen, mit der Geschwindigkeit v von $2\frac{1}{2}$ bis 2 Fufs herabgehen kann, während man bei hölzernen Rädern nicht leicht unter 4 bis 3 Fufs gehen darf. Setzt man als Mittelwerth $v = 3$ Fufs, so ist auch (voriger Paragraph) $V = v = 3$ F. und die zugehörige Fallhöhe $h = \frac{9}{62} = \cdot 145$ F. $= 1\cdot 7$ Zoll, so, dafs also diese Höhe jedenfalls sehr gering seyn mufs; auch wendet man in diesem Falle die Überfallsschütze an, welche sich durch Verschiebung nach abwärts öffnet.

Weil nun aber die über die Schütze fallende Wasserschichte eine so geringe Höhe oder Tiefe erhalten soll, so mufs dafür das Rad um so breiter werden, so dafs diese (nach der Richtung der Radachse gemessene) Dimension manchmal bis 18 oder 20 Fufs steigt. Erlaubt man sich zur Verminderung der Radbreite der genannten Wasserschichte eine gröfsere Höhe zu geben, so soll man diese doch in keinem Falle über 7 bis 8 Zoll nehmen.

§. **395. Erfahrungsresultate.** Nach *Morin's* Versuchen mit 4 Kropfrädern von 2 bis 15 Pferdekräfte beträgt bei diesen Rädern, wenn sie gut construirt sind und keine merklich gröfsere Geschwindigkeit als das eintretende Wasser besitzen, auch die Zellen nur bis auf die Hälfte oder $\frac{2}{3}$ mit Wasser gefüllt werden, für gewöhnliche Schützen (wo also anliegendes Wasser vorhanden ist) der Nutzeffect höchstens 55, dagegen bei Rädern ohne anliegendes Wasser oder bei Überfallsschützen beinahe 75 Procent des theoretischen Effectes. Nach diesen Versuchen kann man bis auf $\frac{1}{20}$ genau im

ersten Falle 1) $E = 42\cdot 3\, M \left[h + \frac{r\,(V \,Cos\, \alpha - r)}{g} \right]$ F. Pf, und im

zweiten „ 2) $E = 45\cdot 1\, M \left[h + \frac{r\,(V \,Cos\, \alpha - r)}{g} \right]$ F. Pf.

setzen. Dabei bezeichnet M das Wasservolumen, welches per Secunde auf das Rad fliefst, h die Höhe des Eintrittspunctes des Wassers über dem tiefsten Punct des Rades, V die Geschwindigkeit, womit ein mittlerer Wasserfaden in das Rad tritt, v die Geschwindigkeit des Rades in seiner äufsern Peripherie, und α den Winkel, welchen die Richtungen dieser beiden Geschwindigkeiten zusammen einschliefsen.

Nach *Aubuisson* kommt die Leistung gut construirter Kropfräder jener der oberschlächtigen ziemlich nahe, gleichwohl bemerkt er, dafs nach seinen Versuchen zu Toulouse der Effect nur $\cdot 674\, PH$ war, und

dafs man daher den Effect zu ·60 **PH** bis ·70 **PH** anschlagen kann, wobei **PH** die absolute Arbeit des Wassers oder Motors ist.

Beispiel 1. Das von *Morin* in der Giefserei zu Toulouse untersuchte Rad hat einen äufsern Durchmesser von 19 Fufs, das Gefälle beträgt 6·16 Fufs und der Punct, bei welchem das Wasser in das Rad tritt, liegt um $1\frac{1}{3}$ Fufs über dem tiefsten Punct des Rades, so, dafs das Wasser zuerst durch den Stofs und dann durch den Druck wirkt. Die radial stehenden Schaufeln (36 an der Zahl) sind 19 Zoll breit, und ihr Zwischenraum von einer zur andern wird durch die vorhandenen Fangschaufeln bis zur Hälfte geschlossen. Die Länge der Schaufeln beträgt 5·1 Fufs. Die Schützenöffnung ist 5 Fufs breit, die Schütze selbst ist gegen den Horizont um $55\frac{1}{2}$ Grad geneigt. Das Wasser geht, wie es die Schütze verläfst, über einen Gerinnsboden, welcher ein Gefälle von nahe $\frac{1}{6}$ und dabei eine Länge von $2\frac{1}{2}$ Fufs hat; von da an bildet das Gerinne einen mit dem Rade concentrischen Kropf, welcher die Schaufeln so genau umschliefst, dafs sowohl vom Boden als auch von der Seite her nur ein Zwischenraum von ·4 Zoll bleibt. Da bei der Schützenöffnung nur von oben (also weder vom Boden noch von den Seiten) her eine Contraction Statt findet, so wird der Contractionscoeffizient mit ·75 in Rechnung gebracht. Wenn nun $M = 19·1$, $h = 1·33$, $V = 17·3$, $r = 9·6$ und $\alpha = 0$ ist, so erhält man nach der vorigen Formel 1):

$$E = 42·3 \times 19·1 \left[1·33 + \frac{9·6 \times 7·7}{31} \right] = 3000^{\text{F. Pf.}}$$

oder nahe 7 Pferdekräfte.

Die directe Messung mit dem Zaume (wobei das Rad per Minute 9·67 Umdrehungen machte) gab nur $2847^{\text{F. Pf.}}$, also einen um $\frac{1}{20}$ geringeren Nutzeffect oder disponible Leistung als die obige Formel.

Die absolute Arbeit des Wassers oder ursprünglichen Motors ist:

$$6·16 \times 19·1 \times 56·5 = 6647^{\text{F. Pf.}},$$

folglich das Verhältnifs dieser Arbeit zu dem Nutzeffect $\frac{2847}{6647} = ·428$ oder nur 43 Procent, was hier seinen Grund wohl darin hat, dafs der Kropf des Gerinnes zu unbedeutend ist, und das Wasser mehr durch den Stofs (auf eine Höhe von 4·83) als durch den Druck (blofs durch die Höhe von 1·33 Fufs, welches nicht einmal den vierten Theil des Gefälles beträgt) wirkt.

Die Zapfenreibung dieses $94\frac{1}{2}$ Centner schweren Rades absorbirt eine Arbeit von $124^{\text{F. Pf.}}$ oder $\frac{3}{10}$ Pferdekraft, wodurch sich der totale Effect (nicht mit dem disponibeln zu verwechseln) auf $2847 + 124 = 2971^{\text{F. Pf.}}$ stellt.

Beispiel 2. Bei dem Rade, welches *Morin* in einer Pulvermühle zu Metz untersuchte und sofort zum künstlichen Trocknen des Pulvers einen Ventilator zu betreiben hatte, betrug der äufsere Raddurchmesser $12\frac{1}{2}$ Fufs, die radial stehenden Schaufeln (24 an der Zahl) hatten eine Höhe von 11·4

Zoll, und an ihrem äufsern Umfang einen lichten Abstand von $19^1/_2$ Zoll von einander; sie bewegten sich in einem kurzen steinernen Kropfe, welcher den Schaufeln sowohl am Boden als an den Seiten nur einen Spielraum von $^1/_5$ Zoll liefsen. Dieser mit dem Rade concentrische Kropf fiel vom tiefsten Puncte an $2^1/_2$ Fufs stromabwärts gerechnet plötzlich um 3·6 Zoll ab. Die Schütze stand in geringer Entfernung von dem Rade, jedoch vertical.

Bei einer der Versuchsreihen betrug das ganze Gefäll 3·23 Fufs, die Wassermenge per Secunde 6·81 Kubikfufs, die Höhe, in welcher das Wasser durch den Druck wirkte, 1·31 Fufs, die Geschwindigkeit des einströmenden Wassers 8·53, so wie jene der äufsern Radperipherie 5·11 Fufs; es ist daher wieder nach der vorigen Formel 1):

$$E = 42{\cdot}3 \times 6{\cdot}81 \left[1{\cdot}31 + \frac{5{\cdot}11\,(8{\cdot}53 - 5{\cdot}11)}{31}\right] = 539^{\text{F. Pf.}}$$

oder nahe $1^1/_4$ Pferdekraft.

Die directe Messung mit dem Zaume hat dafür $544^{\text{F. Pf.}}$ gegeben. Die Zapfenreibung absorbirte übrigens $21^{\text{F. Pf.}}$, so, dafs der eigentliche Effect des Rades noch um diesen Theil gröfser als die disponible Leistung, nämlich $= 565^{\text{F. Pf.}}$ ist. Da die absolute Wirkung des Wassers $= 3{\cdot}23 \times 6{\cdot}81 \times 56{\cdot}5 = 1243^{\text{F. Pf.}}$ ist, so beträgt der eigentliche Effect des Rades $\frac{565}{1243} = {\cdot}455$, d. i. $45^1/_2$ und gegen den disponibeln Effect $\frac{544}{1243} = {\cdot}438$, d. i. nahe 44 Procent. Die Höhe, durch welche das Wasser durch den Druck wirkte, betrug in diesem Falle $^2/_5$ der ganzen Gefällshöhe.

Morin bemerkt, dafs der gröfste Effect bei diesem Rade für ein Verhältnifs von $\frac{v}{V}$ Statt fand, welches zwischen ·55 und ·80, also im Mittel ·66 betrug. Bei jenen Versuchen, bei welchen die Schütze mehr (d. i. von ·63 bis ·95 Fufs) aufgezogen war und der Wasserspiegel durchschnittlich 1 Fufs über der Mitte der Schützenöffnung stand, war der Nutzeffect am gröfsten, woraus *Morin* folgert, dafs sich erstens für solche Räder ohne Fangschaufeln (oder ohne Boden) hohe Schützenöffnungen besonders eignen, und dafs zweitens diese Räder für kleine Gefälle besser als für grofse zu benützen sind. Übrigens bleibt es in allen Fällen vortheilhafter, das Aufschlagwasser von der Oberfläche zu nehmen, d. i. eine Überfallsschütze (wie in Fig. 244 und Fig. 245 dargestellt) anzuwenden.

Beispiel 3. In der Krystallglasfabrik zu Baccarat befindet sich zum Betriebe einer Quetschmühle mit stehenden Steinen, so wie von Dreh- und Schleifwerken ein derartiges Wasserrad von $15^1/_2$ Fufs Durchmesser und 40 Schaufeln, welche zwischen den beiden hölzernen, 15 Zoll breiten Kränzen radial eingesetzt und am innern Umfange mit einem Boden, welcher jedoch nicht von einer Schaufel bis zur andern reicht, sondern einen

schmalen Zwischenraum läfst, durch welchen die Luft entweichen kann, versehen ist. Die Schaufeln stehen an ihrem äufsern Umfange um nahe $14\frac{1}{2}$ Zoll von einander ab, und bilden dadurch Zellen von 6 Kubikfufs Inhalt jede. Die 8 hölzernen Radarme sind in 2 gufseiserne Rosetten eingesetzt, welche auf der gufseisernen Welle befestigt sind. Das Rad hat ein Gewicht von 92 Centner und bewegt sich in einem aus Quadern hergestellten Kropfgerinne; das Zuleitungsgerinne ist aus demselben Materiale hergestellt, und die 3·87 Fufs breite Schützenöffnung liegt in der Verlängerung der 3 Seiten desselben, so, dafs nur an der obern Seite eine Contraction des Wassers Statt hat, und der betreffende Coefficient mit ·70 in Rechnung zu bringen ist. Die Schütze hat gegen den Horizont eine Neigung von 71 Grad; das anliegende Wasser steht für gewöhnlich um $11\frac{1}{2}$ bis 15 Zoll über der obern Seite der Öffnung. Bei dem hier in Rede stehenden Versuche war die Schütze $5\frac{3}{4}$ Zoll hoch aufgezogen, der Spiegel des anliegenden Wassers stand $1\frac{1}{2}$ Fufs über der Mitte der Öffnung, das ganze Gefäll betrug nahe 6 (genau 5·94) Fufs, die Höhe h, auf welche das Wasser durch den Druck wirkte, 4·42, die Geschwindigkeit des einfallenden Wassers nach der Tangente gemessen oder $V \cos \alpha$ 6·27, so wie jene v des Radumfanges 4·35 Fufs, endlich das per Secunde auf das Rad fallende Wasser M 12·4 Kubikfufs. Nach der mehrerwähnten Formel 1) erhält man mit diesen Werthen für den Nutzeffect:

$$E = 42{\cdot}3 \times 12{\cdot}4 \left[4{\cdot}42 + \frac{4{\cdot}35\,(6{\cdot}27 - 4{\cdot}35)}{31} \right] = 2460^{\text{F. Pf.}}$$

oder $5\frac{7}{10}$ Pferdekraft.

Die directe Messung gab für dieses Rad $2500^{\text{F. Pf.}}$; da die absolute Arbeit des Wassers $= 12{\cdot}4 \times 5{\cdot}94 \times 56{\cdot}5 = 4161{\cdot}5^{\text{F. Pf.}}$ ist, so hat man wegen $\frac{2500}{4161{\cdot}5} = {\cdot}60$ sofort 60 Procent reinen Nutzeffect bei diesem Rade.

Mit Rücksicht darauf, dafs das Rad dabei auch die $198^{\text{F. Pf.}}$ betragende Zapfenreibung überwindet, beträgt der totale (jedoch nicht disponible) Nutzeffect $2500 + 198 = 2698^{\text{F. Pf.}}$, also wegen $\frac{2698}{4161{\cdot}5} = {\cdot}648$ nahe 65 Procent von der absoluten Wirkung des Wassers.

Anmerkung. Auch bei diesem Rade war der Effect im Abnehmen, sobald die Zellen über die Hälfte mit Wasser gefüllt waren; schon bei ·55 des Zelleninhaltes fing das Wasser zu wirbeln an, so, dafs also auch bei dieser Gattung von Rädern ihre Geschwindigkeit nach der Capacität der Zellen regulirt werden mufs.

Da sich die Schütze hoch genug aufziehen liefs, so wurden mit demselben Rade zugleich auch Versuche mit einer Überfallsschütze, mittelst welcher das Wasser von der Oberfläche ab in das Rad geleitet wurde, angestellt, und dadurch, wie es sich überhaupt überall bestätigt, auch günstigere Resultate erhalten. Der Grund dieser günstigern Ergebnisse läfst sich übrigens auch schon aus der mehrerwähnten Formel 1) erkennen, indem das erste Glied $42{\cdot}3\,Mh$, als das einflufsreichste, für den Nutzeffect

um so gröſser ausfällt, je näher am Oberwasserspiegel das Wasser abgeleitet wird. Die Geschwindigkeit des Rades kann übrigens gegen jene des einfallenden Wassers ohne Nachtheil nicht unbedeutend variiren, wenn diese nur nicht gröſser als jene des Wassers ist.

Diese Beispiele zeigen, daſs der Nutzeffect solcher Räder, wenn die Höhe h ungefähr $\frac{1}{4}$ der ganzen Gefällshöhe H ausmacht, von 40 bis 45, wenn h etwa $\frac{2}{5}H$ ist, von 42 bis 49, und wenn h gegen $\frac{3}{4}H$ ist, dieser Effect gegen 60 Procent beträgt.

Beispiel 4. Um endlich auch die zweite Formel 2) dieses Paragraphes anzuwenden, so besteht in der genannten Krystallfabrik zu Baccarat noch ein älteres Rad, dessen Kränze, Arme und Welle aus Guſseisen hergestellt, und dessen auf den äuſsern Umfang radial gestellten 32 hölzerne Schaufeln noch mit Gegenschaufeln versehen sind. Das Rad hat 12·6 Fuſs Durchmesser, und eine Breite (nach der Achse) von 12 3 Fuſs, die Schaufefn bewegen sich in einem steinernen, sehr genau anschlieſsenden Kropfgerinne von nahe 15·6 Kubikfuſs Inhalt.

Die Schütze öffnet sich nach abwärts, ist also eine sogenannte Überfallsschütze, und wurde bei den Versuchen nach und nach um 4·3, 6·7, 8·4 und 9·9 Zoll unter den Wasserspiegel des Reservoirs hinabgelassen.

Die in 1 Secunde in das Rad fallende Wassermenge wurde nach der Formel $M = mbh\sqrt{2gh}$ berechnet, wobei b die Breite der Schützenöffnung (hier gleich der Breite des Rades), h die Höhe des Wasserspiegels im Behälter über dem Scheitel der Überfallsschwelle und m ein Zahlencoeffizient ist, welcher für die genannten vier Schützenöffnungen beziehungsweise die Werthe ·393, ·390, ·385 und ·385 hat Das totale Gefälle wechselte bei diesen Versuchen von 6·35 bis 6·58 Fuſs. Da nun die Wassermenge $M = 15{\cdot}6$ Kubikfuſs, die Höhe, durch welche das Wasser drückend wirkte, $h = 6{\cdot}11$ Fuſs, die Geschwindigkcit des eintretenden Wassers nach der Tangente $V \cos\alpha = 3{\cdot}26$ und jene des Radumfanges $v = 2{\cdot}29$ Fuſs war, so hat man nach der erwähnten Formel 2):

$$E = 45{\cdot}1 \times 15{\cdot}6 \left[6{\cdot}11 + \frac{2{\cdot}29\,(3{\cdot}26 - 2{\cdot}29)}{31}\right] = 4349^{\text{F. Pf.}}$$

oder nahe 10 Pferdekräfte.

Die directen Messungen gaben dafür $E = 4225^{\text{F. Pf.}}$, und da die absolute Arbeit des Wassers durch die Höhe von $6\frac{1}{2}$ Fuſs $15{\cdot}6 \times 6{\cdot}5 \times 56{\cdot}5 = 5729^{\text{F. Pf.}}$ ausmacht, so beträgt der disponible Nutzeffect wegen $\frac{4225}{5729} = {\cdot}74$, 74 Procent; mit Hinzurechnung der Arbeit der Zapfenreibung, welche bei dem $232\frac{1}{2}$ Centner schweren Rade $328^{\text{F. Pf.}}$ betrug, erscheint die eigentliche Leistung des Rades mit $\frac{4225 + 328}{5729} = {\cdot}795$, d. i. nahe mit 80 Procent.

Anmerkung. Was die Berechnung der Wassermenge betrifft, welche die im Rade bereits vorhandenen, oder erst durch das Kropfgerinne gebilde-

ten Zellen aufnehmen, so wird diese wie bei den oberschlächtigen Rädern geführt. Da die Schaufeln um $d = 15$ Zoll von einander abstehen (auch ihre Breite ist 15 Z.), die in jeder Secunde zufließende Wassermenge $M = 15{\cdot}6$ Kubikfuß und die Geschwindigkeit des äußern Radumfanges $v = 27{\cdot}48$ Zoll beträgt, so gehen in 1 Secunde $n = \frac{v}{d} = \frac{27{\cdot}48}{15} = 1{\cdot}83$ Schaufeln oder Zellen vor der Schützenöffnung vorbei; die von jeder Zelle aufgenommene Wassermenge ist daher $\frac{M}{n} = \frac{15{\cdot}6}{1{\cdot}83} = 8^1/_2$ Kubikfuß Da nun nach der obigen Bemerkung der Inhalt der (mit durch das Gerinne sich bildenden) Zellen nicht ganz 16 Kubikfuß beträgt, so werden diese schon etwas über die Hälfte mit Wasser gefüllt.

Horizontale Wasserräder.

§. 396. Erklärung. So wie bei den verticalen, kann man auch bei den horizontalen Wasserrädern (deren Welle nämlich vertical steht) Stoß- und Druckräder, ferner solche, bei welchen das Wasser theils durch den Stoß und zum Theil durch den Druck, so wie endlich noch Räder unterscheiden, bei welchen das Wasser durch Reaction und wenn man will auch durch die Centrifugalkraft wirkt.

Da in der neuern Zeit durch diese zuletzt genannten Räder, welche auch Turbinen genannt werden, die übrigen horizontalen Wasserräder beinahe gänzlich verdrängt wurden, so wollen wir diese letztern hier nur ganz kurz hinsichtlich ihres Effectes anführen.

Horizontale Stoßräder.

§. 397. Bilden die an der äußern Peripherie des Radkranzes angebrachten Schaufeln ab (Fig. 247) mit dem Horizont einen Winkel $aDm = \alpha$, und stößt der Wasserstrahl CD in einer auf ab senkrechten Richtung, als der vortheilhaftesten, mit der Geschwindigkeit V an, weicht dagegen der getroffene Punct D der Schaufel, in horizontaler Richtung Dm gemessen, mit der Geschwindigkeit v, also nach der auf ab senkrechten Dn mit jener $v' = v\,Sin\,\alpha$ aus, und ist endlich M das Wasservolumen, welches per Secunde zum Stoße gelangt; so ist der Effect (§. 362) 1) $E = \frac{\gamma M v'}{g}(V - v')$, oder wenn der Wasserstrahl nicht senkrecht, sondern unter einem Winkel i gegen die Schaufel ab anstößt: $E = \frac{\gamma M v'}{g}(V\,Cos\,i - v')$.

Für den größten Effect in 1) muß ebenfalls (wie in §. 362)

$v' = \frac{1}{2} V$ seyn, wodurch $E = \frac{1}{4} \frac{\gamma M V^2}{g} = \frac{1}{2} \gamma M H$, genau wie bei dem unterschlächtigen Rade wird, wenn $H = \frac{V^2}{2g}$ die Gefällshöhe bis zum Puncte D bezeichnet.

Dieser theoretische Effect wird natürlich in der Wirklichkeit wieder nicht erreicht und die Beobachtungen haben gezeigt, daſs man im Allgemeinen $E = \frac{1}{3} \gamma M H$ setzen kann, so wie, daſs für den besten Effect die Geschwindigkeit des Rades ziemlich gut mit der theoretischen ($v' = \frac{1}{2} V$) übereinstimmt; dabei kann man dem Rade verschiedene Geschwindigkeiten geben, wenn man den Neigungswinkel α der Schaufeln darnach $\left(\text{und zwar aus der Gleichung } v = \frac{V}{2 \, Sin \, \alpha}\right)$ bestimmt.

Horizontale Stoſs- und Druckräder.

§. **398.** Soll das Wasser nicht bloſs durch den Stoſs, sondern wie bei den oberschlächtigen Rädern, zugleich durch den Druck wirken, so muſs man krummflächige Schaufeln dxe (Fig. 246) anwenden. Ist $H = ls$ (Fig. 247) die ganze Gefällshöhe, $h = ld$ jene bis zu dem Puncte d der Radschaufel, welcher vom Wasserstrahl normal getroffen wird, so ist die Wirkung des Stoſses wie zuvor

$$E' = \frac{\gamma M}{g} v \, Sin \, \alpha . (V - v \, Sin \, \alpha),$$

und in diesem Augenblicke hat das Wasser gegen die Schaufel keine relative Geschwindigkeit mehr; indem es aber längs der Schaufelfläche dxe durch die Höhe $ds = H - h = h'$ herabflieſst, erlangt es die relative Geschwindigkeit $v_1 = \sqrt{2gh'}$ nach der Richtung der Tangente er, welche an das letzte Element der Curve dxe gezogen wird. Bildet diese mit dem Horizont den Winkel φ, so ist, wenn man diese letztere Geschwindigkeit v_1 in eine horizontale v' und verticale v'' zerlegt, sofort $v' = v_1 \, Cos \, \varphi$ und $v'' = v_1 \, Sin \, \varphi$; beim Austritte des Wassers hat dasselbe die absolute Geschwindigkeit nach verticaler Richtung $= v''$ und nach horizontaler $= v' - v$, folglich ist die Resultirende aus beiden die wahre absolute Geschwindigkeit, mit welcher das Wasser in seiner Richtung austritt, nämlich $v''' = \sqrt{[v''^2 + (v' - v)^2]}$.

Um aber der Wassermasse γM diese Geschwindigkeit zu ertheilen, ist eine Arbeit $= \frac{\gamma M v'''^2}{2g}$ erforderlich. Wäre das Wasser mit der Geschwindigkeit Null ausgetreten, so wäre auch die ganze Wirkung $\gamma M \sqrt{2gh'}$ consumirt worden, während diese jetzt nur

$$E'' = \gamma M \left[h' - \frac{v'''^2}{2g} \right]$$

ist. Die durch den Stofs und Druck hervorgebrachte Wirkung ist daher endlich:

$$E = E' + E''.$$

Man kann auch hier wie im §. 354 auf folgende Art schliefsen: Die ganze Arbeit PH (wenn man $\gamma M = P$ setzt) des Wassers besteht aus dem Nutzeffect $Pv = E$, dem Verluste an Wirkung durch den Stofs $= \frac{P}{2g}(V - v\, Sin\, \alpha)^2$ und der Wirkung, welche noch in dem mit der Geschwindigkeit v''' austretenden Wasser enthalten ist $= \frac{P v'''^2}{2g}$, so, dafs also

$$PH = E + \frac{P}{2g}(V - v\, Sin\, \alpha)^2 + \frac{P}{2g} v'''^2,$$

und daraus für den Effect E genau wieder der vorige Werth und zwar nach allen Reductionen:

$$E = \frac{P}{2g}\left[2\, Vv\, Sin\, \alpha - (1 + Sin\, \alpha^2) v^2 + 2v\, Cos\, \varphi \,.\, \sqrt{2g(H-h)}\right].$$

Für den gröfsten Effect mufs zuerst $Cos\, \varphi = 1$, also $\varphi = 0$ seyn, d. h. das Wasser mufs nach horizontaler Richtung aus dem Rade austreten. Ferner mufs noch [damit $2\, Vv\, Sin\, \alpha - (1 + Sin\, \alpha^2) v^2$ ein Maximum wird] $V = v\, Sin\, \alpha$ seyn, d. h. das Wasser mufs ohne Stofs auf die Schaufeln gelangen, dann ist für den gröfsten Effect:

$$E = \frac{P}{2g}\left[V^2 - v^2 + 2v\sqrt{2g(H-h)}\right].$$

Sieht man endlich in diesem letztern Ausdruck v als absolut variabel an, so wird derselbe am gröfsten für $v = \sqrt{[2g(H-h)]}$; mit diesem Werthe ist $v' = v$, $v'' = 0$ und $v''' = 0$, so wie

$$E = PH,$$

d. h. wenn nebst der vorigen Bedingung (dafs das Wasser ohne Stofs in das Rad gelangt) auch noch das Wasser ohne alle Geschwindigkeit austritt, so ist der Nutzeffect, wie es seyn soll, der absoluten Arbeit des Wassers vollkommen gleich, und sofort doppelt so grofs als der gröfste Effect bei den Stofsrädern (§. 397).

Diese beiden Bedingungen, dafs das Wasser ohne allen Stofs in das Rad tritt und darin seine Geschwindigkeit gänzlich verliert, sind jedoch bei den horizontalen Rädern eben so wenig wie bei den verticalen (den *Poncelet*'schen) vollständig zu erreichen, und man mufs sich begnügen, sich diesen durch eine zweckmäfsige Construction so viel als möglich zu nähern.

Damit das Wasser ohne Stofs auf die Schaufeln gelangen kann, müssen diese eine entsprechende Krümmung erhalten, welche sich auf folgende Weise bestimmen läfst:

Ist BC (Fig. 248) die Richtung und Geschwindigkeit ($= V$) des auf die Schaufel gehenden Wasserstrahls, so sind AB und AC die daraus abgeleiteten horizontale und verticale Seitengeschwindigkeiten. Macht man nun $BD = v$ gleich der Umfangsgeschwindigkeit des Rades, so ist AD die relative horizontale Geschwindigkeit des Wassers gegen die Radschaufeln, und daher durch Zusammensetzung mit AC sofort DC die Richtung und Geschwindigkeit, mit welcher das Wasser längs der Schaufel abzufließen beginnt, welche Richtung sonach die Tangente an das erste Curvenelement der Schaufel seyn muß; von diesem Puncte C an bis zum Endpunct E, in welchem das Curvenelement horizontal seyn muß, ist die Krümmung der Schaufel willkürlich, wenn sie nur continuirlich ist.

Schlüßlich ließe sich noch zeigen, daß wenn auch das Wasser in einem Puncte austritt, welcher der Achse näher oder davon entfernter als der Eintrittspunct des Wassers liegt, die Centrifugalkraft auf den Effect durchaus keinen Einfluß ausübt.

Reactionsräder.

§. 399. Einleitung. Versetzt man ein zum Theil mit Wasser gefülltes, z. B. cylindrisches Gefäß BE (Fig. 249), dessen Achse vertical steht, um diese Achse in eine rotirende Bewegung, so erhebt sich in Folge der Centrifugalkraft (§. 154) die Oberfläche des Wassers von der Achse gegen den Umfang des Gefäßes hin in der Art, daß wenn bei einer gleichförmigen Rotationsbewegung das Wasser bereits zur Ruhe gekommen ist, eine durch die Achse gelegte verticale Ebene die Oberfläche des Wassers nach einer Parabel dad' schneidet, deren Scheitel a in der Rotationsachse CD liegt und Parameter durch $\frac{2g}{\omega^2}$ ausgedrückt wird, wenn g die Beschleunigung der Schwere und ω die Winkelgeschwindigkeit des rotirenden Gefäßes ist.

Betrachtet man nämlich in der horizontalen Schichte bab' irgend ein Wassertheilchen p, so muß dasselbe, sobald die Wasseroberfläche ruhig geworden, von allen Seiten her (§. 305) einen gleichen Druck erleiden, folglich auch die auf dieses Wasserelement in der Richtung ap wirkende Centrifugalkraft F mit dem Gewichte q des darüber stehenden Wasserfadens pm im Gleichgewichte stehen oder dafür $F = q$ seyn. Ist nun m das Gewicht eines Wasserelementes, so ist die Centrifugalkraft des Wasserfadens ap, durch welche das Element in p gedrängt wird, so groß, als ob (§. 156) die Masse dieses Fadens ap im Schwerpunct o vereinigt wäre, so, daß also, wenn $ap = y$, daher $ao = \frac{1}{2}y$ und ω die Winkelgeschwindigkeit des rotirenden Gefäßes, also $v = \frac{1}{2}y\,\omega$ die Geschwindigkeit des Punctes o ist, sofort (§. 155 und wegen $M = my$)

$F = \frac{m y (\frac{1}{2} y \omega)^2}{\frac{1}{2} y g} = \frac{1}{2} m y^2 \frac{\omega^2}{g}$ ist. Da ferner, wenn $pm = x$ gesetzt wird, $F = q = m x$ ist, so hat man auch $m x = \frac{1}{2} m y^2 \frac{\omega^2}{g}$ oder $y^2 = \frac{2 g}{\omega^2} x$, als Gleichung der Curve $a m d$, die sonach die gemeine Parabel ist.

§. **400.** Da aus der vorigen Gleichung $x = \frac{(y \omega)^2}{2 g}$ folgt und $y \omega = v$ die Umlaufsgeschwindigkeit des Punctes p ist, so folgt auch $x = \frac{v^2}{2 g}$, d. h. die Höhe $p m$, bis zu welcher die Centrifugalkraft das Wasserelement p über das Niveau $b b'$ emporhebt, ist der Fallhöhe gleich, welche der Rotationsgeschwindigkeit des betreffenden Punctes p entspricht. Bohrt man daher in die Seitenwand des rotirenden Gefäfses bei b eine kleine Öffnung durch, so wird das Wasser mit einer der Druckhöhe $b d$ (welche also auch der Rotationsgeschwindigkeit des Punctes b zukommt) entsprechenden Geschwindigkeit ausströmen, woraus sofort folgt, dafs die Ausflufs- und Rotationsgeschwindigkeit in b dieselbe ist, vorausgesetzt nämlich, dafs das ausfliefsende Wasser durch einen eben so grofsen Zuflufs beständig ersetzt wird.

§. **401.** Wird das Wasser in einer verticalen Röhre zugeführt, deren Achse mit der Rotationsachse zusammenfällt, und steht der Wasserspiegel in diesem Rohr beständig um die Höhe h über der Ausflufsöffnung, wodurch also bei stillstehendem Gefäfse die Ausflufsgeschwindigkeit $= \sqrt{2 g h}$ wäre; so erhöht sich diese, wenn das Gefäfs in eine rotirende Bewegung versetzt wird, wobei die Ausflufsöffnung die Geschwindigkeit v erhält, so weit, dafs die Ausflufsgeschwindigkeit nunmehr der Druckhöhe $h + \frac{v^2}{2 g}$ entspricht und dadurch, wenn diese Geschwindigkeit mit C bezeichnet wird,

$$C = \sqrt{\left[2g\left(h + \frac{v^2}{2 g}\right)\right]} = \sqrt{[2 g h + v^2]} \quad . \; . \; . \; \text{r)}$$

ist.

Anmerkung. Ganz dasselbe wird auch noch Statt finden, wenn das Gefäfs in eine blofse horizontale Röhre $A C$ (Fig. 250) übergeht, welche mit dem verticalen, um seine Achse $C D$ drehbaren Rohre communicirend verbunden ist; denn wenn sich nun auch das Wasser in der Röhre $A C$ nicht erheben kann, so bleibt doch der durch die Centrifugalkraft hervorgebrachte Druck und folglich auch die Ausflufsgeschwindigkeit aus der

um die Höhe $CD = h$ unterm Wasserspiegel bb' liegenden Öffnung a ungeändert, und diese letztere $C = \sqrt{[2gh + v^2]}$, wenn v die Rotationsgeschwindigkeit des Punctes a ist.

§. **402. Reactionsrad.** Wird die Öffnung a in dem vorhin betrachteten, um die Achse CD (Fig. 250) drehbaren horizontalen Rohr (Oder Schwungschenkel) AC nicht in der Verlängerung der Achse, sondern an der Seite bei a (Fig. 251) angebracht, so wird, nachdem das Gefäfs oder Rohr CD bis auf irgend eine Höhe bb' (Fig. 250) mit Wasser gefüllt worden, der auf den Punct a der Seitenwand sonst Statt gefundene hydrostatische Druck, welcher (§. 310) jenem auf den gegenüberstehenden Punct d (Fig. 251) das Gleichgewicht gehalten hat, dadurch aufgehoben, so, dafs also der noch immer auf d wirksame Druck das Rohr um die verticale Achse CD in der Richtung ad umdrehen kann. Verbindet man, um diesen einseitig wirkenden Druck zu vergröfsern, mit dem verticalen Fallrohr anstatt einem, mehrere horizontale Röhren oder Schenkel; so erhält man das Reactions- oder nach dessen Erfinder sogenannte *Segner*'sche Wasserrad (welches auch gleichzeitig von *Barker* in England zum Betrieb einer Mahlmühle angewendet wurde), wobei man Sorge zu tragen hat, dafs das Wasser am Ende der horizontalen Schenkel nicht plötzlich gegen die Ausflufsöffnungen seine Richtung ändern mufs, sondern dafs dieses allmälig geschieht, wozu man den Schenkeln wenigstens an den Enden eine passende Krümmung zu geben hat.

Erfahrung und Rechnung zeigen, dafs der durch Reaction des Wassers auf den der Öffnung a (Fig. 251) gegenüberliegenden Punct d des Schenkels aC ausgeübte Druck dem Gewichte einer Wassersäule gleich ist, welche die Öffnung a zur Basis und die doppelte, der Ausflufsgeschwindigkeit entsprechende Fallhöhe zur Höhe hat, was sofort auch mit dem im §. 356 Bemerkten übereinstimmt.

§. **403. Nutzeffect.** Ist wieder H die ganze Gefällshöhe und P das Gewicht des in 1 Secunde zufliefsenden Wassers, also $E = PH$ die absolute dynamische Wasserkraft; so könnte diese nur dann ungeändert durch das Rad übertragen werden, wenn das Wasser, ohne eine plötzliche Geschwindigkeitsänderung zu erleiden, von seinem Ein- bis zu dessen Austritte wirksam wäre, und dessen Geschwindigkeit dabei allmälig (ohne alle Stöfse) auf Null herabgebracht würde. Wenn nun auch die erstere Bedingung durch eine passende Construction des Rades grofsentheils erreicht werden kann, so fordert doch die letz-

tere Bedingung, dafs die relative Geschwindigkeit des in der Richtung da (Fig. 251) austretenden Wassers der nach gerad entgegengesetzten Richtung Statt findenden Geschwindigkeit der Mündung a gleich sey. (Ist nämlich die absolute Geschwindigkeit des austretenden Wassers $= 0$, die Rotationsgeschwindigkeit der Öffnung $= v$, so ist die relative Geschwindigkeit des Wassers gegen die Ausflufsöffnung $= 0 + v = v$.)

Nun ist, wenn wieder v die Rotationsgeschwindigkeit der Ausflufsöffnung bezeichnet, nach §. 401, r) die relative Geschwindigkeit des austretenden Wassers $= \sqrt{[2gH + v^2]}$, folglich müfste zur Erfüllung der genannten zweiten Bedingung $\sqrt{[2gH + v^2]} = v$ oder $2gH = 0$ seyn, was jedoch nur für $H = 0$ oder $v = \infty$ Statt finden kann, was beides in der Wirklichkeit nicht der Fall ist. Man kann daher diese Bedingung nur, und zwar dadurch näherungsweise erreichen, dafs man v grofs nimmt, nämlich das Rad mit grofser Geschwindigkeit umlaufen läfst, in keinem Falle aber kann der Nutzeffect der absoluten Wirkung des Wassers PH gleich kommen.

Die erwähnte Bedingung $H = 0$ entspricht dem Falle, in welchem das Wasser im Rade gar keine Geschwindigkeit besitzt oder stagnirend, also die Ausflufsöffnung unendlich klein ist. Wird die Theorie der Reactionsräder unter einem andern, und zwar unter dem Gesichtspuncte entwickelt, dafs das Wasser schon mit einer bestimmten Geschwindigkeit in das Rad eintritt, so nähert man sich dadurch mehr der Theorie der horizontalen Druckräder.

Whitelaw'sche oder Schottische Turbine.

§. 404. Erklärung. Das von *Segner* und Dr. *Barker* erfundene Reactionsrad ist erst in der neuesten Zeit gehörig gewürdigt worden, und vorzüglich in Schottland in einer zweckmäfsigeren oder wenigstens veränderten Form durch *Whitelaw* zur practischen Anwendung gekommen, seit welcher Zeit dieser Motor wegen seiner grofsen Einfachheit auch in der Schweiz und in Deutschland in Aufnahme kommt.

Dieses Rad oder diese Turbine ist in Fig. 252 im Grund- und Aufrisse dargestellt, und besteht aus zwei oder auch mehreren von einem oben geschlossenen Cylinder aa auslaufenden gekrümmten prismatischen Kanälen bb, welche gegen den äufsern Umfang zu allmälig enger werden und sammt dem genannten Cylinder um eine mit dem Rade fest verbundene (in der Regel) verticale Achse c in der Richtung der Pfeile umlaufen, sobald das Wasser durch das Zuleitungsrohr dd von

unten in das Rad oder den erwähnten Cylinder ein- und durch die Ausflufsöffnungen *nn* der Canäle austritt. Je nach der disponiblen oder für das Rad bestimmten Wassermenge erhält dasselbe 2 oder 3 solcher Canäle, welche von dem Cylinder *aa* nach einer gewöhnlichen Spirallinie auslaufen.

Für eine zweiarmige Turbine dieser Art zieht man mit dem äufsern Radhalbmesser $CA = R$ (Fig. 253. *a*) einen Kreis, nimmt davon einen Bogen $ADB = \frac{2}{3}$ Umfang (welcher also einem Winkel von 240 Grad entspricht), theilt denselben in eine beliebige Anzahl gleicher Theile und zieht an die Theilungspuncte A, 1, 2 . . . die Halbmesser CA, $C1$, $C2$. . .; in eben so viele gleiche Theile theilt man ferner auch den Halbmesser CA, zählt oder nummerirt diese Theilungspuncte von C gegen A hin, und zieht aus C durch diese Puncte mit den Halbmessern $C1$, $C2$ concentrische Kreise von jedem dieser genannten Puncte bis zu dem gleichnamigen Halbmesser, also z. B. mit der Entfernung $C4$ den Kreisbogen $4h$ von 4 bis zum Halbmesser $C4$, wodurch sich der Durchschnittspunct h ergibt; verbindet man diese so erhaltenen Durchschnittspuncte g, h, i . . . durch eine continuirliche Curve, so erhält man die Achse $ghiek$. . . B des einen Canales.

Die weitere Construction, wie z. B. die gehörige von innen nach der äussern Peripherie zu laufende Verjüngung der Canäle; das Verfahren, um die Canäle einer dreiarmigen Turbine zu erhalten; die Anbringung von passenden Schützen oder Regulirungsklappen u. s. w. kann man am besten in Prof. *F. Redtenbacher's* Theorie und Bau der Turbinen (Mannheim, 1844) nachsehen.

§. 405. Dimensionen des Rades. Um nun auch die wesentlichsten Dimensionen dieser Turbine anzugeben, wenn die per Secunde disponible Wassermenge M und die Gefällshöhe h gegeben oder bestimmt ist, so hat man nach den von *Redtenbacher* angegebenen Formeln zuerst für die Summe der Austrittsöffnungen f der Radcanäle: $f = \frac{1{\cdot}1\,M}{\sqrt{2gh}}$, wobei g und h in Wiener Fufs, M in Kubikfufs zu verstehen ist. Fällt f nicht zu grofs aus, so gibt man dem Rade nur zwei Arme, wovon jeder also die Austrittsöffnung (in Quadratfufs) $= \frac{1}{2}f$ erhält, im entgegengesetzten Falle ist man gezwungen drei solche Arme, jeden mit der Austrittsöffnung von $\frac{1}{3}f$ anzubringen.

Für den innern Radhalbmesser r nimmt man $r = {\cdot}225\sqrt{M}$, für den äufsern kann man bei zweiarmigen Rädern $R = 3r$ und bei dreiarmigen $R = 4r$ nehmen.

Für die Höhe der Radcanäle kann man $d = \frac{1}{2}r$, daher für die

äufsere Weite n, Fig. 252, bei zweiarmigen Rädern $b = \frac{1}{3}\frac{f}{d}$ und bei dreiarmigen $b = \frac{1}{5}\frac{f}{d}$ setzen.

Als Umlaufszahl dieser Turbine per Minute kann man am zweckmäfsigsten $n = \frac{7{\cdot}81\sqrt{2gh}}{R}$ nehmen, wofür die äufsere Peripherie-geschwindigkeit $V = {\cdot}818\sqrt{2gh}$ wird. (In der Regel jedoch wird $V = \sqrt{2gh}$ genommen.)

Anmerkung. Im Falle die Wassermenge M nicht gegeben ist, sondern für einen verlangten Effect erst berechnet werden müfste, kann dieses nach der Formel $M = 12{\cdot}5\,\frac{N}{h}$ geschehen, wobei N die Anzahl der Pferdekräfte bezeichnet, welche das Rad entwickeln soll (dabei ist der disponible Nutzeffect nahe zu 60 Procent angeschlagen).

§. 406. Effect dieser Turbine. Ist h die Gefällshöhe, M die per Secunde zufliefsende Wassermenge dem Volumen nach, F die Ausströmungsöffnung oder der Querschnitt des Cylinders $a\,a$ (Fig. 252), F' die Summe der Einströmungsöffnungen in die Canäle oder Arme und f die Summe der Ausströmungsöffnungen aus diesen, k und k' die entsprechenden Contractionscoefficienten für F und f, V die Geschwindigkeit des äufsern Radumfanges, R der äufsere und r der innere Radhalbmesser, C die Geschwindigkeit, mit welcher das Wasser aus dem Cylinder oder Zuleitungsrohr $a\,a$ ausströmt, c die relative Geschwindigkeit des aus den Radcanälen ausfliefsenden Wassers gegen den äufsern Radumfang, n die Zahl der Umläufe des Rades per Minute, α der Winkel der aus dem Rohre $a\,a$ ausströmenden Wasserfäden mit der innern Radperipherie, β der Winkel, unter welchem dieser Umfang von der Achse eines Radcanales geschnitten wird, so wie endlich γ der Winkel, welchen diese Achse mit dem äufsern Umfange bildet; so hat man für den gröfsten Effect E dieses Rades, wenn man annimmt, dafs die Achse eines jeden Canales oder Radarmes den innern Radumfang rechtwinklig durchschneidet, also $\beta = 90^0$ ist, nach *Redtenbacher's* Entwicklung folgende Bestimmungen: $\alpha = 90^0$, $\gamma = 0$, $F' = kF$, $f = \frac{M}{k'c}$,

$$M = kCF,\quad V = \frac{r}{R}\,\frac{\sqrt{2gh}}{\sqrt{\left[2\left(1+\frac{R}{r}\right)\right]}},$$

$$C = \frac{k'f}{kF}\sqrt{2gh}\,.\sqrt{\left[\frac{1}{2}\left(1+\frac{R}{r}\right)\right]},\quad c = \frac{kF}{k'f}C \text{ und } E = \frac{\gamma M h}{1+\frac{r}{R}},$$

dabei kann $k = 1$ und $k' = {\cdot}9$ gesetzt werden (in vielen Fällen wird man auch geradezu $k = k' = 1$ nehmen).

Beispiel. Ist z. B. $h = 30$ Fufs, $M = 19^1/_2$ Kubikfufs, $R = 3$ Fufs, $r = 1$ Fufs, $f = 72$ Quadratzoll $= {\cdot}5$ Quadratfufs, $d = {\cdot}5$ Fufs (vorigen Paragraph), $b = {\cdot}5$ Fufs und $n = 111$; so erhält man $c = 60{\cdot}9$ und $V = 45{\cdot}7$ Fufs, so wie $E = 24795^{\text{F. Pf.}}$ oder nahe $57^1/_2$ Pferdekraft.

Da das Wasser auf diese Weise nicht mit der absoluten Geschwindigkeit Null aus dem Rade austritt, weil dafür $c = V$ seyn müfste, während $c = \left(1 + \frac{r}{R}\right) V$, also $c > V$ ist; so entsteht von daher ein Verlust an Effect: $E' = \frac{\gamma M h}{2\left(1 + \frac{r}{R}\right)}$. Im vorliegenden Beispiele beträgt dieser Verlust $4132^{\text{F. Pf.}}$ oder nahe $16^1/_2$ Procent des Nutzeffectes. Da jedoch der gesammte Verlust an Nutzeffect $= \gamma M h - E = \frac{\gamma M h}{1 + \frac{r}{R}} = 2 E'$, also doppelt so grofs ist, so folgt, dafs die eine Hälfte dieses Verlustes dadurch entsteht, dafs das Wasser nicht mit der Geschwindigkeit Null austritt, die andere Hälfte dagegen dem Umstande zugeschrieben werden mufs, dafs das Wasser nicht ohne Stofs und plötzliche Geschwindigkeitsänderung in das Rad eintritt, und auch während des Durchganges durch das Rad sonstige Störungen und Hindernisse in der Bewegung des Wassers Statt finden.

Theoretisch genommen liefert diese Turbine $\frac{100}{1 + \frac{r}{R}}$ Procent Nutzeffect, so, dafs dieser also für das gewöhnliche Verhältnifs von $\frac{r}{R} = \frac{1}{3}$ auf 75 Procent steigen sollte.

Um bei hohen Gefällen die nöthige Umfangsgeschwindigkeit herauszubringen, mufs man, wenn die Umlaufszahl nicht gar zu grofs werden soll, dem Rade einen gröfsern Durchmesser geben, als es sich mit der gewünschten Einfachheit und Wohlfeilheit desselben verträgt; aus diesem Grunde hat man in der neuesten Zeit mit sehr gutem Erfolge statt der auf die oben erwähnte Weise gekrümmten Radarme oder Canäle die ursprünglich *Segner*'schen Schenkel, welche sehr leicht die nöthige Länge erhalten können, angewendet, und dabei nur die Vorsicht gebraucht, dieselben am äufsern Ende, wo das Wasser ausfliefst, auf eine ähnliche Weise zu krümmen, wie diefs bei der hier beschriebenen Turbine der Fall ist. Der Umstand, dafs dabei das Wasser vom Mittelpuncte aus in radialer Richtung nach dem Umfange gehen mufs, scheint also keinen so nachtheiligen Einflufs auf den Effect des Rades auszuüben, wie man nach der Vorstellung, welche sich Herr *Whitelaw* von der Bewegung des Wassers in den Radcanälen macht, erwarten müfste.

Endlich kann in Beziehung auf die aus dem Rade ausfliefsende Wassermenge noch bemerkt werden, dafs diese, wenn die äufsere Peripheriegeschwindigkeit des Rades, wie oben bemerkt, $= \sqrt{2gh}$ ist, das Wasser dadurch allein schon (d. i. durch die Centrifugalkraft §. 400) eine Ausflufsgeschwindigkeit erlangt, welche der Höhe h zugehört; da nun die Druckhöhe des Wassers ebenfalls (selbst bei stillstehendem Rade) gleich h ist, so entspricht die wirkliche Ausflufsgeschwindigkeit der Höhe $2h$, und diese ist daher: $v = \sqrt{2g \cdot 2h} = \sqrt{2} \cdot \sqrt{2gh} = 1{\cdot}4\sqrt{2gh}$. Practische Versuche haben gezeigt, dafs diese nur mit $1{\cdot}36\sqrt{2gh}$ in Rechnung gebracht werden darf, wenn man damit die aus den Canälen oder Radarmen ausfliefsende Wassermenge bestimmen will.

Man findet die Anwendung dieser Schottischen Turbine bei hohen Gefällen und nicht sehr bedeutendem Wasserzuflufs (bis ungefähr 20 Kubikfufs per Secunde) am vortheilhaftesten.

Fourneyron'sche Turbine.

§. 407. Erklärung. Diese von dem französischen Ingenieur *Fourneyron* wesentlich verbesserte und im Jahre 1827 zum ersten Male ausgeführte Turbine ist der Hauptsache nach in Fig. 254 im verticalen und horizontalen Durchschnitte dargestellt. Das Rad selbst besteht aus einer gufseisernen tellerförmigen Scheibe *mnm*, auf deren horizontalem Rande *m* gekrümmte Blechschaufeln *a* vertical aufgesetzt und an ihrem obern Rande durch einen Blechring *d* festgehalten und zugleich bedeckt werden, so, dafs dadurch auf ähnliche Weise wie bei dem *Poncelet*'schen Rade gekrümmte Radcanäle oder Zellen *i* gebildet werden, durch welche das am innern Umfange *p* eintretende Wasser durchströmen und an der äufsern Peripherie *q* austreten kann. Das Rad oder die genannte Schale *mnm* ist an einer verticalen Achse oder Spindel *cc* befestiget, welche unten auf einer Pfanne oder Spur *e* läuft und von oben durch ein Halslager gehalten wird; dabei geht diese Spindel durch ein Rohr oder eine Hülse *ss*, welche oben an einem Gestelle befestigt ist und sich unten allmälig in eine kreisrunde Fläche verläuft, welche mit der untern Radkrone oder dem Borde *mm* des Rades in einerlei Ebene liegt, und auf welcher rund herum krumme Blechschaufeln *b* zur Leitung des Wassers in das Rad nach bestimmten Richtungen vertical aufgesetzt und befestigt sind, und defshalb auch Leitcurven genannt werden.

In dem cylinderischen Spalt, welcher durch den Abstand der äussern Peripherie dieser Leitcurven und dem innern Umfange des Bordes *mm* des Rades entsteht, kann ein dünner gufseiserner Cylinder *gg*, welcher hier die Schütze bildet, vertical eingeschoben und nach Belieben mehr oder weniger aufgezogen werden, um das durch den Canal *A* in die

Maschine oder Radkammer eingeführte Wasser durch die auf diese Weise entstehenden gröfseren oder kleineren Austrittsöffnungen oder Canäle des Leitcurvenapparates in gröfserer oder geringerer Menge in das Rad zu leiten. Diese cylindrische Schütze wird durch 3 oder 4 Zugstangen *h*, *h*, welche oben einen entsprechenden einfachen Mechanismus erhalten, auf- und abgeschoben, und zwar kann, wenn diese so weit herabgelassen ist, dafs sie auf den Boden des Leitcurvenapparates *b b* aufsitzt, kein Wasser in das Rad treten, dagegen strömt das Wasser, sobald diese Schütze mehr oder weniger aufgezogen wird, aus dem Leitcurvenapparate nach den durch die Leitcurven *b* vorgeschriebenen Richtungen aus, gelangt in die Radcanäle *i* und treibt das Rad, indem es gegen die Radcurven *a* drückt, in der durch den Pfeil angedeuteten Richtung um, worauf es am äufsern Radumfange austritt und durch den Canal *B* abfliefst.

Bei hohen Gefällen bringt man anstatt des Zuleitungscanals *A* ein mit dem Cylinder *u u* in Verbindung stehendes gufseisernes Rohr an, welches bis gegen *c* hinaufreicht und oben mit einem Deckel geschlossen ist, durch welchen die Zugstangen der Schütze wasserdicht durchgehen.

§. **408. Wirkungsart dieser Turbine.** Sobald die Schütze zum Theil oder gänzlich aufgezogen und das Rad bei seiner Bewegung in den Beharrungsstand gekommen ist, fliefst das Wasser aus dem Leitcurvenapparate mit einer Geschwindigkeit aus, welche je nach der Zahl und Gröfse der Leit- und Radcurvencanäle, so wie der Radgeschwindigkeit, gleich, gröfser oder kleiner ist als die der Gefällshöhe zugehörige Geschwindigkeit. Das Wasser wird hierauf sowohl durch den jener Geschwindigkeit, welche das Wasser nach dem Eintritte in den innern Radumfang noch besitzt, entsprechenden Druck, als auch durch die Centrifugalkraft durch das Rad durch- oder hinausgetrieben, dagegen durch die am äufsern Radumfange Statt findende Pressung, welche vom Drucke der Atmosphäre, oder wenn das Rad im Unterwasser geht oder taucht, durch den atmosphärischen Druck, diesen um den der Tauchung entsprechenden hydrostatischen Druck vermehrt, herrührt, verzögert; jedenfalls aber rührt der Nutzeffect dieses Rades von dem Unterschiede her, welcher beim Durchgange des Wassers zwischen den Pressungen desselben auf die concaven und convexen Flächen der Radcurven oder Schaufeln Statt findet.

Wenn man übrigens der Meinung war, dafs diese Turbine hauptsächlich durch die Centrifugalkraft des Wassers betrieben werde, so beruhte dieses wohl nur auf einem Irrthume, indem die dem Wasser vom Rade aus (von den

convexen Flächen der Schaufeln) mitgetheilte drehende Bewegung, wodurch jedoch eine nachtheilige Reaction auf das Rad entsteht, erst die Centrifugalkraft des Wassers und ein Druck auf die concave Fläche der Schaufeln erzeugt wird, und dieser aus der Centrifugalkraft entstehende Druck kann doch im günstigsten Falle nur eben so grofs als der Gegendruck auf die convexe Fläche der Schaufel, also durchaus nicht wirksam seyn.

§. 409. Nutzeffect dieser Turbine. Zieht man von der absoluten Wirkung des Wassers $\gamma M h$, wenn wie bisher M die zufliefsende Wassermenge, h die Gefällshöhe und γ das Gewicht des Wassers (unter der cubischen Einheit) bezeichnet, die Effectsverluste ab, welche beim Übertritte des Wassers aus dem Leitcurvenapparate in das Rad, so wie ferner noch dadurch entstehen, dafs das Wasser, wenn es nicht ganz ruhig oder mit der Geschwindigkeit Null aus dem Rade austritt, noch eine sogenannte lebendige Kraft oder eine gewisse Wirkung besitzt; so gibt der Rest wieder die gesuchte Nutzwirkung des Rades.

Bezeichnet man den äufsern und innern Radhalbmesser beziehungsweise mit R und r, die Summe der Ausströmungsöffnungen am Leitcurvenapparate mit F, die Summe der Querschnitte der Radcanäle am innern Umfange mit F', so wie jene am äufsern Umfange des Rades durch f, die Anzahl der Leitcurven mit n, jene der Radcurven mit n', den kleinsten Abstand zweier aufeinanderfolgender Leitcurven mit t, so wie zwischen zwei Radcurven mit t', die Geschwindigkeit, mit welcher das Wasser aus dem Leitcurvenapparate austritt, mit C, die absolute Geschwindigkeit des äufsern und innern Radumfanges mit v und v', die relative Geschwindigkeit des Wassers gegen die Radcurven beim Ein- und Austritt mit u' und u, die absolute Geschwindigkeit, mit welcher das Wasser aus dem Rade austritt, mit ω, die Contractionscoefficienten für den Austritt des Wassers aus dem Leitcurvenapparate und dem Rade mit k und k', den Winkel der mittlern Richtung des aus diesem Apparate austretenden Wassers mit dem innern Radumfange durch α, den Winkel, unter welchem die Radcurven den innern Umfang des Rades durchschneiden, mit β, so wie jenen der mittlern Richtung des aus dem Rade austretenden Wassers mit dem äufsern Radumfange durch γ, die Gefällshöhe vom Oberwasserspiegel des Zuleitungscanales bis zur halben Höhe der Radcanäle, oder wenn das Rad im Wasser taucht, bis zum Unterwasserspiegel mit h, die Höhe der Schützenöffnung, d. i. die dem Schützenzuge entsprechende Höhe der Leitcurvencanäle mit d, so wie endlich die Höhe der Radcanäle mit d', so ist (nach der Entwicklung von *Redtenbacher* im oben angeführten Werke), wenn man Kürze halber

$$\frac{k'f}{kF} Sin\,\alpha - \frac{k'f}{F'} Sin\,\beta = a \quad \text{und} \quad \frac{k'f}{kF} Cos\,\alpha + \frac{k'f}{F'} Cos\,\beta = b$$

setzt, sofort der Effect dieser Turbine:

$$E = \gamma M h - \frac{\gamma M}{2g}\left[(b\,u - v')^2 + a^2 u^2\right] - \frac{\gamma M}{2g}(u^2 + v^2 - 2uv\,Cos\,\gamma) \ldots (1,$$

wobei das erste subtractive Glied den Effectverlust beim Übertritte des Wassers aus dem Leitcurvenapparate in das Rad und das zweite die Gröfse der lebendigen Kraft bezeichnet, welche das Wasser beim Austritt aus dem Rade noch besitzt, und daher für die Wirkung des Rades ebenfalls verloren geht.

Aufserdem ist noch

$$\omega^2 = u^2 + v^2 - 2uv\,Cos\,\gamma \ldots (2,$$

$$M = kCF \quad \text{und} \quad C = \frac{k'f}{kF} u.$$

§. **410. Gröfster Nutzeffect.** Die Gleichung 1) zeigt, dafs der Effect am gröfsten, und zwar der absoluten Wirkung des Wassers gleich würde, wenn es möglich wäre die beiden vorhin genannten subtractiven Glieder durch eine eigenthümliche Construction des Rades und dessen vortheilhafteste Geschwindigkeit auf Null zu reduciren, d. h. wenn es möglich wäre den Leitcurvenapparat so wie die Radschaufeln so zu construiren, dafs das Wasser ohne Stofs in das Rad gelangt und in diesem durchaus keine plötzlichen Geschwindigkeitsänderungen erleidet, so wie endlich (alles conform mit dem im §. 366 und §. 374 Bemerkten) das Rad ohne alle Geschwindigkeit, und zwar in einem Puncte verläfst, welcher nicht höher als der Unterwasserspiegel liegt. Obschon sich aber diese Bedingungen bei dieser Turbine (dem einzigen bekannten Rade, wo diefs möglich ist) theoretisch genommen erfüllen lassen, so ist dieses dennoch in der Wirklichkeit wieder unmöglich und man mufs sich daher auch hier begnügen diesem vollkommenen Zustande so nahe als möglich zu kommen.

Setzt man nun die zwei vorhin genannten Glieder gleich Null, so erhält man aus diesen beiden Bedingungsgleichungen mit Combinirung der übrigen Relationen für die vortheilhafteste Wirkung dieses Rades:

$$\gamma = 0, \quad v' = \sqrt{\left(gh\,\frac{Sin\,(\alpha+\beta)}{Sin\,\beta\;Cos\,\alpha}\right)} \ldots (3,$$

$$\frac{Sin\,\beta}{Sin\,\alpha} = \frac{F'}{kF}, \quad \frac{k'f}{kF} = \frac{r}{R}\,\frac{Sin\,\beta}{Sin\,(\alpha+\beta)},$$

ferner:

$$C = \sqrt{\left(gh\,\frac{Sin\,\beta}{Cos\,\alpha\;Sin\,(\alpha+\beta)}\right)} \ldots (4,$$

$$t' = \frac{kn}{k'n'} \frac{r}{R} \frac{Sin\,\beta}{Sin\,(\alpha+\beta)} t \ldots (5$$

und $d = d'$; aufserdem ist noch allgemein: $v = \frac{R}{r} v'$.

Bei der practischen Ausführung dieser Turbine ist es am besten die vier Gröfsen R, r, α, β schicklich anzunehmen und damit aus den vier ersten der vorigen Gleichungen die Werthe von γ, v', $\frac{F'}{F}$ und $\frac{f}{F'}$ zu bestimmen.

Nach den Versuchen und Beobachtungen von Professor ***Redtenbacher*** gewähren diese Turbinen den gröfsten Nutzeffect, wenn die Geschwindigkeit $v' = \cdot 707 \sqrt{\left(gh \frac{Sin\,(\alpha+\beta)}{Sin\,\beta\, Cos\,\alpha}\right)}$, oder wenn man nach dem Vorgange von ***Fourneyron*** $\beta = 90^0$ setzt, sofort $v' = \cdot 5 \sqrt{2gh}$ ist, so, dafs nämlich die Geschwindigkeit des innern Radumfanges nur halb so grofs als die der Gefällshöhe h zugehörige Geschwindigkeit ist. In der Praxis findet man diese vortheilhafteste Geschwindigkeit auch einfach dadurch, dafs man das Rad bei gänzlich aufgezogener Schütze leer (d. i. ohne dafs die Turbine einen Widerstand zu überwinden hat) umlaufen läfst, die Anzahl der Umläufe per Minute zählt, und von dieser Zahl die Hälfte nimmt.

Da übrigens bei den von ***Fourneyron*** erbauten Turbinen nahe $\alpha = 30^0$ und $\beta = 90^0$ ist, so hat man dafür aus der obigen Gleichung 4):

$$C = \cdot 816 \sqrt{2gh}.$$

§. 411. Bestimmungen der Hauptdimensionen dieser Turbine. Den innern Halbmesser r bestimmt man aus der Annahme, dafs es am zweckmäfsigsten sey, den innern horizontalen Querschnitt $r^2\pi$ der Wassermenge M proportional zu machen; da man nun den Beobachtungen zufolge als Mittelwerth $\frac{M}{r^2\pi} = 3{\cdot}51$ setzen kann, so folgt daraus $r = \cdot 3 \sqrt{M}$. Nach dieser Regel erhalten also alle Turbinen für dieselbe Wassermenge auch den nämlichen innern Halbmesser.

Die Wahl der Winkel α und β betreffend, so zeigt die Erfahrung, dafs es am zweckmäfsigsten sey, beiläufig $\alpha = 30^0$ und (was ***Fourneyron*** immer thut) $\beta = 90^0$ zu setzen, obschon man (wie ***Redtenbacher*** richtig bemerkt) eine kleinere Kranzbreite und eine schwächere Krümmung der Radschaufeln erzielt, wenn man nur $\beta = 60^0$ nimmt.

Zur Bestimmung von R läfst sich nach den Beobachtungen gut ausgeführter Turbinen das Verhältnifs von $\frac{R}{r}$ nahe durch die Formel:

$$\frac{R}{r} = 1 + \cdot 0065 \frac{\beta}{\sqrt[3]{r}}$$

finden, wobei r in Fufsen und β in Gradmafs ausgedrückt wird. Für $\beta = 90^0$ wird daher $\frac{R}{r} = 1 + \frac{\cdot 585}{\sqrt[3]{r}}$; bei den von ***Fourneyron*** gebauten Turbinen ist gewöhnlich $\frac{R}{r} = 1{\cdot}38$ bis $1{\cdot}5$.

Was die Anzahl der Leitcurven betrifft, so mufs diese immer zwischen gewissen Grenzen gehalten werden, indem durch die Vergröfserung dieser Zahl zwar das Wasser um so sicherer und in dünneren Schichten durch die Canäle geleitet, dagegen aber auch die von jeder einzelnen Curvenkante entstehende Störung des Wassers in demselben Mafse öfter wiederholt wird. ***Fourneyron*** nimmt in der Regel 24 bis 30 solcher Leitcurven an, so dafs das Verhältnifs $\frac{a'}{l}$ zwischen der gröfsten Höhe der Schützenöffnung und der äufsern Weite der Canäle, wovon die Leitungsfähigkeit eines Leitcurvencanales abhängt, zwischen 3 und 4·5 liegt. Herr ***Redtenbacher*** stellt mit Zuhilfenahme dieser vorhandenen Constructionen die empirische Formel auf: $\frac{a'}{l} = 2\left(1 + \frac{r}{3{\cdot}16}\right)$, wobei wieder (was hier durchaus der Fall ist) r in Fufsen ausgedrückt werden mufs.

In Betreff der Anzahl der Radcurven, wofür ***Fourneyron*** in der Regel 30 bis 36 nimmt, je nachdem die Räder kleiner oder gröfser sind, so kann man, ebenfalls empirisch, diese Zahl durch die Formel:

$$n' = 1{\cdot}2\, n \, Sin\, \beta$$

bestimmen, so, dafs für $\beta = 90^0$ sofort $n' = 1{\cdot}2\, n$ wird.

Was die Krümmung der Leit- und Radcurven betrifft, so wählt man die erstere so, dafs die Canäle nach aufsen hin eine schwache Convergenz erhalten, was man in der Regel dadurch erreicht, dafs man die Leitcurven nach einem Kreisbogen vom Halbmesser $\frac{1}{2} r$ ausführt. Bei grofsen Turbinen kann man sich mit noch mehr Vortheil irgend einer stetigen Curve bedienen, deren Krümmung von innen nach aufsen allmälig abnimmt. Für den Winkel, unter welchem die Leitcurve den innern Kreis der Schütze schneidet, kann man $25 - \frac{h}{3{\cdot}16}$ Grad nehmen, wobei h wieder in Fufsen auszudrücken ist.

Für die Radcurven kann man, wenn $\beta < 90^0$ und z. B. 60 Grad ist, einen einzigen Kreisbogen nehmen, den man jedoch so wählen mufs, dafs die Radcurve den äufsern Radumfang unter einem sehr kleinen Winkel schneidet (es darf nämlich gegen die Theorie, ohne Nachtheil, wie es auch immer geschieht, der Winkel γ etwas gröfser als Null seyn). Ist

der Winkel $\beta = 90^0$, so setzt man die Radcurven aus zwei Kreisbögen zusammen, von denen der äufsere mit einem doppelt so grofsen Halbmesser als der innere beschrieben wird, dabei ist die Entfernung des Punctes, in welchem sich diese beiden Kreisbögen tangirend verbinden, vom Mittelpuncte des Rades um $1{\cdot}3\,r$ zu nehmen.

Um die äufsere Weite der Radcanäle, als eine wesentliche Dimension, zu finden, verzeichnet man (Fig. 255) zwei unmittelbar auf einander folgende Radcurven von unbestimmter Länge, zieht in einem Abstande $ab = t'$, dessen Werth man aus der obigen Gleichung findet, zu hal einen concentrischen Kreisbogen bis zum Durchschnitte mit der folgenden Radcurve; so bestimmt dieser Durchschnitt den Endpunct y dieser Radcurve; werden hierauf alle übrigen Radcurven eben so lang wie diese gemacht, so erhalten die sämmtlichen Canäle die gehörige äufsere Weite t'.

Um ferner auch noch die Höhe d' der Radcanäle zu erhalten, hat man, wenn M die gröfste Wassermenge bezeichnet, welche auf das Rad wirken soll, sofort $d' = \frac{M}{n\,t\,k\,C}$, wobei man n und t aus der Zeichnung erhält, und k je nach der Form eines Leitcurvencanales anzunehmen ist; in der Regel kann man $k = {\cdot}9$ bis 1 setzen, je nachdem $\alpha \lesseqgtr 24^0$ ist; k' dagegen kann immer mit ·9 in die Rechnung genommen werden.

Um endlich auch noch die dem gröfsten Nutzeffecte entsprechende Umlaufszahl N der Turbine, welche man für die Ausmittlung der etwa nöthigen Transmission kennen mufs, zu bestimmen, wird man zuerst aus der obigen Gleichung 3 (des vorhergehenden Paragraphes) v' berechnen, und dann diese per Minute Statt findende Umlaufszahl N aus der Gleichung $N = 6{\cdot}75\,\frac{v'}{r}$ finden.

Obschon es nicht unmöglich scheint, den Nutzeffect bei dieser Turbine bis auf 90 Procent zu bringen, so wird man doch gut thun, diesen im Voraus (selbst bei der gelungensten Ausführung) nicht höher als zu 75 Procent in Anschlag zu bringen, und daher wenn die auf das Rad wirkende Wassermenge M nach der in Pferdekräften $\mathfrak{N}$ ausgedrückten Leistung, welche das Rad besitzen soll, zu bestimmen ist, diese aus der Formel $M = \frac{10\,\mathfrak{N}}{h}$ zu berechnen, wobei $\mathfrak{N}$ zu $430^{\text{F. Pf.}}$ angenommen ist und M in Kubikfufs gefunden wird.

In den meisten Fällen wird man sich mit den nachstehenden, theilweise nur genäherten, jedoch einfacheren Formeln begnügen können: $M = \frac{10\,\mathfrak{N}}{h}$,

$r = \cdot 3\sqrt{M}$, $C = \cdot 8\sqrt{2gh}$, $d' = \frac{M}{n\,t\,C}$ und (in der Voraussetzung von $\alpha = 30$ und $\beta = 90^0$) $N = 4\cdot 7\,\frac{\sqrt{2gh}}{r}$.

Beispiel. Es sey die Gefällshöhe $h = 6$ Fuſs und die per Secunde auf das Rad wirkende Wassermenge $M = 40$ Kubikfuſs; so ist der innere Radhalbmesser $r = \cdot 3\sqrt{M} = 1\cdot 9$ Fuſs. Die Geschwindigkeit des Wassers beim Austritte aus den Leitcurvencanälen $C = \cdot 8\sqrt{2gh} = 15\cdot 4$ Fuſs. (Wäre nicht $\alpha = 30$, sondern z. B. $= 35^0$, so würde $C = 16\cdot 4$ Fuſs.)

Nimmt man vorläufig die Anzahl der Leitcurven $n = 30$, die Blechdicke zu $\cdot 2$ Zoll an, so folgt aus der Zeichnung die Weite der Leitcurvencanäle $t = \cdot 156$ Fuſs $= 1\cdot 87$ Zoll, und damit ist die Höhe des Rades $d' = \frac{M}{n\,t\,k\,C} = \cdot 55$ Fuſs $= 6\cdot 6$ Zoll. Da nun bei dieser Annahme von $n = 30$ das Verhältniſs $\frac{d'}{t} = \frac{\cdot 55}{\cdot 156} = 3\cdot 5$ sehr nahe dem Werthe $2\left(1 + \frac{r}{3\cdot 16}\right) = 3\cdot 2$ gleich ist, so kann (obige Anmerkung) diese vorläufig angenommene Zahl der Leitcurven sofort beibehalten werden.

Es ist ferner $R = 1\cdot 473\,r = 2\cdot 8$ Fuſs. Die Anzahl der Radcurven ist $n' = 1\cdot 2\,n\,Sin\,\beta = 36$.

Ferner ist $t' = \frac{30}{26} \cdot \frac{1\cdot 9}{2\cdot 8} \cdot \frac{1\cdot 56}{\cdot 866} = \cdot 14$ Fuſs $= 1\cdot 68$ Zoll, so wie

$$N = \frac{4\cdot 7\sqrt{2gh}}{r} = 47\cdot 8,$$

wofür man die Zahl 48 nehmen wird.

Nach der Rechnung stellt sich der Nutzeffect dieser Turbine zu 90 Procent heraus.

Anmerkung. Auſser den beiden bisher behandelten Turbinen verdient noch jene von *Cadiat* eine besondere Erwähnung, bei welcher die Leitcurven weggelassen sind, dagegen aber auch schon nach der Theorie dabei das absolute Maximum der Wirkung nicht zu erreichen und der Nutzeffect jedenfalls geringer als bei der *Fourneyron*'schen Turbine ist. Es scheint, daſs man bei dieser Turbine, bei welcher es zwar möglich ist, das Wasser ohne Stoſs in das Rad treten zu lassen (während bei der *Fourneyron*'schen eine Störung entsteht, welche einen Effectverlust von beiläufig 10 Procent herbeiführt), dagegen aber die Geschwindigkeit des Wassers an dem äuſsern Ende fast doppelt so groſs als die äuſsere Umfangsgeschwindigkeit des Rades ist, durchschnittlich nur auf einen Nutzeffect von 66 bis 70 Procent rechnen kann. Die *Cadiat*'sche Turbine hat mit der *Fourneyron*'schen den nicht unbedeutenden Vortheil gemein, daſs sie eben so wie diese ohne Nachtheil im Unterwasser tauchen kann, was besonders für kleine Gefällshöhen sehr vortheilhaft ist. Übrigens eignet sich die *Fourneyron*'sche Turbine am besten für ganz kleine und mittlere Gefällshöhen (bis ungefähr 35 à 40 Fuſs) und groſse Wassermengen, während die Schottische Turbine mehr bei gros-

sen Gefällshöhen und kleinen Wasserquantitäten angezeigt ist. Bei sehr grofsen Gefällshöhen fällt nämlich die *Fourneyron*'sche Turbine sehr klein aus, und erhält daher eine bedeutende Rotationsgeschwindigkeit, wodurch die Transmission complicirter wird.

Ist die Wassermenge veränderlich, so hat die Schottische Turbine gegen die *Fourneyron*'sche, besonders wenn diese nicht durch horizontale Zwischenböden in mehrere Fächer (oder über einander liegende Radzellen) abgetheilt ist, wodurch es immer möglich wird, die Radcanäle der untern (beim kleinsten Wasserstande), der untern und nächst höhern (beim mittlern Wasserstande) u. s. w. Abtheilung voll zu erhalten, den Vorzug.

Schlüfslich kann noch bemerkt werden, dafs die Turbinen im Allgemeinen ein reineres Wasser (und darum die Schottische weniger als die *Fourneyron*'sche) als die übrigen Wasserräder zu ihrem ungehinderten Betriebe erfordern.

[Näheres, so wie auch eine Andeutung der *Jonval*'schen Turbine, findet man in dem oben angezogenen Werke von Professor *Redtenbacher*.]

Achtes Kapitel.

Von der Wassersäulenmaschine.

§. 412. Erklärung. Bei einer geringen Wassermenge, dagegen einem sehr bedeutenden Gefälle, welches öfters 20 Klafter und darüber beträgt, führt man das Wasser in Röhren, dem sogenannten Fallrohre *EF* (Fig. 257), in einen liegenden oder gewöhnlicher stehenden Cylinder, den Treibcylinder *AB*, in welchem sich ein Kolben (Piston) *b* luft- und wasserdicht auf und ab bewegen kann, durch eine eigene Vorrichtung, die sogenannte Steuerung, abwechselnd ober und unter diesen Kolben, wodurch derselbe in Folge des hydrostatischen Druckes der im Fallrohre befindlichen Wassersäule abwechselnd ab- und aufwärts getrieben und durch diese oscillirende Bewegung entweder unmittelbar (wie so häufig in Bergwerken) ein Pumpensatz betrieben, oder indem diese oscillirende Bewegung nach einer der in §. 301 angeführten Methode in eine rotirende verwandelt wird, zum Betriebe anderer Maschinen benützt werden kann.

Was die erwähnte Steuerung betrifft, so besteht diese entweder in Hähnen, welche durch die Maschine selbst zur rechten Zeit umgedreht (gesteuert) werden, oder wie bei den neuern Maschinen in kleineren Kolben *a*, *a'*, welche sich an einer gemeinschaftlichen Stange in einem kleinen Cylinder *CD* periodisch, und zwar ebenfalls durch den Gang

der Maschine selbst bewirkt, auf und ab (oder wenn der Treibcylinder liegend angebracht ist, hin und her) bewegen. Bei der in der Zeichnung angenommenen Stellung dieser Kolbensteuerung tritt das Wasser eben aus dem Fallrohre *EF* durch die Öffnung *r* in den Treibcylinder unter den Kolben, welcher sich sonach aufwärts bewegt, während das vom vorhergegangenen Kolbenspiel über demselben befindliche Wasser durch die Öffnung *s* in den kleinen Steuercylinder *CD*, und von da durch den Ausgufs *t* ausfliefst. Hat der Kolben bei dieser seiner Bewegung nahe seinen höchsten Stand erreicht, so stöfst entweder eine an der Kolbenstange *g* in diesem Falle angebrachte Warze an einen mit der Stange der Steuerkolben verbundenen Hebel, und schiebt diese kleinen Kolben bis in die durch punctirte Linien angedeutete Stellung herab, oder es geschieht diese Bewegung der Steuerung zweckmäfsiger dadurch, dafs in diesem Momente, ebenfalls durch die Bewegung der Kolbenstange *g*, der doppelt durchbohrte Hahn *e* so gedreht wird, dafs das unter dem dritten Kolben *d*, welcher in diesem Falle noch an dieselbe Stange der beiden vorigen *a*, *a'* angebracht wird, befindliche Wasser durch das Rohr *f* und das Abzugsrohr *z* abfliefsen und dagegen das Wasser aus dem Fallrohre durch die Canäle oder Röhren *l* und *m* über den Kolben *d* treten kann. Sobald diese beiden Kolben *a*, *a'* diese erwähnte, durch punctirte Linien angezeigte Lage angenommen haben, ist der Zuflufs des Wassers aus dem Fallrohre und dem Schenkel *p* unter den Treibkolben *b* abgesperrt, dagegen mittelst des Schenkels *q* über diesen Kolben hergestellt, und dadurch die Bewegung des Treibkolbens *b* nach abwärts eingeleitet, wobei das unter demselben befindliche Wasser durch *r*, *u*, *t* entweicht; kurz bevor dieser Kolben seinen tiefsten Stand erreicht hat, wird in diesem letztern Falle der Hahn *e* wieder zurückgedreht, so dafs das über dem Kolben *d* befindliche Wasser durch *m* und *z* abfliefsen, dagegen aus dem Fallrohre durch *q*, *l*, *f* unter diesen Kolben *d* treten, und dadurch die beiden Steuerungskolben *a*, *a'* wieder auf die gezeichnete Stelle heben kann; wodurch sich die vorhin beschriebene Aufwärtsbewegung des Treibkolbens wiederholt.

Anmerkung 1. Der von dem berühmten *Reichenbach* bei seiner so schön und zweckmäfsig ausgeführten Wassersäulenmaschine angebrachte Kolbensteuerungsapparat ist aus der Zeichnung in Fig. 256 zu ersehen. Da diese Wassersäulenmaschine zum Heben der Salzsohlen bestimmt ist, so ist mit der Treibkolbenstange *g* am untern Ende zugleich der Druckkolben angebracht, welcher beim Niedergehen die ganze Salzsohle hinaufzudrücken und beim Aufwärtsgehen diese blofs aus dem Sumpfe anzusaugen hat. Aus diesem Grunde sind zwei Treibkolben *K* und *L*, wovon der eine *K* einen

weit gröſseren Durchmesser als der andere L hat, so mit einander verbunden, daſs die wirkende Wassersäule abwechselnd durch die Canäle t und v in den weitern und engern Raum des Treibcylinders eintritt und zum Niedergehen der Treibstangen auf den groſsen, dagegen zum Heben derselben bloſs auf den kleinern Kolben L wirkt; daſs dabei die beiden Räume K und L des Treibcylinders nur durch eine wasserdichte Stopſbüchse communiciren, durch welche die Kolbenstange geht, ist für sich klar, so wie auch, daſs der Treibkolben K in der gezeichneten Stellung eben niedergeht und sobald dessen Stange g mit der Warze ω an den um o drehbaren Hebel s stöſst, die Stange r mit den beiden kleinen Kolben e und i aufwärts geschoben, und dadurch das Wasser aus dem Fallrohr durch p und z unter den Kolben a geleitet wird, wodurch die 3 Steuerkolben a, b, c gehoben werden (s. die punctirten Linien) und das Wasser aus dem Fallrohr durch p und v unter den kleinern Treibkolben L zum Heben desselben (sammt jenem K) treten kann.

Anmerkung 2. Solche Maschinen, bei welchen das Wasser wie hier abwechselnd über und unter den Kolben geleitet wird, heiſsen doppelt wirkend, zum Unterschiede von den einfach wirkenden, bei welchen das Wasser (wie es fast durchgehends bei den ältern Maschinen, die in den Bergwerken zur Gewältigung der Grubenwässer benützt wurden, der Fall war) nur unter den Treibkolben geleitet wurde, um diesen sammt dem unmittelbar daran hängenden Pumpengestänge und der über dem Pumpenkolben stehenden Wassersäule zu heben, während das Zurück- oder Herabgehen des Treibkolbens lediglich durch sein und das Gewicht des Gestänges (welches man nöthigenfalls auch noch durch ein additionelles Gewicht vergröſsert) bewirkt wurde.

§. 413. Effect der Wassersäulenmaschine.

Rechnet man die wirksame Gefälls- oder Wassersäulenhöhe vom Oberwasserspiegel des Reservoirs bis zum mittlern Kolbenstande, d. i. bis zur halben Höhe des stehenden Cylinders AB (Fig. 257), oder bei einem liegenden Cylinder bis zur Achse desselben, und bezeichnet diese Höhe durch H, ferner den Querschnitt oder die Fläche des Treibkolbens b durch F, dessen mittlere Geschwindigkeit mit v; so ist, wenn z wieder die Wassersäulen- oder Widerstandshöhe zur Überwindung der verschiedenen Widerstände bezeichnet, welche das Wasser in den Zuteitungsröhren (wodurch der wirksame Druck auf den Treibkolben vermindert wird) erfährt, der wirksame Druck des Wassers gegen den Kolben, nach Gleichung m) §. 348, wenn dieser durch P bezeichnet wird:

$$P = \gamma F\left(H - \frac{v^2}{2} - z\right),$$

wobei wieder, wenn der Wiener Fuſs zur Einheit genommen wird, $\gamma =$ 56·5 Pfund, das Gewicht eines Kubikfuſs Wassers bezeichnet.

Da man für diese mittlere Geschwindigkeit v die Bewegung des Kolbens als gleichförmig ansehen kann, so ist der Effect der Maschine $E = Pv$, oder wenn man das per Secunde verwendete Wasservolumen mit M bezeichnet, wodurch $Fv = M$ wird, auch:

$$1)\quad E = \gamma M \left(H - \frac{v^2}{2g} - z \right).$$

Diese Gleichung 1) läfst sich auch noch auf folgende Weise ableiten: Da die Wirkung oder Arbeit des Wassers per Secunde $= \gamma M (H - z)$ ist, wobei z die vorige Bedeutung hat, so ist, wenn die auf den Treibkolben reducirte zu überwindende Kraft $= P$ und die mittlere als gleichförmig anzusehende Geschwindigkeit desselben $= v$ ist, sofort:

$$\gamma M (H - z) = Pv + \frac{\gamma M v^2}{2g},$$

weil nicht blofs der Widerstand P überwunden, sondern auch die Wassermasse γM von der Geschwindigkeit Null auf jene v gebracht werden mufs (§. 185); daraus nun folgt der Nutzeffect:

$$Pv = E = \gamma M \left(H - z - \frac{v^2}{2g} \right)$$

wie zuvor.

§. **414.** Ist l die Länge und d der lichte Durchmesser der Zuleitungs- oder überhaupt aller Röhren (wozu also streng genommen auch die kurzen Communicationsröhren r, s, so wie der Treibcylinder selbst gehören), in welchen die Reibungs- oder Adhäsionswiderstände des Wassers zu berücksichtigen sind, so wie v' die Geschwindigkeit des Wassers in diesen Röhren, folglich (wegen $v' : v = D^2 : d^2$) $v' = \frac{D^2}{d^2} v$; so kann man für den vorliegenden Fall mit hinlänglicher Genauigkeit (§. 344, q'):

$$z = \cdot 03 \frac{l}{d} \frac{v'^2}{2g} = \cdot 03 \frac{l}{d} \frac{D^4}{d^4} \frac{v^2}{2g} \ldots (a$$

setzen. Allein diese Widerstandshöhe z ist nicht die einzige, um welche die Druckhöhe H vermindert wird, denn es entsteht erstlich aus der Kolbenreibung eine ähnliche Widerstandshöhe z', wobei man im Durchschnitte:

$$z' = \cdot 03 \frac{H}{D} \ldots (b$$

setzen kann; ferner wird man es durch keine Steuerungsmethode dahin bringen, dafs die Wassersäule im Einfallsrohre, deren Masse $m = \frac{1}{4} \gamma d^2 \pi l$ ist, nicht nach jedem Kolbenspiele zur Ruhe kommt, also bei jedem folgenden Kolbenspiele wieder von der Geschwindigkeit Null auf jene $v' = \frac{D^2}{d^2} v$ gebracht werden mufs. Ist nun s die Gröfse des Kolben-

hubes, so ist die auf diesem Wege durch Beschleunigung der Masse erschöpfte Wirkung $= \frac{m v'^2}{2g}$ und die Höhe einer auf dem Kolben ruhenden Wassersäule, durch deren Bewegung dieselbe Wirkung während eines Kolbenspiels erschöpft wird:

$$z'' = \frac{D^2}{d^2} \frac{l}{s} \frac{v^2}{2g} \ldots (c.$$

Es würde also mit Rücksicht auf diese Widerstände, unter denen noch einige andere, wie z. B. die Reibung der Kolbenstange in der Stopfbüchse, der Widerstand der Steuerung u. s. w. nicht enthalten sind, der Effect

$$E = \gamma M \left[H - \left(\frac{v^2}{2g} + z + z' + z'' \right) \right] \ldots (2$$

seyn. Da nun der subtractive Theil dieses Ausdruckes mit v im quadratischen Verhältnifs abnimmt, so ist es vortheilhaft die Maschine sehr langsam arbeiten zu lassen; in der Regel nimmt man daher v nur von $\frac{1}{2}$ bis $1\frac{1}{2}$ Fufs per Secunde.

Der Nutzeffect beläuft sich bei den wirklich bestehenden Wassersäulenmaschinen im Durchschnitt von 50 bis 75 Procent.

Beispiel. Für eine zu Gebote stehende Wassermenge von 2 Kubikfufs per Secunde und einer (nach verticaler Richtung gezählter) Gefällshöhe von 350 Fufs hat man, wenn die gesammte Länge der Einfallsröhren 500 Fufs, ihr lichter Durchmesser 12 Zoll, der Durchmesser des Treibkolbens 2 Fufs und jeder Kolbengang 8 Fufs beträgt, sofort $M = 2$, $H = 350$, $\gamma = 56\frac{1}{2}$, $l = 500$, $d = 1$, $D = 2$, $s = 8$ und $v = \frac{M}{\frac{1}{4} D^2 \pi} = \cdot 6366$, wofür wir der gröfsern Einfachheit wegen $\cdot 64$ nehmen wollen. Nach den vorigen Formeln a, b, c ist, wegen $\frac{v^2}{2g} = \cdot 0066$, sofort $z = 1\cdot 584$, $z' = 5\cdot 25$ und $z'' = 1\cdot 65$, folglich der subtractive Theil in der Formel 2) sofort $8\cdot 484$, und daher:

$$E = 2 \times 56\cdot 5\,(350 - 8\cdot 484) = 38591^{F.\,Pf.}$$

oder nahe $89\frac{4}{5}$ Pferdekraft.

Da die absolute Wirkung des Gefälles $\mathfrak{E} = \gamma M H = 39550^{F.\,Pf.}$ beträgt, so ist $\frac{E}{\mathfrak{E}} = \cdot 976$; da aber der Erfahrung zu Folge der Nutzeffect höchstens auf 75 Procent steigt, so müssen, wenn die hier in Rechnung gebrachten Widerstände mit 4 Procent nicht zu gering angeschlagen sind, die übrigen hier nicht berücksichtigten Nebenhindernisse wenigstens 18 Procent betragen.

Neuntes Kapitel.

Von den Pumpen.

Einleitung.

§. 415. Erklärung. Unter den Wasserpumpen, welche hier vorzugsweise gemeint sind, versteht man jene hydraulische Maschinen, mittelst welchen das Wasser aus einem tiefer liegenden auf einen höher gelegenen Punct gehoben wird; je nachdem dieses nun mittelst eines auf und ab gehenden Kolbens, oder eines im Kreise herumlaufenden Flügels oder Schiebers bewirkt wird, hat man vorzüglich (ohne Rücksicht auf die noch übrigen mannigfaltigen Modificationen) Kolben- und Rotationspumpen. Die Kolbenpumpen, welche uns hier vorgugsweise beschäftigen, werden je nach der verschiedenen Wirkungsweise in Saug-, Druck- und vereinigte Saug- und Druckpumpen eingetheilt.

Wie man sieht, so unterscheiden sich die Pumpen, so wie alle Wasserhebmaschinen, unter denen wir nur die Pumpen als die wichtigsten und nützlichsten herausheben, von den früher behandelten hydraulischen Maschinen wesentlich dadurch, daſs bei den vorigen das Wasser als die bewegende Kraft, hier aber als die zu bewegende Last erscheint.

Saug- und Hebepumpe.

§. 416. Wesentliche Bestandtheile einer Saugpumpe. Dazu gehören ein cylindrisch ausgebohrtes und, bei sorgfältiger Ausführung, ausgeschliffenes Rohr *A* (Fig. 258), das sogenannte Kolbenrohr oder der Stiefel, in welchem ein nach seiner Achse durchbrochener Cylinder oder Kegel *a*, der sogenannte Kolben, luft- und wasserdicht auf und abbewegt werden kann. Dieser Kolben besitzt auf seiner obern Grundfläche entweder bloſs eine biegsame Lederscheibe, welche von der durch die Achse gehende Kolbenstange *C* zugleich in ihrem Mittelpuncte festgehalten wird, und sich rund herum vom Rande nach einwärts etwas aufbiegen läſst, oder zweckmäſsiger eine nach aufwärts sich öffnende Klappe oder ein Ventil *n*, das Kolbenventil, in welchem Falle die Kolbenstange mittelst eines Biegels *c* (Fig. 260) mit dem Kolben so verbunden wird, daſs sich dieses Ventil ungehindert öffnen und schlieſsen kann. Mit dem Stiefel *A* steht ferner in der Regel ein engeres und in das Unterwasser (den Sumpf) reichendes Rohr *D*, das Saugrohr, in Verbindung, welches durch

das ebenfalls aufwärts sich öffnende Saugventil *m* (auch Boden- oder Stöckelventil genannt) mit dem Stiefel in Communication steht oder davon abgesperrt ist, je nachdem dieses Ventil (welches ein Kegel-, Kugel- oder Klappenventil seyn kann) geöffnet oder geschlossen ist. Endlich wird noch bei diesen Pumpen unmittelbar über dem Kolbenrohr das Ausgufsrohr *B* angebracht.

Die Saug- und Hebepumpe, bei welcher das Wasser auf eine gröfsere Höhe gehoben wird, unterscheidet sich von der eben beschriebenen nur dadurch, dafs bei der erstgenannten auf das Kolbenrohr noch ein kürzeres oder längeres Rohr, das Aufsatz- oder Steigrohr, aufgesetzt, und in diesem erst der Ausgufs angebracht wird.

Da man aus Gründen, welche sogleich angegeben werden sollen, das Saugrohr nicht leicht länger als etwa 25 Fufs machen darf, so wird eine einfache Saugpumpe das Wasser auch nur bis ungefähr auf diese Höhe oder gegen 5 Klafter heben können. Saug- und Hebepumpen, mittelst welchen das Wasser sofort auf jede beliebige Höhe gehoben werden kann, heifsen hohe Sätze, und in manchen Fällen (besonders in Bergwerken), wo diese Höhe von 40 bis 50 Klafter beträgt, auch Kunstsätze.

Läfst man bei einer solchen Pumpe das Saugrohr weg und stellt das Kolbenrohr selbst in das Unterwasser, so erhält man eine ganz einfache Hebepumpe.

Für die gewöhnlichen Hauspumpen (Brunnen) besteht der Kolben aus einem cylindrischen oder schwach conischen, in Öl ausgekochten Buchen- oder sonstigem harten Holze, welcher parallel mit seiner Achse mehrfach durchbohrt ist und ganz bequem in den Stiefel hineingeht, während die auf seiner obern Grundfläche aufliegende Filz- oder Lederscheibe desto fester hineinpafst, und dadurch wenigstens im Anfange eine bedeutende Reibung erzeugt. Besser ist es diesen Kern, welcher auch bei sorgfältigerer Ausführung zweckmäfsiger aus Metall hergestellt wird, mit einer Lederkappe, wie in Fig. 260 dargestellt ist (die Stulp- oder Kappenliederung), zu versehen, weil dadurch die nöthige wasserdichte Bewegung des Kolbens ohne eine so bedeutende Reibung erzielt wird.

In der neuesten Zeit hat der französische Mechaniker *Letestu* die Kolben sehr sinnreich und mit dem besten Erfolg dadurch hergestellt, dafs er in einen ziemlich langen metallenen Trichter oder hohlen Kegel *ab* (Fig. 261), dessen Mantelfläche siebartig durchbohrt, dagegen die untere oder kleinere Basis geschlossen ist, eine eben so conisch geschnittene Lederkappe *n*, die ganz leicht oder lose, ohne genäht zu seyn, über einander gelegt und unten durch die durch den Conus gehende und in eine Schraube auslaufende Kolbenstange *c* festgehalten wird, einlegt, und dadurch, dafs dieser lederne Conus über den metallenen wenigstens um einen Finger breit vorspringt, eine Sturzliederung, dadurch aber, dafs sich die blofs über-

einander gelegten (und übergreifenden) Ränder leicht über einander schieben, zugleich auch das Kolbenventil bildet.

Was die Ventile im Allgemeinen betrifft, so wendet man außer den bereits erwähnten Klappen- am häufigsten noch das Kegelventil (Fig. 261. *a*) an, welches aus einem metallenen, abgestutzten Kegel *a* besteht, welcher in einem hohlen Kegel, dem sogenannten Ventilsitz *b*, luftdicht eingeschliffen ist, und mit dem an der kleinern Basis befestigten Stiele *c* in dem im Ventilsitz angebrachten Steg *n* seine Führung findet.

Bei der eben erwähnten *Letestu*'schen Pumpe besteht das Saug- oder Bodenventil eben so einfach als zweckmäßig aus einer siebartig durchlöcherten runden Metallplatte *A* (Fig. 261), auf welche eine kleinere, bloßs die Löcher bedeckende biegsame Lederscheibe *d* im Mittelpuncte durch eine leicht los zu machende Mutterschraube *o* befestigt, und so dem in der Richtung der Pfeile aufsteigenden Wasser der Durchgang gestattet, dagegen in der entgegengesetzten Richtung versperrt wird.

§. 417. Wirkungsart der Saugpumpe. Da der mittlere Druck unserer Atmosphäre mit einer Quecksilbersäule (im Barometer) von nahe 28 Zoll oder einer Wassersäule von beinahe 32 Fuſs im Gleichgewichte steht, so wird das in dem oben offenen Gefäſse *A* (Fig. 269) befindliche Wasser, sobald das oben geschlossene Rohr *ic* luftleer gemacht wird, in diesem über das Niveau von *ab* um 32 Fuſs in die Höhe steigen, und sich dadurch mit dem Luftdrucke ins Gleichgewicht stellen. Wird daher bei der Saugpumpe (Fig. 258) der anfänglich ganz unten am Bodenventil *m* aufsitzende Kolben *a* in die Höhe gezogen, demnach im Stiefel *A* ein luftleerer (oder verdünnter) Raum erzeugt, so dringt die durch die Atmosphäre im Saugrohr *D* zusammengepreſste Luft durch das Saugventil *m* in diesen luftleeren Raum unter den Kolben, um bei dem darauf folgenden Niedergang desselben (wobei sich dieses Ventil schlieſst und daher diese im Raume *A* befindliche Luft zusammengepreſst wird) durch das Kolbenventil *n*, welches sich dadurch öffnet, über den Kolben zu treten und zu entweichen. So wie aber die Luft im Saugrohr verdünnt wird, so tritt auch das Wasser, in Folge des atmosphärischen Druckes auf die Oberfläche *N*, in das Saugrohr ein, und darin immer höher hinauf, so, daſs nach einigen Kolbenzügen anstatt Luft nunmehr das Wasser selbst zuerst in den Stiefel und dann eben so durch das Ventil *m* über den Kolben tritt, wenn nämlich der höchste Kolbenstand die vorhin genannte Höhe von 32 Fuſs über den Unterwasserspiegel *N* nicht übersteigt.

Obschon die mit dem atmosphärischen Drucke im Gleichgewichte stehende Wassersäule nahe 32 Fuſs hoch ist, so kann das Wasser bei den Pumpen

durch die eben beschriebene Wirkungsweise (nämlich durch das sogenannte Ansaugen) diese Höhe doch niemals erreichen, weil erstens (schon wegen des sogenannten schädlichen Raumes zwischen dem Kolben- und Saugventil beim tiefsten Kolbenstand) niemals ein vollkommen luftleerer Raum erzeugt wird, und weil ferner durch den Druck der Atmosphäre (als wirkende Kraft) sowohl der Widerstand des Wassers in den Röhren überwunden, als auch die ruhende Wassermasse beschleunigt, und wenn man will, auch das Saugventil gehoben werden mufs; alle die diesen Widerständen entsprechenden Wassersäulenhöhen müssen daher von der erwähnten Höhe von 32 Fufs abgezogen werden, um jene Höhe zu erhalten, auf welche das Wasser angesaugt werden kann.

§. 418. Bestimmung der gröfsten Ansaughöhe. Ist $\mathfrak{H}$ die Höhe der mit dem atmosphärischen Drucke im Gleichgewichte stehenden Wassersäule (also im Mittel nahe = 32 F.), s der Kolbenhub und e die Höhe des schädlichen Raumes, d. i. der lichte Abstand der beiden Ventile beim tiefsten Kolbenstande; so hat die innere Luft die Elasticität der äufsern, und wird durch die Wassersäule $\mathfrak{H}$ gemessen. Beim höchsten Kolbenstande hat sich diese Luft von der Höhe e auf jene $s + e$ ausgedehnt, wodurch (wie wir im folgenden Abschnitte sehen werden) die Elasticität in demselben Verhältnifs vermindert, und daher durch die Wassersäule $\frac{e}{s+e}\mathfrak{H}$ gemessen wird. Ist nun nach mehreren Kolbenzügen das Wasser im Saugrohr bis auf die gröfste Höhe h, die es erreichen kann, gestiegen, so besitzt die zwischen der Oberfläche dieser Wassersäule und dem Saugventil im Saugrohr befindliche Luft eine Elasticität, welche durch die Wassersäule $\mathfrak{H} - h$ gemessen wird, und da auch beim letzten Kolbenhub noch die im Stiefel befindliche Luft die vorhin ausgedrückte Elasticität besitzt (indem bei jedem Kolbenniedergang die zurückgebliebene Luft zwischen den beiden Ventilen immer wieder bis auf die Dichte und Elasticität der äufsern zusammengedrückt wird), und diese, wenn das Gleichgewicht eingetreten ist, jener der noch im Saugrohr befindlichen Luft gleich seyn mufs, so hat man $\mathfrak{H} - h = \frac{e}{s+e}\mathfrak{H}$, und daraus:

$$h = \mathfrak{H}\left(1 - \frac{e}{s+e}\right) = \frac{\mathfrak{H}}{1 + \frac{e}{s}} \quad . . . (r$$

Ist z. B. $e = \frac{1}{3}s$, so ist diese Ansaughöhe $h = \frac{3}{4}\mathfrak{H} = 24$ F.

§. 419. Betriebskraft der Saug- und Hebepumpen. Ist h die verticale Höhe vom Unterwasserspiegel bis zum

Ausgufsrohr, x die Höhe des Kolbens, bei einem beliebigen Stande desselben über diesem Unterwasserspiegel und wieder $\mathfrak{H}$ die Höhe der mit dem atmosphärischen Drucke im Gleichgewichte stehenden Wassersäule; so ist, wenn das Wasser bereits bis zum Ausgufsrohr gestiegen ist und, wie es immer seyn soll und vorausgesetzt werden mufs, das angesogene Wasser unmittelbar dem Kolben nachdringt und an diesen ansteht, die Höhe der auf dem Kolben ruhenden Wassersäule $= \mathfrak{H} + h - x$, dagegen die Höhe der Wassersäule, welche auf den Kolben von unten nach oben drückt $= \mathfrak{H} - x$, so dafs also noch von oben nach unten auf den Kolben eine Wassersäule drückt von der Höhe $\mathfrak{H} + h - x - (\mathfrak{H} - x) = h$, d. h. es ruht während des ganzen Kolbenspiels immerfort eine Wassersäule auf der Kolbenfläche, welche der Höhe h, auf die das Wasser gehoben werden soll, gleich ist.

Ist daher die in Quadratfufs ausgedrückte Kolbenfläche $= F$, die Höhe, auf welche das Wasser gehoben werden soll, in Fufsen $= h$, so wie das Gewicht von 1 Kubikfufs desselben wieder $= \gamma$; so ist die zum Aufziehen des Kolbens (ohne alle sonstigen Gewichte und Nebenhindernisse) erforderliche Kraft $P = \gamma F h$, und zwar in Pfunden, wenn γ in derselben Einheit ausgedrückt wird.

Aufser dieser statischen Belastung der Pumpe kommt noch die sogenannte dynamische hinzu, welche 1) in der Kolbenreibung, 2) der Adhäsion des Wassers in den Röhren, 3) in der Trägheit der immer von neuem zu bewegenden Wassersäule, und 4) in der Contraction des Wassers beim Durchgange durch die verschiedenen Öffnungen, so wie in dem Gewichte der Ventile, des Kolbens u. s. w. besteht. Im grofsen Durchschnitte kann man, da die Kolbengeschwindigkeit niemals bedeutend ist und immer innerhalb gewisser Grenzen bleiben mufs, den dynamischen Widerstand zu 1 bis 2 Procent des statischen annehmen, und sonach 1) $P = 1\frac{1}{10}\gamma P h$, oder bei minder vortheilhafter Ausführung 2) $P = 1\frac{1}{5} P h$ setzen.

Beim Niedergehen des Kolbens ist blofs die Kolbenreibung, welche bei einer zweckmäfsigen Liederung immer nur geringe ist, und jener Widerstand zu überwinden, welcher beim Durchdrängen des Wassers durch das Kolbenventil entsteht; dabei wirkt jedoch das Gewicht des Kolbens und Gestänges (mit Abschlag des Gewichtsverlustes im Wasser) zu Gunsten. Jedenfalls geht man sicher und rechnet für die zum Niederdrücken nöthige Kraft P' eher zu viel, wenn man diese dem vorhin erwähnten dynamischen Widerstande gleich, also:

$P' = \frac{1}{10}\gamma F h$, oder bei minder guter Ausführung $P' = \frac{1}{5}\gamma F h$ setzt.

§. **420.** Die oben angeführten Widerstände, welche zusammen den dynamischen Widerstand ausmachen, werden am eiufachsten dadurch in Rechnung gebracht, daſs man sich für jeden einzelnen eine Wassersäule von solcher Höhe auf dem Kolben ruhend denkt, daſs zu ihrer Aufwärtsbewegung dieselbe Arbeit oder Wirkung wie zur Überwindung dieses betreffenden Widerstandes erforderlich ist. Bezeichnet man nun diese Wassersäulen- oder Widerstandshöhen der Reihe nach, wie sie vorhin aufgezählt wurden, mit h', h'', h''' und h^{IV}; so hat man für die erste oder Kolbenreibung Folgendes zu bemerken.

Bei einer Kappenliederung, die ihrer Zweckmäſsigkeit wegen immer angewendet werden sollte, und daher hier vorausgesetzt wird, beträgt die reibende Fläche, wenn die Höhe des (immer nur ganz schmalen) Lederringes, in so weit diese dabei in Betracht kommt, $= b$ und der Durchmesser des Kolbens $= D$ ist, sofort $b D \pi$; davon wird jede Flächeneinheit mit der Kraft (§. 310) γh gegen die innere Wend des Kolbenrohrs angepreſst, so, daſs wenn f den betreffenden Reibungscoefficienten bezeichnet, sofort die zur Überwindung der Reibung nöthige Kraft $p = f b D \pi . \gamma h$ ist.

Soll nun aber das Heben einer über der Kolbenfläche $F = \frac{1}{4} D^2 \pi$ stehenden Wassersäule von der Höhe h' dieselbe Kraft erfordern, so muſs $\frac{1}{4}\gamma h' D^2 \pi = \gamma f D b h \pi$, also $h' = 4 f b \frac{h}{D}$, oder wenn man den unbestimmten Erfahrungscoefficienten $4 f b = k$ setzt, auch $h' = k \frac{h}{D}$ seyn.

Mehreren Versuchen zufolge kann man für gut polirte metallene Stiefel $k = 03$, für bloſs gebohrte $k = {}^{\cdot}06$, für gut gebohrte hölzerne Stiefel $k = {}^{\cdot}1$, und für schlechte $k = {}^{\cdot}2$ setzen.

§. **421.** Ist ferner l die Länge und d der lichte Durchmesser des Saug-, so wie L die Länge und D der Durchmesser des Kolbenrohrs, c die mittlere Geschwindigkeit des Kolbens, folglich (wegen $c : c' = f : F = \frac{1}{4} d^2 \pi : \frac{1}{4} D^2 \pi$) $c' = \frac{D^2}{d^2} c$ jene des Wassers im Saugrohr; so ist nach §. 344 die Widerstandshöhe für die Adhäsion des Wassers im Kolbenrohr $= {}^{\cdot}03 \frac{L}{D} \frac{c^2}{2g}$, und für jene im Saugrohr

$= \cdot 03 \frac{l}{d} \frac{c'^2}{2g} = \cdot 03 \frac{l}{d} \frac{D^4}{d^4} \frac{c^2}{2g}$, also für beide zusammen:

$$h'' = \cdot 03 \frac{c^2}{2g} \left(\frac{L}{D} + \frac{l}{d} \frac{D^4}{d^4} \right).$$

Zur Beschleunigung der Wassermasse $M = \gamma f l$ im Saugrohr, wenn die Querschnittsfläche $\frac{1}{4} d^2 \pi = f$ gesetzt wird, von Null auf c' während eines Kolbenhubes $= s$, ist (§. 185) eine Arbeit

$$= M \frac{c'^2}{2g} = \gamma f l \frac{D^4}{d^4} \frac{c^2}{2g},$$

und eben so für die Masse $\gamma L F$ im Kolbenrohr die Arbeit $= \gamma L F \frac{c^2}{2g}$ nöthig. Zur Bewegung der äquivalenten Wassersäule $\gamma F h'''$ dagegen wird die Arbeit $\gamma F h''' s$ erfordert, so, dafs durch Gleichsetzung dieses Ausdruckes mit der Summe der beiden unmittelbar vorhergehenden sofort $h''' = \left(L + l \frac{D^2}{d^2} \right) \frac{c^2}{2gs}$ gefunden wird.

In allen jenen Fällen jedoch, in welchen der Kolben am Ende des Hubes dieselbe Geschwindigkeit wie am Anfange desselben hat, und die erlangte Geschwindigkeit dabei nur allmälig verliert, wird zur Beschleunigung der Massen (§. 187) keine Arbeit absorbirt, folglich fällt diese Widerstandshöhe h''' überall dort, wo eine Pumpe durch leblose Motoren und mittelst Krummzapfen betrieben wird, aus der Rechnung heraus.

§. 422. Was endlich die letzte, aus der Contraction entstehende Widerstandshöhe betrifft, so ist diese die unbedeutendste, wenn man dafür sorgt, dafs sich das Saugrohr am untern Ende, wo es im Sumpfe steht, etwas erweitert und die Öffnung des Saug- oder Stöckelventils nicht zu klein ist. Ist allgemein n der Contractionscoefficient für das in das Saugrohr eintretende Wasser, so ist die der Beschleunigung des Wassers entsprechende Widerstandshöhe, welche aus der Contraction entspringt, $= \left(\frac{c'}{n}\right)^2 : 2g = \frac{c^2}{2gn^2} \frac{D^4}{d^4}$ (weil das Wasser von der Geschwindigkeit Null auf jene $\frac{c'}{n}$ gebracht werden mufs).

Ist ferner f der Querschnitt des Saugrohrs und f' die Öffnung des Saugventils, so wie m der entsprechende Contractionscoefficient, so mufs das Wasser beim Durchgange durch diese Öffnung von der Geschwindigkeit c' auf jene $\frac{c'f}{mf'}$ gebracht werden, wozu (§. 346) eine Druckhöhe $= \frac{c^2}{2g} \frac{D^4}{d^4} \left[\frac{d^4 \pi^2}{16 m^2 f'^2} - 1 \right]$ nöthig ist; diese Widerstands-

höhe mit der vorigen vereinigt, gibt daher:

$$h^{IV} = \frac{c^2}{2g}\left[\frac{D^4}{d^4}\left(\frac{1}{n^2} - 1\right) + \frac{D^4 \pi^2}{16 m^2 f'^2}\right].$$

Für den besondern Fall von $f' = f$ wird einfacher:

$$h^{IV} = \frac{c^2}{2g} \cdot \frac{D^4}{d^4}\left(\frac{1}{n^2} + \frac{1}{m^2} - 1\right).$$

§. **423.** Zur Überwindung aller dieser Widerstände ist daher beim Aufziehen des Kolbens, wenn G das Gewicht desselben sammt Gestänge (mit Rücksicht auf den Gewichtsverlust im Wasser) bezeichnet, eine Kraft

$$P = \gamma F(h + h' + h'' + h''' + h^{IV}) + G$$

nothwendig.

§. **424.** Um ferner auch die zum Niederdrücken des Kolbens nöthige Kraft P' zu finden, sey f der Querschnitt der Kolbenventilöffnung und m wieder der Contractionscoefficient, so mufs sich das Wasser mit einer Geschwindigkeit von $\frac{cF}{mf}$ durch diese Öffnung durchdrängen, wozu eine Widerstandshöhe $\mathfrak{H} = \frac{c^2}{2g}\frac{F^2}{m^2 f^2} = \frac{c^2}{2g}\frac{D^4}{m^2 d^4}$ nothwendig ist, so, dafs also $P' = \gamma F \mathfrak{H} - G$ ist; dabei ist die bei einer guten Kappenliederung ohnehin nur unerhebliche Kolbenreibung unberücksichtigt gelassen.

Da nun immer $P > P'$ ist, so gleicht man, wenn nicht etwa zwei Pumpen mittelst eines Balancier in der Art betrieben werden, dafs der eine Kolben steigt während der andere hinabgeht, diesen ungleichen Widerstand durch ein Gegengewicht aus.

Beispiel. Soll z. B. das Wasser auf eine Höhe von 5 Klafter mittelst einer solchen Saug- und Hebepumpe gehoben werden, bei welcher das Saugrohr 20 Fufs lang und 6 Zoll weit, das Kolbenrohr 10 Fufs lang und 9 Zoll weit ist, der Kolbenhub 3 Fufs und die Hubzeit 6 Secunden, so wie das Gewicht des Kolbens sammt Gestänge (im obigen Sinne) 30 Pfund beträgt; so hat man $h = 30$, $l = 20$, $L = 10$, $d = \frac{1}{2}$, $D = \frac{3}{4}$, $s = 3$, $c = \frac{s}{t} = \frac{1}{2}$ und $G = 30$. Setzt man die sämmtlichen Contractionscoefficienten $= \cdot 8$, den Coefficienten für die Kolbenreibung $k = \cdot 06$ und den Durchmesser der beiden Ventilöffnungen (wie es seyn soll) ebenfalls $= d = \frac{1}{2}$; so findet man ganz einfach für die obigen Widerstandshöhen $h' = 2{\cdot}4$, $h'' = \cdot 026$, $h''' = \cdot 074$ und (für den besondern Fall von $f' = f$) $h^{IV} = \cdot 0433$, folglich ist ihre Summe $= 2{\cdot}543$ Fufs, und diese Widerstandshöhe beträgt von der zu hebenden Wassersäule den $11{\cdot}8^{\text{ten}}$ Theil

oder nahe $8^{1}/_{2}$ Procent, und eben so viel beträgt demnach auch der dynamische von dem statischen Widerstand.

Es ist also $P = 56{\cdot}5 \times {\cdot}442 \times 32{\cdot}563 + 30 = 842{\cdot}7$ Pfund.

Will man noch die Kraft p hinzurechnen, welche zur Hebung des Saugventils nöthig ist, so wäre, wenn q dessen Gewicht ist, $p = q\frac{D^2}{d^2}$, im vorliegenden Beispiele also $= \frac{9}{4}q$, und wenn das Ventil 1 Pfund wiegt, so ist $p = 2\frac{1}{4}$ Pf.

Ferner ist für den Niedergang des Kolbens, wegen $\mathfrak{H} = {\cdot}032$ F., sofort $P' = 56{\cdot}5 \times {\cdot}442 \times {\cdot}032 - 30 = -29{\cdot}2$ Pfund, oder wenn auch für das Öffnen des Kolbenventils $2\frac{1}{4}$ Pfund nöthig wären, sofort $P' = -26{\cdot}95$ Pf., d. h. der Kolben würde durch die eigene Schwere mit einer Kraft von nahe 27 Pf. herabgetrieben, welches Übergewicht bei gehöriger Ausgleichung für die zu hebende Kraft benützt werden kann. Für den Fall, daſs die Widerstandshöhe h''' ausgelassen werden kann, fällt P um 1·8 Pfund geringer aus, was übrigens hier keine Berücksichtigung verdient.

§. 425. Die zu einer Auf- und Abbewegung des Kolbens nöthige Wirkung oder Arbeit ist, wenn s die Gröſse des Kolbenhubes und t die Zeit für einen Auf- oder Niedergang des Kolbens bezeichnet, sofort $W = Ps + P's = (P + P')s$, also die Arbeit per Secunde:

$$E = \frac{W}{2t} = (P + P')\frac{s}{2t} = \frac{c}{2}(P + P').$$

Im vorigen Beispiele ist $E = 204^{\text{F. Pf.}}$, während ohne die sogenannten dynamischen Hindernisse $E' = 187^{\text{F. Pf.}}$ seyn würde, so, daſs also E um $8^{1}/_{2}$ Procent gröſser als E' ist.

Was ferner die L e i s t u n g dieser Pumpe betrifft, so werden binnen 12 Secunden (die Zeit für einen Auf- und Niedergang des Kolbens) $\frac{4}{5}Fs = \frac{4}{5} \times {\cdot}442 \times 3 = 1{\cdot}06$ Kubikfuſs, d. i. 60 Pfund Wasser auf eine Höhe von 30 Fuſs gehoben; dieſs gibt einen Nutzeffect per Secunde von $e = \frac{60 \times 30}{12} = 150^{\text{F. Pf.}}$; es ist daher $\frac{e}{E} = \frac{150}{203} = {\cdot}74$ oder der Nutzeffect beträgt 74 Procent.

Bei gewöhnlichen Pumpen mit hölzernem Stiefel und unzweckmäſsiger Kolbenliederung steigt der Nutzeffect selten über 60 Procent.

A n m e r k u n g 1. Bei Beurtheilung des Nutzeffectes einer Wasserpumpe darf man übrigens nicht vergessen, daſs die auf jeden Kolbenhub, nämlich die während der Zeit von $2t$ Secunden geförderte Wassermenge keinesweges der theoretischen $M = Fs$ gleich kommt, sondern durch den Verlust, welcher durch das Zurücktreten des Wassers durch das Ventil und die Liederung Statt findet und von $\frac{1}{12}$ bis $\frac{1}{5}$ beträgt, auf $\frac{11}{12}$ bis $\frac{4}{5}M$ reducirt wird.

A n m e r k u n g 2. Da das Wasser der vorhandenen Hindernisse wegen nur

mit einer gewissen Geschwindigkeit dem Kolben nachdringen kann, so läfst es sich gar wohl denken (wenn es auch nicht leicht vorkommen wird), dafs der Kolben so schnell aufwärts bewegt (vom Wasser losgerissen) wird, dafs das Wasser dem Kolben nicht schnell genug folgen, und daher auch gegen diesen keinen Druck ausüben kann; in diesem Falle ist nicht blofs, wie oben (§. 419) erörtert, die auf dem Kolben ruhende Wassersäule von der Höhe *h*, sondern von der viel bedeutenderen $h' + H$, wo *h'* die im §. 420 angegebene Bedeutung hat.

Im obigen Beispiele würde sich (siehe die von uns gelieferte Abhandlung über »Pumpen« in *Prechtl's* technologischer Encyclopädie, Bd. 11, S. 249) der Kolben schon bei einer Geschwindigkeit von 5 Fufs vom nachdringenden Wasser losreissen.

Druckpumpen.

§. 426. Erklärung. Die Druckpumpe besteht aus dem Stiefel oder Kolbenrohr *A* (Fig. 263), in welchem sich ein massiver (nicht durchbrochener) Kolben *a* luftdicht auf und ab bewegt, dem Knie- oder Gurgelrohr *B*, welches den Stiefel mit dem Steigrohr *C* verbindet, so wie endlich dem Saug- oder Stiefelventil *m* und dem Gurgelventil *n*.

Beim Aufziehen des Kolbens dringt das Wasser durch das Ventil *m* (und zwar hier ohne den Luftdruck, durch das eigene Gewicht des Wassers) in den Stiefel ein und wird beim Niedergehen des Kolbens, wobei sich das Ventil *m* schliefst, während sich jenes *n* öffnet, in das Steigrohr getrieben, in welchem es durch die wiederholte Kolbenbewegung auf jede beliebige Höhe gehoben oder hinaufgedrückt werden kann. Auch hier wird das Kolbenrohr (wie bei der Saugpumpe das Saugrohr) nach unten etwas erweitert und siebartig durchlöchert, um das Eindringen von Schlamm und sonstigen Unreinigkeiten zu verhindern.

§. 427. Kolben und Ventile. Der Kolben einer Druckpumpe besteht entweder wie in *a* (Fig. 262) aus mehreren über einander gelegten Leder- oder Filzscheiben, welche mittelst zweier Metallplatten und einer durch die Achse gehenden Mutterschraube zusammengeprefst und festgehalten werden; oder besser, wie die Kolben bei Dampfmaschinen, aus zwei metallenen, gegen einander zu schraubenden Platten (wie in *b*, Fig. 262), zwischen welchen eine Packung von Hanf oder aufgedrehten Seilen eingelegt wird; oder auch (wie in *c* der erwähnten Fig. 262) aus einem doppelten Lederstulp (doppelte Kappenliederung), so wie auch endlich aus einem ganz einfachen, sehr genau in das Kolbenrohr eingeschliffenen Metallcylinder (Metallkolben). Sehr häufig wird

auch der *Bramah*'sche Kolben, d. i. ein längerer massiver oder hohler Cylinder *m* (Fig. 264) von etwas kleinerem Durchmesser als das Kolbenrohr (in Lichten) hat angewendet, wobei die Liederung, wie in *d* angezeigt, im Kolbenrohr selbst (wie z. B. bei dem Kolben der hydrostatischen Presse, §. 307) angebracht ist, oder welcher wie bei *z* durch eine gewöhnliche Stopfbüchse *k* geht.

Aufser dem schon bei der Saugpumpe erwähnten Kegelventil oder jenem in Fig. 265 dargestellten, wendet man auch das Kugelventil, nämlich eine metallene Kugel an, welche in dem, ein hohles Kugelsegment bildenden Ventilsitz genau eingeschliffen ist.

Anmerkung. Bei der Bestimmung der Gröfse und Hubhöhe eines, z. B. des Kegelventils, geht man von der Ansicht aus, dafs die Ausflufsöffnung dem Querschnitt der Röhre gleich seyn soll, aus welcher das Wasser eindringt; ist daher d der innere Durchmesser des Rohres, also auch des Ventils, b die Hubhöhe des letztern, so soll $\frac{1}{4} d^2 \pi = b d \pi$, demnach $b = \frac{1}{4} d$ seyn. Da ferner das Wasser auch zwischen dem Umfang des Ventils und der Wand der Röhre, in welche das Wasser übertritt, seinen ungehinderten Durchgang finden soll, so mufs, wenn D der lichte Durchmesser dieser Röhre und δ jener der gröfseren Basis des Ventils ist, sofort $\frac{1}{4}(D^2 - \delta^2)\pi = \frac{1}{4} d^2 \pi$, also $D = \sqrt{(d^2 + \delta^2)}$ seyn; wäre $\delta = d$, so müfste also:

$$D = d\sqrt{2} = 1{\cdot}4 d$$

seyn.

§. 428. Nöthige Betriebskraft. Sind D, F, L der Durchmesser, innere Querschnitt und die Länge des Kolbenrohrs, d, f, l dieselben Gröfsen für das Steigrohr, ist ferner h die Höhe der zu hebenden Wassersäule, vom mittleren Kolbenstand an gerechnet, s die Höhe eines Kolbenhubes und c dessen mittlere Geschwindigkeit; so findet man auf dieselbe Art, wie in den §§. 420 bis 424, dafs der Kolben beim Niedergange, wo er die Wassersäule h zu heben oder hinaufzudrücken, und aufserdem die Widerstandshöhen h', h'', h''' und h^{IV} für die Kolbenreibung, Adhäsion, Beschleunigung und Contraction des Wassers zu überwinden hat, eine Kraft

$$P = \gamma F(h + h' + h'' + h''' + h^{\text{IV}}) - G \;.\;.\;. (1$$

erfordert, wenn wieder G das geltende Gewicht des Kolbens sammt Stange ist; dagegen zum Aufziehen des Kolbens eine Kraft

$$P' = \gamma F(\tfrac{1}{2} s + h'_1) + G$$

nothwendig ist, wobei h'_1 die Widerstandshöhe für die Kolbenreibung bezeichnet und jedenfalls bedeutend kleiner als h' ist.

Nach §. 420 ist $h' = k\frac{h}{D}$, wobei nach Umständen $k = {\cdot}03$ bis ${\cdot}1$ zu setzen

ist; ferner ist, wenn man die Adhäsion und Beschleunigung des Wassers im Kolbenrohr, als hier zu unbedeutend vernachläfsigt, $h'' = {}^{\cdot}03 \frac{c^2}{2g}\frac{l}{d}\frac{D^4}{d^4}$, $h''' = \frac{c^2}{2gs} l \frac{D^2}{d^2}$ und, wenn man die Ventilöffnungen ebenfalls $= f$ und die Contractionscoefficienten einander gleich annimmt und $= n$ setzt,

$$h^{\text{iv}} = \frac{c^2}{2g}\frac{D^4}{d^4}\left(\frac{2}{n^2} - 1\right),$$

dabei kann n von ·8 bis ·95 angenommen werden.

Aufser diesen, mit den bei Saug- und Hebepumpen vorkommenden analogen Widerständen, kommt hier noch einer zu berücksichtigen, welcher unter gewissen Umständen sehr beträchtlich seyn kann; da nämlich das Steig- oder Gurgelventil, es mag ein Kegel- oder Klappenventil seyn, gegen die zu hebende Wassersäule im Steigrohre hin eine etwas gröfsere Fläche als gegen die Seite des Druckkolbens besitzt, so entspringt aus diesem Flächenunterschiede eine neue Widerstandshöhe. Ist nämlich, bei Voraussetzung eines Kegelventils, f dessen kleinere, d. i. die Fläche der Ventilöffnung, und f' die gröfsere Fläche, auf welcher (mit nur unbedeutendem Abzug) die Wassersäule h ruht, so ist der Druck von dieser Seite her auf das Ventil $= \gamma f' h$, während er von der entgegengesetzten, d. i. von der Seite des Kolbens her, wenn h_1 die Höhe der Wassersäule ist, durch deren Druck auf die Fläche f die Wassersäule h gehoben wird, sofort $= \gamma f h_1$ ist; es mufs daher $\gamma f' h = \gamma f h_1$ oder $h_1 = \frac{f'}{f} h$ seyn. Wäre nun $f' = f$, so wäre auch $h_1 = h$, d. h. es wäre (ohne Rücksicht auf das hier verschwindende Ventilgewicht) blofs die Wassersäule im Steigrohre zu heben, was bereits berücksichtigt ist; allein die Differenz $h_1 - h = h\left(\frac{f'}{f} - 1\right)$ gibt die neue Widerstandshöhe h^{v}, welche also, wenn d der Durchmesser der Öffnung oder kleinern und δ jener der gröfsern Ventilfläche bezeichnet, den Werth erhält: $h^{\text{v}} = h\left(\frac{\delta^2}{d^2} - 1\right)$.

Eine ganz ähnliche Rechnung gilt für das Klappenventil, und es ist, wenn a der Abstand des Mittelpunctes des Druckes (§. 312) von dem Scharnier des Ventils und b der Abstand des Mittelpunctes der Öffnung von dieser Drehungsaxe ist, sofort $h^{\text{v}} = h\left(\frac{f'}{f}\frac{a}{b} - 1\right)$, weil die statischen Momente $\gamma f' h b$ und $\gamma f h_1 a$ einander gleich seyn müssen.

Beispiel. Soll z. B. das Wasser durch eine 200 Klafter lange und 3 Zoll weite Röhrenleitung auf eine Höhe von 25 Klafter mittelst eines einfachen Druckwerkes gehoben werden, bei welchem das Kolbenrohr 9 Zoll weit ist, der Kolbenhub 30 Zoll und die Zeit dafür 5 Secunden beträgt; so hat man, wenn das Gewicht des Kolbens sammt Gestänge mit 150 Pfund, der Reibungscoefficient k mit ·06, der Contractionscoefficient n mit ·8 und h'_1 mit 1 Fufs in Rechnung zu bringen ist, wegen $D = \frac{3}{4}$, $F = {}^{\cdot}442$, $s = 2\frac{1}{2}$, $l = 1200$,

$d = \frac{1}{4}$, $h = 150$, $G = 150$ und $c = \frac{s}{t} = \frac{2 \cdot 5}{5} = \cdot 5$ sofort $h' = 12$, $h'' = 47 \cdot 03$, $h''' = 17 \cdot 42$ und $h^{\text{IV}} = \cdot 69$; springt endlich das Steigventil um $\frac{1}{10}$ Zoll über den Rand der 3 Zoll weiten Ventilöffnung rund herum vor, so ist wegen $\delta = 3 \cdot 2$ und $d = 3$ noch $h^{\text{V}} = \cdot 138\, h = 20 \cdot 7$.

Die Summe aller dieser Widerstandshöhen beträgt sonach 97·84 Fuſs, folglich von der Förderungshöhe per 150 Fuſs (hier wegen der langen und engen Röhrenleitung) nicht weniger als 65¹/₅ Procent.

Nach der obigen Formel 1) wird also zum Niederdrücken des Kolbens eine Kraft von $P = \cdot 442 \times 56 \cdot 5\,(150 + 97 \cdot 84) - 150 = 6039$ Pfund erfordert.

Ferner ist bei der erwähnten Annahme von $h'_1 = 1$ Fuſs (was von der Art der Kolbenliederung abhängt) die zum Heben des Kolbens nöthige Kraft $P' = \cdot 442 \times 56 \cdot 5\,(\frac{5}{4} + 1) + 150 = 206$ Pfund.

Sollte die Kraft zum Heben des Kolbens jener zum Niederdrücken gleich werden, so müſste man mit der Kolbenstange noch ein Gegengewicht von $\frac{1}{2}(6039 - 206) = 2916\frac{1}{2}$ Pfund verbinden, wodurch dann $P = P' = 3122\frac{1}{2}$ Pfund würde. Weit zweckmäſsiger wäre es jedoch, entweder eine doppelt wirkende Druckpumpe zu verwenden oder an einen gemeinschaftlichen Balancier wieder zwei Pumpen- oder Kolbenstangen so einzuhängen, daſs sie das Wasser abwechselnd in ein gemeinschaftliches Steigrohr treiben, weil dann auſser der entstehenden Gleichförmigkeit in der Betriebskraft auch die Wassersäule im Steigrohr fortwährend in Bewegung bleibt.

Die zum Betriebe dieser Pumpe nöthige Wirkung ist zusammen für einen Auf- und Niedergang des Kolbens oder für 10 Secunden $W = (P + P')\, s$, folglich der Effect für 1 Secunde $E = (6039 + 206)\frac{5}{20} = 1561\frac{1}{4}^{\text{F. Pf.}}$ oder etwas über 3½ Pferdekräfte. Die in je 10 Secunden gehobene theoretische Wassermenge ist $M = \cdot 442 \times \frac{5}{2} = 1 \cdot 105$, also die wirkliche in dieser Zeit $m = \frac{4}{5} \times 1 \cdot 105 = \cdot 884$ Kubikfuſs 150 Fuſs hoch, was sofort per Secunde einen Nutzeffect von $e = \frac{\cdot 884 \times 150 \times 56 \cdot 5}{10} = 749 \cdot 2^{\text{F. Pf.}}$ gibt, welcher von der nöthigen Betriebskraft bloſs 48 Procent beträgt, was hier daher kommt, weil das Wasser auf einen Umweg von 1050 Fuſs auf die Höhe von 150 Fuſs gehoben wird. Kann man kein doppeltes Druckwerk anlegen, so läſst man das Gurgel- und Steigrohr (wie bei Feuerspritzen) in einen Windkessel A (Fig. 266) einmünden, damit durch die Elasticität der Luft, welche bei jedem Kolbenstoſs etwas comprimirt und beim leeren Zurückgehen des Kolbens wieder ausgedehnt wird, ebenfalls ein continuirliches Ausströmen des Wassers Statt hat, dadurch wird ebenfalls die fortwährend auf Beschleunigung des Wassers im Steigrohr nöthige Kraft, welche im gegenwärtigen Beispiele, bei jedem Kolbenspiel nicht weniger als 434 Pfund beträgt, erspart.

Vereinigtes Saug- und Druckwerk.

§. 429. Da man das Kolbenrohr sehr selten unmittelbar in den Sumpf oder das Unterwasser stellt, indem sonst der häufig im Wasser befindliche Sand und die sonstigen specifisch schwerern Unreinigkeiten ebenfalls durch das Bodenventil in das Kolben-, und dann auch in das Steigrohr gelangen; so verbindet man das Kolbenrohr gerade so wie bei der Saug- und Hebepumpe in der Regel noch mit einem Saugrohre, wodurch ein sogenanntes Saug- und Druckwerk entsteht.

Auch hier bringt man, wenn man keine doppelt wirkende einfache Pumpe (wie eine solche in Fig. 259 dargestellt und ohne weitere Erläuterung verständlich ist) oder nicht zwei in gehöriger Wechselwirkung stehende Pumpen anbringen will oder kann, zur Ausgleichung der Bewegung des Wassers im Steigrohre einen Windkessel mit in Verbindung.

Die Berechnung eines solchen vereinten Saug- und Druckwerkes bietet jetzt, nach dem was vorausgegangen, keine Schwierigkeit mehr dar.

Beispiel. Bei der hier in Wien gebauten Kaiser-Ferdinands-Wasserleitung beträgt der lichte Durchmesser des Kolbenrohrs 18 Zoll, jener des 20 Fufs langen Saugrohres 2 Fufs, die Länge des 14 Zoll weiten Steigrohres 2300 Klafter, die vertical gemessene Höhe, auf welche das Wasser gehoben wird, 170 Fufs, der Kolbenhub einer jeden der beiden Pumpen 3 Fufs und die Hubzeit 2 Secunden, so wie endlich der sogenannte schädliche Raum 3 Zoll.

Man findet, wenn man die Formeln der §§. 420 bis 425 nur auf eine Pumpe gehörig anwendet, für die mittlere oder auf irgend eine Weise ausgeglichene Kraft, welche sowohl beim Hinaufziehen als Hinabdrücken des Kolbens nöthig ist, 24510 Pfund, wenn nämlich das im Steigrohre befindliche Wasser bei jedem Kolbendrucke von der Ruhe aus, und zwar mit der angenommenen Geschwindigkeit von $\frac{3}{2}$ Fufs per Secunde, in Bewegung gesetzt werden müfste; dagegen wenn durch irgend eine Vorkehrung das Wasser in dem 2300 Klafter langen Steigrohre immer in Bewegung bleibt, blofs 10719 Pfund, welches weniger als die Hälfte der vorigen Kraft ausmacht; die Widerstandshöhe ($= 22{\cdot}559$) beträgt im letztern Falle ungefähr den vierten Theil von der hydrostatischen ($= 85$ F.).

Was die nöthige Arbeit oder Wirkung zum Betriebe eines dieser beiden Pumpwerke betrifft, so steigt diese im erstern Falle auf nahe $85\frac{1}{2}$, im letztern auf $37\frac{1}{2}$ Pferdekraft. Berechnet man dabei wieder die wirklich gehobene Wassermenge zu $\frac{4}{5}$ der theoretischen, so werden per Secunde $1\frac{6}{100}$ Kubikfufs auf 170 Fufs Höhe gehoben (was binnen 24 Stunden 51100 Eimer ausmacht), und damit stellt sich dann der Nutzeffect, bei der Betriebskraft von $37\frac{1}{2}$ Pferde (also im zweiten Falle), nahe auf 64 Procent der aufgewendeten Betriebskraft.

Da nun aber bei dem genannten Wasserhebwerke durch die Dampfmaschine gleichzeitig zwei Pumpen von derselben Gröfse und Wirkung, die

mit einander in Verbindung stehen, betrieben werden, so ist die nöthige Betriebskraft $E = 2 \times 37\frac{1}{2} = 75$ Pferdekräfte und das binnen 24 Stunden auf 170 Fufs Höhe gehobene Wasser $M = 2 \times 51100 = 102200$ Eimer. — In der Wirklichkeit werden von einer Niederdruck-Dampfmaschine (eine zweite dient als Reserve) von nominell 60 Pferdekräfte (welche indefs gewifs eine wirkliche Kraft von 75 Pferden besitzt) binnen 24 Stunden 100000 Eimer 175 Fufs hoch gehoben. — Nach der vorigen Rechnung wird diese Maschine die Pumpen beim Anlassen, wo also die ganze im Steigrohre befindliche Wassermasse von der Ruhe aus in Bewegung gesetzt werden mufs, nicht wie im Beharrungsstande mit $1\frac{1}{2}$, sondern nicht ganz mit $\frac{2}{3}$ Fufs Geschwindigkeit bewegen.

Feuerspritzen.

§. 430. Eine besondere und zugleich höchst wichtige practische Anwendung findet das Saug- und Druckwerk auf die Feuerspritzen, mittelst welchen bekanntlich bei Feuersbrünsten das Wasser oft auf eine bedeutende Höhe in einem kräftigen Strahle in das Feuer gespritzt oder geschleudert werden soll, um das Feuer zu löschen. Unter den vielen Arten und Formen ist in Fig. 267 eine der kräftigsten und bewährtesten Feuerspritzen dargestellt. In dem auf einem Wagengestelle ruhenden Kasten *NN* sind die beiden Stiefeln *A*, *A* auf eine solche Weise aufgeschraubt oder befestigt, dafs das in dem Kasten befindliche Wasser leicht durch das Boden- oder Saugventil *b* in diese eintreten kann; zugleich steht mit diesen Stiefeln der mit atmosphärischer Luft gefüllte Windkessel *B* so in Verbindung, dafs durch die schief liegenden Klappenventile *d*, *d*, die Communication abwechselnd damit hergestellt oder unterbrochen wird, je nachdem der mit seiner Stange *f* in dem um seinen Mittelpunct drehbaren (oder um die durch diesen Punct gehende horizontale Achse oscillirenden) Druckbaume *E* in *o* gelenkartig eingehängten Kolben *a* niedergedrückt oder aufgezogen wird. Da nun das Steig- oder Gufsrohr *C* (welches in einer durch die Zeichnung in Fig. 268 dargestellten Form ausläuft, und durch eine besondere Einrichtung am obern Theil alle nöthigen Bewegungen gestattet) in den oben luftdicht verschlossenen Windkessel einmündet, so wird, sobald diese hydraulische Maschine durch das Auf- und Abbewegen des hier aus Schmiedeisen angenommenen Heb- und Druckbaumes *E* (welchen man für gewöhnlich auch aus Holz herstellt), an dessen Endpuncten *g*, *g* Querbäume zum Angriffe der Arbeiter durchgehen, in Thätigkeit gesetzt wird, das Wasser abwechselnd durch die Ventile *b*, *b* angesaugt und durch jene *d*, *d* in den Windkessel und zugleich auch in das Steigrohr treten und durch die Ausgufsöffnung hinaus-

getrieben. Wird dagegen die Öffnung oder Mündung dabei während einiger Kolbenstöfse zu oder verschlossen gehalten, so wird auf jeden Kolbenstofs die im obern Raume des Windkessels befindliche Luft immer mehr und dergestalt zusammengeprefst, dafs wenn die Gufsmündung geöffnet wird, durch diesen bedeutenden Druck das Wasser mit grofser Geschwindigkeit auf eine diesem Drucke entsprechende Höhe hinausgetrieben wird. Ist der Windkessel von hinreichender Gröfse und das Verhältnifs zwischen der Gufsmündung und der Gröfse, so wie der Geschwindigkeit des Kolbens ein richtiges, so wird sich auch diese anfängliche Pressung der Luft im Windkessel ziemlich unverändert erhalten und dadurch ein gleichförmiges Austreiben des Wassers, so lange die Spritze mit gleicher Kraft in Thätigkeit bleibt, bewirkt werden.

§. 431. In manchen Fällen wird der Spritzenkasten N nicht wie es gewöhnlich geschieht, continuirlich mittelst der Feuer- oder eigentlicher Wassereimer mit Wasser gespeist, sondern es werden die Saugventile mittelst eines ledernen oder hanfenen Schlauches unmittelbar mit der Wasserquelle (d. i. einem Flusse, Brunnen u. s. w.), die jedoch, §. 416, nur höchstens um 25 Fufs tiefer liegen darf, in Verbindung gebracht, in welchem Falle die Spritze (jetzt Zubringer genannt) eigentlich in ein vereintes Saug- und Druckwerk übergeht; dafs eine solche Spritze jedoch in Beziehung auf den hinausgetriebenen Wasserstrahl bei der nämlichen Betriebskraft weit weniger als im erstern Falle leistet, leuchtet von selbst ein.

§. 432. Effect einer Feuerspritze. Bei Berechnung des Effectes einer Feuerspritze hat man aufser den bei den Druckwerken erwähnten Widerständen auch noch den Widerstand der Luft in Anschlag zu bringen, welche überhaupt jedem springenden Wasserstrahl entgegen wirkt. Nimmt man die Länge des Gufsrohres zu 3 Fufs und den innern Durchmesser zu 2 Zoll an; so erhält man nach der Formel q') in §. 344 für die Widerstandshöhe $z = \cdot 03\, h \frac{l}{d} = \cdot 54\, h$, so, dafs also $h + z = 1 \cdot 54\, h$ wird, oder dafs, wenn c die Geschwindigkeit bezeichnet, mit welcher das Wasser aus dem Gufsrohre ausströmen würde, wenn keine Reibung oder Adhäsion vorhanden wäre, und c' die wirkliche oder effective Geschwindigkeit ist, sofort $c = 1 \cdot 24\, c'$ oder $c' = \cdot 8\, c$ gesetzt werden kann [sind also h und h' die zu c und c' gehörigen Ge-

schwindigkeitshöhen, d. i. $h = \frac{c^2}{2g}$ und $h' = \frac{c'^2}{2g}$, so ist 1) $h = 1{\cdot}54\, h'$]. Wegen des Widerstandes der Luft erreicht jedoch der Wasserstrahl nicht, wie es sonst der Fall wäre, die Höhe h', sondern bleibt der Erfahrung zufolge so weit zurück, dafs man, wenn h'' die wirklich erreichte Höhe in Fufsen bezeichnet, annähernd 2) $h' = h'' + \frac{h''^2}{300}$ setzen kann, so, dafs wenn der Strahl z. B. eine Höhe von $h'' = 100$ Fufs erreichen soll, sofort die zu c' gehörige Höhe $h' = 133\frac{1}{3}$ Fufs, folglich c' selbst [aus der Gleichung $c' = \sqrt{(62 \times 133\frac{1}{3})}$] nahe 91 Fufs betragen mufs.

Ist nun D der lichte Durchmesser des Stiefels, d jener der Mündung des Gufsrohres, C die Geschwindigkeit des Kolbens und c' des ausströmenden Wassers; so hat man bei zwei einfach wirkenden Stiefeln die Gleichung $\frac{1}{4} D^2 \pi C = \frac{1}{4} d^2 \pi c'$ und daraus $d = D \sqrt{\frac{C}{c'}}$; dabei ist $c' = \sqrt{2 g h'}$, wo h' aus der obigen Gleichung 2) zu nehmen ist, in welcher h'' die in Fufsen ausgedrückte Strahlhöhe bezeichnet, welche mit der Spritze erreicht werden soll. Für das hier gewählte Beispiel von $h'' = 100$ und $C = 1$ Fufs, als beiläufige vortheilhafteste Geschwindigkeit, würde $d = {\cdot}105\, D$; ist daher wie bei der hier dargestellten Spritze $D = 7$ Zoll, so soll $d = {\cdot}735$ Zoll $= 8{\cdot}82$ Linien seyn.

Wäre dagegen das Wasser nur 50 Fufs hoch zu treiben, so würde $d = 10\frac{3}{4}$ Linien seyn müssen; aus diesem Grunde versieht man grofse Spritzen mit mehreren Ansatzröhren von verschiedenen Gufsmündungen, wovon die gröfsern bei geringern Strahlhöhen angewendet werden.

Um aber das Wasser auf die Höhe h' zu treiben, wozu es also mit der Geschwindigkeit c' (wobei $c' = \sqrt{2 g h'}$ ist) aus der Gufsmündung ausströmen, folglich im Anfange des Rohres selbst (um die Reibung darin zu überwinden) die Geschwindigkeit c (wozu, obige Gleichung 1 $h = 1{\cdot}54\, h'$ gehört) besitzen mufs; so wird dafür auf den Kolben ein Druck von $p = \frac{1}{4} D^2 \pi h . 56\frac{1}{2}$ Pfund nothwendig, wenn D und h in Fufsen ausgedrückt werden.

Die beiden Kolbenreibungen erfordern (da die Widerstandshöhe für den abwärts gehenden $= {\cdot}03 \frac{h}{D}$ und für den aufwärts gehenden $= {\cdot}01 \frac{h}{D}$ ist) eine Kraft $p' = \frac{1}{4} D^2 \pi \times {\cdot}04 \frac{h}{D} \times 56\frac{1}{2}$ Pfund.

Ist D' der Durchmesser einer Ventilöffnung und n der entsprechende Contractionscoefficient, so ist der zur Beschleunigung des Wassers gleich-

zeitig durch 2 Ventile nöthige Druck $p'' = \frac{1}{4} D^2 \pi\, 2 \frac{C^2}{2 g n^2} \frac{D^4}{D'^4} 56\, ^1/_2$.
Es ist daher die ganze auf den Kolben nöthige Druckkraft $P = p + p' + p''$.

Ist nun der Druckbaum m Mal übersetzt, d. h. der Abstand des Punctes, in welchem die Kolbenstange eingehängt ist, von der Drehungsachse $= 1$, und jener des Querbaumes (deren immer zwei vorhanden sind), woran die Arbeiter wirken, von dieser Achse $= m$; sind ferner bei der Spritze N Arbeiter zur Bewegung derselben angestellt, und arbeitet oder drückt jeder mit q Pfunden; so muſs $N q m = P$, d. i.:

$$N q m = \tfrac{1}{4} D^2 \pi \,.\, 56\tfrac{1}{2} \left(h + {\cdot}04 \frac{h}{D} + \frac{C^2}{n^2 g} \frac{D^4}{D'^4}\right),$$

oder wenn man reducirt und zugleich $n = {\cdot}8$ setzt:

$$N q m = 44{\cdot}4\, D^2 \left(h + {\cdot}04 \frac{h}{D} + {\cdot}05\, C^2 \frac{D^4}{D'^4}\right)$$

seyn.

Die Erfahrung zeigt, daſs man bei der Annahme von $C = 1$ Fuſs sehr zweckmäſsig $m = 5$, $q = 30$ Pfund und $\frac{D}{D'} = 2$ setzen kann, wodurch:

$$N = {\cdot}296\, D^2 \left(h + {\cdot}04 \frac{h}{D} + {\cdot}8\right)$$

wird.

Beispiel. Soll nun z. B. eine Spritze für 20 Mann (Betriebskraft) gebaut werden, welche das Wasser auf eine Höhe von 100 Fuſs treibt, in welchem Falle also nur noch die Wasserquantität, welche per Secunde oder Minute damit hinauf getrieben werden kann, unbekannt und zu bestimmen ist; so ist nach Obigem $h' = 133\frac{1}{3}$, also $h = 205$ Fuſs, daher nach der vorigen Gleichung $20 = {\cdot}296\, D^2 \left(205 + \frac{8{\cdot}2}{D} + {\cdot}8\right)$, woraus $D = {\cdot}534$ Fuſs oder 6·64 Zoll folgt, wofür man lieber volle 7 Zoll nehmen wird.

Die in jeder Secunde ausströmende Wassermenge ist bei diesem Durchmesser und für $C = 1$ Fuſs $= \frac{1}{4} D^2 \pi \,.\, C = {\cdot}267$ Kubikfuſs; folglich per Minute sehr nahe 16 Kubikfuſs oder (den Eimer zu 1·792 Kubikfuſs gerechnet) nahe 9 Eimer.

Was endlich noch die Gröſse des Windkessels betrifft, um damit die nöthige Gleichförmigkeit im ausspringenden Wasserstrahl zu bewirken, so ist diese der Erfahrung zufolge für eine solche Spritze (welche mit 2 einfach- oder einem doppelt wirkenden Stiefel angenommen wird) hinlänglich, wenn der Inhalt desselben dem vierfachen Inhalte eines Stiefels gleich kommt. Der Windkessel muſs dabei so stark seyn, daſs wenn die Mündung des Guſsrohres mittelst eines Hahnes z. B. geschlossen ist, alle Arbeiter, welche für die Spritze bestimmt sind, so lange pumpen können, als sie es im Stande sind, die Luft also im Windkessel so weit als es durch diese Kraft nur mög-

lich ist, comprimirt werden kann, ohne dafs der Windkessel, welcher in der Regel aus geschmiedetem Kupfer hergestellt wird, dabei zerspringt oder Schaden leidet.

Ist daher a das Tragvermögen des Materiales, woraus der Windkessel verfertigt wird, D_1 dessen Durchmesser, wenn dessen Form cylindrisch angenommen wird, und δ die Wanddicke desselben, so ist mit Beibehaltung der bisherigen Bezeichnung $\left(\text{wegen, S. 243, } p = \frac{N q m}{\frac{1}{4} D^2 \pi}\right)$ sofort:

$$\delta = \frac{2 N m q D_1}{a \pi D^2}.$$

Nimmt man für geschmiedetes Kupfer $a = \frac{1}{4} \times 28000 = 7000$ Pfund und für das vorliegende Beispiel $D = 7$ und $D_1 = 11{\cdot}4$ Zoll, $N = 20$, $m = 5$ und $q = 30$; so wird $\delta = {\cdot}063$ Zoll oder $\frac{3}{4}$ Linien.

Dritter Abschnitt.

Aërostatik.

Einleitung.

§. 433. So wie in der Hydrostatik das Wasser, so wird in der Aërostatik, welche (§. 5) von den Gesetzen des Gleichgewichtes der Luft- und Gasarten handelt, am einfachsten die atmosphärische Luft zum Grunde gelegt, so, daſs die von derselben abgeleiteten statischen Gesetze sofort auch für alle übrigen Luft- und Gasarten gelten. In so ferne nun die Luft (worunter wir ohne ausdrückliche Bemerkung immer die atmosphärische verstehen wollen) schwer und flüssig ist, gelten auch die für das Gleichgewicht tropfbar flüssiger Körper entwickelten Gesetze; in so ferne diese aber auch noch im hohen Grade ausdehnsam und zusammendrückbar ist, müssen diese Eigenschaften dabei noch insbesondere berücksichtiget werden.

Ein Hauptunterschied zwischen den Luft- oder Gasarten überhaupt und den tropfbaren Flüssigkeiten besteht in dem beständigen Bestreben der erstern sich immer mehr auszudehnen, wodurch diese also, wenn sie in einem Gefäſse eingeschlossen sind, einen fortwährenden Druck gegen die Wände desselben ausüben; dabei ist, von der ohnehin sehr geringen Schwere abstrahirt, dieser Druck auf alle gleich groſsen Theile des Gefäſses, diese mögen Seiten-, Boden- oder obere Wände seyn, vollkommen gleich groſs.

In Folge dieses Druckes wird die in einem Gefäſse, sobald in dasselbe irgendwo eine Öffnung gemacht wird, eingeschlossene Luft augenblicklich ausfliessen, wenn sich das Gefäſs in einem absolut leeren Raume befindet, oder umgekehrt, wenn das Gefäſs luft- oder eigentlich absolut leer ist, die äuſsere das Gefäſs umgebende atmosphärische Luft durch diese Öffnung in dasselbe einströmen und es erfüllen.

§. 434. Gleichgewicht der Luft. Die einzige Bedingung, welche für das Gleichgewicht der Luft bestehen muſs, ist die, daſs die Expansivkraft irgend einer Niveauschichte nach der ganzen Ausdehnung dieser Schichte dieselbe seyn muſs.

Denkt man sich in einer Höhe, z. B. von 1000 Fuſs, über dem Niveau des Meeres mit diesem parallel, also concentrisch um die Erde eine sehr dünne sphärische Luftschichte, so fordert das Gleichgewicht, daſs in allen Puncten dieser Schichte ein und derselbe Druck herrsche. In einer z. B. 100 Fuſs tiefer liegenden, mit dieser concentrischen Luftschichte muſs zwar wieder durchaus einerlei Druck Statt finden, allein er wird um das Gewicht der betreffenden 100 Fuſs hohen Luftsäule stärker als der in der obern Schichte seyn. Hieraus folgt nun, daſs in gleichen Höhen (von der Meeresfläche aus gezählt) auch der Luftdruck gleich seyn, dieser aber um so mehr abnehmen müsse, je höher man in der Atmosphäre aufwärts steigt.

§. 435. Druck der Atmosphäre. Füllt man eine an dem einen Ende zugeschmolzene Glasröhre von etwa 30 Zoll in der Länge voll mit Quecksilber, kehrt diese, indem man dabei das offene Ende zuhält, um und taucht dasselbe, während die Röhre in verticaler Stellung erhalten wird, in ein ebenfalls mit Quecksilber gefülltes Gefäſs *A*, Fig. 269, so sinkt, sobald die nun eingetauchte Öffnung der Röhre aufgemacht wird, die Quecksilbersäule um einige Zolle, nämlich von *c* bis *d* dergestalt herab, daſs der oberste Punct *d* dieser Säule um beiläufig 28 Zoll über dem Niveau *a b* des Quecksilbers im Gefäſse *A* stehen bleibt oder die auf die Oberfläche *a b* drückende Luftsäule mit dieser nahe 28 Zoll hohen Quecksilbersäule im Gleichgewicht steht.

Dieser Apparat ist, sobald er noch mit einer Scale versehen wird, nichts anders als ein gewöhnliches Quecksilber-Barometer und die Quecksilbersäule *i d* gleichsam eine Wage, welche den Druck unserer Atmosphäre miſst. Da dieser Versuch zuerst von dem italienischen Mathematiker *Torricelli* gemacht wurde, so wird auch das Barometer manchmal noch die *Torricelli'*sche Röhre und der leere Raum zwischen *c d* die *Torricelli'*sche Leere genannt.

§. 436. Da der Luftdruck nicht an allen Orten, und an demselben Orte nicht zu allen Zeiten gleich ist, dagegen im Niveau des Meeres bei einer Temperatur von 0 Graden (dem Frost- oder Thaupunct) sehr nahe 28·8 Wiener Zoll beträgt, so wollen wir diese Höhe für unsere Rechnungen als mittlern Werth beibehalten, wornach also irgend eine Fläche durch die uns umgebende Atmosphäre einen eben so starken Druck erleidet, als ob auf ihr eine 28·8 Zoll hohe Quecksilbersäule stünde. Eine

ebene Fläche von 1 Quadratzoll wird demnach einen Druck erleiden, welcher dem Gewichte von 28·8 Kubikzoll Quecksilber gleich kommt. Nimmt man nun das Gewicht von 1 Kubikzoll Quecksilber im Mittel mit ·445 Pfund in Rechnung, so beträgt der mittlere Druck der Atmosphäre auf jeden Quadratzoll 12·8 oder auch nahe $12^3/_4$ Pfund, welche Zahl wir hier durchaus annehmen können.

Da das Quecksilber (§. 39) nahe 13·59 Mal schwerer als Wasser ist, so mufs nach dem Satze der communicirenden Röhren, wenn man anstatt des vorhin angenommenen Quecksilber- ein Wasserbarometer zur Bestimmung des Luftdruckes anwenden wollte, die Wassersäule 13·59 Mal höher als die Quecksilbersäule, also $28{\cdot}8 \times 13{\cdot}59 = 390$ Zoll oder $32^1/_2$ Fufs hoch seyn, und dieses ist auch die gröfste Höhe, auf welche das Wasser durch das Ansaugen (§. 417) steigen kann.

Da ferner bei der Temperatur von Null und dem Barometerstande von 28·8 Zoll die atmosphärische Luft 10462 Mal leichter als Quecksilber $\left(\text{also } \frac{10462}{13{\cdot}59} = 770 \text{ Mal leichter als Wasser}\right)$ ist, so müfste die Höhe unserer Atmosphäre, wenn diese durchaus dieselbe Dichte hätte, $28{\cdot}8 \times 10462$ Zoll oder nahe eine deutsche Meile betragen; auch müfste, wenn man von der Meeresfläche aus um gleiche Höhen aufwärts steigt, die Quecksilbersäule im Barometer immer um gleich viel herabsinken. Allein dieses letztere kann schon aus dem Grunde nicht Statt finden, weil die untern Luftschichten von den obern zusammengedrückt werden, und daher dichter und schwerer als die obern Schichten seyn müssen. Der Erfahrung zu Folge mufs man sich von der Meeresfläche an um nahe 75, 150·224, 225·673 . . . oder, die einzelnen Intervalle gemessen, um 75, 75·224, 75·449, 75·676 . . . Fufs erheben, wenn das Quecksilber nach und nach um 1, 2, 3, 4 . . . Linien fallen soll, so, dafs man sich also in geometrischer Progression (es ist nämlich der Quotient der Reihe nahe 1·003) erheben mufs, um einen in arithmetischer Progression abnehmenden Barometerstand zu erhalten. Da man übrigens nur die Luftschichten von unendlich kleiner Höhe oder Dicke, jede für sich als von gleicher Dichte und diese nach aufwärts in geometrischer Progression abnehmend annehmen kann, so erhält man genau gerechnet für die Höhe h, in welcher der Barometerstand $= b$ ist, die Grundformel:

$$h = \frac{B}{D}(l.B - l.b) \ldots (1,$$

wenn nämlich D die irgend einem Barometerstande B entsprechende Dichte der Atmosphäre und l den natürlichen Logarithmus bezeichnet,

Soll jedoch diese Formel zu wirklichen Höhenmessungen mit dem Barometer benützt werden, so müssen an ihr noch einige Correctionen vorgenommen werden, wovon jene wegen der Verschiedenheit der Temperatur an den beiden Beobachtungspuncten (deren Höhenunterschied gesucht wird) der bedeutendste ist. Ist nämlich b der Barometerstand, t die Temperatur der Luft, so wie T jene des Quecksilbers im Barometer nach *Réaumur* an der o b e r n Station, und bezeichnen b', t' und T' dasselbe an der u n t e r n Station, d. i. an der Meeresfläche, so kann man für die gewöhnlichsten und allermeisten Fälle genau genug:

$$h = 9697\left[1 + \tfrac{1}{400}(t + t')\right] Log\left[\frac{b'}{b\left[1 + \tfrac{1}{1440}(T' - T)\right]}\right] \ldots (2$$

setzen, wobei *Log* die gemeinen oder Tafellogarithmen bezeichnen und h in Wiener Klafter gefunden wird.

Deluc nimmt, wenn keine sehr grofse Genauigkeit gefordert wird, bei Voraussetzung einer mittlern Temperatur von nahe 17° R.:

$$h = 10000\ Log\frac{b'}{b}\ \text{Toisen.}$$

§. 437. Mariotte'sches Gesetz. Alle Luft- und Gasarten lassen sich genau im Verhältnifs der drückenden Kräfte zusammenpressen, so, dafs sich bei Voraussetzung von einerlei Temperatur die Dichten g e r a d e, dagegen die Räume oder Volumina der Gasarten u m g e k e h r t wie diese drückenden Kräfte verhalten. Sind nämlich p und p' die Kräfte, welche eine und dieselbe Luftmenge zusammendrücken, d und d' die dabei (und derselben Temperatur) Statt findenden Dichten und v, v' die Volumina, welche die Luft bei diesen Pressungen einnimmt; so besteht das zuerst von *Mariotte* bestimmt ausgesprochene (und gleichzeitig auch von dem englischen Physiker *Boyle* entdeckte) Gesetz darin, dafs wenn sich die Temperatur nicht ändert, $d : d' = p : p'$ oder $v : v' = p' : p$ Statt findet, d. h. d i e D i c h t e, f o l g l i c h a u c h d i e E x p a n s i v k r a f t d e r L u f t- o d e r G a s a r t e n i s t d e r z u s a m m e n d r ü c k e n d e n K r a f t d i r e c t, d a s V o l u m e n a b e r d i e s e r K r a f t v e r k e h r t p r o p o r t i o n a l.

Dieses schöne und höchst wichtige Gesetz wurde in der neuern Zeit durch directe Versuche bis zu einem Drucke von 27 Atmosphären (d. i. bis zu einem Drucke von $12\tfrac{3}{4} \times 27 = 344$ Pfund auf den Quadratzoll) durch *Arago* und *Dulong* bestätigt.

§. 438. Ausdehnung der Luft durch Wärme. Durch die Wärme werden nicht blofs die Luft- und Gasarten, sondern

bekanntlich auch die tropfbar flüssigen und festen Körper, wenn gleich in einem geringeren Grade als die erstern ausgedehnt. Die Luft so wie alle Gase dehnen sich, den hierüber angestellten Beobachtungen zufolge, bei jeder Zunahme um einen Grad der hunderttheiligen Thermometerscala, um den 267sten Theil oder um ·00375 (nach Andern um ·00364) jenes Volumens aus, welches sie bei 0 Grad besitzen, so, dafs wenn man das Volumen irgend einer Luftmenge bei Null Grad gemessen = 1 setzt, sofort das Volumen derselben Luft bei t Grad $= 1 + \cdot 00375\,t$ ist. Bei der Frostkälte (oder bestimmter dem Aufthaupuncte des Eises) und der Siedhitze des Wassers (beim mittlern Barometerstande) verhalten sich demnach die Volumina ein und derselben Luft- oder Gasmenge wie 1 : 1·375 oder wie 8 : 11. Diese Eigenschaft pflegt man auch das *Gay-Lussac*'sche Gesetz zu nennen.

Unter den tropfbar flüssigen Körpern dehnt sich nur das Quecksilber ziemlich regelmäfsig, und zwar von 0 bis 100° für jeden Thermometergrad (dieser 100theiligen Scala) um $\frac{1}{5550}$ des Volumens aus. Beim Wasser findet ausnahmsweise die Eigenthümlichkeit Statt, dafs es sich durch die Wärme von 0 bis 4° nicht ausdehnt, sondern zusammenzieht und die Ausdehnung (dabei unregelmäfsig) erst von diesem Puncte an, wo es also die gröfste Dichte hat, anfängt.

Die erwähnte gleichförmige Ausdehnung des Quecksilbers macht dasselbe zum Gebrauche für Thermometer vorzüglich geschickt. Da bei dem *Réaumu*'schen, *Celsius*'schen oder 100theiligen und dem *Fahrenheit*'schen Quecksilberthermometer der Thaupunct (auch Gefrierpunct genannt) respective mit 0, 0 und 32, dagegen der Siedpunct des Wassers mit 80, 100 und 212 bezeichnet ist; so ergeben sich, wenn die Temperatur eines Körpers nach diesen 3 Thermometern oder Scalen angegeben werden soll, und diese beziehungsweise durch R, C und F ausgedrückt oder bezeichnet wird, zur Reduction von einer Scale auf die andere folgende Proportionen:

$R : C = 4 : 5, \quad R : (F - 32) = 4 : 9$ und $C : (F - 32) = 5 : 9.$

Was endlich die festen Körper betrifft, so kann man annehmen, dafs zwischen 0 und 100° C. die Längenausdehnungen den Temperaturszunahmen genau proportional sind. Zufolge genauer Versuche dehnen sich, um nur einige Beispiele anzuführen, die nachbenannten Körper vom Frost- bis zum Siedpuncte des Wassers um die nebenstehenden Gröfsen ihrer bei 0 Grad gemessenen Länge aus, und zwar Glas um ·000861, Glasröhren um ·000776 bis ·000913, Platin um ·000857, Gold um ·001552, Silber um ·00191, Schmiedeisen um ·00122, Stahl (ungehärtet) um ·001079, Blei um ·002848, Messing um ·001878, Zink um ·002942.

Um daher die 1° C. entsprechende Ausdehnung zu erhalten, darf man diese Zahlen nur durch 100 dividiren; auch darf man ohne einen Fehler zu befürchten, anstatt die der Temperatur Null entsprechende, jene Länge des betreffenden Körpers zum Grunde legen, die bei irgend einer andern Tem-

peratur gemessen wurde. Hat z. B. ein Maſsstab bei t^0 Temperatur die richtige Länge, und wird damit bei einer Temperatur von T Graden eine Linie gemessen und dafür die Länge $= l$ gefunden, so ist, wenn a die je dem Grade Temperatursunterschiede entsprechende lineare Ausdehnung des Maſsstabes bezeichnet, die wahre oder richtige Länge dieser Linie:

$$x = l + la(T - t);$$

denn ist die absolute Länge des Maſsstabes bei $t^0 = 1$, so ist sie bei T^0 offenbar $1 + a(T - t)$, folglich ist:

$$x : l = 1 + a(T - t) : 1,$$

woraus für x der vorige Werth folgt.

Auf der ungleichen Ausdehnung der Metalle, wie z. B. des Eisens und Zinkes, beruht die Compensation der Rostpendel, bei welchen solche in dieser Beziehung heterogene Metalle mit einander in Verbindung gebracht werden.

Ist die Längen- oder lineare Ausdehnung a eines festen Körpers bekannt, so erhält man, da a so klein ist, daſs man die höheren Potenzen davon aus der Rechnung ohne Fehler weglassen kann, für einen Körper, dessen Länge bei 0 Grad $= l$, irgend eine Fläche davon $= f$ und dessen kubischer Inhalt $= k$ ist, bei der Temperatur von 100^0 sofort:

$L = l(1 + \;)$, $F = f(1 + a)^2 = f(1 + 2a)$ (wegen $F : f = L^2 : l^2$)

und: $K = k(1 + a)^3 = k(1 + 3a)$.

§. 439. Dichte der Luft- und Gasarten. Durch Anwendung der beiden obigen (§§. 437, 438) Gesetze läſst sich nun auch die Beziehung zwischen den Dichten ein und derselben Luftmasse bei verschiedenen Druckkräften und Temperaturen leicht bestimmen. Nimmt nämlich irgend eine Luftmenge bei der Temperatur Null unter den Druckkräften p und p' beziehungsweise die Volumina u und u', dagegen bei der Temperatur t und dem Drucke p das Volumen v und die Dichte d, so wie bei der Temperatur t' und dem Drucke p' das Volumen v' und die Dichte d' an; so ist nach dem vorigen Paragraphe, wenn man Kürze halber die obige Ausdehnungszahl ·00375 $= n$ setzt: $v = u(1 + nt)$ und $v' = u'(1 + nt')$ oder $\frac{v}{v'} = \frac{u}{u'}\left(\frac{1 + nt}{1 + nt'}\right)$, und da nach dem *Mariotte*'schen Gesetze $\frac{u}{u'} = \frac{p'}{p}$ ist, auch:

$$\frac{v}{v'} = \frac{p'}{p}\left(\frac{1 + nt}{1 + nt'}\right) \;.\;.\;.\; (1$$

oder, da nach demselben Gesetze auch $\frac{v}{v'} = \frac{d'}{d}$ ist, sofort:

$$\frac{d'}{d} = \frac{p'}{p}\left(\frac{1 + nt}{1 + nt'}\right) \;.\;.\; (2.$$

Ändert sich bloſs die Temperatur ohne die Dichte oder das Volumen, so ist: $\frac{p}{p'} = \frac{1 + nt}{1 + nt'}$.

Bleibt dagegen bei verschiedener Temperatur der Druck derselbe, so ist: $\frac{d'}{d} = \frac{v}{v'} = \frac{1 + n\,t}{1 + n\,t'}$.

Wiegt also 1 Kubikfufs trockener atmosphärischer Luft bei dem Normal-Barometerstande von 28·8 Zoll und der Temperatur Null ·073 Pfund, so wiegt 1 Kubikfufs solcher Luft bei b Zoll Barometerstand und der Temperatur von t Grad C. nach der vorigen Formel 2), weil bei gleichem Volumen das Gewicht der Dichte proportional, also $d = \cdot 073$, $v = 1$, $p = 28\cdot 8$, $t = 0$, $v' = 1$, $p' = b$ und $t' = t$ ist, sofort:

$$\cdot 073\,\frac{b}{28\cdot 8}\cdot\frac{1}{1 + n\,t} = \cdot 00219\,\frac{b}{1 + n\,t}.$$

Setzt man, um den Antheil der Wasserdämpfe, welche sich immer mehr oder weniger in der Atmosphäre vorfinden und specifisch leichter als die Luft sind, in Rechnung zu bringen, anstatt der vorigen Zahl von ·00375 sofort $n = \cdot 004$ (im Falle jedoch die Luft erhitzt wird, behält man die obige von *Gay-Lussac* angegebene Zahl, welche nach den neuesten Versuchen nicht ·00375, sondern ·003646 seyn soll, bei); so ist das Gewicht von 1 Kubikfufs atmosphärischer Luft im gewöhnlichen Zustande bei dem Barometerstande b und der Temperatur t: $q = \cdot 002535\,\frac{b}{1 + \cdot 004\,t}$, oder wenn b anstatt in Zollen in W. Fufs ausgedrückt oder substituirt wird, auch:

$$a)\quad q = \cdot 03042\,\frac{b}{1 + \cdot 004\,t}\ \text{W. Pfund.}$$

Für die mittlern Werthe von $t = 14$ und $b = 2\cdot 4$ wird $q = \cdot 069$.

Da das Gewicht von 1 Kubikfufs destillirten Wassers $Q = 56\cdot 4$ Pfund beträgt, so hat man:

$$m)\quad \frac{Q}{q} = 1854\,\frac{1 + \cdot 004\,t}{b},$$

wobei b in Fufsen auszudrücken ist.

So wäre z. B. für $t = 10$ und $b = 28\cdot 8$ Zoll $= 2\cdot 4$ Fufs sofort $\frac{Q}{q} = 803$, oder das Wasser ist unter diesen Bedingungen 800 Mal schwerer als die Luft.

Für gewöhnlich wird der mittlere Zustand der Atmosphäre bei ·75 Meter Barometerhöhe und 18° C. Temperatur angenommen, wofür die mit Wasserdämpfen geschwängerte Luft nahe 850 Mal leichter als das Wasser ist.

Da ferner das Gewicht eines Kubikfufs Quecksilber $Q' = 56\cdot 4 \times 13\cdot 597 = 766\cdot 87$ Pfund wiegt, so ist das Verhältnifs zwischen dem Gewichte eines gleichen Volumens Quecksilber und Luft:

$$\frac{Q'}{q} = 25209\,\frac{1 + \cdot 004\,t}{b}\ \ldots\ (r,$$

wo b wieder in Fufsen auszudrücken ist.

Bezeichnet endlich n das Verhältnifs der Dichte irgend einer andern Luft- oder Gasart zu der atmosphärischen Luft, so ist das Gewicht von 1 Kubikfufs dieses Gases:

$$q' = \cdot002535\, u \,\frac{b}{1 + \cdot004\, t},$$

wo b in Zollen, oder:

$$q' = \cdot03042\, u \,\frac{b}{1 + \cdot004\, t},$$

wo b in Fufsen auszudrücken ist.

Ist q die Masse, also nach unserer Bezeichnungsart auch das Gewicht von 1 Kubikfufs Luft unter dem Drucke von 2·4 Fufs Quecksilbersäule und der Temperatur t, so wie p der Druck der Luft, welchen sie dabei auf eine Fläche von 1 Quadratfufs ausübt; so ist, wenn man den für einerlei Temperatur constanten Quotienten $\frac{p}{q} = k$ setzt, sofort:

$$k = \frac{1840\cdot49}{\cdot073008}(1 + \cdot00375\, t) = 25209\cdot4\,(1 + \cdot00375\, t).$$

Für ein Gas hingegen, dessen specifisches Gewicht oder Dichte gegen jene der Luft $= u$ ist, hat man eben so $k' = \frac{p}{q\,u}$, daher $k : k' = 1 : \frac{1}{u} = u : 1$, so, dafs also für einerlei Druck der Coefficient k mit den Dichten im umgekehrten Verhältnifs steht.

Diesen Coefficienten k, mit welchem man (wegen $p = k\,q$) die in 1 Kubikfufs enthaltene Gasmasse multipliciren mufs, um den Druck desselben auf eine Fläche von 1 Quadratfufs zu erhalten, pflegt man als Mafs der elastischen Kraft dieses Gases zu nehmen.

§. 440. Manometer. So wie das Barometer zur Bestimmung des atmosphärischen Druckes dient, so wendet man das Manometer zur Bestimmung des Druckes an, welchen irgend eine, in einem Behälter oder Gefäfse eingeschlossene Luft- oder Gasart ausübt. Dieses Instrument besteht entweder, wie in Fig. 270, in einer oben offenen zweischenklichen Barometerröhre, wovon der kürzere Schenkel mit dem das Gas enthaltenden Recipienten A in Verbindung steht und zum Theil mit Wasser oder gewöhnlicher mit Quecksilber gefüllt ist; oder auch, wie in Fig. 271, in einer oben geschlossenen und nur trockene atmosphärische Luft enthaltende Röhre, welche mit ihrem untern offenen Ende in ein bis zu einer gewissen Höhe mit Quecksilber gefülltes und vollkommen dicht verschlossenes Gefäfs B beinahe bis auf den Boden hinabreicht, während in dem obern Raume dieses Gefäfses eine zweite Röhre g einmündet, welche mit dem Recipienten communicirt, in welchem sich die in Beziehung auf ihren Druck oder ihre Spannkraft zu messende Luft- oder Gasart befindet.

§. 441. Ist nun bei dem erstern oder oben offenen Manometer (Fig. 270) $bc = h$ die Höhe der Flüssigkeitssäule, welche zugleich

mit dem Drucke der Atmosphäre p und dem zu messenden Drucke P der Gasart im Gleichgewichte steht; so ist, wenn h in Wiener Zollen, p und P als Druck auf 1 Quadratzoll in W. Pfunden ausgedrückt wird:

wenn Wasser die Sperr- oder manometrische Flüssigkeit ist:

$$P - p = \frac{56 \cdot 5}{1728} h = \cdot 0327\, h \ldots (1,$$

wenn Quecksilber die Sperrflüssigkeit ist:

$$P - p = 13 \cdot 597 \times \cdot 0327\, h = \cdot 445\, h \ldots (2.$$

Oder wenn man für gewöhnliche Fälle den Barometerstand nicht beobachten, sondern gleich mit 28·8 Zoll in Rechnung bringen will, wodurch $p = 12\frac{3}{4}$ Pfund gesetzt werden kann:

für ein Wasser-Manometer: $P = 12 \cdot 75 + \cdot 0327\, h$ Pfunde,
für ein Quecksilber- „ $P = 12 \cdot 75 + \cdot 445\, h$ Pfunde.

§. **442.** Für das zweite oder oben geschlossene Manometer (Fig. 271), welches in der Regel für höhere Pressungen der Gasarten angewendet wird, sey h die Höhe der Quecksilbersäule (vom Quecksilberspiegel im Gefäfse an gemessen), h' die Höhe der eingeschlossenen Luftsäule, p der Druck dieser Luftsäule auf 1 Quadratzoll im gewöhnlichen Zustande, nämlich bevor noch das Quecksilber in der Röhre aufgestiegen, d. i. so lange noch $h = 0$ (also für den mittlern Barometerstand $p = 12\frac{3}{4}$ Pfund) ist; so hat man für den Druck p' der in der Röhre von dem Raume $h + h'$ auf jenen h' zusammengeprefsten Luft, nach dem *Mariotte*'schen Gesetze $p' = p \frac{h + h'}{h}$, oder, wenn man auf den etwa vorhandenen Temperaturunterschied der Luft (beim Quecksilber kann man diesen der geringeren Ausdehnung wegen vernachläfsigen) Rücksicht nehmen will, welcher zwischen der Temperatur t zur Zeit der Gradirung des Instrumentes und jener T zur Zeit der Beobachtung Statt findet, so darf man nur (wenn wieder die 100theilige Scala vorausgesetzt wird) in der obigen Gleichung 1), §. 439, $t' = T$ und $\frac{v}{v'} = \frac{h + h'}{h'}$ setzen, um für diesen Druck den Werth: $p' = p \frac{h + h'}{h'} \left(\frac{1 + n\,T}{1 + n\,t} \right)$ zu erhalten.

Da ferner auch noch die Quecksilbersäule von der Höhe h einen Druck $p'' = \cdot 445\, h$ ausübt, so ist der gesammte Druck P, welcher mit jenem der Luft- oder Gasart, deren Expansivkraft zu messen ist, sofort $P = p' + p''$ oder:

$$P = \cdot 445\, h + p \frac{h + h'}{h'} \left(\frac{1 + \cdot 00375\, T}{1 + \cdot 00375\, t} \right) \ldots (3.$$

Ist bei der Gradirung des Instrumentes der Barometerstand nicht eigens beobachtet worden, so kann man wieder $p = 12\frac{3}{4}$ Pfund setzen.

Wendet man bei dem Manometer in Fig. 270 statt eines Glasrohres ein mit Quecksilber gesperrtes eisernes Rohr an, so läfst man ein leichtes Holzstäbchen, welches über die Röhre *bd* hinausragt, auf der Quecksilberfläche *c* schwimmen, so, dafs dieses das Fallen und Steigen des Quecksilbers nunmehr aufserhalb des Rohres, wozu eine eigene Scala (die auch auf dem Stäbchen selbst seyn kann) dient, angezeigt wird. Sind beide Schenkel der Röhre genau gleich weit, so wird das Steigen des Punctes *c*, also auch des Stäbchens um die Höhe *h*, einen Niveauunterschied $= 2h$ anzeigen, worauf man bei der Theilung der Scala gleich Rücksicht nehmen kann.

Für höhere Pressungen, für welche diese oben offene Manometerröhre schon eine bedeutende Länge erhalten mufs, benützt man auch die in Fig. 272 angedeutete Einrichtung, bei welcher ein auf der Quecksilberfläche *b* aufliegender Schwimmer an einem Faden befestigt ist, welcher über eine Rolle *c* geht und am andern Ende einen Zeiger *i* trägt, der längs der gehörig getheilten Scala *S* auf und ab steigt, und so das Sinken und Steigen des Quecksilbers genau anzeigt.

Eine zweite Einrichtung eines solchen Manometers ist in Fig. 273 dargestellt, bei welcher *A* die Verbindung zwischen dem Manometer und dem Gasrecipienten herstellt, *B*, *B'* eine umgekehrte Heberröhre, *C* ein Sammelgefäfs für das etwa ausgeworfene Quecksilber und *a* ein Röhrchen bezeichnet, durch welches die mit dem Schwimmer einer- und dem Zeiger andererseits verbundene Schnur geht.

§. 443. Theilung der Scala. Die Theilung der Scala betreffend, so bezeichnet in Fig. 272 jeder Zoll, um welchen die Oberfläche *b* der Quecksilbersäule über den Quecksilberspiegel im Gefäfse *B* steigt, einen Druck von ·445 Pfund auf den Quadratzoll oder $\frac{1}{28 \cdot 8}$ Atmosphäre über den Luftdruck.

Bei dem Manometer in Fig. 273 mit der zweischenkelichen Röhre, bezeichnet (vorausgesetzt, dafs die Röhre gut calibrirt, d. h. durchaus gleich weit sey) jeder Zoll, um welchen die Quecksilbersäule in dem Schenkel *B* steigt, den doppelten Druck, d. i. $2 \times \cdot 445 = \cdot 89$ Pfund per Quadratzoll über den Luftdruck oder $\frac{1}{14 \cdot 4}$ Atmosphäre. Soll daher diese Scale gleich den Druck anzeigen, welchen das Gas ausübt, so wird man bei einer bestimmten Füllung der Röhre mit Quecksilber und entsprechender Adjustirung des Schwimmers jenen Theilstrich, auf welchen der Zeiger *i* steht, wenn man das Rohr *A* in die freie Luft ausmünden läfst, mit 1, jenen um 14·4 Zoll tiefer liegenden mit 2 Atmosphären

u. s. w. bezeichnen und dann auch leicht die 14·4 Zoll haltenden Intervalle für die Bruchtheile der Atmosphäre unterabtheilen können.

Bei dem oben geschlossenen Manometer (Fig. 271) endlich hat man aus der Gleichung 3), wenn man $T = t$ setzt, $P = \cdot 445\,h + p\,\frac{h+h'}{h'}$ oder wenn man den gesuchten Druck P des Gases nicht in Pfunden auf den Quadratzoll, sondern durch die Höhe H der diesem Drucke entsprechenden Quecksilbersäule, folglich auch der Druck $p = 12\cdot 75$ Pfund durch die Höhe b der Barometersäule (im Mittel $= 28\cdot 8$ Zoll) ausdrückt, und daher auch h statt $\cdot 445\,h$ nimmt, ferner die ursprüngliche Länge der Luftsäule $h + h'$ (bei dem mittlern Luftdruck) $= l$ setzt, auch $H = h + \frac{l}{h'}b$, oder wegen $h = l - h'$ auch $H = l - h' + \frac{bl}{h'}$, und daraus folgt, wenn man die Theilung nach Atmosphären vornehmen will und sonach $H = nb$ setzt, d. i. den Druck oder die Spannkraft des Gases allgemein zu n Atmosphären annimmt:

$$h' = \frac{l - nb + \sqrt{[(l - nb)^2 + 4bl]}}{2} \quad \ldots (4.$$

Setzt man in dieser Formel $n = 1, 2, 3 \ldots$, so erhält man der Reihe nach jene von c aus herabzutragende Puncte m der Scala, bis zu welchen sich die Quecksilbersäule erheben wird, wenn das Gas eine absolute Spannung von 1, 2, 3 . . . Atmosphären besitzt. (Für $n = 1$ wird, wie es seyn soll, $h' = l$.) Vereinfacht wird diese Formel (4 noch dadurch, dafs man $l = b$ nimmt, wodurch:

$$h' = \left[\frac{1 - n + \sqrt{[(1 - n)^2 + 4]}}{2}\right] b,$$

also für $n = 1, 2, 3 \ldots$ der Reihe nach $h' = b$, $\cdot 618\,b$, $\cdot 414\,b$, $\cdot 303\,b$ u. s. w. wird.

Hat das Manometer die Heberform, wie in Fig. 270 (ist jedoch ebenfalls oben geschlossen), so erhält man, wenn bei dem Drucke von 1 Atmosphäre das Quecksilber in beiden Schenkeln gleich hoch, nämlich bis ac steht, und die Länge der Luftsäule cd dafür wieder $= l$ ist, bei der nämlichen Bezeichnung:

$$h' = \frac{2l - nb + \sqrt{[(2l - nb)^2 + 8bl]}}{4}$$

oder, wenn man $l = b$ macht:

$$h' = \left[\frac{2 - n + \sqrt{[(n - 2)^2 + 8]}}{4}\right] b.$$

So wird für $n = 1, 2, 3 \ldots$ in diesem letztern Falle der Reihe nach $h' = b$, $\cdot 707\,b$, $\cdot 500\,b$, $\cdot 366\,b$ u. s. w.; eben so kann man auch

für die Unterabtheilungen $n = \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4} \ldots$ setzen, wofür man findet: $h' = 1{\cdot}175\,b,\ 1{\cdot}237\,b,\ 1{\cdot}269\,b \ldots$

Soll die Theilung nach Pfunden per Quadratzoll geschehen, so darf man in diesen Formeln nur, wenn z. B. der q Pfunden entsprechende Theilstrich zu bestimmen ist, $n = \frac{q}{12{\cdot}75}$ setzen.

Wie man den Druck einer Luft- oder Gasart mittelst eines sogenannten Sicherheitsventils bestimmen kann, wird weiter unten bei den Dampfkesseln gezeigt werden.

Erstes Kapitel.

Von den Aërostaten.

§. **444.** Der bei den tropfbar flüssigen Körpern (§. 317) erwähnte Archimedische Satz, daſs jeder in eine solche Flüssigkeit getauchte Körper einen Gewichtsverlust erleidet, welcher dem Gewichte der von ihm verdrängten Flüssigkeit gleich ist, behält auch bei der Luft und den Gasen seine volle Giltigkeit; ein Körper also, welcher gegen die atmosphärische Luft etwa dasselbe Gewicht wie Korkholz gegen Wasser hätte, müſste in dieser eben so von selbst in die Höhe steigen, wie Korkholz im Wasser, wenn dieses z. B. am Meeresgrund frei ausgelassen würde.

Man verfertigt solche Körper künstlich aus sehr leichten Stoffen, wie z. B. aus Goldschlägerhäutchen oder in Firniſs getränkten Seidenzeugen oder Taffet (wovon 1 Quadratfuſs nur ungefähr $1\frac{1}{4}$ Loth wiegt), gibt ihnen beinahe (um mit der kleinsten Oberfläche den gröſsten Inhalt zu verbinden) die Kugelform und füllt sie mit einer Luft- oder Gasart, welche specifisch leichter als die atmosphärische Luft ist, in welcher diese Körper oder Ballone aufsteigen sollen. Zu dieser Füllung wählt man entweder, wie es zuerst die Gebrüder *Montgolfier* gethan, gewöhnliche Luft, welche erwärmt, dadurch also ausgedehnt und specifisch leichter wird (bei einer Temperaturerhöhung von 100° C wird diese um ·375 leichter) oder gewöhnlicher mit Wasserstoff- oder in der neuesten Zeit (nach dem berühmten englischen Luftschiffer *Green*), der gröſsern Wohlfeilheit wegen, auch mit gereinigtem Steinkohlengas (welches beiläufig 4 Mal leichter als die atmosphärische Luft ist).

§. **445.** Ist k der cubische Inhalt des Ballons, p das Gewicht von 1 Kubikfuſs atmosphärischer Luft, also kp das Gewicht der durch den Ballon verdrängten Luft, ferner q das Gewicht eines Kubikfuſs der im Ballon enthaltenen Luft, s das Gewicht der Hülle und aller

mit dem Ballone verbundenen Gegenstände, so wie endlich P die Steigkraft des Ballons, so ist:

$$P = kp - (kq + s) = k(p - q) - s \; . \; . \; . \; (1.$$

Beispiel. So war z. B. bei dem ersten in Paris am 1. December im Jahre 1783 aufgestiegenen Aërostaten des Physikers *Charles* $k = 10000$ Kubikfuſs, $p = \cdot 08$ Pfund, also $kp = 800$, oder weil der Ballon, damit er in den höhern und dünnern Luftschichten, in welchen sich das Wasserstoffgas mehr ausdehnt, nicht zerplatze, nur bis auf $\frac{27}{28}$ gefüllt wurde, eigentlich $kp = \frac{27}{28} . 800 = 771 \cdot 4$ Pfund. Das Wasserstoffgas, obschon es im chemisch reinen Zustande (§. 39) über 14 Mal leichter als die atmosphärische Luft (bei mittlerem Baro- und Thermometerstande) ist, wurde bei dieser Erzeugungsart im Groſsen nur $5\frac{1}{4}$ Mal leichter als die Luft angenommen (bei sehr vieler Sorgfalt kann man es wohl auf $\frac{1}{10}$ des Gewichtes der Luft bringen), so, daſs also $kq = \frac{771 \cdot 4}{5\frac{1}{4}} = 146 \cdot 9$ Pfund betrug. Das Gewicht s der Hülle, Schnüre, Gondel und der beiden mitfahrenden Luftschiffer betrug $604\frac{1}{2}$ Pfund, folglich war die Steigkraft $P = 771 \cdot 4 - 751 \cdot 4 = 20$ Pfund.

§. 446. Wird der Ballon bei der Füllung um den n^{ten} Theil seines Inhaltes leer gelassen, so kann sich das Wasserstoffgas in einer gewissen Höhe der Atmosphäre noch um den n^{ten} Theil ausdehnen, folglich wird auch das Gewicht eines Kubikfuſs dieses Gases, nämlich q um $\frac{1}{n} q$ kleiner. Setzt man in dieser Höhe das Gewicht von 1 Kubikfuſs Gas $= q''$ $\left[\text{also ist bei der gemachten Voraussetzung } q'' = \left(1 - \frac{1}{n}\right) q\right]$, den Barometerstand in dieser Höhe $= h$ und an der untern Station, wo die Füllung Statt findet, $= H$; so ist nach dem *Mariotte*'schen Gesetze $q : q'' = H : h$, also:

$$h = \frac{q''}{q} H = \left(1 - \frac{1}{n}\right) H \; . \; . \; . \; (\omega,$$

aus welcher Barometerhöhe sich sofort auch nach §. 436 die Höhe berechnen läſst, in welcher sich der Ballon vollständig aufblähen wird.

Wäre der Ballon z. B. nur bis auf $\frac{9}{10}$ gefüllt, also $n = 10$, so wäre (Gleich. ω) $h = \cdot 9 \, H$, folglich, wenn man von dem nicht leicht zu bestimmenden Temperatureinfluſs abstrahirt, nach der *Deluc*'schen Formel (§. 436), wenn man darin $b = \cdot 9 \, b'$, also $\frac{b'}{b} = 1 \cdot 1111$ setzt, die gesuchte Höhe, in welcher sich der Ballon vollständig aufbläht:

$$= 10000 \, Log \, 1 \cdot 1111 = 457 \cdot 575^{\text{Tois.}} = 2745\tfrac{1}{2} \text{ Fuſs (Par.)}.$$

Um ferner auch die Höhe zu finden, bis zu welcher der Ballon überhaupt steigen kann, darf man in der obigen Formel 1) des vorhergehenden Paragraphes nur für p und q die dieser Höhe entsprechenden Werthe und $P = 0$ setzen. Ist also in dieser Höhe h' der Barometerstand und sind p' und q' die entsprechenden Gewichte von 1 Kubikfuſs der atmosphärischen Luft und des Füllgases, welches sich oben durch Ausdehnung des Ballons, oder indem ein Theil durch die Sicherheitsklappe entweicht, mit dem äuſsern Luftdrucke ins Gleichgewicht soll setzen können, so folgt aus der erwähnten Formel $s = k(p' - q')$; nun ist aber aus $p : p' = q : q' = H : h'$ sofort $p' - q' = \frac{p'}{p}(p - q) = \frac{h'}{H}(p - q)$ und daher auch $s = k\frac{h'}{H}(p - q)$ und daraus für den Barometerstand in der gesuchten Steighöhe:

$$h' = \frac{sH}{k(p - q)} \quad \ldots (2.$$

So wäre für das Beispiel des vorigen Paragraphes nach dieser Formel 2) wegen $k(p - q) = 800 - \frac{800}{5\frac{1}{4}} = 647{\cdot}6$, $s = 604{\cdot}5$ und $H = 340$ (Linien, welches die Barometerhöhe im Augenblicke des Aufsteigens war), sofort $h' = 317{\cdot}37$, also nach der Formel von *Deluc* (§. 436), wegen

$$\frac{b'}{b} = \frac{H}{h'} = 1{\cdot}0713,$$

die Höhe, auf welche der Ballon bei dieser Belastung steigen könnte, $h = 299{\cdot}111^{\text{Tois.}}$ oder nahe 1795 Fuſs.

Bei einer Belastung von bloſs 438 Pfund hätte er nahe 1700 Toisen hoch steigen können.

Vierter Abschnitt.

Aërodynamik.

Erstes Kapitel.

Von dem Ausflusse der Luft aus Behältern.

§. 447. Einleitung. Befindet sich in einem Behälter Luft in gewöhnlichem Zustande, also unter dem Drucke der Barometerhöhe $b = 28 \cdot 8$ Z. (§. 436), so wird durch eine z. B. in der Seitenwand angebrachte Öffnung die Luft weder aus dem Behälter heraus, noch die äufsere hinein treten, weil die vor der Öffnung liegenden Lufttheilchen von innen und aufsen gleich stark gedrückt werden, und daher unter sich im Gleichgewichte stehen. Wird dagegen die Luft im Behälter, wie z. B. durch einen genau passenden Kolben dergestalt zusammengedrückt, dafs ein damit in Verbindung gebrachtes Manometer (§. 440) die Höhe h und dadurch also auch den Überdruck über den Druck der Atmosphäre anzeigt; so wird der Druck gegen die Öffnung von innen nach aufsen $= b + h$ und von aufsen nach innen $= b$, folglich der Unterschied der Pressungen $= b + h - b = h$ seyn (d. h. durch diese Manometersäulenhöhe gemessen oder ausgedrückt), mit welcher die Luft nun aus dem Behälter (eben so, als ob sie unter dem Drucke h in den leeren Raum strömte) ausfliefsen wird.

§. 448. Da aber nach §. 321 die (theoretische) Geschwindigkeit, mit welcher irgend eine tropfbare Flüssigkeit aus einer Öffnung ausfliefst, der Höhe der über der Öffnung stehenden Flüssigkeitssäule entspricht; so darf man im gegenwärtigen Falle (da die Luft- und Gasarten demselben Gesetze folgen) nur die Höhe h der manometrischen Flüssigkeit in eine dem Gewichte nach gleichgeltende Luftsäule h' von durchaus gleicher Dichte verwandeln, um für die theoretische Ausflufs-

geschwindigkeit v der Luft den Ausdruck $v = \sqrt{2\,g\,h'}$ zu erhalten. Ist D die Dichte oder das specifische Gewicht der manometrischen Flüssigkeit, und d jene der unter dem Drucke $b + h$ in die freie Luft ausfliessenden Luft- oder Gasart, so ist $\frac{h'}{h} = \frac{D}{d}$ oder $h' = h\frac{D}{d}$, folglich, wenn m den entsprechenden Contractions- oder Reductionscoefficienten bezeichnet (indem hier eine ähnliche Erscheinung wie beim Ausfluſs des Wassers §. 321 Statt findet), so ist in Fuſsmaſs, indem h ebenfalls so genommen werden muſs:

$$v = m\sqrt{\left(2gh\frac{D}{d}\right)} = 7{\cdot}874\,m\sqrt{h\frac{D}{d}} \;\ldots\; (1$$

Ist ferner a der Querschnitt der Öffnung in Quadratfuſs, so ist, wenn h constant bleibt, die per Secunde ausflieſsende Luftmenge in Kubikfuſs:

$$M = 7{\cdot}874\,m\,a\sqrt{h\frac{D}{d}} \;\ldots\; (2$$

§. **449.** Was nun den Contractionscoefficienten m betrifft, so ist dieser nach den neuesten Versuchen hierüber für

Öffnungen in dünnen Wänden $m = {\cdot}65$,
„ mit cylindrischen Ansatzröhren $= {\cdot}93$,
für wenig conische Ansatzröhren . . . $= {\cdot}94$.

Ist das Manometer mit Quecksilber gefüllt und flieſst die Luft (welche also unter dem Drucke $b + h$ austritt) bei einer Temperatur von t Grad (des 100theiligen Thermometers) aus; so ist für atmosphärische Luft [§. 439, r)] $\frac{D}{d} = 25209\,\frac{1 + {\cdot}004\,t}{b + h}$, also gehen, wenn man Kürze halber $1 + {\cdot}004\,t = T$ setzt, die beiden vorigen Formeln 1) und 2) für die atmosphärische Luft in folgende über:

$$v = 1250\,m\sqrt{\left(h\frac{T}{b+h}\right)} \;\ldots\; (1'$$

$$\text{und}\quad M = 1250\,m\,a\sqrt{\left(h\frac{T}{b+h}\right)} \;\ldots\; (2'$$

§. **450.** In der Anwendung sind die Ansatzstücke, wie z. B. die Düsen bei Blasbälgen, Windleitungen u. s. w. längere, verjüngte Röhren, wofür man indessen der gröſsern Sicherheit wegen m auch nur mit ·93 in Rechnung bringt. Ist d der Durchmesser einer solchen Düsenöffnung, so ist $ma = {\cdot}93 \times \frac{1}{4}d^2\pi = {\cdot}7305\,d^2$, folglich ist, wenn d in Fuſsen ausgedrückt wird:

$$M = 913\,d^2\sqrt{\left(h\frac{T}{b+h}\right)} \;\ldots\; (3 \quad \text{Kubikfuſs.}$$

Das nach dieser Formel berechnete Luftvolumen M besitzt die dem Drucke $b+h$ entsprechende Dichte; will man aber daraus jenes Volumen M' bestimmen, welches dieses Luftquantum unter irgend einem andern, z. B. unter dem Drucke h' annehmen würde, so hat man nach dem *Mariotte*'schen Gesetze $\frac{M'}{M} = \frac{b+h}{h'}$, woraus $M' = M\frac{b+h}{h'}$, d. i.

$$M' = 913 \frac{d^2}{h'} \sqrt{[h(b+h)T]} \;.\;.\;.\;(4$$

folgt.

§. 451. Um ferner das Gewicht Q der in 1 Secunde ausfliessenden Luftmenge zu bestimmen, muſs man den Werth M mit dem Gewichte von 1 Kubikfuſs Luft unter dem Drucke von $b+h$ und der Temperatur t, d. i. (§. 439, α) mit $\cdot 03042 \frac{b+h}{1+\cdot 004\,t}$ multipliciren, wodurch man, wenn für M der Werth aus 3) und wieder $1+\cdot 004\,t = T$ gesetzt wird:

$$Q = 27\cdot 77\, d^2 \sqrt{\left[\frac{h(b+h)}{T}\right]} \;.\;.\;.\;(5$$ Pfunde

erhält, wenn wieder d, b und h in Fuſsen ausgedrückt werden.

§. 452. Flieſst anstatt atmosphärischer Luft irgend eine andere Gasart unter dem Drucke der Manometersäule h aus, und hat dieses Gas gegen die manometrische Flüssigkeit die Dichte e; so hängt die Ausfluſsgeschwindigkeit von der Höhe $\frac{h}{e}$ ab, und es ist die per Secunde ausflieſsende Gasmenge $M = ma\sqrt{2g\frac{h}{e}}$. Für ein anderes unter demselben Drucke und aus derselben Öffnung ausflieſsendes Gas, welches gegen die nämliche manometrische Flüssigkeit die Dichte e' besitzt, ist eben so $M' = ma\sqrt{2g\frac{h}{e'}}$, folglich $M : M' = \sqrt{e'} : \sqrt{e}$, d. h. die Volumina zweier Gasarten, welche unter demselben Drucke aus der nämlichen Öffnung ausflieſsen, verhalten sich verkehrt wie die Quadratwurzeln aus ihren Dichten (diese letztern mögen nun auf die atmosphärische Luft, die manometrische, oder eine sonstige Flüssigkeit bezogen werden).

Ist also eines der beiden Gase die atmosphärische Luft und ν das specifische Gewicht des andern Gases (jenes der Luft $= 1$ gesetzt), so beträgt die Ausfluſsmenge des letztern Gases per Secunde, wenn der Druck constant

bleibt, $M = M' \sqrt{\frac{1}{u}}$, d. i. (Form. 4)

$$M = 913 \frac{d^2}{h' \sqrt{u}} \sqrt{[h(b+h)T]} \ldots (6$$

Anmerkung. Die Ableitung der obigen Formeln für den Ausfluſs der Luft gilt eigentlich streng genommen mehr oder weniger nur für den Fall, als der Unterschied zwischen dem Druck der Luft innerhalb und auſserhalb des Gefäſses nicht bedeutend ist, und dieser etwa nur (wie es in der Regel bei Gebläsen der Fall) bis $\frac{1}{5}$ beträgt. Im Allgemeinen genommen werden diese Formeln, indem dabei logarithmische Gröſsen vorkommen, complicirter, obschon sie auch dann noch, der eigenthümlichen Schwierigkeiten wegen, welche dieser Theil der Wissenschaft darbietet, nicht alle in der Wirklichkeit vorhandenen Umstände genau wieder geben.

Bezeichnet A den Querschnitt des Gefäſses, aus welchem das Gas ausflieſst, a jenen der Ausfluſsöffnung, p den Druck der äuſsern, P jenen der innern Luft auf die Flächeneinheit, so wie q das Gewicht der cubischen Einheit der innern Luft oder des Gases unter diesem Drucke P, und m den Contractionscoefficienten; so findet man nach der Theorie von *Navier* für die Ausfluſsgeschwindigkeit, wenn l natürliche Logarithmen bezeichnet:

$$v = m \sqrt{\left\{ \frac{2P}{q} g \frac{l.\frac{P}{p}}{1 - \left(\frac{pa}{PA}\right)^2} \right\}} \ldots (7$$

also das Volumen des in der Zeiteinheit unter dem äuſseren Drucke p gemessenen ausflieſsenden Gass:

$$M = av \ldots (8$$

und unter einem andern Drucke p' gemessen:

$$M' = av \frac{p}{p'} \ldots (9$$

Ist die Ausfluſsöffnung a gegen den Querschnitt A so klein, daſs man den Bruch $\left(\frac{pa}{PA}\right)^2$ gegen die Einheit auslassen kann, so hat man einfacher:

$$v = m \sqrt{\left[\frac{2P}{q} gl.\frac{P}{p}\right]} \ldots (6'$$

und wenn der Unterschied $P - p = z$ so klein wird, daſs man die höhern Potenzen von $\frac{z}{P}$ gegen die erste vernachläſsigen, also

$$l.\frac{P}{p} = l.\frac{P}{P-z} = -l\left(1 - \frac{z}{P}\right)$$
$$= -\left[-\frac{z}{P} - \frac{1}{2}\left(\frac{z}{P}\right)^2 - \text{etc.}\right] = \frac{z}{P} = \frac{P-p}{P}$$

setzen kann, auch:

$$v = m\sqrt{\left(2g\frac{P-p}{q}\right)},$$

welches sofort unsere obige Formel 1), nur in einer andern Form ist; denn bezeichnet h die Höhe der Manometersäule, welche den Druck $P-p$ anzeigt, ferner D die Dichte oder das specifische Gewicht dieser Flüssigkeitsäule, so wie d jene des Gases unter dem Drucke P, so ist $\frac{P-p}{q} = h\frac{D}{d}$, wodurch diese letztere Formel genau auch die Form der obigen 1) erhält.

Wäre $P < p$, so würde umgekehrt die äufsere Luft in das Gefäfs, und zwar mit einer Geschwindigkeit

$$v = m\sqrt{\left(2g.\frac{p-P}{q'}\right)} \ldots (10$$

hineinfliefsen, wenn q' das Gewicht der cubischen Einheit der äufsern Luft unter dem Drucke p bezeichnet.

§. 453. Um diese abgeleiteten Formeln noch verständlicher und practischer zu machen, mögen folgende Beispiele und Aufgaben dienen:

1. Mit welcher Geschwindigkeit strömt die atmosphärische Luft bei 10° C. Temperatur in einen absolut leeren Raum ein, wenn dabei keine Contraction Statt hat?

Setzt man in der Formel 1′) (§. 449) $b = 0$, $t = 10$, also $T = 1{\cdot}04$ und $m = 1$, so erhält man $v = 1250\sqrt{1{\cdot}04} = 1274\frac{3}{4}$ Fufs, während man bei 0 Grad Temperatur nur 1250 F. findet; ein Körper also, welcher sich im letztern Falle mit einer Geschwindigkeit von mehr als 1250 Fufs per Secunde in der Atmosphäre bewegen würde, müfste schon einen leeren Raum hinter sich zurücklassen.

Wollte man die vorige Formel 10) benützen, so müfste man darin $P = 0$, $p = 766{\cdot}87\,b$, $g = 31$ und $q' = {\cdot}03042\,\frac{b}{1{\cdot}04}$ setzen, wodurch man $v = 1274{\cdot}95$ F. findet; da b aus der Rechnung ganz hinausfällt, so hat hier der Barometerstand auf die Geschwindigkeit v keinen Einflufs.

2. Aus einem Behälter fliefst atmosphärische Luft unter einem Drucke, für welchen die Quecksilbersäule des oben offenen Manometers constant 1·14 Zoll zeigt, durch eine Düsenöffnung von 2·85 Zoll Durchmesser und bei einer Temperatur von 13° C. in einen Raum aus, in welchem das Barometer 28 Zoll hoch steht; es soll die per Secunde ausfliefsende Luftmenge berechnet, und diese zugleich auf den mittlern Barometerstand von 28·8 Zoll reducirt werden.

Setzt man in der Formel 6) $h = \frac{1{\cdot}14}{12} = {\cdot}095$, $b = \frac{28}{12} = 2{\cdot}333$, also $b + h = 2{\cdot}428$, $h' = \frac{28{\cdot}8}{12} = 2{\cdot}4$, $d = \frac{2{\cdot}85}{12} = {\cdot}2375$ und $t = 13$, also $T = 1{\cdot}052$; so findet man $M' = 10{\cdot}57$ Kubikfufs, daher per Minute

634 Kubikfuſs, ein Quantum, welches zur Speisung von etwa 4 Frischfeuer hinreichen würde.

Nach der schärfern Formel 6′) gerechnet, findet man wegen $P = 1861{\cdot}96$, $p = 1789{\cdot}11$ Pf., $l.\frac{P}{p} = {\cdot}0399131$, $q = {\cdot}07015$ sofort $r = 256{\cdot}28$, so wie damit aus 9) $M' = 11{\cdot}04$ Kubikfuſs, woraus in solchen Fällen die geringe Abweichung der beiden Formeln hinlänglich hervorgeht.

3. Wenn bei einer Windleitung das Manometer mit Wasser gesperrt ist, so ist die Frage, wie hoch in demselben die Wassersäule steigen müsse, wenn aus einer 2·28 Zoll im Durchmesser haltenden Düsenöffnung per Secunde 8 Kubikfuſs atmosphärische Luft in einen Raum ausströmen sollen, in welchem der Barometer $28^1/_2$ Zoll hoch steht, und die Temperatur 12^0 C. beträgt?

Bestimmt man aus der Formel 3) die Gröſse h, so hat man die Höhe der Quecksilbersäule, mit welcher die gesuchte Wassersäulenhöhe des Manometers gleichgeltend seyn muſs; ist daher H diese gesuchte Höhe, so muſs $H = 13{\cdot}597\,h$ seyn. Aus der genannten Gleichung 3) folgt aber $h = \frac{b\,M^2}{833569\,d^4\,T - M^2}$, und wenn man $b = 2{\cdot}375$, $M = 8$, $d = {\cdot}19$ und $t = 12$, also $T = 1{\cdot}048$ setzt, erhält man daraus $h = {\cdot}1414$, folglich $H = 1{\cdot}923$ Fuſs $= 23{\cdot}2$ Zoll.

4. Wie groſs muſs in einem zur Beleuchtung dienenden Gasometer die Öffnung seyn, damit stündlich 31660 Kubikfuſs Leuchtgas unter einem Drucke von 1·8 Zoll Wassersäule ausströmen, wenn die Öffnung mit keiner Röhre in Verbindung steht, und der mittlere Barometerstand zu 28·2 Zoll, so wie die Temperatur zu 15^0 C. angenommen wird?

Hier ist die Wassersäule im Manometer von $\frac{1{\cdot}8}{12} = {\cdot}15$ Fuſs mit einer Quecksilbersäule von $\frac{{\cdot}15}{13{\cdot}597} = {\cdot}01103$ F. gleichgeltend, daher $h = 01103$, $b = 2{\cdot}35$, $t = 15$, also $T = 1{\cdot}06$, $M = \frac{31660}{3600} = 8{\cdot}7945$ (für die Secunde), $m = {\cdot}65$, und das specifische Gewicht des Leuchtgases (§. 39) $u = {\cdot}556$, also aus der obigen Gleichung 2′)

$$a = \frac{M\sqrt{u}}{1250\,m\sqrt{\left(h\,\frac{T}{b+h}\right)}} = {\cdot}114692 \text{ Quadratfuſs.}$$

Für eine quadratförmige Öffnung müſste daher die Seite $= {\cdot}3387$, oder für eine kreisförmige der Durchmesser $= {\cdot}3821$ Fuſs betragen.

Zweites Kapitel.

Von der Bewegung der Luft in Röhrenleitungen.

§. 454. Steht mit einem Luftbehälter, in welchem die Luft (durch irgend ein Mittel) beständig in gleicher Spannung erhalten wird, eine cylindrische Röhrenleitung, die in ein conisches Ansatzstück oder in eine Düse ausläuft, in Verbindung, so wird die Luft durch dieses Rohr und die Düsenöffnung in einem continuirlichen Strome ausfliefsen. So wie nun bei einer Wasserleitung, so wird auch hier die Luft durch Adhäsion an den Röhrenwänden einen Widerstand erleiden, welcher wie dort (§. 343) der Länge und dem innern Umfange der Röhre direct, dagegen dem Querschnitte derselben umgekehrt, so wie endlich auch noch dem Quadrate der Geschwindigkeit gerade proportional ist (indem man hier das Glied mit der ersten Potenz der Geschwindigkeit ohne Weiteres auslassen kann, weil sich die Luft immer schneller als das Wasser bewegt).

Ist H die Manometerhöhe am Luftbehälter, h jene eines unmittelbar vor der Ausflufsöffnung und zwar noch vor dem verengten Querschnitte angebrachten und mit dem erstern mit gleicher Flüssigkeit gefüllten Manometers, so wie b die Barometerhöhe der äufsern Luft; so stellt $H-h$ die Widerstandshöhe zur Überwindung der genannten Hindernisse in der Windleitung dar.

Ist ferner L die Länge, D der lichte Durchmesser der Röhrenleitung, d jener der Ausflufsöffnung, v die Geschwindigkeit, mit welcher die Luft aus dieser verengten Öffnung austritt, v' die mittlere in der Röhre Statt findende Geschwindigkeit und ω jene am Ende der Röhre, unmittelbar vor dem conischen Ansatze; so ist nach der vorigen Bemerkung $H-h=n\frac{LDv'^2}{D^2}=n\frac{Lv'^2}{D}$, wobei n ein Erfahrungscoefficient ist.

§. 455. Da der Druck, folglich auch die Dichte der Luft in der Röhre von der Ein- gegen die Ausmündung hin allmählig abnimmt, so mufs dafür die Geschwindigkeit in demselben Verhältnifs zunehmen, so, dafs wenn man als einfachste Hypothese diese Abnahme der Röhrenlänge proportional setzt, wodurch sonach die Geschwindigkeit der Luft in arithmetischer Progression zunimmt, so findet die mittlere Geschwindigkeit in der halben Röhrenlänge Statt, an welcher Stelle der

Druck durch die Manometerhöhe $\frac{1}{2}(b+H+b+h)=b+\frac{1}{2}(H+h)$ gemessen wird. Da nun die Geschwindigkeit im umgekehrten Verhältnisse mit der Dichte, also auch des Druckes steht, der Druck aber an der Ausflufsöffnung durch $b+h$ gemessen wird, so ist $u : v' = b + \frac{1}{2}(H+h) : b + h$, und daraus $v' = u \frac{b+h'}{b+H'}$, wenn man Kürze halber $\frac{1}{2}(H+h)=H'$ setzt; oder da $\alpha)$ $u=m\frac{d^2}{D^2}v$ ist, wenn m den dem Ansatzrohre entsprechenden Contractionscoefficienten bezeichnet, auch

$$v' = \frac{m\,d^2}{D^2}\frac{b+h}{b+H'}v \;.\;.\;.\; (a$$

Da ferner unter übrigens gleichen Umständen v^2 mit h proportional ist, also $v^2 = n'h$ gesetzt werden kann, wenn n' wieder einen constanten Erfahrungscoefficienten bezeichnet; so ist

$$v'^2 = n'm^2\frac{d^4}{D^4}\left(\frac{b+h}{b+H'}\right)^2 h$$

und daher die obige Widerstandshöhe, da den gemachten Beobachtungen zufolge der veränderliche Factor $nn'm^2\left(\frac{b+h}{b+H'}\right)^2$ in so enge Grenzen eingeschlossen ist, dafs man dafür ohne Fehler einen constanten Mittelwerth, welchen wir mit k bezeichnen wollen, setzen kann:

$$H - h = kL\frac{d^4}{D^5}h \;.\;.\;.\; (b$$

Anmerkung. Da der Coefficient k ohnehin nur durch die Erfahrung gefunden wird, so kann dabei auch zugleich jener Einflufs mit berücksichtigt werden, welcher aus der Störung, den der Luftstrom bei seinem Eintritte aus dem Behälter in die Röhrenleitung erleidet, hervorgeht, weil man sonst im zweiten Theile dieser letztern Gleichung noch die der Contraction entsprechende Widerstandshöhe $m^2\frac{d^4}{D^4}\left(\frac{1}{m'^2}-1\right)h$, wo m' den neuen Contractionscoefficienten bezeichnet, hinzufügen müfste.

Auch sollte streng genommen das am Ende der Röhrenleitung angenommene Manometer an einem Behälter angebracht seyn, in welchem das cylindrische Rohr einmündet, und aus welchem dann erst die Luft durch das conische Ansatzrohr ausströmt, während doch in der Anwendung dieses Manometer auf die Röhre selbst unmittelbar vor dem Ansatzstücke angebracht wird; dieses Manometer zeigt daher nicht die obige in Rechnung gebrachte Höhe h, sondern die etwas kleinere $h-h'$, wo $h'=m^2\frac{d^4}{D^4}h$ die der unmittelbar unter dem Manometer Statt findenden Geschwindigkeit des Luftstromes zugehörige Höhe ist. (Denn da diese Geschwindigkeit

$= u$ ist, so ist $h' = \frac{u^2}{2g}$, und wenn δ die Dichte der Luft, Δ jene der manometrischen Flüssigkeit bezeichnet, so ist diese Höhe in einer eben solchen Flüssigkeitssäule ausgedrückt:

$$h' = \frac{u^2}{2g}\frac{\delta}{\Delta} = \frac{v^2}{2g} m^2 \frac{d^4}{D^4}\frac{\delta}{\Delta} = m^2 \frac{d^4}{D^4} h,$$

(wegen der obigen Gleichung α) und weil $v = \sqrt{2gh\frac{\Delta}{\delta}}$ ist.) Da aber d nicht leicht über $\frac{1}{3} D$ genommen wird, so ist dieser Unterschied so gering, dafs man ohne Weiters h statt $h - h'$ nehmen kann, und zwar um so mehr, als bei der Bestimmung des Erfahrungscoefficienten k dieser Einflufs ebenfalls (wenigstens zum Theile) mit berücksichtigt wird.

§. 456. Da man aus sehr vielen Versuchen (besonders den *Aubuisson*'schen) den erwähnten Coefficienten $k = \cdot 0238$ gefunden hat, so wird aus der obigen Gleichung b) die Widerstandshöhe

$$H - h = \cdot 0238\, L \frac{d^4}{D^5} h \ldots \text{(f}$$

und daraus

$$h = \frac{H}{1 + \cdot 0238 \frac{L d^4}{D^5}} = \frac{42 H D^5}{L d^4 + 42 D^5}.$$

Setzt man diesen Werth für h in die Formel 1) des §. 449, in welcher h dieselbe Bedeutung wie hier hat (wenn man nämlich auch hier ein Quecksilbermanometer voraussetzt), so erhält man für die Geschwindigkeit der ausströmenden Luft, wenn man bemerkt, dafs man den dort vorkommenden Contractionscoefficienten $m = 1$ setzen kann, indem auch dieser schon in dem Coefficienten 42 des vorigen Ausdruckes mit enthalten ist, sofort

$$v = 8101 \sqrt{\frac{T}{b+h}} \sqrt{\left[\frac{H D^5}{L d^4 + 42 D^5}\right]},$$

und daher für die per Secunde ausfliefsende Luftmenge ($M = av = \frac{1}{4} d^2 \pi v$):

$$M = 6362 \sqrt{\frac{T}{b+h}} \sqrt{\left\{\frac{\frac{H D^5}{D^5}}{L + 42 \frac{D^5}{d^4}}\right\}} \ldots \text{(1}$$

Dabei bezieht sich diese Luftmenge auf den Druck (einer Quecksilbersäule von der Höhe) $b + h$; soll dieser auf einen andern Druck b' reducirt werden, so findet man die diesem Drucke entsprechende Luftmenge $M' = M \frac{b+h}{b'}$. Will man die Ausflufsmenge in Pfunden aus-

gedrückt haben, so mufs man den in (1 gefundenen Werth von M noch mit $\cdot 03042 \frac{b+h}{T}$ multipliciren.

Streng genommen ist der Factor $\frac{T}{b+h}$ veränderlich, und es sollte dabei h ebenfalls aus der obigen Formel erst berechnet werden; da jedoch für die gewöhnlich vorkommenden Fälle dieser Factor nur zwischen ·405 und ·443 variirt, so kann man dafür den Mittelwerth ·424 annehmen, und sonach für die am meisten vorkommenden Fälle genau genug:

$$M = 4142{\cdot}6 \sqrt{\left\{\frac{H D^5}{L + 42 \frac{D^5}{d^4}}\right\}} \ldots (1'$$

setzen.

§. **457.** Läuft die Windleitung, ohne mit einem verengten Ansatzrohr versehen zu seyn, frei aus, so darf man in der vorigen Formel nur $d = D$ setzen, und nach den Versuchen von *Girard* den obigen Coefficienten 6362 nur mit ·989 multipliciren, wodurch man erhält:

$$M = 6292 \sqrt{\frac{T}{b+h}} \sqrt{\left[\frac{H D^5}{L + 42 D}\right]} \ldots (2$$

oder bei dem vorhin erwähnten Werthe von $\sqrt{\frac{T}{b+h}} = \cdot 424$ für sehr viele Fälle genau genug:

$$M = 4097 \sqrt{\left[\frac{H D^5}{L + 42 D}\right]} \ldots (2'$$

Vergleicht man bei einerlei Druck, Länge und Durchmesser der Röhrenleitung die in derselben Zeit ausfliefsende Luft- und Wassermenge; so hat man nach §. 345, Formel 6) für die per Secunde ausfliefsende Wassermenge, wenn H' die drückende Wassersäule ist:

$$m = 36{\cdot}86 \sqrt{\left[\frac{H' D^5}{L + 35{\cdot}5 D}\right]},$$

oder wenn man H' auf eine Quecksilbersäule H reducirt, wodurch $H' = 13{\cdot}597\, H$ wird, so ist auch:

$$m = 135{\cdot}6 \sqrt{\left[\frac{H D^5}{L + 35{\cdot}5 D}\right]},$$

folglich, da bei langen Leitungen $L + 42\, D$ und $L + 35{\cdot}5\, D$ als gleichgeltend angenommen werden kann:

$$M : m = 6292 \sqrt{\frac{T}{b+h}} : 135{\cdot}6,$$

oder wenn man als mittlere Werthe $T = 1{\cdot}05$ und $b + h = 2{\cdot}45$ setzt:

$$M : m = 4119 : 135{\cdot}6 = 30{\cdot}4 : 1,$$

d. h. unter übrigens gleichen Umständen und einerlei Druck gibt eine Röhrenleitung nahe 30½ Mal so viel Luft als Wasser.

§. 458. Für irgend ein anderes Gas, dessen specifisches Gewicht gegen jenes der atmosphärischen Luft $= u$ ist, erhält man wieder die Ausflufsmenge M'' aus der Formel $M'' = \frac{M}{\sqrt{u}}$, wobei M die Ausflufsmenge für die atmosphärische Luft bezeichnet, und sofort aus der vorigen Gleichung 1) oder 2) zu finden ist.

Man vermeidet auch hier, wie bei Wasserleitungen, plötzliche und starke Biegungen, indem diese den Widerstand bedeutend vermehren. Nach *Aubuisson* wächst dieser im quadratischen Verhältnisse der Geschwindigkeit und des Sinus des Neigungswinkels. Eben so erzeugen auch Zusammenziehungen oder Verengungen im Rohre einen ganz ähnlichen Widerstand wie beim Wasser.

Beispiele. 1. Aus einem mit Leuchtgas gefüllten Gasometer strömt durch eine 400 Fufs lange und $^3/_5$ Zoll im lichten Durchmesser haltende Röhrenleitung das Gas mit einem Drucke aus, welcher nicht mehr als 1·284 Zoll Wassersäule beträgt; es soll nun die per Minute ausfliefsende Gasmenge bestimmt werden, wenn das specifische Gewicht des Gases $=$ ·559 ist, der Barometerstand 2·38 Fufs und die Temperatur 19° C. beträgt.

Setzt man in der obigen Formel 2), §. 457, $D =$ ·05, $L = 400$, H (welche Höhe auf eine Quecksilbersäule reducirt werden mufs) $= \frac{\cdot 107}{13 \cdot 59} = \cdot 008$, $b = 2 \cdot 38$ und h (welche Gröfse man hier ohne Fehler $= H$ setzen kann) $= \cdot 008$, $t = 19$, also $T = 1 + \cdot 004\, t = 1 \cdot 076$; so erhält man für atmosphärische Luft per Secunde $M = \cdot 01053$, daher für das hier angenommene Leuchtgas $M' = \frac{M}{\sqrt{u}} = \frac{\cdot 01053}{\sqrt{\cdot 559}} = \cdot 014$ oder per Minute ·84 Kubikfufs.

Nach den Beobachtungen war die wirklich ausgeflossene Gasmenge ungefähr um $^1/_{20}$ geringer als die berechnete.

Benützt man die obige einfachere Formel 2'), so findet man $M' = \cdot 01366$, also per Minute nahe ·82 Kubikfufs.

2. Mit einem Gebläse, bei welchem das Quecksilbermanometer 2·1 Zoll Druck anzeigt, steht eine 172 Klafter lange, $4^1/_2$ Zoll im lichten Durchmesser haltende Windleitung in Verbindung; wie grofs mufs die am Ende dieser Leitung anzubringende Düsenöffnung seyn, damit per Secunde $3^1/_2$ Kubikfufs Luft ausströme, wenn der mittlere Barometerstand des betreffenden Ortes zu 27·6 Zoll und die mittlere Temperatur zu 8° R. angenommen werden kann?

Bestimmt man aus der obigen Gleichung 1) d^4, so wird, wenn man Kürze halber $\frac{T}{b+h} = A$ setzt:

$$d^4 = \frac{42\, M^2 D^5}{(6362)^2 A H D^5 - L M^2}.$$

Setzt man jetzt in diesen Ausdruck $L = 1032$, $M = 3 \cdot 5$, $D = \cdot 375$,

$H = {}^{\cdot}175$, $b = 2{}^{\cdot}3$ und hypothetisch $h = {}^{\cdot}1$, wodurch $b + h = 2{}^{\cdot}4$ wird, ferner $t = 10$ (indem 8^0 R $= 10^0$ C.), also $T = 1{}^{\cdot}04$; so findet man $A = {}^{\cdot}433333$, $d^4 = {}^{\cdot}0003779$, also, wenn man die vierte Wurzel auszieht, $d = {}^{\cdot}1394$ F. $= 1{}^{\cdot}673$ Zoll.

Es würde übrigens so gut wie keinen Unterschied gemacht haben, wenn man anstatt des vorigen genauen Werthes von A den im §. 456 angegebenen genäherten Werth von ·424 gesetzt hätte.

Drittes Kapitel.

Von den Gebläsen.

§. 459. Erklärung. Unter Gebläsen versteht man jene Apparate oder Maschinen, mittelst welchen die atmosphärische Luft unter einem bestimmten Drucke und mit einer gewissen Geschwindigkeit in einem beständigen Windstrome in das Feuer einer Schmiedesse, eines Frischfeuers, Cupolofens, Hochofens u. s. w. geleitet oder geblasen wird.

Von den mehr oder weniger im Gebrauche befindlichen Gebläsen können die nachstehenden angeführt werden.

1. Die grofsen ledernen Blasbälge, welche jedoch, um einen nur einigermafsen gleichförmigen Windstrom zu geben, wenn nicht dreifach, doch wenigstens doppelt seyn müssen. In Fig. 274 ist ein dreifacher dargestellt, wobei durch die zwischen den beiden festen Scheidewänden ab, ef liegende bewegliche Scheidewand cd (an welcher zugleich die bewegende Kraft wirkt) die beiden Abtheilungen A und B, so wie durch ef und den beweglichen Deckel gh der Windraum oder eine Art Regulator gebildet werden. Von den angezeigten 4 Klapenventilen stellt jenes m die Communication zwischen der äufsern Luft und der Abtheilung A, jenes i die Verbindung zwischen den Abtheilungen A und B, jenes n die Communication zwischen B und C, so wie endlich das Ventil o, da dessen Öffnung noch mit einem durch die mittlere Abtheilung B führenden Schlauche versehen ist, die Communication zwischen den Abtheilungen A und C her.

Beim Hinaufziehen der um ein Scharnier c drehbaren Scheidewand cd öffnen sich die Klappen m und n, indem sich der Raum A mit Luft füllt, während die in B befindliche Luft in den Regulator C überströmt; dabei sind die beiden übrigen Ventile i und o geschlossen. Beim Herabgehen dieser Wand cd dagegen schliefsen sich die Klappen oder Ventile m und n, während sich jetzt die beiden andern i und o öffnen, indem die Luft aus der Abtheilung A zum Theil in jene B und den Regulator C tritt; ist dabei der Deckel gh mit Gewichten beschwert, so wird die Luft aus dem letztern beständig, und zwar durch die Düse l ausgeblasen.

2. Das Kastengebläse, welches in einem (oder mehreren) hölzernen, parallelepipedisch hängenden Kasten *K* (Fig. 275) besteht, in welchem ein ebenfalls nur aus Holz verfertigter, mit 2 oder auch 4 nach ein-, d. i. aufwärts sich öffnenden Klappenventilen *a*, *a* versehener Kolben *A* luftdicht (wobei die Liederung durch hölzerne, öfter noch mit Wülsten aus Leinwand oder sämisch gegerbtem Leder belegten Leisten, die mittelst Federn gegen die sehr glatten ebenen Wände des Kastens gedrückt werden, hergestellt wird) auf und ab geschoben, und dadurch abwechselnd die im Kasten befindliche Luft zusammengepreſst, dabei durch eine oben angebrachte Ventilöffnung *b* in den Kasten *F*, und von da in die Windleitung *n* getrieben, und der Kasten wieder mit neuer Luft gefüllt wird. Um den dabei erzeugten absetzenden Wind in einen continuirlichen zu verwandeln, werden wenigstens zwei solche Kästen mit einander, und zwar so verbunden, daſs der eine Kolben *A* herabgeht während der andere *A'* aufsteigt; auch läſst man den Wind aus jedem Kasten in einen Regulator *F*, und von diesen aus erst in die Form oder Windleitung *n* ausströmen

Zum Heben des Kolbens ist der um *g* drehbare Hebel *E* in *o* gelenkartig in den obern Endpunct des Hebels *o d* eingehängt, welcher sich um die in der Kolbenstange *B* befestigte Achse *c* drehen kann, während dessen unteres Ende *d* mit dem um *i* drehbaren Gegenlenker beweglich verbunden ist. Da jedes der drei genannten Stücke für jeden Kolben doppelt vorhanden ist, so befindet sich zwischen dem Hebelpaar *E* bei *w* eine Frictionsrolle, mit welcher der Umfang der mit der Welle *C* verbundenen excentrischen Scheibe *D* (von einer solchen Construction, um ein gleichförmiges Heben des Kolbens zu bewirken) fortwährend in Berührung ist.

Wird die Liederung, wie in Fig. 276, durch Wasser bewirkt, wobei ein Gefäſs *A* umgekehrt in ein anderes *B* zum Theil mit Wasser gefülltes gestürzt und darin auf- und abbewegt wird (wozu eine Führung mittelst Frictionsrollen *i i*, wie es bei Gasometern üblich ist, hergestellt werden kann); so erhält man das *Baader*'sche Gebläse. Zwei Röhren *r* und *s*, wovon die erstere mit einer aufwärts, die andere mit einer abwärts sich öffnenden Klappe (*a*, *b*) versehen ist, gehen durch das äuſsere Gefäſs *B* durch und münden in den obern Raum des innern Gefäſses *A* aus: erstere communicirt mit der atmosphärischen Luft, die letztere mit der Windleitung oder dem Regulator. Beim Aufziehen des innern Gefäſses füllt sich der entstehende Raum durch das Rohr *r* (wobei sich die Klappe *a* öffnet und jene *b* schlieſst) mit Luft, während diese beim Niedergehen dieses Gefäſses (in welcher Periode *a* geschlossen und *b* geöffnet ist) durch die Röhre *s* hinausgeblasen wird. Der Unterschied *m n* im Niveau des äuſsern und innern Wasserspiegels entspricht dabei der Statt findenden Luftpressung.

3. Das Trommelgebläse besteht aus einem horizontal liegenden, um dessen Achse oscillirenden Cylinder, welcher mit einer durch die ganze

Länge gehenden diametralen (und zwar verticalen) Scheidewand, die jedoch an der untern Seite noch einen gewissen Abstand von der Cylinderwand besitzt, um zwischen den beiden Abtheilungen eine Communication zu lassen, in zwei Hälften getheilt ist; zugleich sind die beiden Grundflächen dieses Cylinders jede mit 2 Ventilöffnungen in der Art versehen, dafs auf jede der beiden erwähnten Abtheilungen ein Einlafs- uad ein Auslafsventil kommt, wovon die beiden letztern (d. i. die Auslafsventile) in ein knieförmiges Rohr führen, welches durch einen ledernen Schlauch mit der Düse in Verbindung steht.

Durch eine oscillirende, den dritten Theil des Kreisumfanges betragende Bewegung der zur Hälfte mit Wasser gefüllten Tonne steigt das Wasser abwechselnd in dem einen Halbcylinder (wodurch die darin enthaltene Luft zusammengeprefst und durch das Auslafsventil hinausgetrieben wird) und fällt in dem andern (wobei der entstehende wasserleere Raum durch das Einlafsventil mit Luft gefüllt wird). In der Regel verbindet man auch hier zur Erzielung eines gleichförmigeren Windstromes zwei solche Tonnen mit einander.

4. Das W a s s e r t r o m m e l g e b l ä s e, welches in Gebirgsgegenden, wo hohe Wassergefälle zu Gebote stehen, öfter angewendet wird, besteht in einem Zuleitungscanal *A* (Fig. 277), welcher das Wasser durch eine wenigstens 5 Klafter hohe verticale Lutte oder Röhre *B*, die an ihrer verengten Stelle mit Seitenöffnungen *i i* versehen ist, durch welche die Luft eintreten kann, in ein umgekehrt im Wasser stehendes Gefäfs *D* leitet, von wo es auf einen Tisch *a* herabstürzt, wodurch die eingehüllte oder mitgerissene Luft frei wird, sich in dem obern Raume des innern Gefäfses *D* sammelt, und durch die Öffnung *C* in die Windleitung ausströmt.

5. Das auf demselben Principe beruhende W a s s e r s ä u l e n g e b l ä s e von *Hentschel* besteht im Wesentlichen in mehreren über einander stehenden cylindrischen Gefäfsen, welche abwechselnd mit Luft und Wasser gefüllt werden, in welch letzterem Falle die Luft ausgetrieben und in einem verticalen Rohr gesammelt wird. (Einige Ähnlichkeit damit hat auch das K e t t e n g e b l ä s e.)

6. Das von *Cagniard-Latour* angegebene S c h r a u b e n g e b l ä s e *(Cagniardelle)* besteht im Wesentlichen aus einer modificirten Archimedischen, aus Eisenblech hergestellten Wasserschraube, welche in einer bis auf eine bestimmte Höhe mit Wasser gefüllten gemauerten Cisterne, und zwar in verkehrter Richtung (wefshalb auch die Achse der mit einem cylindrischen Blechmantel umhüllten Schraube vorne, d. i. an der offenen Basis höher als rückwärts, oder an der bis auf das Ausströmungsrohr geschlossenen Grundfläche) liegt, langsam umgedreht wird; dadurch geht die Mündung des Schraubenganges abwechselnd durch die Luft und das Wasser, und nimmt im erstern Falle eine gewisse Quantität Luft mit sich, welche durch den Schraubengang, den Mantel und das Wasser abgesperrt und durch die Umdrehung der Schraube immer weiter nach rückwärts in den engern

Raum geschoben und geprefst wird, und endlich sehr gleichförmig in die Windleitung ausströmt.

(Sehr viele Ähnlichkeit damit hat auch das in der neuesten Zeit versuchte Schneckengebläse.)

7. Das Centrifugal- oder Windradgebläse (Ventilator) besteht in einer horizontalen, mit radial stehenden oder auch etwas gekrümmten Flügeln (Fig. 278) versehenen Welle *C* und einer gufseisernen Trommel oder dem Gehäuse *ABab*, welche die jetzt durchgehends aus Eisenblech hergestellten Flügel entweder concentrisch oder gewöhnlicher etwas excentrisch so nahe als möglich umgibt, und sowohl an jeder der beiden Grundflächen mit einer kreisrunden Öffnung *rs*, durch welche die Luft eindringt, als auch in einer gegen die Form oder Düse verjüngt zulaufenden Ausströmungsöffnung *abc* versehen ist. Durch eine schnelle Umdrehung der Welle *C*, wobei die 4 bis 6 vorhandenen Flügel per Minute von 800 bis 1200 Umdrehungen erhalten, wird die in der Trommel befindliche Luft ebenfalls in eine rotirende Bewegung gebracht, und durch die dadurch entstehende Centrifugalkraft mit einer zwar nur geringen, jedoch für Schmiedefeuer und Cupolöfen hinreichenden Pressung in einem continuirlichen Strome in den Raum *abc* hinausgetrieben, während gleichzeitig durch die beiden genannten Öffnungen *rs* beständig neue Luft einströmt.

Dieses höchst einfache und einen vollkommen gleichförmigen Wind liefernde Gebläse wird in der neuesten Zeit vorzüglich und mit dem besten Erfolge für Schmiedefeuer (deren bis 20 von einem einzigen, nur 36 Zoll im Durchmesser haltenden und nicht volle 2 Fufs breiten derartigen Gebläse leicht bedient werden können) und zum Betriebe von Cupolöfen angewendet, und für diesen Zweck allen andern Gebläsen vorgezogen.

Aufser diesen hier angeführten werden heut zu Tage, besonders für den Hochofenprocefs, die eisernen Cylindergebläse als die wirksamsten und für diesen Gebrauch vollkommensten Gebläse angewendet, wefshalb sie auch im Nachstehenden noch besonders in Kürze behandelt werden sollen.

§. 460. Das Cylindergebläse. Dieses Gebläse besteht aus einem hohlen, genau ausgebohrten und ausgeschliffenen, an beiden Grundflächen geschlossenen Cylinder *A* (Fig. 279), in welchem ein Kolben *K* mittelst der Kolbenstange *d*, welche durch eine am Deckel angebrachte Stopfbüchse geht, luftdicht auf- und abbewegt werden kann; ferner wenn dasselbe doppelt wirkend (ein Doppelbläser) seyn soll, aus zwei Klappenventilen *a*, *a'*, durch welche die äufsere Luft abwechselnd über und unter den Kolben in den Cylinder eindringt, so wie aus zwei an der entgegengesetzten Seite angebrachten ähnlichen Ventilen *b*, *b'*, durch welche die im Cylinder befindliche Luft in die

Windleitung *c*, von da in die Form oder auch früher noch in einen Regulator *DD*, und von da durch *f* in die Form ausströmt. Bei der in Fig. 279 dargestellten Anordnung öffnen sich beim Hinaufgehen des Kolbens die Ventile *a* und *b*, wobei jene *a'*, *b'* geschlossen sind, während sich beim Hinabgehen desselben die Ventile *a'*, *b'* öffnen und jene *a*, *b* schliefsen.

Um ein möglichst gleichförmiges Ausströmen des Windes zu bewirken, werden wieder zwei oder auch mehrere solche Cylinder in der Art mit einander verbunden, dafs die Kolben bei ihrer Bewegung nicht gleichzeitig, sondern in angemessenen Zwischenräumen wechseln und der Wind aus allen gemeinschaftlich in die Windleitung, oder besser (besonders wenn diese nicht sehr lang ist) in den Regulator getrieben wird.

Die Kolbenliederung kann dabei sehr zweckmäfsig aus zwei Lederstulpen *x*, *x* (Fig. 280) bestehen, zwischen welchen ein, an seiner äufseren Peripherie etwas ausgekehlter hölzerner Ring *v* gelegt, und damit durch einen eisernen, auf den obern Stulp aufgelegten und durch Schraubenbolzen befestigten Ring verbunden wird; der durch die Hohlkehle gebildete Raum *i* wird durch einen elastischen Wulst aus Baumwolle, welcher die beiden Lederenden oder Ränder gegen die Cylinderwand hinausdrückt, gehörig ausgefüllt.

Die schmiedeiserne Kolbenstange *d* ist unterhalb mit dem gufseisernen Kolben und oberhalb mit einem Balancier, und zwar (§. 303), der senkrechten Führung wegen, mittelst des Parallelogrammes oder Gegenlenkers verbunden, während am andern Ende des Balanciers die Bläuelstange oder in vielen Fällen auch unmittelbar die Kolbenstange einer Dampfmaschine (wenn nämlich eine solche als Betriebskraft dient) eingehängt ist, durch deren Auf- und Abbewegung der Kolben des Blascylinders in Thätigkeit gesetzt wird.

Erhält der Balancier seine oscillirende Bewegung durch einen Krummzapfen, in dessen Warze (§. 298) die Bläuelstange eingehängt ist, so kann bei gleichförmiger Umdrehung desselben (d. i. bei gleicher Winkelgeschwindigkeit) der Kolben des Blascylinders, nach der Natur dieser Bewegung, keinen gleichförmigen Gang erhalten, sondern dieser bewegt sich an den beiden Enden des Cylinders langsam und gegen die Mitte zu allmählig schneller, so, dafs auch die ausströmende Luftmenge in demselben Verhältnifs ungleich, und daher ein Windregulator dabei unumgänglich nothwendig ist, wenn man ein möglichst gleichförmiges Ausblasen des Windes verlangt.

§. 461. Windregulatoren. Um keinen absetzenden, sondern einen möglichst gleichförmigen Windstrom zu erhalten, führt

man denselben aus dem Sammelkasten des Gebläses nicht unmittelbar in die Form, sondern zuerst entweder in grofse gemauerte, oder aus gufseisernen Platten zusammengesetzte, oder gewöhnlicher aus Eisenblech hergestellte Behälter, denen man im letztern Falle (zur Ersparung an Materiale und zur Erzielung des nöthigen Widerstandes) die Kugelform gibt, also in Räume von unveränderlichem Inhalte; oder in gufseiserne Cylinder mit beweglichen, zugleich als Deckel dienende Kolben, mit einem angemessenen Belastungsgewichte, also in Räume von veränderlichem Inhalte, welche mit den vorigen zu den sogenannten Trocken-Regulatoren gehören; oder endlich in den obern Raum eines umgestürzt im Wasser stehenden Gefäfses *DD* (Fig. 279), d. i. eines sogenannten Wasserregulators, wobei die Luftpressung durch den Niveauunterschied *mn* des Wasserspiegels im äufsern und innern Gefäfse bestimmt wird.

Den zuerst genannten Regulatoren (von constantem Inhalte) gibt man, wenn nur ein Cylinder und dabei keine Windleitung vorhanden ist, einen Inhalt, welcher ungefähr das 50fache des Cylinderraumes beträgt. Bei 2 oder 3 vorhandenen Cylindern kann dieser Inhalt bis auf das 30- oder selbst 20fache von jenem des Cylinders reducirt werden. (Bei vorhandenen Erwärmungsapparaten oder langen Windleitungen, welche selbst schon als Regulatoren wirken, kann man mit dieser Reduction noch weiter gehen.)

Die Trockenregulatoren mit veränderlichem Inhalte erhalten selten den doppelten Inhalt eines Blascylinders, wobei man den Durchmesser des beweglichen Kolbens (welcher gehörig geliedert und zur Führung mit einer Kolbenstange versehen wird) hinreichend grofs nehmen mufs, um keine zu grofsen Oscillationen desselben zu erhalten; übrigens mufs der Kolben mit einem sich nach auswärts öffnenden und gehörig belasteten Sicherheitsventil versehen seyn, damit die Luft, wenn die Pressung derselben im Regulator zufällig zu grofs werden sollte, durch dasselbe entweichen kann.

Da beim Wasserregulator die Pressung nicht wie bei den vorigen constant bleibt, so mufs man den innern oder sogenannten Windkasten *DD* (Fig. 279), welcher in dem Reservoir oder Wasserkasten *EE* auf Unterlagen oder Füfsen steht (wodurch beide als communicirende Gefäfse anzusehen sind) einen bedeutend grofsen Querschnitt geben. Wäre die Wasserfläche in beiden Gefäfsen gleich grofs, so würde, wenn die Luft im Windkasten eine Pressung von z. B. 2 Fufs Wassersäule über den äufsern Luftdruck besäfse, der Wasserspiegel im innern Gefäfse um 1 Fufs sinken und jener im äufsern um eben so viel steigen (stehen beide Wasserspiegel gleich hoch, so hat die im Regulator befindliche Luft die Spannung oder Pressung der äufsern); häuft sich also zu viel Luft im Windkasten an, so wird zwar durch das Sinken des innern Wasserspiegels der Raum vergröfsert, dessen ungeachtet aber die Pressung und Ausströmungsgeschwindigkeit der Luft

vermehrt, was nur dann von keinem Belange ist, wenn die Gefäſse bedeutend groſs sind.

§. 462. Nutzeffect des Cylindergebläses. Übereinstimmend mit dem Satze in §. 185 ist die nöthige Wirkung oder Arbeit, um der in jeder Secunde mit der Geschwindigkeit v ausströmenden Luftmasse Q diese Geschwindigkeit von der Ruhe aus mitzutheilen, dem Producte aus der Masse Q in die zu v gehörige Geschwindigkeitshöhe gleich, es ist nämlich: $E = Q\frac{v^2}{2g}$.

Denn bezeichnet man die Kolbenfläche des Blascylinders mit F, die mittlere Geschwindigkeit des Kolbens mit C, den kleinsten Querschnitt des aus der Düsenöffnung ausströmenden Luftstrahles mit f, die Geschwindigkeit desselben an dieser Stelle mit v, das Gewicht von 1 Kubikfuſs Luft unter dem bestehenden Druck mit q, jenes von 1 Kubikfuſs Quecksilber mit q', die Quecksilbersäulenhöhe im Manometer, durch welche die Luftpressung gemessen wird, mit H; so ist das Gewicht oder die Masse der per Secunde ausströmenden Luft $Q = fvq$, oder wegen $FC = fv$ auch $Q = FCq$, woraus $C = \frac{Q}{Fq}$ (1 folgt.

Die beim Aufwärtsgehen des Kolbens über demselben befindliche gepreſste Luft erzeugt denselben Widerstand, wie eine auf der Kolbenfläche ruhende Quecksilbersäule von der Höhe H, folglich ist dieser Widerstand $= FHq'$, und daher die nöthige Arbeit, um den Kolben mit der Geschwindigkeit C zu bewegen, $E = FHq'C$ oder für C den Werth aus der vorigen Gleichung 1) gesetzt, auch $E = QH\frac{q'}{q}$, wobei $H\frac{q'}{q} = H\frac{s'}{s}$ (wenn s und s' die specifischen Gewichte der Luft und des Quecksilbers bezeichnen) $= h$ nichts anders als die Höhe der Luftsäule ist, welche mit der Quecksilbersäule von der Höhe H im Gleichgewichte steht, folglich ist auch h zugleich die zu v gehörige Geschwindigkeitshöhe oder $h = \frac{v^2}{2g}$, und daher $E = Qh = Q\frac{v^2}{2g}$, wie oben angegeben wurde.

§. 463. Befindet sich nun die Düse oder Form ohne eine längere Windleitung unmittelbar am Gebläse, so ist das Gewicht der in einer Secunde ausflieſsenden Luftmenge (§. 451, 5.):

$$a) \ldots Q = 27{\cdot}77\, d^2 \sqrt{\left[\frac{H(b+H)}{T}\right]},$$

und die Geschwindigkeitshöhe (§. 448):

$$h = \left(H\frac{q'}{q} = 25209\frac{T}{b+H}H,\right.$$

folglich der Nutzeffect (wenn man anstatt 700054 die runde Zahl nimmt):

$$E = 700000\,d^2 H \sqrt{\left(\frac{HT}{b+H}\right)}\ .\ .\ .\ (1.$$

Strömt der Wind nicht unmittelbar am Gebläse selbst, sondern erst am Ende einer längern Windleitung aus, so mufs in dieser letzten Formel anstatt H die am Ende der Windleitung Statt findende Manometerhöhe gesetzt werden; ist diese $= h$, so ist:

$$E = 700000\,d^2 h \sqrt{\left(\frac{hT}{b+h}\right)}\ .\ .\ .\ (2,$$

und wenn man, was für die meisten Fälle genau genug seyn wird, für T und $b+h$ mittlere Werthe, und zwar $t = 12^0$, also:

$$T = 1 + \cdot004\,t = 1\cdot048 \quad \text{und} \quad b + h = 2\cdot5,$$

folglich $\frac{T}{b+h} = \cdot4192$ annimmt, so erhält man ganz einfach:

$$E = 453220\,d^2 h\sqrt{h}\ .\ .\ .\ (3,$$

dabei ist die per Secunde ausströmende Luftmasse dem Gewichte nach:

$$Q = 42\cdot89\,d^2\sqrt{h}\ .\ .\ .\ (4,$$

die Geschwindigkeit im zusammengezogenen Querschnitte:

$$v = 809\cdot4\sqrt{h}\ .\ .\ .\ (5,$$

und die zu v gehörige Geschwindigkeitshöhe $h' = 10567\cdot6\,h$, wobei also auch $E = Q\,h'$ ist.

Um jedoch die am Anfange der Windleitung oder am Gebläskolben nöthige bewegende Kraft auszudrücken, mufs man in dem vorigen Ausdrucke von h' statt der Höhe h jene H setzen, welche um die Widerstandshöhe $H - h$ gröfser als h ist, wodurch man, weil dabei Q denselben Werth behalten mufs, anstatt der vorigen Gleichung 3) jene:

$$E = 453220\,d^2 H\sqrt{h}\ .\ .\ .\ (6$$

erhält.

Setzt man für H seinen Werth aus der Gleichung f §. 456, so wird auch:

$$E = 453220\,d^2\left(1 + \cdot0238\frac{L\,d^4}{D^5}\right)h\sqrt{h},$$

wobei L, d und D die im §. 454 angegebene Bedeutung haben.

Drückt man h aus der Gleichung 4) durch Q, d. i. durch die per Secunde ausströmende Luft aus, und setzt den gefundenen Werth für $h\sqrt{h} = \sqrt{h^3}$ in die vorige Gleichung, so erhält man auch, und für

die Anwendung bequemer:

$$E = \cdot 13672\, Q^3 \left(\frac{L}{D^5} + \frac{42}{d^4}\right) \ldots (7.$$

§. 464. Will man anstatt des Gewichtes Q das Volumen M in Kubikfufs ausgedrückt in Rechnung bringen, so mufs man Q aus der Gleichung $Q = \cdot 03042\, M \frac{b+h}{T}$ substituiren oder für den oben angenommenen Mittelwerth von $\frac{b+h}{T} = 2 \cdot 385$ sofort:

$$Q = \cdot 07257\, M \ldots (8$$

setzen.

Der Werth von E wird in Fufspfunden erhalten, da man Q in Pfunden, L, D und d in Fufsen auszudrücken hat.

Wird nach dem Vorgange der neuern Zeit, erhitzte Luft als Gebläseluft angewendet (wobei die Temperatur im Mittel bis 300° *C.* steigt), so mufs man, wenn die Luft nach der 100theiligen Scale bis t' Grad erhitzt wird:

$$T = 1 + \cdot 0075\, t' \text{ und } E = 700000\, d^2 \sqrt{\frac{T}{b+h}} \cdot h\sqrt{h}\left(1 + \cdot 0238 \frac{Ld^4}{D^5}\right),$$

oder wenn man wieder die Manometerhöhe h durch Q aus der obigen Gleichung α) ausdrückt, wobei man zur Vereinfachung für $b + h$ einen Näherungs- oder Mittelwerth, wie etwa 2·5 annehmen kann, auch:

$$E = \cdot 12447\, Q^3 T^2 \left(\frac{L}{D^5} + \frac{42}{d^4}\right) \ldots (9$$

setzen; dieser letztere Ausdruck geht natürlich wieder in den vorigen 7) über, wenn man $T = 1 \cdot 048$ setzt.

Anmerkung. Der Nutzeffect E beträgt auch hier wieder von der am Gebläse selbst aufgewendeten Arbeit der bewegenden Kraft nur einen gewissen Bruchtheil, welcher nach der Gattung und Einrichtung des Gebläses verschieden ist, so, dafs, wenn E' die per Secunde aufgewendete Arbeit und m einen echten Bruch bezeichnet, sofort allgemein $E = m E'$ ist.

Als Durchschnittswerthe angesehen, kann man für ein gutes Cylindergebläse, welches durch eine Dampfmaschine betrieben wird, $m = \cdot 5$; wenn E' die Arbeit am Dampfkolben, oder $m = \cdot 25$ setzen, wenn E' der theoretische Effect der Maschine ist (wovon der Nutzeffect nur 50 Procent ausmacht); eben so kann man für ein gewöhnliches, von einem oberschlächtigen Rade betriebenes Kolbengebläse (wobei der unvermeidliche Windverlust schon mit eingerechnet ist) $m = \cdot 24$, und wenn das Wasser durch den Stofs wirkt, $m = \cdot 14$ annehmen. Für hydraulische Gebläse, welche eine geringere Reibung haben, kann man in diesen beiden letztern Fällen $m =$

·30 und ·18 setzen. Bei einer guten Wassertrommel kann $m = \cdot 10$ angenommen werden.

Beispiel 1. Welche Kraft wird der Betrieb eines Cylindergebläses erfordern, welches einem Hochofen per Secunde 30 Kubikfufs Luft mit 475 Fufs Geschwindigkeit zuführen soll, wenn dabei die $11\frac{1}{2}$ Zoll weiten Windleitungsröhren zusammen 300 Fufs lang sind?

Bestimmt man zuerst den Durchmesser d der Düsenöffnung, so hat man (den Contractionscoefficienten wieder zu ·93 angenommen):

$\frac{1}{4} d^2 \pi \times \cdot 93 \times 475 = 30$, also $d^2 = \cdot 086468$ und $d = \cdot 294$ Fufs.

(Da man die Luft entweder durch 2 oder 3 Düsen in den Ofen treten läfst, so ist der Durchmesser einer Düse d' im ersten Falle aus der Gleichung $d'^2 = \frac{1}{2} d^2$ und im letztern aus $d'^2 = \frac{1}{3} d^2$ zu bestimmen, wodurch man beziehungsweise $d' = \cdot 208$ und nahe ·170 erhält.)

Ferner ist nach der Formel 8), wegen $M = 30$, sofort $Q = 2\cdot 177$ (als Gewicht der per Secunde ausströmenden Luft). Setzt man daher in der Hauptformel 7) $L = 300$, $D = \frac{11\cdot 5}{12} = \cdot 958$ und $d = \cdot 294$; so findet man für den Nutzeffect $E = 8454^{\text{F. Pf.}}$, also für die nöthige Leistung E' des Motors, wenn man $m = \cdot 5$ setzt:

$$E' = 2E = 16908^{\text{F. Pf.}} = \frac{16908}{430} = 39\tfrac{1}{3} \text{ Pferdekraft.}$$

Um zu zeigen, welchen bedeutenden Einflufs die Weite der Windleitung auf die nöthige Betriebskraft hat, so findet man unter denselben Bedingungen für die Durchmesser von

$D = 11\frac{1}{2}$ Zoll sofort $E' = 39\frac{1}{3}$ Pferdekraft.
$D = 10$ » » $E' = 41\frac{4}{5}$ »
$D = 6$ » » $E' = 100$ »
$D = 3\cdot 6$(nahe$=d$) » $E' = 846\frac{4}{5}$ »

Beispiel 2. Welchen Durchmesser müfste man der cylinderischen Windleitung im vorigen Beispiele geben, damit der Betrieb des Gebläses keine gröfsere Kraft als von 38 Pferdekräfte in Anspruch nimmt?

Bestimmt man aus der obigen Gleichung 7) die Gröfse D^5, so erhält man:

$$D^5 = \frac{\cdot 13672\, L\, d^4\, Q^3}{E\, d^4 - 5\cdot 74224\, Q^3},$$

und wenn man in diesem Ausdrucke für L, d und Q die obigen Werthe und $E = \frac{1}{2} E' = \frac{1}{2} \times 38 \times 430 = 8170$ setzt, so findet man $D^5 = 1\cdot 76246$ und daraus für den gesuchten Durchmesser $D = \sqrt[5]{(1\cdot 76246)} = 1\cdot 12$ Fufs oder nahe $13\frac{1}{2}$ Zoll.

Anmerkung. Da der Nenner des vorigen Bruches weder Null noch negativ werden darf, so mufs, wenn diese Aufgabe möglich seyn soll, immer $E > \frac{5\cdot 74224\, Q^3}{d^4}$ seyn.

Für das gegenwärtige Beispiel wäre daher diese Grenze $E > 18\cdot 4$, also $E' = 36\cdot 8$ Pferdekraft, d. h. bis auf 36·8 Pferde könnte man die nöthige

Betriebskraft auf keinen Fall durch blofse (und auch noch so weit getriebene) Erweiterung des Windcanales herabbringen.

Viertes Kapitel.

Von dem Widerstande und Stofse der Luft.

§. **465.** Die Beobachtungen und Versuche zeigen, dafs die für den Widerstand des Wassers gefundenen Gesetze und Verhältnisse genau auch für die Luft gelten, nur unterscheidet sich der absolute Widerstand der atmosphärischen Luft von jenem des Wassers wesentlich dadurch, dafs die Dichte der Luft nicht nur mit dem Barometer- und Thermometerstande veränderlich, sondern zugleich auch noch wegen der leichten Zusammendrückbarkeit der Luft, was beim Wasser durchaus nicht der Fall, im Stande der Ruhe eine andere als in der Bewegung ist. Bezeichnet man die Dichte der ruhigen Luft bei irgend einem Barometer- und Thermometerstande mit δ, jene der unter gleichen Umständen mit dem bewegten Körper in Berührung stehenden Luft mit δ', die Geschwindigkeit, mit welcher die erstere (von der Dichte δ) in den leeren Raum strömen würde, mit c, so wie die Geschwindigkeit, mit welcher sich der Körper in der ruhigen Luft, oder die Luft gegen den ruhenden Körper bewegt, durch v; so kann man mit *Duchemin* für Geschwindigkeiten von $v < c$ sofort $\delta' = \delta\left(1 + \frac{v}{c}\right)$ und für alle Geschwindigkeiten von $v > c$, $\delta' = 2\,\delta$ setzen.

Da nun der Widerstand, welchen ein prismatischer Körper in einer ruhigen Flüssigkeit erfährt (§. 359, Formel r), durch $P = k\gamma A\frac{v^2}{2g}$, oder wenn man die Dichte (d. i. die in der Volumeinheit enthaltene Masse, was $\delta' = \gamma$ gibt) einführt, durch $P = k\,\delta' A\frac{v^2}{2g}$ ausgedrückt wird, so folgt, mit Rücksicht auf den erstern Werth von δ', dafs der Widerstand der Luft in einem etwas gröfsern Verhältnisse als dem Quadrat der Geschwindigkeit zunimmt.

Aus diesem Grunde war *Hutton* genöthigt, um die Resultate seiner zahlreichen Versuche in einer Formel auszudrücken, darin zwei Glieder, das eine mit der zweiten und das andere mit der ersten Potenz der Geschwindigkeit anzunehmen. (Noch mehr Übereinstimmung fand er bei weiterer Hinzufügung eines constanten Gliedes.)

Für mäfsige Geschwindigkeiten jedoch hat das Glied mit der ersten Po-

tenz weniger Einflufs, wefshalb man sich dabei mit dem gewöhnlichen Ausdrucke, welcher nur r^2 enthält, begnügt.

§. 466. Da man bei den ballistischen Untersuchungen fast allgemein das Verhältnifs der Dichte der Luft zu der des Wassers bei 18^0 *C.* und der Barometerhöhe von $\cdot 76^m$ gleich $\frac{1}{850}$ (§. 439) und die Ausdehnung derselben für jeden Grad der Centesimalscala zu ·004 annimmt; so hat man für eine beliebige Temperatur t und Barometerhöhe b, wenn D die Dichte des Wassers bezeichnet,

$$\frac{\delta}{D} = \frac{b}{850 \times \cdot 76}\left(\frac{1 + \cdot 004.18}{1 + \cdot 004\,t}\right) = \frac{\cdot 001659\,b}{1 + \cdot 004\,t},$$

oder wenn man die Barometerhöhe nicht in Meter, sondern in Wiener Fufs ausdrückt:

$$\frac{\delta}{D} = \frac{\cdot 000525\,b}{1 + \cdot 004\,t} \ldots (m.$$

Geht man, was für die Anwendung bequemer ist, auf die Gewichte über und bezeichnet das Gewicht von 1 Kubikfufs Wasser wie bisher mit γ, jenes von 1 Kubikfufs atmosphärischer (gewöhnlicher) Luft unter dem Barometerstande b und der Temperatur t mit q; so ist auch wegen $\frac{\delta}{D} = \frac{q}{\gamma}$:

$$q = \frac{\cdot 000525\,b}{1 + \cdot 004\,t}\,\gamma \ldots (n.$$

Für die oben eingeführte Geschwindigkeit c, mit welcher die Luft bei der Dichte δ in den leeren Raum strömen würde, setzt man gewöhnlich [für einen mittlern Barometer- und Thermometerstand, und da mit der $\cdot 76^m$ hohen Quecksilbersäule eine Wassersäule von $10\cdot 395^m$ im Gleichgewichte steht, daher $c = \sqrt{\left(2g \times 10\cdot 395\frac{D}{\delta}\right.}$ und $g = 9\cdot 809$, ferner $\frac{D}{\delta} = 850$ ist] $c = 416\cdot 34$ Meter $= 1282$ französische Fufs $=$ 1366 Londoner Fufs $= 1317$ Wiener Fufs.

Setzt man in der obigen Formel von P (in welcher man δ' mit q', d. i. dem Gewichte der Luft verwechseln kann) nämlich in:

$$P = k\,q' A \frac{v^2}{2g} \ldots (1$$

für $v < 1317$ Fufs:

$$q' = q\left(1 + \frac{v}{1317}\right) \ldots (\omega$$

und bei Geschwindigkeiten von $v > 1317$ Fufs $q' = 2\,q$, wobei q aus der Gleichung n) zu nehmen ist, so wie endlich je nach dem Verhältnifs der Länge des Körpers zu seinem Durchmesser aus der Tafel des §. 359

für den Widerstandscoefficienten k den entsprechenden Werth aus der letzten oder vorletzten Rubrik; so erhält man beziehungsweise die Gröfse des Widerstandes, welchen der bewegte Körper in der ruhigen Luft, oder der ruhende Körper durch die normal anstofsende Luft erfährt, in Pfunden ausgedrückt, wenn man A und v in Fufsen und q' in Pfunden ausdrückt.

Sowohl für die kreisförmige, als auch für die Bewegung in schiefer Richtung gelten die analogen Formeln der Bewegung im Wasser (§. 359, x und y), in welchen man nur γ mit q' zu vertauschen hat.

Aubuisson glaubt einem Versuche von *Hutton* zufolge für den Widerstand und Stofs der Luft folgende Ausdrücke aufstellen zu können, und zwar bei der geradlinigen normalen Bewegung wäre:

$$P = \cdot 02764\, q\, A^{1\cdot 1}\, v^2 \quad \ldots \ (r,$$

bei der geradlinigen schiefen Bewegung wäre:

$$P = \cdot 02764\, q\, A^{1\cdot 1}\, v^2\, (Sin\, \alpha)^{1\cdot 84\, Cos\, \alpha} \quad \ldots \ (s,$$

wenn α den Neigungswinkel des Luftstromes mit der Tafel oder gestofsenen Fläche bildet.

Beispiel 1. Um die Wirkung der Luft auf eine Tafel von 30 Quadratfufs zu finden, wenn sich diese in einer auf die Fläche normalen Richtung mit 25 Fufs Geschwindigkeit in der ruhigen Luft, oder im zweiten Falle die Luft mit gleicher Geschwindigkeit gegen die ruhende Tafel bewegt, und wenn dabei ein Barometerstand von 2·4 Fufs und eine Temperatur von $9^1/_2{}^0$ *R.* vorausgesetzt wird, hat man ($9^1/_2{}^0\, R. = 12^0\, C. = t$, $r = 25$, $\gamma = 56\cdot 4$ und $b = 2\cdot 4$ gesetzt) aus Gleichung u: $q = \cdot 06781$, damit aus Gleichung ω) $q' = \cdot 06909$, und daher wegen $A = 30$, $\frac{v^2}{2g} = \frac{25^2}{62} = 10\cdot 08$, aus Gleichung 1) für $k = 1\cdot 254$ (den ersten Fall) sofort $P = 26\cdot 2$ Pfund,
und für $k = 1\cdot 8636$ (den zweiten Fall) » $P = 38\cdot 9$ Pfund.

Nach der *Aubuisson*'schen Formel fände man für beide Fälle $P = 50\cdot 7$ Pfund, dagegen wenn man dabei den Widerstand blofs der ersten Potenz der Fläche proportional (also A statt $A^{1\cdot 1}$ setzt) $P = 36$ Pfund, was zwischen den vorigen beiden Werthen liegt.

Beispiel 2. Welche Kraft übt der Wind gegen ein Segel von 200 Quadratfufs Fläche aus, wenn derselbe mit einer Geschwindigkeit von 32 Fufs unter einem Winkel von 70 Grad gegen dasselbe stöfst oder weht?

Läfst man auch hier den vorigen Werth von $q = \cdot 06768$ gelten, so ist wegen $v = 32$ aus Gleichung ω) sofort $q' = \cdot 0693$; ferner folgt aus der oben erwähnten Formel y) in §. 359, wegen $A = 200$, $\frac{v^2}{2g} = 16\cdot 516$, $\gamma = q'$, $k = 1\cdot 8636$ und $\alpha = 70^0$, wofür $\frac{2\, Sin\, \alpha}{1 + Sin\, \alpha^2} = \cdot 998$ ist, sofort $P = 425\cdot 9$ Pfund.

Nach der Formel s) wäre $P = 625\cdot 8$ Pfund, was leicht erklärlich ist, weil dabei die Stofskraft nicht der einfachen Fläche, sondern einer höhern Potenz derselben proportional angenommen wird.

§. 467. Was die Widerstände der Luft für kugel- oder kegelförmige Körper betrifft, so gelten genau wieder die in §. 360 gemachten Bemerkungen. Da wir unter den verschiedenen Angaben den Formeln von *Duchemin* den Vorzug geben, so ist der Widerstand, welchen eine Kugel (oder Halbkugel, wenn der convexe Theil vorausgeht), deren gröfste Kreisfläche $= A$ ist, in der ruhigen Luft erfährt,

$$P = \tfrac{2}{5} k A q' \frac{v^2}{2g},$$

wo k aus der Tabelle in §. 359 zu nehmen und hier $= 1{\cdot}2824$, also auch:

$$P = {\cdot}513\, A q' \frac{v^2}{2g} = {\cdot}00826\, A q' v^2 \ldots (2$$

ist.

Eben so erhält man für einen mit der Spitze vorausgehenden Kegel, dessen Seite mit der Achse (als Richtung der Bewegung) den Winkel α bildet, $P = k A q' \frac{v^2}{2g} Sin\, \alpha$, wo k aus der genannten Tabelle $\left(\text{mit Rücksicht auf das Verhältnifs von } \frac{l}{d}\right)$ zu nehmen ist.

Dasselbe gilt auch für ein mit einer Kante vorausgehendes Prisma.

Aubuisson multiplicirt in den hier betrachteten Fällen den obigen Ausdruck r) des vorigen Paragraphes mit einem Zahlencoefficienten $m < 1$; er setzt nämlich den Widerstand $P = {\cdot}02764\, m\, q\, A\, v^2$ und nimmt für ein Prisma, wobei der Durchschnitt (die Kante) der beiden Flächen vorausgeht, die

einen Winkel einschliefsen von 90° . $m = {\cdot}728$,
» 60° . $m = {\cdot}520$,

für einen Halbcylinder (dessen krumme Fläche vorausgeht) . . . $m = {\cdot}570$,

für einen Kegel (mit der Spitze voran),
wobei der Winkel an der Spitze 90° . . $m = {\cdot}691$,
» 60° . . $m = {\cdot}543$,
» $51\tfrac{1}{2}$° . $m = {\cdot}433$,

für eine halbe oder ganze Kugel $m = {\cdot}410 - {\cdot}413$.

Nach *Hutton* erhält man den in Wiener Pfunden ausgedrückten Widerstand, welchen eine Kugel vom Durchmesser $= D$ (in Fufsen) bei einer Geschwindigkeit $= v$ (in Fufsen) in der ruhigen Luft erleidet, durch die Formel:

$$P = D^2 ({\cdot}001018\, v^2 - {\cdot}23252\, v + {\cdot}9393).$$

Anmerkung. Eine interessante und nützliche Anwendung finden diese Formeln beim freien Falle der Körper, z. B. von Kugeln in der Luft oder auch im Wasser. Fällt nämlich eine Kugel vom Halbmesser r und einer Materie, wovon 1 Kubikfufs im leeren Raume p Pfunde wiegt, in einem Mittel, wovon 1 Kubikfufs q Pfunde wiegt, so ist $a = \frac{4}{3} r^3 \pi$ das Volumen dieser Kugel und $a(p-q) = p'$, wenn man $p - q = p'$ setzt, das Gewicht derselben in diesem Mittel genommen; bezeichnet man den Widerstand, welchen die

Kugel in diesem Mittel erfährt, einfach durch $n v^2$, wo v die variable Geschwindigkeit und, wenn z. B. die Bewegung in der Luft geschieht, n aus der vorigen Gleichung 2) $= \cdot 00826\, A\, q' = \cdot 00826\, r^2 \pi\, q'$ ist, wobei für q' das arithmetische Mittel aus der Dichte der Luft beim Anfang (wo $q'=q$) und am Ende der Bewegung $\left[\text{wo } q' = q\left(1 + \frac{V}{1317}\right) \text{ ist, wenn } V \text{ die Endgeschwindigkeit bezeichnet}\right]$ zu nehmen ist; so findet man, wenn V die gröſste Geschwindigkeit ist, welche die Kugel bei ihrem Fallen in diesem Mittel annehmen kann, da die Beschleunigung (§. 146) $G = \frac{a p' - n v^2}{a p}$ dafür (d. i. für $v = V$) Null seyn muſs, 3) $V = \sqrt{\frac{a p'}{n}}$ und durch Differential- und Integralrechnung für die Fallzeit:

$$t = \frac{p}{p'} \frac{V}{2g} \, Logn \left(\frac{V+v}{V-v}\right),$$

so wie für den Fallraum:

$$s = \frac{p}{p'} \frac{V^2}{2g} \, Logn \left(\frac{V^2}{V^2 - v^2}\right),$$

oder auch (besonders wenn t groſs ist) näherungsweise:

$$s = Vt - \frac{p}{p'} \frac{V^2}{g} \, Logn\, 2;$$

endlich ist, wenn man $\frac{2 g t p'}{V p} = x$ setzt, $v = V \sqrt{\left(\frac{e^x - 1}{e^x + 1}\right)}$, wo e die Grundzahl der natürlichen Logarithmen bezeichnet.

Unter den Glaskugeln, welche *Newton* in der St. Paulskirche 220 Fuſs hoch herabfallen lieſs, waren auch solche, welche 5 Zoll im Durchmesser, und (in der Luft gewogen) 483 und 515 Gran (englisches Maſs und Gewicht) im Gewichte hatten; diese brauchten sehr nahe 8 Secunden, um von dieser Höhe herabzufallen.

Sucht man dagegen die gröſste Höhe, welche eine mit der Geschwindigkeit v vertical aufwärts geworfene Kugel von der Masse oder dem Gewichte p erreichen kann, so findet man für diese Höhe:

$$4)\quad h = \frac{p}{2 n g} \, Logn \left(\frac{p + n v^2}{p}\right) = \cdot 0371384 \frac{p}{n} \, Logv \left(1 + \frac{n}{p} v^2\right),$$

wobei n wieder die vorige Bedeutung hat. Die hiezu nöthige Zeit ist:

$$5)\quad t = \frac{1}{g} \sqrt{\frac{p}{n}} \, . \, arc\, Tang \left(v \sqrt{\frac{n}{p}}\right).$$

Die Gröſse der Kugel hat natürlich auf die Gröſse des Widerstandes Einfluſs und macht sich in dem Factor n geltend.

Beispiel 1. Welche Geschwindigkeit kann eine $3\frac{7}{10}$ Zoll im Durchmesser haltende eiserne Kugel beim freien Falle in der ruhigen Luft bei mittlerem Baro- und Thermometerstande annehmen?

Da für diesen Zustand der Luft $q = \frac{56 \cdot 4}{850} = \cdot 06635$ gesetzt werden

kann und bei einer Geschwindigkeit von 370 Fuſs (welche Zahl man durch eine vorläufige Rechnung für die gröſste Geschwindigkeit erhält):

$$q' = q\left(1 + \frac{370}{1317}\right) = \cdot 08499,$$

also das Mittel $\frac{1}{2}(q + q') = \cdot 07567$ wird, welchen Werth man für q' in $n = \cdot 00826\, A\, q'$, so wie $A = r^2 \pi = (\cdot 15417)^2 \times 3\cdot 1416 = \cdot 0746$ zu setzen hat, wodurch $n = \cdot 00004662$, und da ferner $u = \frac{4}{3} r^3 \pi = \cdot 01534$, so wie $p = p'$ (da man q gegen p auslassen kann) $= 7\cdot 2 \times 56\cdot 4 = 406$ (das specifische Gewicht des Eisens zu 7·2 angenommen) ist; so folgt aus der obigen Gleichung 3) für diese gröſste Geschwindigkeit nahe $V =$ 365 Fuſs.

Nimmt man den Widerstandscoefficienten n unter übrigens gleichen Umständen den Dichten der Mittel, in welchen sich die Körper bewegen, proportional, und setzt für das Wasser $n = 850 \times \cdot 00004662$, so wird die gröſste Geschwindigkeit V', welche die Kugel durch das Fallen im Wasser erlangen kann (Gleich. 3), $V' = \dfrac{V}{\sqrt{850}} = 12\frac{1}{2}$ Fuſs, und mit dieser Geschwindigkeit würde die Kugel im Wasser gleichförmig fortfallen.

Für eine eben so groſse Kugel aus Lindenholz z. B., welches 12 Mal leichter als Eisen ist, würde man (wenn wieder $p' = p$ gesetzt werden darf) als gröſste Geschwindigkeit in der Luft $\dfrac{365}{\sqrt{12}} = 105$ Fuſs, und im Wasser, wegen $p' = 33\cdot 83 - 56\cdot 4 = -22\cdot 57$, wobei das negative Zeichen anzeigt, daſs die Kugel nicht abwärts fällt, sondern im Wasser aufwärts steigt, diese gröſste Geschwindigkeit nahe 3 Fuſs finden.

Aus diesen Erörterungen erklärt sich auch, warum man z. B. mit einer Platinkugel viel weiter (bei einer 2zölligen Kugel nahe doppelt so weit) als mit einer gleich groſsen eisernen Kugel schieſsen kann.

Beispiel 2. Wie hoch wird eine 4zöllige 10 Pfund schwere eiserne Kanonenkugel steigen, wenn sie bei einem Barometerstande von $28\frac{1}{2}$ Zoll und einer Temperatur von 20° C. mit einer Geschwindigkeit von 1800 Fuſs vertical aufwärts geworfen wird?

Hier ist nach der Formel n (§. 466) $q = \cdot 065114$ und $q' = 2q$ (wegen $v > 1317$ Fuſs), folglich das Mittel zwischen beiden Werthen $\frac{3}{2} q = \cdot 097671$, welchen Werth man in der Formel 2 (§. 467) für q' zu setzen hat; es ist daher aus dieser Formel, da noch $A = \frac{1}{4} d^2 \pi = \frac{1}{4}(\frac{1}{3})^2 \times 3\cdot 1416 = \cdot 08727$ ist, die obige Gröſse $n = \cdot 00826 \times \cdot 08727 \times \cdot 097671 = \cdot 00007041$ und wegen $p = 10$ die gesuchte gröſste Höhe aus 4) $h = 7262$ Fuſs, wozu die Kugel (Formel 5) etwas über $16\frac{1}{2}$ Secunden braucht, während dieselbe Kugel im luftleeren Raume bei dieser Geschwindigkeit durch nahe 58 Secunden, und dabei 52258 Fuſs hoch steigen würde.

Fünftes Kapitel.

Von den Windrädern (Windflügeln).

§. 468. **Erklärung.** So wie bei den unterschlächtigen Wasserrädern das fliefsende Wasser, so ist bei den Windrädern oder (wie sie gewöhnlich heifsen) Windflügeln, der Luft- oder Windstrom die bewegende Kraft. Da die Windflügel nicht nur (wie bei den Wasserrädern) zum Theil, sondern gänzlich in dem bewegenden Mittel eingetaucht sind; so mufs ihre Construction nothwendiger Weise von jener der Wasserräder abweichen.

Nach der gewöhnlichen Art werden in eine starke Welle *CD* (Fig. 281), die Flügelwelle, welche gegen den Horizont unter einem Winkel von 10 bis 15 Grad geneigt und zugleich gegen den Wind gerichtet wird, zwei (in manchen Fällen auch drei) 10 bis 12 Klafter lange Arme kreuzweise durchgesteckt, um die 4 Ruthen *CA* zu erhalten, welche die Flügel tragen. Um diese letztern zu bilden, wird in einer Entfernung von beiläufig 6 Fufs von der Achse der Welle *C* durch jede Ruthe die erste ungefähr 6 Fufs lange Sprosse *ab* winkelrecht auf *iI*, jedoch so durchgesteckt, dafs sie mit der auf der Welle *CD* normalen Ebene (der Bewegungsebene der Ruthen) einen Winkel von beiläufig 30 Grad bildet. Von dieser innersten Sprosse kommen gegen *AB* auswärts in Abständen von beiläufig 15 Zoll ähnliche Sprossen durch die Ruthen, jedoch mit abnehmenden Neigungswinkeln gegen die Bewegungsebene so, dafs die äufserste Sprosse *AB* mit dieser Ebene nur mehr einen Winkel von 6 bis 12 Grad bildet.

Die äufsern Enden der Sprossen werden dann noch durch dünne Latten *Aa*, *Bb* mit einander so verbunden, dafs dadurch das vollständige Gerippe für die Besegelung (entweder mit Segeltuch oder dünnen Bretern, Thüren) der Flügel hergestellt ist.

Die hier beschriebene Construction der Flügel findet sich bei vielen der sogenannten holländischen Windmühlen (bei welchen sich blofs das Dach mit der Flügelwelle drehen und nach dem Winde stellen läfst), während bei den deutschen oder sogenannten Bockmühlen (wobei sich das ganze Haus mittelst des Sattels um eine verticale, gut verstrebte Säule, den Bock, drehen und stellen läfst) eine in etwas davon abweichende Constructionsart üblich ist. Die Ruthen haben nämlich dabei eine Länge von durchschnittlich 60 Fufs, so dafs auf jeden Flügel, von der Umdrehungsachse gerechnet, eine Länge von 30 Fufs kommt. Durch diese werden die $2\frac{1}{2}$ Zoll breiten und $1\frac{1}{4}$ Zoll dicken Sprossen (Scheiden), wo-

von auf jeden Flügel 22 kommen, rechtwinkelig so durchgesteckt, dafs sie nach der einen Seite hin nur 16 Zoll, nach der andern dagegen 6 Fufs davon vorstehen. (Denkt man sich von einer vertical gestellten Ruthe den untern Flügel, so liegt dem davor stehenden Beschauer die schmale Seite des Flügels, welche auch bei der Bewegung vorausgeht, gegen die rechte Seite.) Die innerste Sprosse *a b* (Fig. 281) bildet mit der Bewegungsebene einen Winkel von 20 bis 22 Grad, während die äufserste in die Bewegungsebene selbst fällt (also den Winkel Null bildet) oder sogar noch etwas vorspringt.

Nach *Smeaton* ist es am besten, die Flügelruthe vom Mittelpuncte (d. i. der Umdrehungsachse) in 6 gleiche Theile zu theilen, durch den ersten die innerste Sprosse unter einem Winkel gegen die Bewegungsebene von 18, dagegen für die folgenden Sprossen beziehungsweise unter 19, 18, 16, $12\frac{1}{2}$ und 7 Grad anzubringen, um durch die Besegelung eine Art hohler windschiefer Fläche zu bilden, und dabei die äufsere Breite *A B* im Verhältnifs von 3 : 5 breiter als die innere *a b* zu machen; dabei nimmt man die Breite nicht über $\frac{1}{4}$, gewöhnlich von $\frac{1}{5}$ bis $\frac{1}{6}$ der Länge.

§. 469. Effect der Windflügel. Nach *Smeaton's* und *Coulomb's* Versuchen und Beobachtungen haben, bei der vortheilhaftesten Besegelung der Flügel, die äufsern Enden der Ruthen, wenn die Flügel lastleer gehen, eine 4, und wenn sie bis zum Maximum des Effectes belastet sind, eine 2·5 bis 2·7 Mal so grofse Geschwindigkeit als der anströmende Wind. Der gröfste Effect nimmt zwar in einem etwas kleinern Verhältnisse als der dritten Potenz der Geschwindigkeit des Windes zu (wächst nämlich diese Geschwindigkeit auf das Doppelte, so nimmt der Effect um $\frac{1}{20}$ weniger als um das 8fache zu); allein man kann von diesem geringen Unterschiede füglich abstrahiren und sofort den Effect $E = n F V^3$ setzen, wenn F die Gesammtfläche der Flügel, V die Geschwindigkeit des Windes in der Richtung der Flügelwelle und n ein Erfahrungscoefficient ist.

Aus den Versuchen von *Smeaton* würde $n = \cdot 00089$, dagegen aus jenen von *Coulomb* $n = \cdot 00054$ folgen; da jedoch die letztern an grofsen, die erstern nur an kleinen Flügeln vorgenommen wurden, so ist es räthlicher den letztern, als den kleinern Werth, oder allenfalls $n = \cdot 0006$ zu nehmen, wodurch man für den gesuchten Ausdruck:

$$E^{\text{F. Pf.}} = \cdot 0006\, F . V^3 \quad . \; . \; . \; (1$$

erhält, wenn man F in Quadrat- und V in Längenfufs ausdrückt, welcher Ausdruck indefs nur als ein Näherungswerth (weil erstlich hier die Stofskraft wahrscheinlich nicht genau mit der ersten Potenz von F, vielleicht mehr mit $F^{1 \cdot 1}$ und auch nicht genau mit der dritten Potenz von V zunimmt) ansehen kann.

Es kann ferner, wenn v die Geschwindigkeit eines Punctes der äussern Flügelenden und P die auf diesen Punct reducirte Stofskraft des Windes nach der Tangente des Kreises ist, welchen dieser Punct durchläuft, der erwähnten Erfahrung zufolge $v = 2{\cdot}6\,V$ und wegen $Pv = E$ auch $P = \frac{E}{v} = \frac{{\cdot}0006\,F V^3}{2{\cdot}6\,V} = {\cdot}000231\,F V^2$ gesetzt werden.

Um einen Begriff von der Wirkungsart des Windstofses zu geben, sey cd (Fig. 282) die Achse der Flügelwelle, also auch die Richtung des Windes, ff' die Breite und Richtung irgend eines Querstreifens oder Flügelelementes vom Flächeninhalte f und der Neigung gegen die Achse $= \alpha$, und gh die auf cd senkrechte Bewegungsebene; so kann man die Geschwindigkeit C, womit irgend ein Punct m des Streifens ff' vom Winde in der mit cd parallelen Richtung getroffen wird, in eine auf ff' senkrechte c' und eine mit ff' parallele oder zusammenfallende, welche aber hier keine Wirkung hervorbringt, zerlegen, wodurch man $c' = C\,Sin\,\alpha$ erhält. Weicht der Punct m aber nach mb, d. i. parallel mit gh, und zwar mit der Geschwindigkeit c aus, und zerlegt man diese ebenfalls nach mo und mf'; so ist die erstere $= c\,Cos\,\alpha$, während die letztere wieder unbeachtet bleibt, so dafs also die relative Geschwindigkeit des Windes nach der Richtung mo sofort $v = C\,Sin\,\alpha - c\,Cos\,\alpha$ ist. Da nun dasselbe für alle Puncte des Streifens ff' oder des Flächenelementes f gilt, so ist nach der obigen Formel 1), §. 466, wenn man Kürze halber $\frac{k}{2g} = m$ und q statt q' setzt, der Stofs auf dieses Element f:

$$p = mqfv^2 = mqf(C\,Sin\,\alpha - c\,Cos\,\alpha)^2.$$

Diese Kraft mit der Geschwindigkeit $c\,Cos\,\alpha$, mit welcher dieses Flügelelement nach der Richtung mo ausweicht, multiplicirt, gibt den Effect von p auf dieses Element:

$$e = mqfc\,Cos\,\alpha\,(C\,Sin\,\alpha - c\,Cos\,\alpha)^2 \;.\;.\;.\; (2.$$

Sucht man nun aus diesem Ausdrucke jenen Werth von α, für welchen bei einer gegebenen Geschwindigkeit c (womit der sehr schmale Streifen ff' nach der Richtung mb ausweicht) der Effect e am gröfsten wird; so mufs sich dieser Werth von α offenbar von einem solchen Querstreifen von ab (Fig. 281) angefangen gegen AB hin fortwährend ändern, weil auch die Geschwindigkeit c für diese Elemente von ab gegen AB verschieden ist, und zwar im Verhältnifs der Entfernung vom Mittelpuncte C zunimmt.

Bestimmt man dagegen umgekehrt aus dieser vorigen Gleichung für einen bestimmten Werth von α jenen von c, welcher einem Maximum von e entspricht, so findet man $c = \frac{1}{3}\,C\,Tang\,\alpha$, folglich ist, wenn dieser Werth in 2) substituirt wird, dieser gröfste Effect: $e = \frac{4}{27}\,mqfC^3\,Sin\,\alpha^3$. Für das **absolute** Maximum müfste $\alpha = 90^0$ seyn, wodurch zwar $e' = \frac{4}{27}\,mqfC^3$, jedoch dabei c unendlich grofs seyn würde, was sofort nicht möglich ist; das **relative** Maximum nähert sich daher dem absoluten um so mehr, je schneller die Flügel umlaufen und je kleiner der Winkel der Flügel gegen die Bewegungsebene ist.

Beispiel. Bei einer zum Vermahlen des Getreides benützten Windmühle betragen die 4 Flügelflächen zusammen 824 Quadratfuſs; wie groſs ist ihre Wirkung, wenn die Geschwindigkeit des Windes gegen die Flügel 20 Fuſs beträgt?

Setzt man in der obigen Formel 1) $F = 824$ und $V = 20$, so erhält man $E = 3955$ Fuſspfund oder nahe 9 Pferdekräfte.

Sechstes Kapitel.

Von der bewegenden Kraft des Wasserdampfes.

Wesentliche Eigenschaften des Wasserdampfes.

§. **470.** Bekanntlich nimmt der unter dem gewöhnlichen Drucke der Atmosphäre gebildete Wasserdampf nahe einen 1700 Mal so groſsen Raum als das Wasser ein, aus welchem er entwickelt wurde; nennt man daher überhaupt das Dampfvolumen, in so ferne er mit dem Volumen des Wassers, woraus ersteres erzeugt wurde, verglichen wird, sein relatives Volumen (um es von dem absoluten Volumen, welches der Dampf überhaupt einnimmt, zu unterscheiden), so ist in diesem Falle das relative Volumen des Dampfes 1700 Mal so groſs als das Wasservolumen, woraus er sich gebildet hat.

§. **471.** Betrachtet man den Dampf im Kessel oder Gefäſse in dem Augenblicke als er sich gebildet hat und noch mit dem übrigen Wasser in Berührung steht, so findet man, daſs einer und derselben Temperatur immer auch dieselbe Expansiv- oder Spannkraft des Dampfes, und umgekehrt zukömmt, so zwar, daſs es nicht möglich ist die Temperatur des Dampfes zu erhöhen, ohne auch zugleich dessen Spannkraft zu steigern; in diesem Zustande befindet sich der Dampf im Maximum seiner Dichte, und es besteht dann zwischen der Temperatur und Spannkraft des Dampfes (von welchem man sagt, daſs er gesättigt sey) eine bestimmte Abhängigkeit oder Relation.

§. **472.** Wird dagegen der Dampf von dem Wasser, woraus er sich entwickelte, getrennt (oder wird alles im Kessel befindliche Wasser in Dampf verwandelt) und hierauf seine Temperatur noch weiter erhöht, so befindet er sich nicht mehr (da er keine Gelegenheit zur weitern Aufnahme von Wasser hat) im Maximum der Dichte, und es findet dabei

die vorhin für den gesättigten Dampf erwähnte constante Abhängigkeit zwischen der Temperatur und Spannkraft keinesweges mehr Statt.

Bei den folgenden Untersuchungen wird, wenn nicht ausdrücklich das Gegentheil erinnert wird, immer der mit Wasser in Berührung stehende, d. i. gesättigter Dampf vorausgesetzt oder verstanden.

§. **473.** Die Abhängigkeit zwischen der Temperatur und Spannkraft des Dampfes wird bis zu einem Drucke von 4 Atmosphären sehr gut durch die folgende von *Tredgold* blofs empirisch aufgestellte Formel dargestellt, in welcher h die Höhe der Quecksilbersäule (diese bei Null Grad verstanden) in Wiener Fufs bezeichnet, welche die Dampfspannung bei der Temperatur von t^0 *C.* mifst; es ist nämlich:

$$h = {\cdot}03163 \left(\frac{t + 75}{85}\right)^6 \ldots (1.$$

Für die höhern Dampfspannungen, und zwar von 4 bis 50 Atmosphären, entspricht die Formel:

$$h = 2{\cdot}404\,[{\cdot}2847 + {\cdot}007153\,t]^5 \ldots (2;$$

dabei gehen die directen Versuche von *Arago* und *Dulong* bis zu einem Drucke von 24 Atmosphären.

Will man den Dampfdruck auf eine gegebene Fläche F bestimmen, so darf man diese, in Quadratfufs ausgedrückt, nur mit der aus den vorigen Formeln berechneten Höhe h, und dann noch mit dem Gewichte von 1 Kubikfufs Quecksilber, nämlich (§. 439) mit 766·87 multipliciren, um den Druck in Pfunden zu erhalten; es ist nämlich dieser Druck:

$$P = 766{\cdot}87\,hF \ldots (3.$$

Beispiel 1. Es soll der Dampfdruck auf einen Theil der Kesselwand von 10 Quadratzoll bestimmt werden, wenn die Temperatur des Dampfes 97·1° *R.* beträgt.

Hier ist $t = 97{\cdot}1 \times \frac{5}{4} = 121{\cdot}4$ und $F = \frac{10}{144}$, ferner aus Formel 1) $h = 4{\cdot}813$, daher der gesuchte Druck $P = \frac{10}{144} \times 4{\cdot}813 \times 766{\cdot}87 =$ 256·32 Pfund.

Der Druck auf 1 Quadratzoll beträgt demnach 25·632 Pfund, oder dieser ist, jenen von 1 Atmosphäre zu $12\frac{4}{5}$ Pfund (bei 2·404 Fufs = ·76^m, was die französischen Schriftsteller als mittlere Barometerhöhe annehmen, ist dieser Druck = 12·8 Pfund) auf den Quadratzoll angenommen, sehr nahe dem Drucke von 2 Atmosphären gleich.

Beispiel 2. Wie stark ist der Druck des Dampfes in Atmosphären ausgedrückt, bei einer Temperatur von 215° *C.*?

Der Druck auf einen Quadratzoll ist, da für $t = 215$ aus der Formel 2) $h = 48{\cdot}349$ folgt, wegen $F = \frac{1}{144}$ aus Formel 3) $P = \frac{766{\cdot}87}{144} \times 48{\cdot}349 =$ 257·46 Pfund; rechnet man nun den Druck einer Atmosphäre zu $12\frac{3}{4}$ Pf. auf den Quadratzoll, so erhält man für den gesuchten Druck $\frac{257{\cdot}46}{12{\cdot}75} = 20\frac{1}{5}$ Atmosphären; nimmt man dagegen die Höhe der Quecksilbersäule für 1 Atmosphäre mit 2·4 Fuſs in Rechnung, so ist der Druck einer Atmosphäre = 12·78 Pfund und der gesuchte Druck = 20·15 Atmosphären.

§. 474. Nach den Formeln 1, 2 und 3 des vorhergehenden Paragraphes können die nachstehenden Tabellen, welche hier einfach durch Übertragung und Reduction aus dem französischen Maſs- und Gewichtssystem gefunden wurden, berechnet werden.

Dampfspannung von —20° bis 100° in Zollen der Quecksilbersäule und entsprechender Druck auf 1 Quadratzoll. (Wiener Maſs und Gewicht.)

Grade nach der 100theiligen Scala.	Dampfspannung in Wiener Zollen der Quecksilbersäule.	Dampfdruck auf 1 Wiener Quadratzoll.	Grade nach der 100theiligen Scala.	Dampfspannung in Wiener Zollen der Quecksilbersäule.	Dampfdruck auf 1 Wiener Quadratzoll.
	Zoll.	Pfund.		Zoll	Pfund.
—20°	0·051	0·022	14°	0·459	0·204
—15	0·071	0·032	15	0·487	0·211
—10	0·100	0·045	16	0·517	0·230
—5	0·139	0·062	17	0·549	0·244
0	0·192	0·085	18	0·583	0·259
1	0·205	0·092	19	0·618	0·275
2	0·218	0·097	20	0·657	0·291
3	0·232	0·104	21	0·695	0·310
4	0·248	0·110	22	0·738	0·328
5	0·264	0·116	23	0·781	0·348
6	0·281	0·125	24	0·828	0·368
7	0·299	0·133	25	0·876	0·389
8	0·318	0·141	26	0·928	0·414
9	0·338	0·151	27	0·982	0·437
10	0·360	0·160	28	1·040	0·463
11	0·382	0·170	29	1·103	0·491
12	0·406	0·181	30	1·163	0·518
13	0·432	0·192	31	1·230	0·545

Grade nach der 100theiligen Scala.	Dampfspannung in Wiener Zollen der Quecksilbersäule.	Dampfdruck auf 1 Wiener Quadratzoll.	Grade nach der 100theiligen Scala.	Dampfspannung in Wiener Zollen der Quecksilbersäule.	Dampfdruck auf 1 Wiener Quadratzoll.
	Zoll.	Pfund.		Zoll.	Pfund.
32°	1·301	0·576	67°	7·599	3·370
33	1·374	0·610	68	7·951	3·526
34	1·452	0·644	69	8·316	3·688
35	1·534	0·680	70	8·696	3·856
36	1·623	0·720	71	9·090	4·031
37	1·710	0·758	72	9·499	4·212
38	1·806	0·800	73	9·924	4·401
39	1·904	0·844	74	10·365	4·596
40	2·012	0·892	75	10·822	4·911
41	2·117	0·939	76	11·296	5 009
42	2·232	0·990	77	11·787	5·227
43	2·352	1·043	78	12·295	5·452
44	2·491	1·105	79	12·822	5·686
45	2·610	1·157	80	13·366	5·927
46	2·748	1·219	81	13·932	6·178
47	2·893	1·283	82	14·516	6·437
48	3·044	1·351	83	15·119	6·705
49	3·203	1·445	84	15·744	6·982
50	3·369	1·494	85	16·389	7·264
51	3·542	1·571	86	17·055	7·563
52	3·723	1·651	87	17·743	7·868
53	3·912	1·735	88	18·453	8·183
54	4·110	1·823	89	19·185	8·508
55	4·317	1·914	90	19·941	8·843
56	4·532	2·010	91	20·720	9·188
57	4·757	2·111	92	21·523	9·544
58	4·992	2·214	93	22·350	9·911
59	5·236	2·322	94	23·202	10·289
60	5·492	2·435	95	24·078	10·678
61	5·759	2·554	96	24·981	11·078
62	6·034	2·675	97	25·912	11·491
63	6·323	2·805	98	26·863	11·912
64	6·623	2·944	99	27·844	12·323
65	6·936	3·076	100	28·851	12·794
66	7·261	3·220			

Tafel für die Elasticität des Wasserdampfes in Wiener Fufs der Quecksilbersäule.

Elasticität des Dampfes in Atmosphären.	Höhe der Quecksilbersäule.	Entsprechende Temperatur in Centigraden.	Elasticität des Dampfes in Atmosphären.	Höhe der Quecksilbersäule.	Entsprechende Temperatur in Centigraden.
Atmosphären.	Fufs.		Atmosphären.	Fufs.	
1	2·40	100°	8	19·23	172·1°
1½	3·61	112·2	9	21·64	177·1
2	4·81	121·4	10	24·04	181·6
2½	6·01	128·8	11	26·45	186·0
3	7·21	135·1	12	28·85	190·0
3½	8·41	140·6	13	31·25	193·7
4	9·62	145·4	14	33·66	197·2
4½	10·82	149·1	15	36·06	200·5
5	12·02	153·1	16	38·47	203·6
5½	13·22	153·8	17	40·87	206·6
6	14·43	160·2	18	43·28	209·4
6½	15·63	163·5	19	45·68	212·1
7	16·83	166·5	20	48·08	214·7
7½	18·03	169·4			

§. 475. Unterschied zwischen Gasen und Dämpfen. Ein wesentlicher Unterschied zwischen den Gasen und gesättigten Dämpfen besteht darin, dafs diese letztern weder dem *Mariotte*'schen (§. 437) noch *Gay-Lussac*'schen (§. 438) Gesetze folgen oder unterworfen sind; denn nach dem erstern müfste, wenn ein gewisses Dampfvolumen z. B. bis auf die Hälfte zusammengedrückt, und die Temperatur dabei nicht geändert würde, die Expansivkraft desselben auf das Doppelte steigen, während es doch bei dem gesättigten, d. i. mit Wasser in Berührung stehenden Dampf unmöglich ist, dessen Spannkraft zu steigern, ohne zugleich auch dessen Temperatur zu erhöhen; es bleibt im Gegentheile durch das Zusammendrücken des Dampfes dessen Expansivkraft ungeändert, während ein Theil desselben in tropfbares Wasser verwandelt, d. h. condensirt wird.

Nach dem zweiten der erwähnten Gesetze müfste, wenn man die Temperatur des Dampfes zunehmen, dessen Spannung dagegen ungeändert läfst, das Volumen desselben genau im Verhältnifs der Temperatur zunehmen, während es doch wieder unmöglich ist, die Spannung unverändert zu erhalten, wenn man die Temperatur des Dampfes zu oder

abnehmen läſst; im Gegentheil nimmt die Spannkraft des Dampfes nach dem oben angegebenen Gesetze (Formel 1 und 2, §. 473) mit der Temperatur in einem bestimmten Verhältnisse zu oder ab.

In Folge dieses oben erwähnten *Gay-Lussac*'schen Gesetzes dehnt vich das Volumen = 1 irgend eines Gases für jeden Grad der 100theiligen Scale um ·00375, oder wenn man den neuern Versuchen mehr Glauben schenken will, um ·00364 bis ·00367 aus, folglich erhält man für den gesättigten Dampf, wenn man das Volumen v eines bestimmten Dampfgewichtes bestimmen will, welches von dem Drucke p' und der Temperatur t', wobei dieses Gewicht das Volumen v' haben soll, auf den Druck p und die Temperatur t übergeht, auf folgende Weise:

Ginge der Dampf vom Drucke p' zu jenem p ohne Temperaturveränderung (die also $= t'$ ist) über, so wäre nach dem *Mariotte*'schen Gesetze, wenn der Dampf dabei das Volumen V annimmt: $V = v'\frac{p'}{p}$; geht aber jetzt die Temperatur t' in jene t über, so ist nach dem *Gay-Lussac*'schen Gesetze bei derselben Spannung p:

$$v = V\frac{1 + \cdot 00364\,t}{1 + \cdot 00364\,t'},$$

d. i.:

$$v = v'\frac{p'}{p}\left(\frac{1 + \cdot 00364\,t}{1 + \cdot 00364\,t'}\right) \ldots (4.$$

Kennt man also das Gesetz, nach welchem sich gleichzeitig die Temperatur t' und Spannung p' des Dampfes ändert, so kann man aus dieser Formel 4) die Änderung des relativen Volumens des Dampfes bestimmen. Da es nun bekannt ist, daſs unter dem mittlern Drucke der Atmosphäre, d. i. von $p' = 12{\cdot}8$ Pfund per Quadratzoll, und der Temperatur von $t' = 100^0$ *C.* das relative Volumen $v' = 1700$ ist, so hat man, wenn diese Werthe in der vorigen Gleichung 1) substituirt werden:

$$v = 15953\left(\frac{1 + \cdot 00364\,t}{p}\right) \ldots (5,$$

wobei p den Druck des Dampfes in Pfunden auf den Quadratzoll bezeichnet. (Für den Werth von $p' = 12{\cdot}794$ wird der vorige Factor nur 15945·6.)

So wäre z. B. für $t = 130$ nach den Formeln 2) und 3), §. 473, der Druck des Dampfes auf 1 Quadratzoll (wegen $h = 6{\cdot}3546$) $p = 33{\cdot}84$ Pfund und damit aus der vorigen Formel 5) das relative Volumen desselben $v = 694{\cdot}49$, d. h. der Dampf nimmt bei dieser Temperatur einen 693½ Mal so groſsen Raum (genauer 693·627) als das Wasser ein, woraus er entstanden ist, und welcher daher auch mit diesem Wasser dasselbe Gewicht besitzt. Nach der von *Pambour* berechneten Tabelle wird auf das Wiener Maſs und Ge-

wicht übertragen $p = 33{\cdot}5$ und $v = 702$; eine so geringe Abweichung ist jedoch bei dieser Art von Berechnungen, wo einzelne Coefficienten mit mehr oder weniger Decimalstellen in Rechnung gebracht werden und das Übertragen der Maſs- und Gewichtssysteme nur näherungsweise Statt finden kann, erstlich sehr natürlich und dann auch ohne Bedeutung.

Anmerkung. Der vom Wasser getrennte und noch weiter erhitzte Dampf verhält sich dabei wie die Gase; dasselbe gilt auch, wenn dieser überhitzte Dampf wieder abgekühlt wird, jedoch nur bis zu dem Augenblicke, wo er wieder in tropfbares Wasser verwandelt, d. i. condensirt wird, von welchem Momente an er sich wieder im gesättigten Zustande oder im Maximum seiner Dichte befindet und dem vorigen Gesetze folgt.

§. 476. In der nachstehenden, gegenwärtig von den französischen Physikern angenommenen und auf das Wiener Maſs und Gewicht reducirten Tabelle, bezeichnet t die Temperatur in Centigraden, p den Dampfdruck auf den Quadratzoll in Pfunden und v das relative Volumen des Dampfes.

t	p	v	t	p	v	t	p	v
0°	0·085	182323	23°	0·348	49487	46°	1·219	15185
1	0·092	174495	24	0·368	46877	47	1·283	14472
2	0·097	164332	25	0·389	44411	48	1·351	13809
3	0·104	154842	26	0·414	42084	49	1·445	13154
4	0·110	145886	27	0·437	39895	50	1·494	12546
5	0·116	137488	28	0·463	37838	51	1·571	11971
6	0·125	129587	29	0·491	35796	52	1·651	11424
7	0·133	122241	30	0·518	34041	53	1·735	10901
8	0·141	115305	31	0·545	32291	54	1·823	10410
9	0·151	108790	32	0·576	30650	55	1·914	9946
10	0·160	102670	33	0·610	29112	56	2·010	9501
11	0·170	99202	34	0·644	27636	57	2·111	9082
12	0·181	91564	35	0·680	26253	58	2·214	8680
13	0·192	86426	36	0·720	24897	59	2·322	8303
14	0·204	81686	37	0·758	23704	60	2·435	7937
15	0·211	77008	38	0·800	22513	61	2·554	7594
16	0·230	72913	39	0·844	21429	62	2·675	7267
17	0·244	68923	40	0·892	20343	63	2·805	6957
18	0·259	65201	41	0·939	19396	64	2·944	6662
19	0·275	61654	42	0·990	18459	65	3·076	6382
20	0·291	58224	43	1·043	17572	66	3·220	6114
21	0·310	55206	44	1·105	16805	67	3·370	5860
22	0·328	52260	45	1·157	15938	68	3·526	5619

t	p	v	t	p	v	t	p	v
69°	3·688	5386	80°	5·927	3462	91°	9·188	2304
70	3·856	5167	81	6·178	3331	92	9·544	2224
71	4·031	4957	82	6·437	3206	93	9·911	2148
72	4·212	4759	83	6·705	3087	94	10·289	2075
73	4·401	4569	84	6·982	2973	95	10·678	2005
74	4·596	4387	85	7·264	2864	96	11·078	1938
75	4·911	4204	86	7·563	2760	97	11·491	1873
76	5·009	4048	87	7·868	2660	98	11·912	1812
77	5·227	3891	88	8·183	2565	99	12·323	1751
78	5·452	3741	89	8·508	2474	100	12·794	1695
79	5·686	3599	90	8·843	2387			

Ferner ist auf dieselbe Weise die weitere Relation zwischen der Temperatur, in Centigraden, und dem relativen Volumen des Wasserdampfes:

t	v	t	v	t	v	t	v	t	v
106·6	1381	137·7	576	155·0	392	167·9	277	178·7	223
112·4	1169	140·4	538	156·7	356	169·4	269	179·9	217
117·1	1014	142·7	505	158·3	342	170·8	261	181·0	212
121·6	896	145·0	476	160·0	328	172·1	254	182·0	208
125·5	806	146·8	449	161·5	317	173·5	247	215·0	64
128·9	732	149·2	428	163·3	306	174·8	240		
132·2	671	151·2	407	164·8	296	176·1	234		
135·0	619	153·3	389	166·4	286	177·4	228		

In der nachstehenden von *Pambour* berechneten Tabelle bezeichnet *p'* den Druck des Dampfes in Kilogrammen auf den Quadratcentimeter, *t* die Temperatur des Dampfes in Centigraden und *v* das relative Volumen des Dampfes (gegen das Wasser, woraus er gebildet wurde).

p'	t	v	p'	t	v	p'	t	v
0·1	45·9	15019	0·7	89·2	2435	1·3	106·7	1375
0·2	59·6	7831	0·8	92·8	2152	1·4	109·0	1284
0·3	68·4	5358	0·9	94·4	1921	1·5	111·1	1205
0·4	75·1	4097	1·0	99·0	1751	1·6	113·0	1135
0·5	80·5	3329	1·1	101·8	1604	1·7	114·9	1074
0·6	5·2	2810	1·2	104·4	1480	1·8	116·7	1019

p'	t	v	p'	t	v	p'	t	v
1·9	118·4	969	4·1	144·6	479	6·3	160·9	324
2·0	120·1	925	4·2	145·3	468	6·4	161·5	319
2·1	121·7	884	4·3	146·1	459	6·5	162·1	315
2·2	123·2	847	4·4	147·0	449	6·6	162·8	311
2·3	124·6	813	4·5	147·8	440	6·7	163·4	306
2·4	126·1	782	4·6	148·7	431	6·8	164·0	302
2·5	127·4	754	4·7	149·5	423	6·9	164·6	298
2·6	128·7	727	4·8	150·3	415	7·0	165·2	294
2·7	130·0	702	4·9	151·1	407	7·1	165·7	290
2·8	131·2	679	5·0	151·8	400	7·2	166·3	287
2·9	132·4	658	5·1	152·6	393	7·3	166·9	283
3·0	133·6	638	5·2	153·3	386	7·4	167·5	280
3·1	134·7	619	5·3	154·1	379	7·5	168·0	277
3·2	135·8	601	5·4	154·8	373	7·6	168·6	273
3·3	136·9	584	5·5	155·5	366	7·7	169·1	270
3·4	137·9	569	5·6	156·2	360	7·8	169·7	267
3·5	138·9	554	5·7	156·9	355	7·9	170·2	264
3·6	139·9	540	5·8	157·6	349	8·0	170·7	261
3·7	140·9	526	5·9	158·3	344	8·5	173·3	247
3·8	141·8	514	6·0	158·9	339	9·0	175·7	234
3·9	142·8	502	6·1	159·6	334	9·5	178·1	223
4·0	143·7	490	6·2	160·3	329	10	180·3	213

Anmerkung. Der Druck von *n* Kilogrammen auf den Quadratcentimeter ist nahe genug gleich dem Drucke von 12·39 *n* Wiener Pfunde auf den Wiener Quadratzoll.

§. **477.** Da zwischen der Temperatur *t* und dem Drucke *p* des Dampfes eine gewisse Abhängigkeit besteht, so dürfte man nur, um das relative Volumen *v* direct durch den Druck *p* auszudrücken, aus der vorigen Gleichung 5) und der obigen (§. 473) 1 oder 2, *t* eliminiren; allein da darin eine eigene Schwierigkeit liegt, so behilft man sich mit Näherungsformeln, von denen die beiden folgenden für die gewöhnlich bei Dampfmaschinen vorkommenden Fälle hinreichend genau sind; die eine für Dampfspannungen bis 1, selbst auch noch 2 Atmosphären anwendbar, ist:

$$v = \frac{10000}{\cdot 4227 + 2\cdot 257\,h} \ldots (1 \quad \text{oder} \quad v = \frac{10000}{\cdot 4227 + \cdot 00296\,p} \ldots (2$$

oder auch:

$$v = \frac{10000}{\cdot 4227 + \cdot 42624\,p'} \ldots (3;$$

dabei bezeichnet h die Höhe der Quecksilbersäule in Fufsen, welche den Dampfdruck mifst oder damit im Gleichgewichte steht, p den Druck auf den Quadratfufs, und p' jenen auf den Quadratzoll, und zwar immer in W. Pfunden.

Die folgende Formel gilt für höhere Spannungen, und gibt

$$v = \frac{10000}{1{\cdot}421 + {\cdot}00264\,p} \;\ldots\; (4 \quad \text{oder} \cdot v = \frac{10000}{1{\cdot}421 + {\cdot}38016\,p'} \;\ldots\; (5$$

wobei wieder p den Dampfdruck auf 1 Quadratfufs, p' jenen auf 1 Quadratzoll (in Pfunden) bezeichnet.

§. 478. Die Dichte des Wasserdampfes gegen jene des Wassers bei 0^0 verglichen, erhält man aus der Formel $d = \frac{{\cdot}00081\,p}{2{\cdot}404\,(1 + a\,t)}$ (s, wobei p die Spannkraft des Dampfes in Fufsen der Quecksilbersäule und a den Ausdehnungscoefficienten für die Luft oder Gase (für die Temperaturzunahme von 1^0 C.) bezeichnet.

Nimmt man $a = {\cdot}00364$, so wird z. B. für den Druck von 1 Atmosphäre, wofür nach Obigem $p = 2{\cdot}404$ und $t = 100$ ist, sofort $d = {\cdot}0005938$.

Für eine Spannkraft von 50 Atmosphären wäre $p = 50 \times 2{\cdot}404$ und $t = 266$, folglich $d = \frac{{\cdot}00081 \times 50}{1{\cdot}968} = {\cdot}02058$; dagegen, wenn man mit Andern $a = {\cdot}00375$ nimmt, wird $d = {\cdot}02033$, woraus überhaupt hervorgeht, dafs die Dichte des Dampfes mit seiner Expansivkraft zunimmt.

§. 479. Die zur Dampfbildung nöthige Wärme. Wird Wasser in einem offenen Gefäfse erhitzt, so steigt die Temperatur desselben unter dem mittleren Luftdrucke allmälig bis 80^0R. oder 100^0C., und fängt bei diesem Temperaturgrade zu sieden an. Von diesem Augenblicke an, in welchem das Sieden eintritt, bringt alle auch noch so intensiv zugeführte Wärme in dem Wasser keine Temperaturerhöhung mehr hervor, sondern diese wird blofs zur Änderung des Aggregatzustandes (der tropfbaren Flüssigkeit in Dampf) verwendet. Genaue Versuche haben gelehrt, dafs wenn man die Wärmemenge, welche nöthig ist, um die Temperatur einer bestimmten Wassermenge um 1^0 C. zu erhöhen, mit a, also jene Wärme, welche erforderlich ist, das Wasser von 0 bis 100^0 zu erhitzen oder in offenen Gefäfsen zum Sieden zu bringen, mit $100\,a$ bezeichnet, sofort dieser bereits auf 100^0 erhitzten Wassermenge noch 540, oder nach neuern Versuchen $550\,a$ Wärme zugeführt werden müsse, um dieselbe gänzlich in Dampf zu

verwandeln, welcher dabei auf dem Thermometer ebenfalls nur 100° C. zeigt.

Man nennt daher die 100*a* die **freie, sensible** (am Thermometer wahrnehmbare), und die 550*a* die **gebundene, latente** (am Thermometer nicht wahrnehmbare) Wärme.

Es enthält also z. B. 1 Pfund Dampf von 100° C. $6\frac{1}{2}$ Mal (d. i. 650*a*) so viel Wärme als 1 Pfund siedheifses Wasser (bei 100°), oder es kann 1 Pfund Dampf von 100° C. $5\frac{1}{2}$ Pfund eiskaltes Wasser (von 0°), wenn er in diesem condensirt wird, bis auf 100° C. erhitzen, wodurch dann mit dem condensirten Dampf zusammen $6\frac{1}{2}$ Pfund Wasser von 100° C. entstehen.

§. 480. Den neuesten Versuchen und Beobachtungen zufolge darf man mit grofser Wahrscheinlichkeit annehmen, dafs die im vorigen Paragraphe erwähnte gesammte Wärmemenge 650*a* nicht blofs dem Dampfe von 100° C. — wofür also die latente Wärme = 550*a* ist — sondern überhaupt jedem Dampfe von was immer für einer Spannung und Temperatur zukömmt, und demnach constant ist, so, dafs also der Gehalt an latenter Wärme abnimmt, wenn die sensible Wärme, d. i. die Temperatur des Dampfes zunimmt; es kann also nach dieser Hypothese ein Dampf von 200° Temperatur nur 450*a* latenter Wärme enthalten.

Dehnt sich der bei irgend einer Temperatur erzeugte Wasserdampf in einen gröfsern Raum aus, ohne an seine äufsere Umgebung Wärme abzugeben oder von dieser zu erhalten; so nimmt in Folge dieser Ausdehnung seine Temperatur, wie es bei allen Gasen der Fall ist, ab; nach den zahlreichen Versuchen nun von *Pambour* behält der Dampf jedoch bei dieser Temperaturabnahme fortwährend die dieser niedrigern Temperatur entsprechende Spannkraft und Dichte, so, dafs er sich fortwährend im Maximum seiner Dichte befindet, was sofort die Richtigkeit dieses schon von *Watt* und *Clement* behaupteten Gesetzes beweist.

Um also z. B. 1 Pfund Wasser von 0° in Dampf zu verwandeln (welcher also auch 1 Pfund im Gewicht haben wird), wird immer dieselbe Wärmemenge 650*a* erforderlich seyn; besitzt das Wasser bereits die Temperatur von z. B. 30 oder 60°, so wird nur eine Wärmemenge von beziehungsweise 620*a* und 590*a* erforderlich seyn, u. s. w.

Nach einer andern (u. A. von *Southern* aufgestellten) Hypothese wäre jedoch nicht die gesammte, sondern blofs die latente Wärmemenge constant und = 550*a*, so, dafs z. B. Dampf von 200° Temperatur eine Wärmemenge = 200*a* + 550*a* = 750*a* enthielte.

§. 481. Condensirung des Dampfes. Werden die (dem Gewichte nach ausgedrückten) Wassermengen M und m von der Temperatur t und t' zusammengemischt, so ist (vorausgesetzt, dafs

dabei kein Wärmeverlust Statt findet) die Temperatur T der Mischung durch die Relation $(M+m)T = Mt + mt'$ gegeben oder zu bestimmen.

Kommt nun statt der Wassermenge m eben so viel Dampf (gleichgiltig von welcher Temperatur) in die Mischung, so muſs man, da er so viel Wärme enthält, daſs er die Wassermasse m von 0^0 bis 650^0 C. erhitzen könnte (nach der zweiten Ansicht $550+T$, wenn T die Temperatur des Dampfes ist), sofort $t'=650$ setzen, so daſs also für die Mischung des Dampfes mit Wasser die Relation besteht:

$$(M+m)T = Mt + 650m \ldots (x$$

Beispiel 1. Will man z. B. 1000 Pfund (nicht ganz 10 Eimer, nämlich 395¼ Maſs) eiskaltes Wasser zum Sieden, also von 0^0 auf die Temperatur von 100^0 C. bringen, so bedarf man hiezu, wegen $M=1000$, $t=0$ und $T=100$, einer Dampfmenge von $m = \frac{1000 \times 100}{550} = 181{\cdot}82$ Pfund.

Beispiel 2. Soll dagegen die Wassermasse M gefunden werden, welche bei einer Temperatur von 12^0 nöthig ist, um 1 Pfund Dampf dergestalt zu condensiren, daſs das durch die Condensation entstehende Wasser die Temperatur von 38^0 erhält; so hat man aus der vorigen Relation x) zuerst allgemein:

$$M = \frac{650 - T}{T - t} \ldots (z$$

und für das vorliegende Beispiel wegen $t = 12$ und $T = 38$, sofort $M = \frac{612}{26}$, d. i. nahe 23·5 Pfund.

Hätte das Wasser bloſs 5^0 Wärme, so würde man nur $\frac{612}{33} = 18{\cdot}6$ Pf. Wasser nöthig haben.

Soll dagegen die Mischung die nämliche Temperatur von 100^0 beibehalten, so muſs $M = \frac{550}{88} = 6\frac{1}{4}$ Pfund seyn. Für $t=0$ endlich wird, wie es seyn soll, $M = \frac{550}{100} = 5\frac{1}{2}$ Pfund.

§. 482. Geschwindigkeit des ausströmenden Dampfes. Um die Geschwindigkeit v zu finden, mit welcher der Wasserdampf aus einer Öffnung in den leeren Raum strömen würde, darf man nur die Höhe der mit der Spannkraft des betreffenden Dampfes im Gleichgewichte stehenden Dampfsäule h und damit v aus der Formel (§. 448) $v = \sqrt{2gh}$ bestimmen. So ist z. B. der unter dem mittleren Luftdrucke von 2·4 Fuſs Quecksilbersäule erzeugte Dampf nahe 1700 Mal leichter als Wasser, folglich $1700 \times 13{\cdot}598$, d. i. nahe

23117 Mal leichter als Quecksilber, so, daſs also die Dampfsäule $2{\cdot}4 \times 23117 = 55481$ Fuſs hoch seyn müſste, um durch ihren Druck den Dampf auf dieselbe Dichte zusammenzudrücken, die er unten den genannten Umständen wirklich besitzt. Dieser Dampf würde daher mit der Geschwindigkeit $v = \sqrt{(62 \times 55481)} = 1855$ Fuſs ausströmen.

§. 483. Ist allgemein D die Dichte des Dampfes gegen das Wasser genommen, also $\frac{D}{13{\cdot}598}$ jene gegen das Quecksilber, so ist, wenn die Spannkraft des Dampfes mit einer Quecksilbersäule voa h Fuſs im Gleichgewichte steht, die Höhe der gleichgeltenden Dampfsäule:

$$h : \frac{D}{13{\cdot}598} = \frac{13{\cdot}598\,h}{D},$$

folglich die Geschwindigkeit:

$$v = \sqrt{\left(2g\,\frac{13{\cdot}598\,h}{D}\right)} = 29{\cdot}036\sqrt{\frac{h}{D}} \;\ldots\; (m$$

Für das vorige Beispiel wäre $h = 2{\cdot}4$ und nahe genug (§. 478, s) $D = {\cdot}000589$, und damit $v = 1853\tfrac{1}{2}$ Fuſs.

§. 484. Strömt endlich Dampf von einem höhern Druck (als jenem einer Atmosphäre) in die Atmosphäre aus, so darf man in der vorigen Formel nur $h - b$ statt h setzen, wenn b die Barometerhöhe für den atmosphärischen Druck bezeichnet; es ist dann für diesen Fall:

$$v = 29{\cdot}036\sqrt{\frac{h-b}{D}} \;\ldots\; (n$$

Hat der Dampf z. B. eine Temperatur von 85° R., so ist wegen $t = 106\tfrac{1}{4}$° C. nach der obigen Formel (§. 473, 2.) sehr nahe $h = 3$ und (§. 478) $D = {\cdot}0007239$, also bei dem mittleren Luftdrucke $h - b = 3 - 2{\cdot}4 = {\cdot}6$, und damit aus der vorigen Formel n): $v = 830{\cdot}34$ Fuſs.

Anmerkung. Bei dem Ausströmen des Dampfes aus Öffnungen muſs man ebenfalls wieder auf den Contractionscoefficienten n Rücksicht nehmen; den hierüber angestellten Versuchen zufolge kann man $n = {\cdot}72$ bis ${\cdot}8$ setzen, so, daſs allgemein

$$v = 29{\cdot}036\,n\sqrt{\frac{h-b}{D}} \;\ldots\; (3$$

oder wenn man für n das Mittel von den angegebenen Zahlen nimmt, auch

$$v = 22{\cdot}938\sqrt{\frac{h-b}{D}} \;\ldots\; (4$$

wird.

§. 485. Heizkraft verschiedener Brennmaterialien. Um den Dampf aus dem Wasser zu entwickeln, muſs der Dampfkessel auf eine zweckmäſsige Weise mit einem Ofen oder Feuerraume, in welchem durch Verbrennung des Brennstoffes die nöthige Hitze erzeugt wird, in Verbindung stehen. Weil aber bei Dampfmaschinen die Kosten der Dampfkraft hauptsächlich aus dem Aufwande an Brennmateriale erwachsen, so ist es von besonderer Wichtigkeit, daſs nicht nur der Heizapparat die zweckmäſsigste Einrichtung erhalte, sondern daſs man auch wisse, in welchem Verhältnisse die Heizkraft der verschiedenen Brennstoffe zu einander stehen.

Den hierüber angestellten Versuchen zufolge entwickelt ein und derselbe Brennstoff, wenn er jedesmal von derselben Beschaffenheit ist, unter allen Umständen (ob er nämlich langsam oder schnell, mit viel oder wenig Sauerstoff verbrennt u. s. w.) auch dieselbe Quantität von Wärme, d. h. die Heizkraft oder Erwärmungsfähigkeit eines und desselben Brennstoffes ist unter allen Umständen constant.

§. 486. Nimmt man jene Wärmemenge, welche im Stande ist die Temperatur von 1 Pfund Wasser um 1^0 zu erhöhen, zur Einheit, so kann man die Heizkraft der verschiedenen Brennmaterialien durch die Anzahl solcher Wärmeeinheiten ausdrücken, welche durch 1 Pfund des betreffenden Brennstoffes entwickelt werden, oder was dasselbe ist, durch die Zahlen, welche angeben, wie viele Pfunde Wasser durch das Verbrennen von 1 Pfund des betreffenden Materiales um 1^0C. erwärmt werden können.

So hat man z. B. für die Heizkraft des vollkommen, nämlich künstlich ausgetrockneten Holzes (übrigens einerlei, ob hartes oder weiches) die Mittelzahl 3600 gefunden. Für frisch gefälltes, welches gewöhnlich über 40, und für lufttrockenes Holz, welches noch von 20 bis 25 Procent Feuchtigkeit enthält, ist die Heizkraft verhältniſsmäſsig geringer.

§. 487. Da übrigens ein kohlenstoffhältiges Brennmateriale, wie z. B. das Holz, beim Verbrennen immer nur in so ferne Wärme oder Hitze entwickelt, als sich dessen Kohlenstoff mit dem Sauerstoff der Luft verbindet, die atmosphärische Luft aber nur einen bestimmten Theil von Sauerstoff (auf 1 Pfund atmosphärische Luft kommen ·23 Pf., auf 1 Kubikfuſs Luft ·21 Kubikfuſs Sauerstoff) enthält, so muſs auch dem im Feuerherde verbrennenden Brennstoffe eine bestimmte Menge Luft zugeführt werden. Braucht man z. B. zur vollständigen Verbrennung von 1 Pf. Kohle 2·63 Pf. Sauerstoff, so muſs man diesem Pfund Kohle schon

$\frac{2\cdot65}{\cdot23} = 10\cdot1$ Pf. atmosphärische Luft zuführen; da diese jedoch dabei ungefähr nur zur Hälfte zersetzt wird, indem die andere Hälfte unverändert und bloſs erhitzt fortgeht, so muſs man dieser Kohle (von 1 Pf. im Gewicht) schon nahe 20 Pf. oder bei 300 Kubikfuſs Luft zu ihrer vollständigen Verbrennung zuführen.

§. 488. Mit Rücksicht auf diese Umstände enthält die folgende Tabelle die aus den besten Erfahrungen abgeleiteten Mittelzahlen.

Namen des Brennstoffes:	Heizkraft:	Nöthiges Volumen kalter Luft, um 1 Pf. des Brennstoffes zu verbrennen:
Trockenes Holz	3600	120 Kubikfuſs.
Gewöhnliches Holz mit 20% Wasser .	2800	96 »
Holzkohlen	7000	290 »
Torf, getrockneter	4800	200 »
» mit 20% Wassergehalt . . .	3600	160 »
Torfkohle , . .	5800	234 »
Steinkohle, mittlerer Qualität . . .	7500	321 »
Kokes von 15% Aschengehalt . . .	6000	266 »

Anmerkung 1. Nach vielseitigen Beobachtungen kann ein gut construirter Ofen, bei Anwendung von Kesseln aus Eisenblech, 1 Pfund Steinkohle, je nach der mindern oder bessern Beschaffenheit derselben, von $4\frac{1}{2}$ bis 7 Pfund, 1 Pf. Kokes $4\frac{1}{2}$ bis 6 Pf., Buchenholz 2·7 Pf., Eichenholz $2\frac{1}{2}$ Pf., Holzkohle 6 Pf., Torf erster Qualität 2·7 Pf., gepreſster 4 Pf. und getrocknete Gerberlohe 2 Pf. Dampf erzeugen.

Nach *Tredgold's* Angabe bedarf man, wenn auf einen Wärmeverlust von 10 Procent gerechnet wird, um 1 Kubikfuſs (eiskaltes?) Wasser in Dampf zu verwandeln, 8·22 Pf. backende Steinkohlen, 10·83 Staffordshire-Kohlen, 9 Pf. Kokes, in verschlossenen Räumen erzeugt, 13·6 Pf. trockenes Eichenholz, was auf das Wiener Maſs und Gewicht reducirt die Zahlen 7·4, 9·7, 8·1 und 12·3 Pf. gibt.

Nimmt man an, daſs von den Zahlen der obigen Tabelle nur $\frac{1}{2}$ bis $\frac{2}{3}$ nutzbringend angewendet wird, daſs also z.B. durch das Verbrennen von 1 Pf. Steinkohlen nur $\frac{1}{2} \times 7500 = 3750$ Wärmeeinheiten entwickelt werden, oder die Temperatur von 3750 Pf. Wasser um 1°, oder (was man glaubt annehmen zu dürfen) 1 Pf. Wasser um 3750° erhöht wird; so gibt dieſs, da 1 Pf. Dampf 650 Wärmeeinheiten enthält, $\frac{3750}{650} = 5\cdot8$ Pf. Dampf,

wozu $\frac{5{\cdot}8}{56{\cdot}4} = {\cdot}103$ Kubikfuſs Wasser nothwendig sind, so, daſs also um 1 Kubikfuſs Wasser in Dampf zu verwandeln, $\frac{1}{{\cdot}103} = 9{\cdot}7$ Pf. Steinkohlen erforderlich wären. Nimmt man dagegen $\frac{2}{3} \times 7500 = 5000$, so bedarf man nur $7^1/_2$ Pf. Steinkohlen, um 1 Kubikfuſs eiskaltes Wasser in Dampf zu verwandeln, was mit den vorigen Zahlen gut übereinstimmt.

Anmerkung 2. Da gleiches Gewicht an Holz, bei gleichem Austrocknungsgrade, ziemlich nahe dieselbe Heizkraft besitzt, so muſs diese, auf das Volumen des Holzes bezogen, im umgekehrten Verhältnisse der Dichte stehen. So hat z. B sehr gutes Eichenholz die Dichte (specifisches Gew.) 1·17, und Pappelholz jene von ·38, so, daſs ersteres mehr als drei Mal so dicht ist; es wird daher auch 1 Kubikfuſs Eichenholz nahe eine drei Mal so groſse Heizkraft als 1 Kubikfuſs Pappelholz besitzen.

Siebentes Kapitel.

Von den Dampfmaschinen.

§. 489. Erklärung. Um den Wasserdampf als bewegende Kraft zu benützen, läſst man ihn allgemein und am vortheilhaftesten durch den Druck wirken; je nachdem er dabei auf einen oder mehrere Flügel, die sich in einem luftdicht verschlossenen cylindrischen Gehäuse im Kreise continuirlich nach einerlei Richtung bewegen, oder wie bei der Wassersäulenmaschine (§. 412) auf einen cylindrischen Kolben mit oscillirender (d. i. auf- und ab, oder hin- und hergehender) Bewegung wirkt, erhält man eine Rotations- oder eine Cylinder- (Kolben-) Maschine.

Hier sollen nur die letztern als die allgemein verbreiteten in Kürze erörtert werden.

§. 490. Eintheilung der Kolbenmaschinen. Benützt man zur Bewegung der Dampfmaschine niedrige, mittlere oder hochgespannte Dämpfe (beziehungsweise von beiläufig, da hier eine scharfe Begrenzung weder möglich noch nothwendig ist, $^1/_5$ bis $^1/_2$, von $^1/_2$ bis 3 und von 3 bis 10 und mehr Atmosphären über den Luftdruck), so erhält man die sogenannten Niederdruck-, Mitteldruck- und Hochdruckmaschinen.

Läſst man den Dampf immer nur von einer Seite auf den Kolben wirken, so, daſs die rückgängige Bewegung desselben durch den Druck

der Atmosphäre oder durch Gegengewichte bewirkt wird; so erhält man einseitig oder einfach wirkende, uud zwar im ersten genannten Falle atmosphärische Maschinen. Wirkt dagegen der Dampf abwechselnd auf beiden Seiten des Kolbens, so nennt man solche Maschinen doppelt wirkende.

Läfst man beim Rückgange des Kolbens den unter oder über denselben befindlichen Dampf, nachdem er bereits gewirkt, in ein mit kaltem Wasser umgebenes Gefäfs, den Condensator, in welchen gewöhnlich auch noch kaltes Wasser eingespritzt wird, einströmen oder abziehen, wodurch dieser Dampf sofort condensirt wird; so hat man eine Condensationsmaschine. Läfst man dagegen diesen benützten Dampf unmittelbar in die freie Atmosphäre entweichen oder austreten, so besteht die Maschine ohne Condensation.

Läfst man den Dampf während des ganzen Kolbenlaufes in den Cylinder, d. i. auf den Kolben strömen, so benützt man die Maschine ohne Absperrung oder Expansion; unterbricht man dagegen die Communication zwischen dem Dampfkessel, in welchem der Dampf erzeugt wird, und dem Cylinder, noch bevor der Kolben seinen ganzen Lauf vollendet hat, so, dafs der Dampf während des übrigen Laufes des Kolbens nur durch seine Expansion wirkt; so hat man eine Maschine mit Absperrung oder Expansion. Läfst sich dabei das Verhältnifs zwischen dem Theil des Kolbenlaufes vor und jenem nach der Absperrung beliebig verändern, oder ändert sich dasselbe nach Bedürfnifs von selbst; so hat man eine Maschine mit variabler Expansion.

Läfst man den in der Regel feststehenden Dampfcylinder um eine horizontale Achse hin und her schwingen, so erhält man eine oscillirende Dampfmaschine.

Endlich theilt man die Dampfmaschinen, je nach ihrer Verwendung, in feststehende, stationäre, oder sich fortbewegende, d. i. Locomotiv- oder Schiffsmaschinen.

§. 491. Durch Combination dieser verschiedenen Wirkungsarten des Dampfes erhält man mehrere Systeme von Dampfmaschinen; indefs werden Niederdruckmaschinen niemals ohne Condensation und stets ohne Expansion, Hochdruckmaschinen dagegen selten oder nur dann mit Condensation benützt, wenn man dabei die Expansion, sey es durch früheres Absperren des Dampfes, oder indem man denselben aus einem engern in einen weitern Cylinder (nach *Woolf's* System, wo eine

weitere Wirkung nach dem Niederdrucksystem Statt findet) und erst von da aus in den Condensator übertreten läfst, anwendet.

Am meisten, besonders in England, sind die von *Watt* erfundenen, doppelt wirkenden Niederdruckmaschinen im Gebrauche; in der Regel beträgt dabei der Druck oder die Spannung des Dampfes von $1\frac{1}{2}$ bis $3\frac{1}{2}$ Pf. auf den Quadratzoll über den gewöhnlichen Luftdruck (engl. Mafs und Gew.).

Die Maschinen in den Kohlengruben von Cornwallis, welche zur Gewältigung der Grubenwässer bestimmt sind, sind in der Regel einseitig wirkend, indem der Dampf nur beim Niedergange des Kolbens wirksam ist, während nämlich das am andern Ende des Balanciers angehängte Gestänge in die Höhe steigt. Heut zu Tage arbeiten diese, wegen ihrer grofsen und ökonomischen Wirksamkeit berühmt gewordenen Maschinen nicht mehr als Niederdruck- sondern als Hochdruckmaschinen (von 3 bis 5 Atmosphären mit Expansion (wobei die Absperrung schon bei $\frac{1}{10}$ bis $\frac{1}{4}$ des Hubes Statt findet) und Condensation; auch werden diese einseitig wirkenden Maschinen noch mit einem eigenen Ventil, dem G l e i c h g e w i c h t s v e n t i l versehen, welches zwischen dem obern und untern Theil des Dampfcylinders eine Communication in dem Augenblicke herstellt, als der Kolben seine tiefste Stellung erreicht hat, damit der Dampf beim darauf folgenden Hinaufgehen des Kolbens gegen seine beiden Flächen einerlei Druck ausübt, und dadurch dieser Bewegung nicht hinderlich wird. Diese Maschinen arbeiten so langsam, dafs sie per Minute nur 4 bis 6 Doppelhübe vollenden.

Die Maschinen von *Evans* sind Hochdruckmaschinen mit Expansion (zu $\frac{1}{3}$ Kolbenlauf) und ohne Condensation.

Bei den a t m o s p h ä r i s c h e n Maschinen endlich tritt der Dampf von niederem Druck unter den Kolben, während derselbe durch ein Gegengewicht (am andern Ende des Balancier, welches gewöhnlich in dem Gestänge eines Pumpensatzes besteht) in die Höhe gezogen wird; oben angekommen, wird der Dampf unter dem Kolben condensirt und dadurch ein (wenigstens relatives) Vacuum erzeugt, worauf der Kolben in dem oben offenen Cylinder von dem Drucke der Atmosphäre herabgetrieben wird.

Die doppelt wirkende *Watt*'sche Dampfmaschine.

§. 492. Da jede, folglich auch die *Watt*'sche Maschine (die immer eine Niederdruckmaschine ist) aus zwei wesentlich von einander verschiedenen und getrennten Theilen, nämlich aus dem Dampfkessel, in welchem der Dampf aus dem Wasser erzeugt, und der eigentlichen Dampfmaschine besteht, in welcher der erzeugte Dampf zum mechanischen Betriebe verwendet wird; so soll in den nächstfolgenden Paragraphen zuerst ganz kurz von dem Dampfkessel gehandelt werden.

§. 493. Der Dampfkessel. Die jetzt beinahe ohne Ausnahme aus Tafeln von Eisenblech zusammengenieteten Kessel haben für Niederdruckmaschinen gewöhnlich die von *Watt* angenommene, in Fig. 283 dargestellte Form, wefshalb sie auch Wagen- *(waggon)* Kessel heifsen. Den Kesseln für Hochdruckmaschinen gibt man aus begreiflichen Gründen die Cylinderform, durch welche man zur Vergrösserung der Heizfläche der Länge nach noch ein cylindrisches Rohr (eine „Kanone“) *a* wie in Fig. 284 durchzieht, oder wie diefs in Frankreich und jetzt auch häufig bei uns geschieht, mit 2 (seltener mit 3) Siederöhren *(bouilleurs)* *a*, *a* (Fig. 285), die mittelst der Stutzen *b*, *b* mit dem Hauptcylinder *A* communiciren, in Verbindung bringt. Auch werden in der neuesten Zeit zur Ersparung an Raum und Brennmateriale die Röhren- oder Tubularkessel, bei welchen durch den Haupttheil des Kessels 100 und mehr cylindrische messingene Röhren (von $1\frac{1}{2}$ bis 2 Zoll Durchmesser) der Länge nach durchgehen, um durch diese die Flamme zu leiten, ihrer verhältnifsmäfsig grofsen Feuerfläche wegen immer mehr angewendet.

§. 494. Was den aus dem Feuerherd, den Zügen und dem Schornstein bestehenden Ofen betrifft, so werden die Dampfkessel für stationäre Maschinen in der Art eingemauert, dafs das auf dem Roste *B* (Fig. 283) brennende Feuer einen Theil der Kesselwände (hier bei dem *Watt*'schen Kessel hauptsächlich die Bodenfläche) direct bestreicht, dagegen ein anderer Theil durch die sogenannten Züge oder Rauchkanäle noch von der heifsen Luft und dem Rauche umgeben und dadurch mit erwärmt wird; man kann die erstere die directe, die letztere die indirecte Heizfläche heifsen.

Steht man vor dem Roste *B* des Querschnittes des Kessels (Fig. 283, *a*), so zieht die Flamme unter dem Kesselboden *G* hin, steigt hinten bis *H* in die Höhe, kommt durch den Zug *I* (eine am Ende des Kessels aufgeführte verticale Scheidewand hindert die Flamme in den Zug *L* links zu gehen) an der rechten Längenseite des Kessels nach vorne, geht durch den Zug *K* an der vordern Seite in den Seitenkanal *L* und in diesem längs der linken Seite zurück bis in den Kamin oder Schornstein, dessen Zug durch den Schieber oder das Register *t* regulirt werden kann.

Wird, wie es zur Vergröfserung der Heizfläche auch bei diesen Kesseln in der neuern Zeit öfter geschieht, durch den Kessel ein Rohr *a* (Fig. 283, *a*) gezogen, so zieht das Feuer vom hintern Theile des Kessels durch dieses Rohr nach vorne, theilt sich hier und geht durch die beiden Seitencanäle *I* und *L* zurück in den Schornstein; oder es theilt sich die Flamme schon am hintern Theile des Kessels, wie sie vom Boden aufsteigt, geht rechts

und links durch die Züge *l* und *L* nach vorne zu, und zieht von hier aus durch das Rohr *v* in den Schornstein.

Ähnliches gilt auch für die Einmauerung der Hochdruck-Kessel in Fig. 284 und Fig. 285, und die Hauptaufgabe besteht bei allen diesen Einmauerungen immer darin, die in dem verwendeten Brennmateriale gleichsam enthaltene Wärme auf die bestmögliche Weise zur Dampferzeugung zu benützen.

§. 495. Gröfse der Heizfläche. Ist die Dampfmenge, welche eine Maschine von einer bestimmten Leistungsfähigkeit per Stunde z. B. benöthigt, bekannt; so mufs die Gröfse des Kessels und der Heizfläche dergestalt bestimmt werden, dafs er dieses Dampfquantum ohne einer Überheizung zu liefern im Stande ist.

Obschon nach den Versuchen von *d'Arcet* auf 10 Quadratfufs Heizfläche, welche dem Feuer direct ausgesetzt ist und bei einem sehr guten Zug eine stündliche Erzeugung von 130 bis 140 Pfund Dampf (auf die Spannung kommt dabei nichts an), wobei jedoch 135 bis 145 Pfund guter Steinkohlen verbrannt werden, angenommen werden kann; so ist es gleichwohl gerathen, bei den *Watt*'schen Niederdruckkesseln (Fig. 283), obschon sie in dieser Beziehung vortheilhafter als die cylindrischen Kesseln sind, bei welchen die Wärmestrahlen schief auffallen, und bei der Voraussetzung, dafs die directe Heizfläche wenigstens 60 Procent der totalen (wozu also auch die indirecte, d. i. die blofs von der heifsen Luft in den Kanälen und Zügen bestrichene Kesselfläche) betrage, höchstens nur auf je 10 Quadratfufs totaler Heizfläche von 70 bis 72 Pfund Dampf per Stunde zu rechnen. Da die neuerlich in Mühlhausen ausgeführten Versuche dafür nur 53 bis 63 Pfund geben, welches gerade jene Quantität von Dampf ist, welche man im Durchschnitt auf eine Pferdekraft rechnet; so ist es räthlich die totale Heizfläche solcher Kessel für jede Pferdekraft (bei einem Kohlenverbrauch von 10 bis 12 Pfund per Stunde) auf 12 bis 14 (anstatt, wie es noch viele Maschinenbauer nach dem Beispiele von ***Boulton*** und ***Watt***, welche die besten englischen Kohlen voraussetzen, thun, blofs 10) Quadratfufs anzunehmen und davon wenigstens 60 Procent als directe Heizfläche zu benützen, indem die Wirkung der indirecten Heizfläche bei gleicher Gröfse beiläufig nur den vierten oder fünften Theil der directen Fläche beträgt.

Die Aufnahme der Wärme richtet sich nämlich nach dem Temperaturunterschiede zwischen dem Feuer und dem Wasser oder Dampf im Kessel. Beträgt nun, wie man glaubt annehmen zu können, der Hitzgrad im Feuerherd 2000° C., jener in den Zügen 500°, so wie die Temperatur des Dampfes (für eine Mitteldruckmaschine) von 3 Atmosphären Spannung 138°; so ist der Temperaturunterschied beziehungsweise $2000 - 138 = 1862$

und 500 — 138 = 362 Grad, wovon der letztere beiläufig nur den fünften Theil des erstern beträgt.

§. 496. Obschon ferner im Allgemeinen zur Erzeugung eines bestimmten Gewichtes von Dampf (gleichgiltig ob dieser niedrig oder hoch gespannt ist) immer dieselbe Heizfläche und dasselbe Kohlenquantum erforderlich ist; so hat doch der Umstand, dafs hochgespannte Dämpfe auch eine höhere Temperatur besitzen und (wegen der geringern Wärmedifferenz) die Wärme nicht so schnell wie niedrig gespannte Dämpfe aufnehmen, einigen Einflufs, und man rechnet daher auch, dafs cylindrische Hochdruckkessel (bei welchen auch die Form schon weniger günstig ist) nur 5, und nicht wie bei Niederdruckkesseln mit flachen oder concaven Wänden, 6 Pfund Dampf bei einem Aufwande von 1 Pfund Steinkohlen liefern.

Gleichwohl macht man in der Praxis hinsichtlich der per Pferdekraft nöthigen Heizfläche zwischen Nieder- und Hochdruckkesseln wenig oder keinen Unterschied, und rechnet auch bei Hochdruckkesseln auf die Pferdekraft von 12 bis 14 oder besser 15 Quadratfufs totaler Heizfläche (und von 7 bis 9 Pf. guter Steinkohlen per Stunde). Für Mitteldruckmaschinen mit Condensation kann man 10 bis 12 Quadratfufs Heizfläche und von 5 bis 6 Pf. Steinkohlen rechnen.

Die erwähnten Mühlhauser Versuche haben zu der Annahme geführt, dafs die stündliche Erzeugung von 54 bis 62 Pfund Dampf auf je 10 Quadratfufs totaler Heizfläche am vortheilhaftesten sey; um übrigens ganz sicher zu gehen, scheint es räthlich, nur auf eine Verbrennung von 9 Pf. Steinkohlen per Stunde auf je 10 Quadratfufs Heizfläche und dabei auf eine Dampferzeugung von nur 45 bis 54 Pfund zu rechnen, ferner die directe Heizfläche nicht unter 60 bis 65 Procent unter der totalen zu lassen.

Bei den Schiffsdampfmaschinen erzeugen die Niederdruckkessel mit inwendiger Feuerung beiläufig 55 bis 65 Pf. Dampf auf 10 Quadratfufs Heizfläche, wozu 11 bis 14 Pf. Steinkohlen nöthig sind; man rechnet dabei auf eine Pferdekraft 9 bis 10 Pf. Kohlen. Für Cylinderkessel rechnet man im Durchschnitte dabei $5\frac{1}{2}$ bis 6 Pf. guter Kohlen per Pferdekraft.

Übrigens scheint der per Pferdekraft nöthige Kohlenaufwand, folglich auch die Heizfläche bei nach demselben Systeme construirten Dampfkesseln progressiv abzunehmen, wie die Anzahl der Pferdekräfte zunimmt; so gaben vier Dampfschiffe von 50, 220, 320 und 450 Pferdekräfte beziehungsweise bei Benützung der Expansion einen Kohlenverbrauch von 9, 6, 5·7 und 5 Pfund per Stunde und Pferdekraft. Nimmt man nun nach dem Systeme von *Maudslay* (welcher einer Maschine von 160 Pferdekraft eine Heizfläche von 1480 Quadratfufs gibt) auf die Pferdekraft $9\frac{1}{4}$ Quadratfufs an, so würden diese vier Maschinen, wenn man die Heizfläche

dem Kohlenverbrauche proportional setzen dürfte, was jedoch sehr zu bezweifeln ist, beziehungsweise per Pferdekraft eine Heizfläche von 12, 8·1, 7·8, 6·75 Quadratfuſs geben.

Bei den Locomotiv- oder Röhrenkesseln rechnet man auf 10 Quadratfuſs totaler Heizfläche und einem Verbrauche von 14 bis 18 Pf. Kokes auf eine Erzeugung von 80 bis 90 Pf. Dampf per Stunde; dabei liefert nach den Versuchen von *Stephenson* (des ersten englischen Locomotivbauers) die directe Heizfläche 3 Mal so viel Dampf als die indirecte (diese besteht aus den Röhren, durch welche die Flamme zieht, und ist 8 bis 12, ja für Holzheizung selbst 15 Mal so groſs als die directe Heizfläche), so daſs also auf diese Weise dabei auf 10 Quadratfuſs directe Heizfläche eine bis 214 Pfund per Stunde steigende Dampferzeugung hervorginge, welches die höchste derartige Leistung wäre, die hierin je erreicht wurde. Man rechnet hier 5 bis 6 Quadratfuſs Heizfläche per Pferdekraft.

Nach *Pambour's* Versuchen soll dagegen, wenn nur die Röhrenfläche nicht die 10fache directe Heizfläche übersteigt, kein solcher Unterschied bestehen, und gleiche Heizflächen (directe oder indirecte) auch gleiche Dampfentwicklung hervorbringen; dabei soll das vortheilhafteste Verhältniſs der directen zur indirecten Heiz- oder Feuerfläche 1 : 9 seyn, wobei 8 Pf. guter Steinkohlen 1 Kubikfuſs Wasser verdampfen (was 7 Pf. Dampf auf 1 Pf. Kohlen gibt). Nach diesen Versuchen verdampfen die Locomotivkessel bei 20 engl. Meilen Geschwindigkeit auf 1 Quadratfuſs Feuerfläche ·2 Kubikfuſs Wasser per Stunde (engl. Maſs), und für irgend eine andere Geschwindigkeit, z. B. von N engl. Meilen, $0·2 \sqrt[4]{\frac{N}{20}}$ Kubikfuſs. Auf das Wiener Maſs bezogen wäre statt ·2 die Zahl ·193 zu setzen, wofür man aber ohne Bedenken gleichfalls ·2 gelten lassen kann.

§. 497. Gröſse des ganzen Kessels. Da man die Heizfläche ungefähr zu $^3/_5$ der ganzen Kesselfläche annimmt, so ist es sehr leicht, sobald die zur Erzeugung eines bestimmten Dampfquantums nöthige Heizfläche bestimmt ist, die ganze Kesselfläche zu berechnen.

Ist nämlich f die Heizfläche und F die ganze Kesselfläche, so setzt man $f = \frac{3}{5} F$, woraus $F = \frac{5}{3} f$ folgt. Hat man also z. B. einen *Watt*'schen Niederdruckkessel in einer Gröſse auf 20 Pferdekräfte zu construiren, und rechnet man auf 1 Pferdekraft 12 Quadratfuſs Heizfläche; so ist $f = 20 \times 12 = 240$, folglich $F = \frac{5}{3} \times 240 = 400$ Quadratfuſs. Da übrigens zu groſse Kessel unzweckmäſsig sind, so würde man diese Fläche lieber auf zwei Kessel vertheilen.

Bei cylindrischen Kesseln, deren beide Enden (die Grundflächen) gewöhnlich mit Kugelsegmenten geschlossen sind, nimmt man die halbe Mantelfläche und die ganzen Kugelsegmente als Heizflächen. Läuft eine Kanone

durch, so kommt noch deren Oberfläche hinzu. Ist der Kessel mit Siederöhren *(bouilleurs)* versehen, so nimmt man, obschon diese ganz im Feuer liegen (weil sich ihre obern Flächen mit Asche belegen), davon nur $^2/_3$ ihrer Oberfläche als Heizfläche an.

So beträgt z. B. bei einem gut construirten derartigen Kessel von 30 Pferdekräfte der Durchmesser jeder der beiden Siederöhren $20^1/_2$ Zoll (= 1·71 F.), ihre Länge 31 Fufs, so dafs die Oberfläche = 330 und daher die davon zu rechnende Heizfläche = $\frac{2}{3}$. 330 = 220 Quadratfufs ausmacht.

Die Oberfläche des übrigen Theils des Kessels (die Verbindungsstutzen werden nicht gerechnet) beträgt 280 Quadratfufs (dabei würde ein Durchmesser von $3^1/_2$ und eine Länge von 26 Fufs ein gutes Verhältnifs seyn), davon ist die Hälfte = 140, folglich die gesammte Heizfläche = 220 + 140 = 360 Quadratfufs, was per Pferdekraft die Gröfse von $\frac{360}{30}$ = 12 Quadratfufs ausmacht.

Um den nöthigen Dampfraum zu erhalten (welcher bei *Watt*'schen Kesseln 10 bis 12 Mal so grofs als der Inhalt des Dampfcylinders seyn soll), füllt man den Kessel höchstens nur bis auf $^2/_3$ seiner Höhe mit Wasser, sorgt aber bei seiner Einmauerung (eine Vorsicht, welche bei allen Dampfkesseln zu beobachten ist), dafs die höchsten Feuerzüge noch um mehrere Zolle unter dem Niveau des normalen Wasserstandes bleiben.

Nach andern Angaben soll die Heizfläche bei Niederdruckkesseln 14 bis 16 Quadratfufs für jede Pferdekraft, oder 10 Quadratfufs betragen, um per Minute $^1/_{50}$ Kubikfufs Wasser zu verdampfen, d. i. bei 34 Kubikfufs Dampf von 1 Atmosphäre Spannung zu erzeugen. Die ganze Rostfläche im Feuerherd soll von ·62 bis ·77 Quadratfufs für jede Pferdekraft oder 10 Quadratfufs betragen, um in einer Stunde 120 Pf. der besten Steinkohlen zu verbrennen. (Nach *Peclet's* Angabe sollen auf 1 Quadratfufs Rostfläche stündlich 18 bis 21 Pf. Steinkohlen verbrannt werden, damit nur die halbe zugeführte Luft zersetzt wird; dabei soll die Kohlenschichte nur 2 bis 3 Zoll hoch seyn.) Die leeren Zwischenräume sollen dabei für Steinkohlen beiläufig $^1/_4$ (für fette $^1/_3$) und für Holz nur $^1/_7$ der ganzen Rostfläche ausmachen, u. s w. Alle diese Angaben und Zahlen können aus begreiflichen Gründen nur als Mittelwerthe gelten, welche sich nach Umständen, Beschaffenheit der Kessel, des Brennmateriales u. s. w. wenigstens zum Theil ändern müssen.

§. 498. Gröfse des Schornsteines. Die Stärke des Luftzuges im Schornsteine hängt von dem Unterschiede des Luftdruckes ab, welcher zwischen der äufsern kalten und der innern warmen Luftsäule Statt findet. Ist der Druck der Atmosphäre auf den obern Querschnitt des z. B. cylindrischen Schornsteins $= P$, auf den untern $= P'$, das Gewicht der Luftsäule im Schornsteine von der Temperatur

t', $= p'$, jenes derselben Luftsäule bei der äufsern Temperatur t, $= p$, so, dafs also $p > p'$ ist; so ist der gesammte Druck auf den untern Querschnitt des Schornsteins von oben nach unten $= P' + p'$, und von unten nach oben $= P + p$, also der Druck aufwärts $= P + p - (P' + p')$ $= p - p'$, wenn man, was dabei erlaubt ist, $P' = P$ setzt.

Hat nun der Schornstein die Höhe H und den lichten Querschnitt F, so ist HF der cubische Inhalt der innern Luftsäule, folglich (§. 439) $p = \frac{n H F}{1 + a t}$ und $p' = \frac{n H F}{1 + a t'}$ (wenn a der Ausdehnungscoefficient der Luft ist), daher $p - p' = \frac{n H F a (t' - t)}{(1 + a t)(1 + a t')}$.

Das Gewicht einer Luftsäule von demselben Querschnitt F, der Höhe h und der Temperatur t' ist $\frac{n h F}{1 + a t'}$; soll nun diese denselben Druck ausüben, so mufs dieser Ausdruck dem vorigen von $p - p'$ gleich seyn, aus welcher Gleichung man dann erhält $h = \frac{H a (t' - t)}{1 + a t}$, was nichts anders als die Geschwindigkeitshöhe ist, wozu die Geschwindigkeit $v = \sqrt{\left[2g \frac{H a (t' - t)}{1 + a t}\right]}$ gehört, mit welcher (theoretisch) die warme Luft im Schornsteine ausströmt.

Hat der Schornstein z. B. eine Höhe von 30 Fufs, ist ferner $t = 15$ und $t' = 150°$ C. und nimmt man (§. 439) $a = \cdot004$; so erhält man für die theoretische Ausströmungsgeschwindigkeit:

$$v = \sqrt{\left[\frac{62 \times 30 \times \cdot004\,(150 - 15)}{1\cdot06}\right]} = 30\cdot78 \text{ Fufs.}$$

Anmerkung. Da sich im Schornstein das Oxygen wenigstens der halben zuströmenden Luft, welches zum Verbrennen gedient, in Kohlensäure verwandelt vorfindet, so hat sich das specifische Gewicht der Luft von 1 auf 1·045 vergröfsert, und es müfste streng genommen der Nenner der vorigen Formel noch mit 1·045 multiplicirt werden.

Es wird ferner diese gefundene theoretische Geschwindigkeit in der Anwendung noch durch die Reibung, welche die Luft an den Wänden des Schornsteines erleidet, bedeutend modificirt, so, dafs man den vorigen Werth von v noch mit einem Erfahrungscoefficienten multipliciren mufs, welcher besonders von der Beschaffenheit des Schornsteines abhängt.

Mit Rücksicht auf diese Reibung ist, wenn wieder H die Höhe und D den lichten Durchmesser des cylindrischen Schornsteines, so wie L die ganze Länge (wenn das Feuer nicht unmittelbar unterm Schornsteine brennt) der Canäle, durch welche der Rauch und die warme Luft zieht, bezeichnet, sofort:

$$v = k \sqrt{\left[\frac{H a (t' - t)}{k' D + L}\right]} \quad . \; . \; . \; (d$$

Dabei ist nach Versuchen von *Péclet* für Schornsteine aus gebrannter Erde oder von Backsteinen (Ziegeln) $k' = 4$ und (für halb verbrannte Luft) $k = 15{\cdot}4$ (für reine noch unzersetzte Luft ist $k = 15{\cdot}76$); für blecherne Schornsteine ist $k' = 10$ und $k = 24{\cdot}6$ (für reine Luft $= 25{\cdot}15$); für Schornsteine endlich von Gufseisen, in welchen sich bereits Rufs angesetzt, ist $k' = 20$ und $k = 34{\cdot}79$ (für reine Luft $= 35{\cdot}57$)

So ist für das vorige Beispiel, in welchem $H = L = 30$, $t' - t = 135$ ist, und wenn man $D = 2$ setzt, sofort $v = 14\frac{1}{2}$ Fufs Für einen gufseisernen oder überhaupt einen schon gebrauchten und mit feinem Rufs belegten Schornstein wäre dabei $v = 24$ Fufs.

Ist der Querschnitt des Schornsteines nicht kreis- sondern quadratförmig, so darf man in der vorigen Formel d) nur die Seite des Quadrates für D setzen, um die entsprechende Geschwindigkeit v der durchziehenden Luft und des Rauches zu erhalten.

§. 499. Für Schornsteine, welche bei Dampfmaschinen vorkommen, kann man am sichersten nach *Péclet*

$$1)\quad v = 7{\cdot}874\sqrt{\left(\frac{H\,a\,t\,D}{13\,D + {\cdot}05\,L}\right)}$$

setzen, wobei die in dieser Formel vorkommenden Buchstaben wieder die obige Bedeutung haben; H bezeichnet nicht blofs die Weite (Durchmesser des cylindrischen, oder Seite des parallelepipedischen) des Schornsteines, sondern auch der Canäle oder der Züge von der Länge L (sind diese enger, so mufs L in der Rechnung um so viel vergröfsert werden, dafs dadurch bei der angenommenen Weite D der wirklich in den engern Zügen Statt findende Widerstand herauskommt).

Ist Q das Gewicht des per Stunde zu verbrennenden Brennstoffes, m das Volumen kalter Luft, welches nöthig ist, um 1 Pfund dieses Brennstoffes zu verbrennen, t die Temperatur der heifsen Luft im Schornsteine und M das Volumen von warmer Luft, welches in jeder Secunde durch den Schornstein abziehen soll; so ist:

$$2)\quad M = \frac{Q\,m\,(1 + a\,t)}{3600}$$

und auch (bei cylinderischen oder viereckigen Schornsteinen beziehungsweise) $M = \frac{1}{4}\,v\,D^2\,\pi$ oder $M = v\,D^2$, oder wenn man aus der erstern Formel 1) den Werth von v (wobei $7{\cdot}874 = \sqrt{2\,g}$ ist) substituirt, für diese beiden Fälle in $M^2 = \frac{\pi^2}{16}\,v^2\,D^4$ und $M^2 = v^2\,D^4$ substituirt:

$$M^2 = \frac{\pi^2}{16}\cdot\frac{2\,g\,H\,a\,t}{13\,D + {\cdot}05\,L}\,D^5 \quad\text{und}\quad M^2 = \frac{2\,g\,H\,a\,t}{13\,D + {\cdot}05\,L}\,D^5,$$

woraus für runde Schornsteine:

$$D^5 = \frac{16\,M^2(13\,D + \cdot 05\,L)}{2\,g\,H\,a\,t\,\pi^2} \ldots (3$$

und für viereckige Schornsteine:

$$D^5 = \frac{M^2(13\,D + \cdot 05\,L)}{2\,g\,H\,a\,t} \ldots (4$$

folgt.

Beispiel 1. Bei einer grofsen Dampfkessel-Feuerung ist der conische viereckige Schornstein 100 Fufs hoch, und am obern Ende in Lichten 3 Fufs weit (am untern 2 bis 3 Mal so weit); die Gesammtlänge der Züge beträgt auf diese Weite von 3 Fufs reducirt, 180 Fufs, und die Temperatur der warmen, im Schornstein befindlichen Luft 300° C.; es soll die Geschwindigkeit bestimmt werden, mit welcher die Luft aus dem Schornstein ausströmt?

Setzt man in der vorigen Formel 1) $H = 100$, $L = 180$, $D = 3$, $t = 300$ und $a = \cdot 004$; so findet man $v = 7\cdot 874 \times 2\cdot 74 = 21\frac{1}{2}$ Fufs.

Beispiel 2. Es soll der quadratförmige Querschnitt eines 63 Fufs hohen Schornsteines bestimmt werden für den Fall, dafs auf dem Roste stündlich 90 Pfund Steinkohlen verbrannt werden sollen und die Länge der sämmtlichen Züge 126 Fufs beträgt.

Setzt man auch hier $t = 300$, $a = \cdot 004$ und läfst in der Formel 4) für den ersten Näherungswerth das Glied $\cdot 05\,L$ aus, so wird $D^4 = \frac{13\,M^2}{2\,g\,H\,a\,t}$, folglich wegen $g = 31$, $H = 63$ und $M = 17\cdot 65$ (welcher Werth in Kubikfufs aus Gleichung 2 folgt, in welcher $Q = 90$ und, §. 488, $m = 321$ zu setzen ist) sofort $D^4 = \cdot 8650$, also $D = \cdot 9644$ als erster Näherungswerth. Dieser Werth im zweiten Theile der Gleichung 4) substituirt gibt $D^5 = 1\cdot 2531$, woraus als zweiter Näherungswerth $D = 1\cdot 046$ folgt, welchen man schon recht gut beibehalten kann, indem der folgende Näherungswerth $1\cdot 059$ wenig mehr von diesem abweicht.

Man kann also den Schornstein oben, wo er am engsten ist, 1 Fufs weit im Geviert (in Lichten verstanden) ausführen.

Anmerkung. Soll der Schornstein anstatt 63 Fufs nur den vierten Theil, nämlich ungefähr 16 Fufs hoch seyn, so findet man für denselben Werth von Q, für die Weite des Schornsteines nahe $D = 1^1/_2$ Fufs, so, dafs also der Zug und die Leistung dieses nur um 6 Zoll weitern Schornsteines (welcher also bei weitem leichter und wohlfeiler herzustellen ist) dem vorigen ganz gleich ist, woraus sofort hervorgeht, dafs die Herstellung der unmäfsig hohen Schornsteine (wenn diese nicht aus andern Gründen oder Rücksichten für die Nachbarschaft gerechtfertigt werden) nur noch auf Vorurtheilen beruht.

Schlüfslich kann noch bemerkt werden, dafs, um den Zutritt der Luft unter den Rost zu erleichtern und das Glühendwerden der Roststäbe zu verhindern, der Aschenfall C (Fig. 283) sehr geräumig und nach vorne zu ganz offen seyn mufs (in manchen Fällen ist es jedoch zweckmäfsig, zur

Mäfsigung des Feuers auch diesen Raum mit Thüren verschliefsen oder beliebig verkleinern zu können, während der Feuerraum selbst immer durch Thüren geschlossen seyn mufs, die nur beim Schüren und Eintragen von frischen Brennstoffe geöffnet werden.

§. **500. Sicherheitsventile.** Um der Gefahr einer Kesselexplosion vorzubeugen, mufs jeder Dampfkessel wenigstens mit einem Sicherheitsventil versehen seyn (besser ist es deren 2 anzubringen), welches so belastet ist, dafs es sich dann erst, aber auch dann sogleich öffnet und den Dampf entweichen läfst, sobald dieser die im voraus festgesetzte normale Spannung oder Expansivkraft übersteigt. In Fig. 283 sind zwei solche Ventile (wie sie jetzt hier in Österreich vorgeschrieben sind) angedeutet, und zwar ist das freie, oder leicht zugängige *a* bei *F* mittelst eines an einem Hebel *h* hängenden (§. 78), dagegen das zweite in einem Gehäuse eingeschlossene (nicht für Jedermann zugängige) Ventil *m* durch ein unmittelbar darauf liegendes Gewicht belastet.

Soll die höchste Dampfspannung im Kessel p Pfunde auf den Quadratzoll über den mittlern Luftdruck betragen (was eine absolute Spannung von $p + 12\frac{3}{4}$ Pfund gibt) und ist a die innere oder mit dem Dampf in Berührung stehende Ventilfläche in Quadratzollen ausgedrückt; so mufs, das eigene Gewicht des Ventils mit eingerechnet, dieses mit pa Pfunden belastet, oder wenn das Ventil q Pfunde wiegt, auf dieses noch unmittelbar ein Gewicht von $P = pa - q$ Pfunden aufgelegt werden; wie dieses Gewicht P bei Anwendung eines Hebels mit Rücksicht auf dessen eigenes Gewicht auf den Aufhängpunct reducirt wird, ist aus §. 78 zu ersehen.

Beispiel. Soll z. B. der Dampf im Kessel keine höhere Spannung als von 2 Atmosphären über den Luftdruck (also eine absolute Spannung von 3 Atmosphären) annehmen können, und hat das Ventil in seinem Sitz 3 Zoll im Durchmesser; so ist dessen Fläche $a = (1{\cdot}5)^2 \times 3{\cdot}1416 = 7{\cdot}07$ Quadratzoll und $pa = 25{\cdot}5 \times 7{\cdot}07 = 180{\cdot}29$ Pfund; wiegt das Ventil 1 Pf. 10 Loth oder nahe 1·3 Pfund, so beträgt die unmittelbare Belastung des Ventils nahe genug 179 Pfund.

Der Fall, dafs der Unterschied zwischen der äufsern, etwas gröfseren, und der innern Ventilfläche dabei zu berücksichtigen wäre, kommt in der Praxis, bei zweckmäfsiger Construction der Ventile (und da hiebei ohnehin die gröfste Schärfe nicht nothwendig ist) niemals vor.

§. **501.** Da die Ventilöffnung so grofs seyn soll, dafs beim Öffnen des Ventils so viel Dampf entweicht, als bei fortgesetzter Feuerung der Kessel nur immer zu erzeugen im Stande ist, so, dafs also der Dampf

durchaus keine höhere Spannung mehr annehmen kann; so mufs der kleinste Durchmesser dieser Öffnung nach der höchsten Dampfspannung und der Gröfse der Heizfläche des Kessels bestimmt werden.

Man findet dafür den Durchmesser *d* in W. Zollen aus der Formel:

$$d = \cdot 312 \sqrt{\left(\frac{F}{m - \cdot 412}\right)} \ldots (a,$$

wobei *F* die totale Heizfläche in Quadratfufs (§. 496) und *m* die absolute Dampfspannung im Kessel in Atmosphären ausgedrückt bezeichnen.

Anmerkung. Da man übrigens zur völligen Sicherheit zwei solche Ventile anbringt, so kann man bei Niederdruckkesseln von bedeutender Gröfse, jedes der beiden Ventile ohne Gefahr etwas kleiner halten, als sie nach dieser Formel a ausfielen, wenn nur beide zusammen reichlich diese berechnete Ventilöffnung darbieten.

Beispiel. So wäre für das vorhergehende Beispiel $m = 3$, und wenn der Kessel 200 Quadratfufs Heizfläche hat (wobei er auf 14 bis 16 Pferdekraft gerechnet würde), sofort $F = 200$, folglich nach dieser Formel a) $d = 2{\cdot}74$, d. i. $2^3/_4$ Zoll.

Sollte der Dampf in demselben Kessel eine absolute Spannung von 10 Atmosphären erhalten, so wäre die kreisrunde Ventilöffnung schon bei 1·42 oder $1^1/_2$ Zoll Durchmesser grofs genug, um alle diese hoch gespannten Dämpfe gleichzeitig, wie sie sich entwickeln, auch durch diese Öffnung entweichen zu lassen.

§. 502. Stärke oder Dicke der Kesselbleche. Da es bei Dampfkesseln, besonders jenen, in welchen hoch gespannte Dämpfe erzeugt werden, von der gröfsten Wichtigkeit ist, diese so stark zu machen, dafs dabei keine Explosion zu befürchten ist; da ferner für diese letztern Kessel in der Regel die cylinderische Form gewählt wird, so war man bemüht, wenigstens für diese die nöthige Kesselblechdicke theoretisch zu bestimmen. (Für Niederdruckkessel ist diese Bestimmung defshalb nicht nothwendig, weil die zur eigenen Stabilität des Kessels nöthige Stärke oder Blechdicke schon hinreichend ist, diesem geringen Dampfdrucke gehörig zu widerstehen.)

Mit Rücksicht auf alle die Umstände, welche auf den Kessel nachtheilig oder schwächend einwirken können, und um in jedem Falle sicher zu gehen, bestimmt man die Dicke der Eisenbleche, aus welchen die cylinderischen Dampfkessel hergestellt werden, und welche sofort auch in Österreich gesetzlich vorgeschrieben ist, aus folgender Formel:

$$d = \cdot 0018\, D\,(n - 1) + \cdot 114 \text{ Zolle},$$

wobei D den in (Wiener) Zollen ausgedrückten Kesseldurchmesser und n die Anzahl der Atmosphären der absoluten höchsten Dampfspannung im Kessel bezeichnen.

Beispiel. Soll z. B. ein Kessel von 3 Fuſs Durchmesser zur Erzeugung von Dämpfen von 4 Atmosphären Spannung über den Luftdruck construirt werden, so erhält man aus dieser letztern Formel, wegen $D = 36$ und $n = 4 + 1 = 5$, sofort $d = \cdot 3732$ Zoll oder 4·478, d. i. $4\frac{1}{2}$ Linien.

Anmerkung. Wollte man die obige Formel auch auf Niederdruckkessel von rechteckigen Querschnitten anwenden, so könnte man nach dem Vorgange englischer Ingenieure unter D die Diagonale des parallelepipedischen Kessels verstehen, müſste aber dabei die Bodenplatten jedenfalls doppelt so stark als die obern nehmen. Mit Ausnahme der Röhrenkessel nach der Constructionsart der Locomotivkessel, welche nur auf den 2fachen Druck geprüft werden, müssen alle Dampfkessel vor ihrem Gebrauche vorschriftsmäſsig in Österreich auf den dreifachen Druck, durch Einpumpen von Wasser gehörig probirt werden, um sich von ihrer Festigkeit und Haltbarkeit zu überzeugen.

§. 503. Wasserstandszeiger. Da es die gröſste Gefahr bringt und dadurch am ersten eine Kesselexplosion veranlaſst werden kann, wenn das Wasser im Kessel unter die sogenannte Feuerlinie (des obersten Zuges oder Canales) herabsinkt; so ist es von grosser Wichtigkeit den Wasserstand im Kessel auf eine bequeme Weise fortwährend beobachten zu können. Dazu dienen fürs erste die 2 (öfter auch 3) Probierhähne x, x (Fig. 283), wovon bei dem gehörigen oder normalen Wasserstande der obere mit dem Dampf, der untere mit dem Wasser im Kessel communicirt; fällt der Wasserspiegel unter die normale Höhe, so gibt auch der untere Hahn (oder „Wechsel“), wenn er geöffnet wird, Dampf statt Wasser, während bei zu hohem Wasserstande (woraus jedoch für den Kessel wenigstens keine Gefahr entspringt) der obere Hahn statt Dampf ebenfalls Wasser gibt.

Ein weiteres und gewöhnliches Mittel ist der Schwimmer g', welcher mit dem Wasserspiegel fällt und steigt, und dieses, indem er den um c drehbaren Hebel kk' dabei in Bewegung setzt, durch einen damit verbundenen Zeiger anzeigt.

Am sichersten und dabei am bequemsten ist jedoch hiezu das Wasserglas ω, d. i. ein starkes vertical stehendes Glasrohr, welches am obern Ende mit dem Dampf, am untern dagegen mit dem Wasser des Kessels in Verbindung steht (oder durch Öffnen von Hähnen gesetzt werden kann), so, daſs das Wasser in diesem Rohr oder Glas genau so hoch wie im Kessel steht, und dieser Stand daher jeden Augenblick beobachtet werden kann.

Um den Kessel fortwährend, d. i. in dem Maſse mit Wasser zu versehen oder zu speisen, in welchem dasselbe verdampft, hat man bei Niederdruckkesseln das Füllungsrohr *D*, in dessen obern, erweiterten Theil das erwärmte Condensationswasser aus der Maschine hinaufgepumpt wird, und so lange das nach aufwärts sich öffnende Ventil *o* offen ist, in den Kessel flieſst. Dieses Ventil wird aber durch den an einem (durch eine Stopfbüchse gehenden) Draht hängenden Schwimmer *g*, indem derselbe auf den um *i* drehbaren Hebel *df* wirkt, beim Sinken desselben geöffnet und beim Steigen geschlossen, und dadurch das Speisewasser gerade nach Bedürfniſs zugelassen.

Für Hochdruckkesseln sind solche Füllungsröhren, da sie eine zu bedeutende Höhe erhalten müſsten, nicht anwendbar; man benützt dazu andere Füllungsapparate oder eigends construirte Speisepumpen.

In dem vorhin genannten Rohr *D* befindet sich noch ein hohler Cylinder *n*, welcher auf einen Schieber oder ein Register *t* des Kamins in der Art wirkt, daſs wenn die Dampfspannung plötzlich zu hoch werden sollte, dieses Gewicht gehoben und dadurch der Schieber *t* den Zug in den Schornstein absperrt, und so das Feuer gemäſsigt wird; so bald der Überdruck des Dampfes aufhört, sinkt auch das Gewicht *i* wieder herab, wodurch der Schieber *t* geöffnet wird.

Auſser den bisher genannten Theilen (der Armatur) des Kessels ist noch die Öffnung *r*, das sogenannte Mannloch zu erwähnen, welches so groſs seyn muſs, daſs ein Arbeiter durch dasselbe in den Kessel kommen kann, um die darin nöthigen Arbeiten und das Ausputzen des Kessels vornehmen zu können; zugleich ist in vielen Fällen ein kleines nach einwärts sich öffnendes Ventil (das Luftventil) *a* angebracht, welches sich in dem Falle öffnet, in welchem durch Condensirung der Dämpfe (wenn nicht mehr gearbeitet wird) im Innern des Kessels ein luftverdünnter Raum entsteht.

Endlich bemerkt man nebst der Auslaſspippe *y* auch noch das eiserne Quecksilbermanometer *b*, um die Dampfspannung im Kessel direct messen oder beobachten zu können.

Die eigentliche Dampfmaschine.

§. 504. Erklärung. Was nun die *Watt*'sche, doppelt wirkende Dampfmaschine (mit welcher wir uns hier zu beschäftigen haben) selbst betrifft, so ist eine solche im Wesentlichen in Fig. 291 im Längendurchschnitt dargestellt. *A* ist der Dampfcylinder, in welchem der Dampfkolben *U* dampfdicht auf und ab geht und mittelst der durch die Stopfbüchse 15 gehenden Kolbenstange *Z* und des Parallelogrammes (§. 303) oder auch nur Gegenlenkers 11, 12, 13 mit dem Balancier *N* in Verbindung steht. Dieser auf dem guſseisernen Gestelle *M* ruhende, um seine horizontale Achse drehbare Balancier (in der Regel

ebenfalls, so wie die allermeisten Bestandtheile der Maschine aus Eisen gegossen) steht am andern Ende *e* mit der Bläuelstange *X*, welche in die Kurbel *K* eingehängt ist, in Verbindung, so, dafs die auf und ab gehende Bewegung des Dampfkolbens in eine um die Achse *o'* Statt findende drehende Bewegung umgewandelt wird.

Der aus dem Kessel durch das Zuleitungsrohr *D* zuströmende Dampf gelangt zuerst in einen gröfseren prismatischen Raum, die sogenannte Dampfkammer *pp'*, in welchem sich ein flacher Canal *B*, der bei *m* und *rt* offen ist, der sogenannte Dampfschieber (die Schublade) auf und ab bewegt und mit dem Cylinder *A* abwechselnd durch die Canäle *n* und *r* mit dem obern und untern Theil in Communication tritt; in der angedeuteten Stellung (Fig. 291) steht nämlich die Dampfkammer *pp'*, folglich auch der eintretende Dampf, welcher den Schieber *B* von aufsen rund herum umhüllt, durch den Canal *n* mit dem obern Theile des Cylinders in Verbindung, während der untere Theil des Cylinders durch den Canal *r* mit dem Schieber *B* und von da aus durch den Canal *s* mit dem Condensator *C* (§. 490) in Communication steht, und diefs ist die Periode, in welcher der Kolben abwärts geht. Wird dagegen (sobald der Kolben unten angekommen ist) der Dampfschieber *B* so weit herabgeschoben, dafs die Öffnung *m* auf den Canal *n* trifft, so ist der weitere Zutritt des Dampfes in den obern Theil des Cylinders unterbrochen, und es kann nur der bereits im Cylinder befindliche Dampf durch *n*, *m*, *B* und *s* in den Condensator *C* abziehen, während gleichzeitig der vom Kessel eintretende Dampf aus der Kammer *pp'* durch den Canal *r* (welcher durch die bemerkte neue Stellung des Schiebers *B* mit dem Dampfraume der Kammer *pp'* in Communication steht) in den untern Theil des Cylinders gelangen und den Kolben *U* aufwärts treiben kann.

Was die rechtzeitige Bewegung oder Steuerung dieses Dampfschiebers *B* betrifft, welche nicht erst, wenn der Kolben seinen Lauf auf- oder abwärts bereits vollendet hat, plötzlich geschieht, sondern immer schon etwas früher beginnt (das Voreilen des Schiebers), wodurch auch das Absperren der Communication der Kammer mit den Canälen *n* und *r* schon etwas früher beendet wird (als der Kolben unten oder oben angekommen ist); so wird diese durch die auf der Kurbelachse *o'*, auf welcher zugleich auch das Schwungrad *S* befestigt ist, befindlichen excentrischen Scheibe *R* (§. 299) und des Schubrechens *T* bewirkt, welcher an dem um diese Scheibe *R* beweglichen Ring *b'* befestigt, und mit seinem andern Ende in die

Warze *a* eines um *z* drehbaren Winkelhebels eingehängt ist, wodurch die horizontale hin- und hergehende Bewegung des Rechens in eine auf- und abgehende der durch die Stopfbüchse β gehenden und mit dem Dampfschieber *B* in Verbindung stehenden runden Stange *Y* verwandelt wird. Diese Steuerung ist in 3 verschiedenen Stellungen der excentrischen Scheibe im Detail in den Figuren 291, *d*, *e*, *f*, so wie die entsprechenden 3 Stellungen des Schubventiles in den Figuren 291, *a*, *b* und *c* besonders dargestellt.

Der bei jedem Auf- oder Niedergang des Kolbens (ein Kolbenspiel) durch den Canal *B* in den Condensator abziehende und hier theils durch die kalten Wände, theils durch das in feinen Strahlen (durch die Brause γ) eingespritzte kalte Wasser zu Wasser condensirte Dampf gelangt sammt der Luft, welche bei diesem niedern Druck aus dem Wasser (welches selten ganz luftfrei ist) frei wird, in die Luftpumpe *E*, welche mit dem Condensator durch einen Canal communicirt, welcher durch die schief liegende Klappe *q* geöffnet und geschlossen wird. Der Kolben *Q* der Luftpumpe (welcher nach seiner Achse, wie es bei den Saugpumpen der Fall, durchbohrt und mit Klappen versehen ist) ist durch seine Stange *k* in den Balancier bei *b* so eingehängt, dafs auch diese Kolbenstange noch, der senkrechten Führung wegen, an der Gegenlenkung der Dampfkolbenstange Theil nimmt.

Das durch die Luftpumpe aus dem Condensator weggeschaffte Wasser (welches durch den heifsen Dampf im Durchschnitt auf 30, selbst 40 Grad erwärmt wird) gelangt, indem sich die Klappe *v* öffnet, in die Warmwassercisterne *F*, in welcher die damit gemengte Luft entweicht, und von wo aus das nöthige Speisewasser durch ein Sieb (Seiher) in den Raum *G* und von da in den Körper der Speisepumpe gelangt, deren *Bramah*'scher Kolben *J* (§. 427) dasselbe durch das Rohr *i* in den obern Theil des Füllungsrohrs (§. 503) hinaufpumpt, um von hier aus nach Bedarf in den Kessel zu gelangen, wodurch demselben sofort wieder ein Theil der Wärme, die sonst verloren wäre, zurückgegeben wird; abgesehen davon, dafs der Kessel auf diese Weise mit reinem destillirtem Wasser gespeist wird. Da in der Regel nicht alles von der Luftpumpe in die Cisterne *F* geschaffte Wasser als Speisewasser benöthigt wird, so läuft das überflüssige (was nämlich schon die Speisepumpe *J* zurückläfst, indem auch vom Füllungsrohr noch ein Theil abläuft) durch das Rohr ω *(trop plein)* ab.

Aufser der in *c* eingehängten Speisepumpe ist noch die mit ihrer Kolbenstange *h* bei *d* in den Balancier eingehängte Kaltwasser-

pumpe *H* zu erwähnen, welche dazu dient, das zum Umgeben des Condensators und Einspritzen in denselben nöthige kalte Wasser aus einem Brunnen oder Flusse herbeizuschaffen, welches bei jedem Niedergang des Kolbens *W*, wobei sich die Klappe ω öffnet, dem Condensator durch den Canal *L* von unten zugeführt wird, während das bereits warm gewordene von oben abfliefst.

Damit endlich der Dampfzuflufs vom Kessel her durch die Maschine selbst regulirt, d. i. vermehrt oder vermindert werde, je nachdem die Maschine (indem der zu überwindende Widerstand momentan zu- oder abnimmt) zu langsam oder zu schnell geht (indem diese Differenz durch das Schwungrad allein nicht gehörig ausgeglichen werden kann, §. 289), ist der Centrifugalregulator (*governor*, §. 292) auf eine solche Weise in Verbindung gebracht, dafs dessen verticale Spindel *V* auf irgend eine Weise (hier durch den über eine Rolle, welche auf der Schwungradachse befestigt ist, gehenden Riemen 10 und die beiden Kegelräder 8 und 9) durch die Maschine selbst in die rotirende Bewegung versetzt wird.

Die durch die Schwungkugeln 1, 1 auf und ab geschobene Hülse 2 wirkt durch den Winkelhebel 3, 4, so wie durch den Hebel 6 und die Stangen 5 und 7 (diese Einrichtung kann nach Localverhältnissen mannigfach modificirt werden) auf das im Zuleitungsrohr *D* des Dampfes befindliche Drosselventil *f* in der Art, dafs sich dieses mehr oder wenig öffnet und schliefst, je nachdem die Kugeln (durch den zu langsamen oder zu schnellen Gang der Maschine) allmälig gegen ihre normale Stellung zusammenfallen, oder sich von einander entfernen.

Endlich kann noch der Barometer erwähnt werden, welcher dazu dient, die im Condensator noch Statt findende Dampf- und Luftspannung zu messen. Der obere Raum dieses Quecksilberbarometers kann nämlich durch das Öffnen eines Hahnes mit dem Condensator in Communication gesetzt werden, worauf die Säule, wenn im Condensator ein absolutes Vacuum Statt fände, eben so hoch wie im äufsern, gewöhnlichen Barometer steigen würde; während diese jedoch nicht auf 30, sondern nur auf 26 bis 28 Zoll (englisch) steigt, so, dafs die Spannung im Condensator noch 4 bis 2 Zoll Quecksilbersäule beträgt.

Nach diesen vorausgegangenen Erklärungen dürfte es überflüssig seyn, die Wirkungsart dieser Maschine, die sich jetzt von selbst versteht, noch besonders zu besprechen; es ist hinreichend zu bemerken, dafs bei jedem (Dampf-) Kolbenhub der über dem Kolben befindliche Dampf in den Condensator abzieht, während der Dampf aus dem Kessel unter den

Kolben tritt, und dafs beim Niedergange des Kolbens gerade das Umgekehrte Statt findet.

Was die Kolbenliederung, so wie überhaupt alle nähern Details der Ausführung dieser Maschine betrifft, so müssen diese in den gröfsern Werken für Dampfmaschinen, wie z. B. in *Tredgold*, *Lardner*, *Bernoulli* u. s. w. nachgesehen werden. So viel soll indefs noch bemerkt werden, dafs man bei Niederdruckmaschinen gewöhnlich Hanfliederung, wie eine solche in Fig. 291. *g*, dagegen bei Mittel- und Hochdruckmaschinen Metallkolben, wie ein solcher in Fig. 292 angedeutet ist, anwendet.

Auch richtet man die Speispumpen für Mittel- und Hochdruckmaschinen oft, wie in Fig. 293 angedeutet, so ein, dafs sie während des Ganges der Maschine abgestellt werden können.

Der Durchmesser der schmiedeisernen oder stählernen Kolbenstange soll $^1/_{10}$ des Kolbendurchmessers betragen (wodurch beim Niedergang des Kolbens $^1/_{100}$ der Kolbenfläche für den Dampfdruck verloren geht).

Ist D der Durchmesser des Dampfkolbens, so soll nach *Watt's* Vorschrift die Länge des Dampfcylinders $= 2D$, der Durchmesser des Luftpumpenkolbens $= \frac{1}{2} D$ seyn, weil der Inhalt dieser Pumpe $^1/_8$ von jenem des Dampfcylinders betragen soll, und die Hubhöhe des erstern Kolbens nur halb so grofs als vom Dampfkolben ist. Ferner soll das Dampfzuleitungsrohr $\frac{1}{5} D$ als lichte Weite erhalten; der Kolben der Kaltwasserpumpe soll bei jedem Hub einen cubischen Raum beschreiben, welcher $^1/_{24}$ bis $^1/_{28}$ des Inhaltes des Dampfcylinders beträgt; die Bläuelstange soll wenigstens die 6fache Länge der Kurbel (= der 3fachen Länge des Kolbenhubes) erhalten u. s. w.

Berechnung des Nutzeffectes der Dampfmaschinen.

§. 505. Gewöhnliche Theorie. Nach *Watt's*, *Poncelet's* und überhaupt nach der ältern oder gewöhnlichen Theorie wird angenommen, dafs die Temperatur des Dampfes während seines Durchströmens durch die verschiedenen Röhren, Canäle u. s. w. der Maschine ungeändert, folglich auch der Dampf dabei dem *Mariotte*'schen Gesetze (§. 437) genau unterworfen bleibe.

Diefs vorausgesetzt, sey F die Gröfse der Kolbenfläche, l der Weg des Kolbens bei offener Communication des Cylinders mit dem Dampfkessel, d. h. im Falle die Maschine mit Expansion (§. 490) arbeitet, finde die Absperrung des Dampfes in dem Augenblicke Statt, in welchem der Kolben den Weg l zurückgelegt hat; ferner sey L die Länge des ganzen Kolbenlaufes, p der Dampfdruck im Kessel und p' jener des expandirten Dampfes, nachdem der Kolben seinen Lauf vollendet hat, auf die Flächen-

einheit; so ist die Arbeit für den ersten Theil (bei offener Communication) des Kolbenlaufes $\omega = pFl$.

Um nun auch den zweiten Theil der Arbeit zu finden, welcher aus dem veränderlichen, nämlich fortwährend abnehmenden Drucke des Dampfes (während die genannte Communication unterbrochen ist) entsteht; so sey der Dampfdruck oder dessen Spannung, wenn der Kolben den Weg $x > l$ zurückgelegt hat, $= q$ (auf die Flächeneinheit), folglich nach dem *Mariotte*'schen Gesetze:

$$p : q = x : l \quad \text{oder} \quad q = \frac{pl}{x}.$$

Legt der Kolben von dieser Stelle an nur einen unendlich kleinen Weg s zurück, und ist:

$$x + s = x' \;.\;.\;. (n,$$

so kann man den Dampfdruck, während dieser kleine Weg s zurückgelegt wird, als constant und $= q$ annehmen, so daſs die diesem Wege entsprechende unendlich kleine Wirkung oder Arbeit $\omega' = qFs = pFl\frac{s}{x}$ ist; da aber (wie aus der höhern Analysis bekannt) mit Rücksicht auf die vorige Gleichung n:

$$Log\,x' - Log\,x = Log(x+s) - Log\,x = Log\left(\frac{x+s}{x}\right) =$$

$$= Log\left(1+\frac{s}{x}\right) = \frac{s}{x} - \frac{1}{2}\left(\frac{s}{x}\right)^2 + \frac{1}{3}\left(\frac{s}{x}\right)^3 - \;.\;.\;. = \frac{s}{x}$$

ist, weil nämlich (da s unendlich klein seyn soll) alle folgenden Glieder dieser unendlichen Reihe wegfallen, so ist auch:

$$\omega' = pFl(Log\,x' - Log\,x).$$

Legt nun der Kolben die Wege $l, x, x', x'' \ldots x^{(n-1)'}, x^{n'}, L$ zurück, wobei jedes folgende Glied dieser Reihe nur um unendlich wenig gröſser als das nächstvorhergehende ist; so erhält man nach dieser letzten Formel für die Summe aller dieser unendlich kleinen Wirkungen:

$$W' = pFl\,[Log\,x - Log\,l + Log\,x' - Log\,x + Log\,x'' - Log\,x + \ldots$$

$$\ldots + Log\,x^{n'} - Log\,x^{(n-1)'} + Log\,L - Log\,x^{n'}] =$$

$$= pFl\,[Log\,L - Log\,l] = pFl\,Log\frac{L}{l},$$

wobei *Log* natürliche Logarithmen bezeichnen.

Fände also auf den Kolben kein Gegendruck Statt, so wäre die Gesammtwirkung des Dampfes während eines Kolbenlaufes:

$$W = \omega + W' = pFl + pFl\,Logn\frac{L}{l} = pFl\left(1 + Logn\frac{L}{l}\right)$$

Mit Rücksicht jedoch auf den Gegendruck (von Seite des Condensators oder der Atmosphäre) hat man, wenn dieser auf die Flächeneinheit $= q$ ist, die Arbeit während eines Kolbenlaufes $= q F L = q F l \frac{p}{p'}$ (wegen $p : p' = L : l$) abzuziehen, so, daſs man für die Wirkung eines Kolbenganges hat:

$$W = p F l \left(1 + Logn \frac{L}{l} - \frac{q}{p'}\right) \ldots (r.$$

Macht der Kolben per Minute n einfache Kolbengänge, so ist der Effect per Secunde $= \frac{n W}{60}$, oder in Pferdekräften ausgedrückt:

$$E = \frac{n W}{60 \times 430} = \frac{n W}{25800},$$

oder da der reine Nutzeffect erst nach Abschlag der vorkommenden Verluste, Reibungen und sonstigen Widerstände, welche durch die eigene Bewegung der Maschine absorbirt werden, erhalten wird; so muſs E noch mit einem eigentlichen Bruche oder Erfahrungscoefficienten k multiplicirt werden, welcher sich nach den verschiedenen Systemen dieser Maschine ändert. Mit Rücksicht darauf erhält man also endlich für den Nutzeffect jeder Dampfmaschine mit hin und her oder auf und ab gehenden Kolben, in Pferdekräften ausgedrückt:

$$E = k \frac{n p l F}{25800} \left(1 + Logn \frac{L}{l} - \frac{q}{p'}\right) \ldots (1,$$

wobei $Logn. = 2 \cdot 303\ Logbrig.$, $p' = \frac{l}{L} p$ ist und der Wiener Fuſs und das Wiener Pfund als Einheiten zum Grunde gelegt sind. Die Fläche F kann auch in Quadrat- oder Kreiszollen genommen werden, wenn man bei den Werthen von p und q darauf Rücksicht nimmt.

§. 506. Für die *Watt*'sche Maschine ist, da dabei keine Absperrung Statt findet, $p' = p$ und $l = L$, folglich:

$$E = k \frac{n p L F}{25800} \left(1 - \frac{q}{p}\right) \ldots (2,$$

dabei ist für Maschinen von 4 bis 8, von 10 bis 20, von 30 bis 50 und von 60 bis 100 Pferdekräfte der Coefficient k beziehungsweise $=$ ·50, ·56, ·60 und ·65 oder bei minderer Sorgfalt in der Herstellung oder Conservirung der Maschine auch nur $=$ ·42, ·47, ·54 und ·60 zu setzen, so, daſs also der höchste Nutzeffect selbst bei den gröſsern Maschinen nur von 60 bis 65 Procent des theoretischen Effectes beträgt.

Anmerkung. Nach *Watt* soll die Geschwindigkeit des Dampfkolbens für den Betrieb von Fabriksmaschinen 103 $\sqrt{L}$ und zum Betrieb von Pump- oder Schöpfwerken nur 89 $\sqrt{L}$ per Minute betragen, wobei L die Länge des Kolbenhubes in Fufsen ausgedrückt ist.

Auf die verschiedene Gröfse der Dampfmaschinen bezogen, kann man als Durchschnittswerthe dieser Geschwindigkeit (nach *Watt*) folgende Zahlen nehmen:

für Maschinen von	4	bis	20	Pferdekräfte . .	2·8	bis	3·2	Fufs	per Sec.
»	20	»	30	»	3·2	»	3·8		»
»	30	»	60	»	3·8	»	4		»
»	60	»	100	»	4	»	4·1		»

§. 507. Die nöthige Dampfmenge M wird gefunden, wenn man zu Fv (wobei v die Geschwindigkeit des Dampfkolbens bezeichnet) noch $\frac{1}{10}$ wegen Abkühlung und sonstige Verluste hinzuschlägt, dafür also $M = 1 \cdot 1\, Fv$ nimmt, und zwar bezieht sich diese auf die Secunde oder Minute, je nachdem v die Geschwindigkeit per Secunde oder Minute ausdrückt.

Wird M durch das relative Volumen des Dampfes (für die vorhandene Spannung, §. 475) dividirt, so erhält man das nöthige Wasserquantum, woraus sich dann auch die erforderliche Kesselgröfse bestimmen läfst. Das in den Condensator einzuspritzende (Injections-) Wasser soll nach *Watt* 24 Mal so viel, als zur Dampfbildung nöthig ist, betragen, so wie das Injectionsrohr $\frac{1}{36}$ des Dampfkolbendurchmessers als lichten Durchmesser erhalten.

Nach *Tredgold* würden sich die bei einer doppeltwirkenden *Watt*'schen Dampfmaschine vorkommenden Widerstände auf folgende Weise berechnen:

Setzt man die Dampfkraft im Kessel = ... 1·000,
so gehen (aufser dem Gegendruck des nicht condensirten Dampfes) verloren:

1. Die Kraft zur Beschleunigung des Dampfes im Cylinder . . ·007,
2. Verlust durch Abkühlung des Dampfes im Cylinder und in den Röhren ·016,
3. Kolbenreibung und Dampfverlust durch die Liederung . . ·125,
4. Kraft, um den Dampf durch die Öffnungen und Röhren zu treiben ·007,
5. Kraft, um die verschiedenen Klappen zu bewegen und Achsenreibungen ·063,
6. Verlust durch das frühere Absperren des Dampfes ·100,
7. Kraft zur Bewegung der Luftpumpe ·050,

Bleibt als Rest . ·632.

§. 508. Der Druck des Dampfes im Kessel beträgt bei den *Watt'*schen Maschinen gewöhnlich $\frac{1}{6}$ Atmosphäre über den Luftdruck oder $(12\frac{3}{4} \times \frac{7}{6} =)$ $14\frac{7}{8}$ Pfund, absolut genommen, auf 1 Quadratzoll. Der Gegendruck vom Condensator kann zu $\frac{1}{8}$ Atmosphäre oder zu $(12\frac{3}{4} \times \frac{1}{8} =)$ $1\frac{6}{10}$, folglich der wirksame Druck auf 1 Quadratzoll der Kolbenfläche zu $(14{\cdot}875 \times {\cdot}632 - 1{\cdot}6 =)$ $7{\cdot}79$ Pfund, oder auf den Kreiszoll zu $(7{\cdot}79 \times {\cdot}7854 =)$ $5{\cdot}71$ Pfund angenommen werden.

Ist also v die Geschwindigkeit des Dampfkolbens in Fufsen, D der Kolbendurchmesser in Zollen (Wiener Mafs), so ist der Nutzeffect der Maschine in Pferdekräften:

$$E = \frac{\frac{1}{4} D^2 \pi \times 7{\cdot}79\, v}{430} = \frac{D^2 \times 5{\cdot}71\, v}{430}.$$

Beispiel. Bei einer englischen Dampfmaschine hat der Dampfkolben 24 Zoll im Durchmesser, der Kolbenhub beträgt 5 Fufs (englisch) und die Anzahl der Kolbenhübe (ein Auf- und Niedergang) $21\frac{1}{2}$ per Minute. Da also die Kolbengeschwindigkeit per Minute $= 2 \times 5 \times 21\frac{1}{2} = 215$, also per Secunde $= \frac{215}{60} = 3{\cdot}58$ Fufs ist; so hat man auf das Wiener Mafs reducirt: $D = 24 \times {\cdot}964 = 23{\cdot}136$ Zoll und $v = 3{\cdot}58 \times {\cdot}964 = 3{\cdot}45$ Fufs, folglich beträgt nach der vorigen Formel der Nutzeffect dieser Maschine

$$\frac{5{\cdot}71 \times 534{\cdot}58 \times 3{\cdot}45}{430} = 24\tfrac{1}{2} \text{ Pferdekraft.}$$

Nach der obigen Formel 1) in §. 505 würde, wegen $n = 2 \times 21\frac{1}{2} = 43$, $L = 4{\cdot}82$, $F = 419{\cdot}85$, $p = 14{\cdot}875$, $q = 1{\cdot}6$ und $k = {\cdot}6$, sofort $E = 26\frac{1}{2}$ Pferdekraft (genauer $26{\cdot}6$).

Nach *Watt's* Regel würde diese Maschine nur als 20 Pferdekräftige gelten.

Um ferner auch die nöthige Wassermenge für diese Maschine zu finden, hat man, den vom Kolben in 1 Minute zurückgelegten kubischen Raum um $\frac{1}{10}$ vermehrt, sofort $\frac{1}{4}\left(\frac{23{\cdot}136}{12}\right)^2 \pi \times 60 \times 3{\cdot}44 \times 1{\cdot}1 = 661{\cdot}32$ Kubikfufs als das per Minute nöthige Dampfvolumen. Da nun 1 Kubikfufs Wasser 1479 Kubikfufs Dampf von der obigen Spannung liefert (was aus den Formeln 1, 3, §. 473, u. 5, §. 475, folgt), so sind per Minute $\frac{661{\cdot}32}{1479} = {\cdot}447$, also per Stunde $60 \times {\cdot}447 = 26{\cdot}82$ Kubikfufs Wasser nöthig, was nahe 1 Kubikfufs per Pferdekraft beträgt, so, dafs dem Gewichte nach per Minute $\frac{56{\cdot}5}{60} = {\cdot}94$ oder nahe 1 Pfund Dampf per Pferdekraft verwendet wird.

Um aber in einer Stunde 26·82 Kubikfufs Wasser zu verdampfen, bedarf man (§. 488, Anmerk. 1) $26{\cdot}82 \times 7{\cdot}4 = 198{\cdot}5$ Pfund guter Steinkohlen, was auf eine Pferdekraft $\frac{198{\cdot}5}{26{\cdot}6} = 7\frac{1}{2}$ Pfund ausmacht. Rechnet man dagegen (§. 488) 9·7 Pfund Kohlen für die Verwandlung von 1 Kubikfufs Wasser in Dampf, so ist dieses Kohlenquantum zugleich auch sehr nahe das für

eine Pferdekraft. — Die Leistung von 1 Pfund Kohlen wäre daher im ersten Falle $= \frac{430 \times 3600}{7 \cdot 5} = 206400^{F. Pf.}$ und im letztern $= 159587^{F. Pf.}$ per Secunde. Indeſs fordern kleine Maschinen verhältniſsmäſsig etwas mehr Brennstoff als gröſsere.

Anmerkung 1. Wollte man, da die Dimensionen der Dampfmaschinen sehr häufig nach englischem Maſs, so wie die Dampfspannung und Widerstände in englischen Pfunden gegeben werden, gleich in diesem Maſs und Gewicht rechnen; so müſste man den Druck einer Quecksilbersäule von 30 Zoll Höhe gleich dem Drucke von 14·71 Pfund auf den Quadratzoll, gleich dem Drucke von 11·54 Pfund auf den Kreiszoll als den Druck einer Atmosphäre, dagegen die Pferdekraft zu 33000 Pfund 1 Fuſs hoch per Minute rechnen. Hiernach ist im vorigen Beispiele die Spannkraft des Dampfes im Kessel nahe 35 Zoll Quecksilbersäule, der Gegendruck vom Condensator 3·7 Zoll, folglich der effective Druck auf den Kolben $35 \times \cdot 632 - 3 \cdot 7 = 18 \cdot 42$ Zoll oder 7·1 Pfund auf den Kreiszoll (= 9·04 Pfund auf den Quadratzoll). Da ferner die Kolbengeschwindigkeit $= 2 \times 5 \times 21\frac{1}{2} = 215$ Fuſs per Minute ist, so ist die Wirkung in dieser Zeit:

$$= 7 \cdot 1 \times (24)^2 \times 215 = 879264^{F. Pf.} = \frac{879264}{33000} = 26 \cdot 64 \text{ Pferdekräfte.}$$

Anmerkung 2. Englische Ingenieure berechnen die Kraft der Niederdruckmaschinen ganz einfach nach folgenden Regeln:

Es wird vorausgesetzt, daſs der Dampf im Kessel auf den Quadratzoll (englisches Maſs und Gewicht) 3·18, oder auf den Kreiszoll $2\frac{1}{2}$ Pfund Überdruck (d. i. im letztern Falle $14 \cdot 71 + 2 \cdot 5 = 17 \cdot 21$ Pfund absoluten Druck) und der Kolben eine gleichförmige Geschwindigkeit von 220 Fuſs per Minute besitzt, und daſs der effective Dampfdruck auf den Kolben $7\frac{1}{2}$ Pfund auf den Quadrat- oder 5·89 Pfund auf den Kreiszoll beträgt; ferner wird dabei angenommen, daſs für stationäre Maschinen, bei welchen die Bläuelstange wenigstens $2\frac{1}{2}$, und der Balancier 3 Mal so lang als der Kolbenhub seyn soll, für jede Pferdekraft 30 Kreiszoll Kolbenfläche nöthig seyen. Bei Schiffsdampfmaschinen dagegen, wo die Bläuelstangen selten über $1\frac{3}{4}$ bis 2 Mal so lang als der Kolbenhub seyn können, rechnet man bei 220 Fuſs Kolbengeschwindigkeit (per Minute) $31\frac{1}{2}$, oder bei 240 Fuſs Geschwindigkeit 29 Kreiszoll für eine Pferdekraft. — Nach der erstern Regel wäre im vorliegenden Beispiele (da die Geschwindigkeit von 215, von jener 220 wenig abweicht) die Stärke der Maschine $= \frac{(24)^2}{30} = 19 \cdot 2$ Pferdekräfte.

Man schätzt also nach dieser Regel die Kraft einer Dampfmaschine immer viel zu niedrig, was bei englischen Constructeuren oder Dampfmaschinenbauern System ist. So gaben 10 Maschinen nach dieser Regel berechnet zusammen genommen eine Kraft von 492 Pferden, während diese mit dem *Watt*'schen Indicator gemessen 937 Pferdekräfte, also beinahe das Doppelte auswiesen.

Die *Watt*'sche Formel für Schiffsdampfmaschinen findet man in §. 548 (Anmerkung).

§. 509. Arbeitet die Maschine mit Expansion, so erhält der obige Coefficient k (§. 506), wegen der gröfsern Abkühlung des Dampfes, kleinere, und zwar folgende Werthe: Für Maschinen von 4 bis 8, von 10 bis 20, von 20 bis 40 und von 60 bis 100 Pferdekräfte nimmt man bei guter Conservirung der Maschinen beziehungsweise $k = \cdot 33$, $\cdot 42$, $\cdot 50$, $\cdot 60$, und bei gewöhnlicher Erhaltung $\cdot 30$, $\cdot 35$, $\cdot 42$ und $\cdot 55$.

Beispiel 1. Findet bei der Maschine des vorigen Beispieles die Absperrung bei halbem Hub Statt, ist nämlich $l = \frac{1}{2} L$, folglich auch $p' = \frac{1}{2} p$; so ist wegen $Logn \frac{L}{l} = Logn\, 2 = \cdot 69315$ sofort (§. 505, Gl. 1):

$$E = \frac{k n p l F}{25800}\left(1{\cdot}69315 - \frac{2q}{p}\right),$$

oder wegen $n = 43$, $p = 14{\cdot}875$, $l = 2{\cdot}41$, $q = 1{\cdot}6$, $F = 419{\cdot}85$ und (wenn man die Stärke der Maschine vorläufig zwischen 10 und 20 Pferdekräfte schätzt) $k = \cdot 42$, sehr nahe $E = 15^3/_5$ Pferdekräfte.

Da man nun in derselben Zeit nur halb so viel Dampf, folglich auch sehr nahe nur halb so viel Brennstoff als vorhin (im vorigen Beispiel) benöthigt, die Kraft der Maschine von 26·6 nicht auch bis auf die Hälfte abgenommen hat $\left(\text{indem } \frac{26{\cdot}6}{15{\cdot}6} \text{ nahe } 1{\cdot}7 \text{ und nicht } 2 \text{ ist}\right)$; so ist durch die Expandirung des Dampfes jedenfalls an Brennmateriale erspart oder gewonnen worden. (Wenn nämlich vorhin per Pferdekraft $9^7/_{10}$ Pfund Kohlen nöthig waren, so bedarf man hier nur $8^1/_4$ Pfund; oder wenn die Nutzleistung von 1 Pfund Steinkohlen vorhin $159587^{F.\,Pf.}$ betrug, so beträgt sie hier $187390^{F.\,Pf.}$)

Beispiel 2. Bei einer Hochdruckmaschine mit Expansion und Condensation beträgt der Dampfdruck im Kessel auf den Quadratzoll 48 Pfund, der Gegendruck von Seite des Condensators (wobei die Temperatur 47° C. ist) 1·28 Pfund; der Dampf arbeitet mit 4facher Expansion (d. h. nachdem der Kolben $^1/_4$ seines Laufes zurückgelegt hat, wird der Dampfzutritt abgesperrt); bei jedem einfachen Kolbengang werden 2·17 Kubikfufs Dampf von der genannten Spannkraft (zu $3^3/_4$ Atmosphären absoluten Druck) verbraucht; endlich macht der Kolben per Minute 52 einfache Kolbengänge.

Hier ist in der Formel 1) (§. 505) $lF = 2{\cdot}17$, $p = 48 \times 144$, $p' = \frac{1}{4} \times 48 = 12$, $q = 1{\cdot}28$, $\frac{L}{l} = 4$, $n = 52$, und, da die Leistung der Maschine zwischen 20 und 40 Pferdekräfte fällt, $k = \cdot 50$ oder $\cdot 42$ zu setzen. Nimmt man zur Vorsicht den kleinern Werth, so erhält man wegen $Logn\, 4 = 2{\cdot}303\ Logv\ 4 = 1{\cdot}3865$ sofort $E = 28{\cdot}9$, d. i. nahe genug 29 Pferdekräfte. Die Prüfung mit dem *Prony*'schen Zaun gab bei einer Absperrung von $\frac{1}{3{\cdot}88}$ (statt $\frac{1}{4}$) $25\frac{1}{2}$ Pferdekraft.

§. 510. Bei den Hochdruckmaschinen mit Absperrung (Expansion), aber ohne Condensation, hat man in der obigen Formel 1) (§. 505) $q = 12{\cdot}8$ zu setzen, weil hier der atmosphärische Druck zu überwinden ist. Ferner ist $k = {\cdot}40$ oder $\cdot 35$ zu setzen, je nachdem die Maschine in sehr gutem, oder nur gewöhnlichem Zustande erhalten wird.

In den Figuren 287 und 287. *a* ist die von *Meyer* in Mühlhausen sehr sinnreich angeordnete Hochdruckmaschine dargestellt, wobei blofs die variable Expansion (die einzige, welche bis jetzt diesen Namen verdient), wovon der wesentlichste Bestandtheil in Fig. 287. *b* im gröfsern Mafsstab gezeichnet ist, einer nähern Erläuterung bedarf.

Der Dampf tritt nämlich aus dem Kessel durch das Rohr 1 nicht unmittelbar in die Dampfkammer *a*, sondern früher noch in den Raum 2, welcher durch eine conische Öffnung, die durch den Kegel *o* geöffnet und geschlossen wird, mit der Dampfkammer *a* communicirt. Je länger oder kürzer nun diese Öffnung bei jedem Kolbengang offen gehalten wird, desto mehr oder weniger Dampf wird auch dabei consumirt. Da der Conus *o* in den Stiel *b* ausläuft, so wird die genannte Communication des Raumes 2 mit jenem *a* durch die horizontale Bewegung des Stiels *b* in der durch den Pfeil angedeuteten Richtung bewirkt; da ferner der Stiel *b* mit dem Puncte *d* des in Fig. 287. *c* in der obern Ansicht dargestellten Ringes, dessen entgegengesetzter Stiel *g* an einer Feder *f* anliegt, gehörig verbunden ist, so wird das erwähnte Öffnen der Communication durch eine Bewegung des Ringes in der Richtung des Pfeils bewirkt; diese letztere Bewegung aber wird durch Umdrehung des an der verticalen Spindel *l* (Fig. 287) befestigten Cylinders *e* hervorgebracht, welcher an seiner Mantelfläche einen spiralförmigen Daumen oder Flügel *i* trägt, der an den innern Zapfen *c* des Ringes andrückt, und diesen in der angedeuteten Richtung hinausschiebt, dabei wird die Feder *f* zusammengedrückt, welche durch Reaction den Ring, so bald der Daumen *i* vor dem Zapfen *c* vorbei ist, wieder zurückschiebt und dadurch die genannte Communication zwischen 2 und *a* absperrt. Je kürzer nun dieser Daumen *i* ist, desto kürzer bleibt auch bei einer Umdrehung der Spindel *l* die Communication offen, und da die auf dem genannten Cylinder *e* angebrachte Spiralfläche nach unten verjüngt zuläuft, so bildet diese oben längere, und nach unten zu allmälig kürzere Daumen *i*, so, dafs also durch das Heben der ganzen Spindel *l* mit dem Cylinder *e*, wodurch nach und nach die tiefer liegenden Puncte der Spiralfläche *i* mit dem Zapfen *c* in Berührung kommen, dieses schnellere Absperren der Communication successive bewirkt wird. Das Heben endlich dieser Spindel, deren Gewicht (mit Einschlufs jenes des Regulators) durch das Gegengewicht *p* balancirt wird, geschieht während des Ganges der Maschine durch den gewöhnlichen Regulator *R*, dessen Kugeln auseinandergehen (und die Spindel *l* heben), wenn die Maschine zu schnell, und zusammenfallen (und die Spindel herabschieben), wenn die Maschine zu langsam geht.

Beispiel. Wie grofs ist die Kraft einer solchen Dampfmaschine, wenn sie unter folgenden Verhältnissen arbeitet:

Die absolute Dampfspannung im Kessel beträgt 6 Atmosphären oder es ist $p = 76{\cdot}8$ Pfund auf den Quadratzoll; der Dampf arbeitet mit 6facher Expansion, oder es ist $\frac{L}{l} = 6$, $p' = \frac{1}{6}p = 12{\cdot}8$ und $q = 12{\cdot}8$ Pfund (per Quadratzoll); bei jedem einfachen Kolbengange werden ·6332 Kubikfuſs Dampf von der genannten Spannkraft consumirt (folglich ist $lF = {\cdot}6332$ und $p = 76{\cdot}8 \times 144$ zu setzen); die Anzahl der einfachen Kolbengänge per Minute ist $n = 44$, folglich, wenn man $k = {\cdot}35$ setzt, nach der genannten Formel $E = 7{\cdot}89$, d.i. die Stärke dieser Maschine mit nahe 9 Pferdekräfte anzunehmen.

§. 511. Arbeitet endlich die Hochdruckmaschine ohne Absperrung und ohne Condensation, so hat man in der mehr genannten Formel 1) $l = L$, folglich $Logn \frac{L}{l} = Logn\, 1 = 0$ und $p' = p$ zu setzen, während man für k die bei den Niederdruckmaschinen (§. 506) angegebenen Werthe nimmt.

Beispiel. Bei einer sehr gut gehaltenen derartigen Maschine beträgt die Dampfspannung im Kessel 5 Atmosphären oder auf den Quadratfuſs 144×64 Pfund; der Kolben beschreibt bei jedem Gang einen cubischen Raum von 6·221 Kubikfuſs ($= lF = LF =$ dem Dampfverbrauch per Kolbengang von der genannten Spannung); endlich ist die Anzahl der einfachen Kolbengänge per Minute $n = 50$. Setzt man $k = {\cdot}60$, so wird wegen $q = 12{\cdot}8$ und $p' = 64$ sofort $E = 53\frac{1}{3}$ Pferdekraft.

§. 512. Obschon es kaum möglich ist den Nutzeffect der Dampfmaschinen mit Rücksicht auf den verbrauchten Brennstoff nur einigermaſsen näherungsweise anzugeben, indem die Construction der Kessel und besonders der Öfen und die Qualität der Steinkohlen so sehr verschieden ist; so wollen wir dennoch folgende kleine Tabelle mittheilen, in welcher die vorkommenden Zahlen nur als Mittel- oder Durchschnittswerthe anzusehen sind.

System der Dampfmaschinen:	Nutzeffect für 1 Pf. verbrannter Steinkohlen von mittlerer Qualität: sehr gute Bedienung:	gewöhnliche Bedienung:	Verbrannte Kohlen per Stunde und Pferdekraft:
	Fuſs Pfund.	Fuſs Pfund.	
Watt'sche Niederdruckmaschine mit Condensation und ohne Absperrung	170800	142350	9 bis 12 Pfund.
Hochdruckmaschine mit Condensation und Expansion	341600	284700	5 » 7 »
» ohne Condensat. u. mit Expans.	294200	111500	7 » 9 »
(Stationäre) Hochdruckm. ohne Condensation u. ohne Expansion .	85400	43560	14 » 18 »

Theorie der Dampfmaschinen nach *Pambour*.

§. 513. Einleitung. Die in den vorhergehenden Paragraphen entwickelte ältere Theorie der Dampfmaschinen enthält, vom wissenschaftlichen Standpuncte aus betrachtet, wesentliche Mängel, und diese kann daher nur als eine Art von Näherungsmethode angesehen werden, welche mittelst Erfahrungs- oder Reductionscoefficienten zu einem nur beiläufig richtigen Resultate führt; es wäre sonst ganz unbegreiflich, wie man z. B. bei Hochdruckmaschinen, selbst bei der besten Ausführung, nur 35 Procent Nutzeffect erhalten sollte.

Pambour, welcher diese Unzukömmlichkeit zuerst öffentlich zur Sprache brachte, geht in seiner Theorie von der ganz richtigen Ansicht aus, daſs erstens zwischen der Kraft, d. i. dem Drucke des Dampfes im Cylinder und dem auf den Kolben Statt findenden Widerstande nothwendig das dynamische Gleichgewicht bestehen muſs, sobald die Maschine bei ihrer Bewegung in den Beharrungsstand gekommen ist, und daſs zweitens die verbrauchte Dampfmenge der erzeugten gleich seyn müsse.

§. 514. Bezeichnet man nämlich den Druck des Dampfes im Cylinder auf die Flächeneinheit mit P', den gleichfalls auf die Flächeneinheit bezogenen Widerstand von Seite der Last auf den Kolben mit Q, das in der Zeiteinheit in Dampf verwandelte Wasservolumen, in so ferne nämlich dieser Dampf auch wirklich in den Cylinder gelangt (und nicht etwa zum Theil durch die Sicherheitsventile oder sonst entweicht), und daher auch wirksam ist, mit S, ferner die Verhältniſszahl des Volumens, des unter dem Drucke P im Kessel gebildeten Dampfes zum Volumen des Wassers, woraus er sich gebildet hat (das relative Volumen), mit m, so, daſs also mS das Volumen des in der Zeiteinheit unter dem Drucke P erzeugten Dampfes ist, welches im Cylinder, wo der Druck P' Statt findet, in jenes $mS\frac{P}{P'}$ übergeht, so wie endlich die Geschwindigkeit des Kolbens mit v und den innern Querschnitt des Cylinders (die Kolbenfläche) mit F; so hat man die beiden Grundgleichungen:

$$P' = Q \ldots (1 \quad \text{und} \quad Fv = mS\frac{P}{P'} \ldots (2,$$

aus welchen sich ganz einfach durch Elimination noch die 3 folgenden

$$v = \frac{mS}{F}\cdot\frac{P}{Q} \ldots (3,$$

$$Q = \frac{mSP}{Fv} \ldots (4 \quad \text{und} \quad S = \frac{QFv}{mP} \ldots (5$$

ergeben.

Anmerkung. Nach dieser Theorie wird, wie es seyn soll und bei der ältern vermifst wird, 1stens der Dampfdruck im Cylinder im Voraus (*a priori*) bestimmt, indem er jenem im Kessel (wie es die ältere Theorie annimmt) weder gleich noch proportional, sondern lediglich dem auf den Kolben wirkenden Widerstande gleich ist; 2tens die Kolbengeschwindigkeit von der Gröfse des zu überwindenden Widerstandes oder der Gröfse der Last abhängig gemacht, so, dafs die erstere abnimmt, wenn letztere zunimmt; 3tens kommt bei Bestimmung der Dampferzeugung sowohl die Kolbengeschwindigkeit als auch die Gröfse der Belastung in Rechnung; 4tens läfst sich die Geschwindigkeit der Maschine für jede gegebene Belastung sehr einfach bestimmen; 5tens wird angenommen, dafs der Regulator wohl den Druck des Dampfes im Kessel, keineswegs aber im Cylinder vermindern kann, so wie auch die Wirkung des Regulators dabei in Rechnung gebracht wird.

§. **515.** Nach den Versuchen von ***Pambour*** behält der Dampf in der Maschine während seiner Wirkung in allen Stadien fortwährend das seiner Temperatur (diese mag dabei auch noch so sehr abnehmen) entsprechende Maximum der Dichte, so, dafs also die im §. 477 aufgestellte Formel, welche die directe Relation oder Abhängigkeit zwischen dem Volumen und dem Drucke des im Maximum der Dichte befindlichen (oder des gesättigten) Dampfes für jede Temperatur darstellt, sofort auch allen Veränderungen entspricht, welche der Dampf während seiner Wirkung in der Maschine erleidet. Diese Formel ist nämlich:

$$v = \frac{1}{n + mp} \; . \; . \; . \; (s,$$

wobei v das relative Volumen des Dampfes in Kubikfufs und p den Druck desselben auf den Quadratzoll in Pfunden bezeichnet, wenn man

für Niederdruckmaschinen mit Condensation $\begin{cases} n = \cdot 00004227 \\ m = \cdot 000042624 \end{cases}$

und

für Hochdruckmaschinen ohne Condensation $\begin{cases} n = \cdot 0001421 \\ m = \cdot 000038016 \end{cases}$

setzt. (Auf den Quadratfufs bezogen müssen diese für m angegebenen Zahlen mit 144 dividirt werden.)

Wird nun ein gewisses Volumen Wasser $= S$ unter dem Drucke p in Dampf verwandelt, dessen absolutes Volumen $= M$ ist, so hat man nach der vorigen Gleichung s) $\frac{M}{S} = v = \frac{1}{n + mp}$ und eben so, wenn sich dasselbe Volumen Wasser unter dem Drucke p' in Dampf verwandelt und dabei das Volumen M' annimmt: $\frac{M'}{S} = \frac{1}{n + mp'}$; folglich ist

auch:

$$\frac{M}{M'} = \frac{n + mp'}{n + mp} \ldots (t,$$

woraus deutlich hervorgeht, dafs das *Mariotte*'sche Gesetz hier nicht in aller Strenge angewendet werden kann $\left(\text{weil sonst } \frac{M}{M'} = \frac{p'}{p} \text{ seyn müfste}\right)$. Aus dieser Gleichung t) folgt sofort:

$$p = \frac{M'}{M}\left(\frac{n}{m} + p'\right) - \frac{n}{m} \ldots (u.$$

§. **516.** Mit Rücksicht auf die beiden obigen Grundgleichungen 1) und 2) (§. 514) soll nun sogleich ganz allgemein die Wirkung des Dampfes in einer Maschine mit Expansion und Condensation entwickelt werden.

Es sey daher P die Expansivkraft des Dampfes im Kessel, P' jene im Cylinder (wobei, ein einziger Fall ausgenommen, immer $P' < P$ ist), so lange nämlich der Dampf vom Kessel her nicht abgesperrt ist, so wie q jene nach der Absperrung in irgend einem Zeitmomente; ferner sey L die Länge des ganzen Kolbenlaufes, l der Theil, welcher bei offener Communication mit dem Kessel durchlaufen wird, und x jener Theil, welcher dem eben erwähnten Zeitmomente entspricht, in welchem der Dampfdruck $= q$ ist; endlich sey wieder F die Kolbenfläche und a der lineäre freie Raum, welcher am Ende jedes Kolbenlaufes zwischen der Kolben- und Grundfläche des Cylinders bestehen mufs, damit kein Aufstofsen Statt findet.

Da nun im Augenblicke der Absperrung und in jenem, in welchem der Kolben den Weg x zurückgelegt hat, die beschriebenen cubischen Räume $= F(l + a)$ und $F(x + a)$ sind, so erhält man für den veränderlichen Druck q nach der vorigen Relation u), wenn man gleich mit F abkürzt:

$$q = \frac{l + a}{x + a}\left(\frac{n}{m} + P'\right) - \frac{n}{m}$$

$\left(\text{anstatt, dafs man oben, §. 505, einfach, aber ungenau } q = \frac{Pl}{x} \text{ setzte}\right)$.

Sieht man wieder (wie im §. 505) während einer unendlich kleinen Zunahme von x, q als constant an, und berechnet die Wirkung auf diesen unendlich kleinen Weg, so findet man genau nach dem in §. 505 eingeschlagenen Verfahren für die Arbeit des Dampfes während jener Periode, in welcher er sich expandirt (der Kolben also den Weg $L - l$ zurücklegt), den Ausdruck:

$$F(l+a)\left(\frac{n}{m}+P'\right)Logn\frac{L+a}{l+a}-\frac{n}{m}F(L-l);$$

wird hiezu die während der offenen Communication (während des Kolbenganges l) verrichtete Arbeit $FP'l$ addirt, so erhält man sofort den Totaleffect während eines Kolbenganges.

Da ferner zufolge der zweiten Grundbedingung für den Beharrungsstand der Maschine die gleichzeitige Arbeit des Widerstandes FQ (wenn der Widerstand oder die Last auf die Flächeneinheit des Kolbens bezogen mit Q bezeichnet wird), nämlich FQL der vorigen Arbeit oder Wirkung der Kraft gleich seyn mufs; so hat man durch diese Gleichsetzung, wenn man zugleich durchaus mit F abkürzt:

$$QL=(l+a)\left(\frac{n}{m}+P'\right)\left[\frac{l}{l+a}+Logn\frac{L+a}{l+a}\right]-\frac{n}{m}L\;.\;.\;.\;(a,$$

in welcher Gleichung wieder statt *Logn.* sofort 2·303 *Logvulg.* gesetzt werden kann.

Diese Gleichung setzt nur den Beharrungsstand im Gange der Maschine und keinesweges eine gleichförmige Bewegung voraus; es wird dabei blofs erfordert, dafs die Bewegung in gleichen (periodischen) Oscillationen Statt hat, die mit der Geschwindigkeit Null anfangen und eben so, ohne dafs dabei Stöfse Statt finden, aufhören, damit nichts an lebendiger Kraft verloren gehe (§. 187).

Setzt man in dieser Gleichung a) $l=L$, d. h. nimmt man an, dafs die Maschine ohne Expansion arbeitet, so erhält man $P'=Q$, wie es auch seyn soll.

§. **517.** Um nun auch noch die zweite (im §. 513 erwähnte) Relation zu finden, welche ausdrückt, dafs die erzeugte Dampfmenge der verbrauchten gleich ist, so sey S das in der Zeiteinheit, z. B. in 1 Minute verdampfte und auch dem Cylinder zugeführte Wasservolumen, so wird das daraus entstehende Dampfvolumen unter dem Drucke P' nach der obigen Gleichung s) (§. 515) $=\frac{S}{n+mP'}$. Von der andern Seite ist die während eines Kolbenganges verbrauchte Dampfmenge $=F(l+a)$, folglich jene für 1 Minute $=NF(l+a)$, wenn während einer Minute N Kolbengänge Statt finden, oder da, wenn v die mittlere Kolbengeschwindigkeit per Minute bezeichnet, $v=NL$, daher $N=\frac{v}{L}$ ist, auch, wenn man diese beiden Dampfmengen einander gleich setzt:

$$\frac{S}{n+mP'}=v\frac{F(l+a)}{L}\;.\;.\;.\;(b$$

als zweite Hauptrelation.

Eliminirt man nun P' aus diesen beiden Gleichungen a) und b), so erhält man als gesuchte Relation:

$$v = \frac{S}{F} \cdot \frac{1}{n + mQ} \left[\frac{l}{l+a} + Logn \frac{L+a}{l+a} \right] \ldots (1.$$

§. 518. Die in der vorhergehenden Formel vorkommende Gröſse Q, nämlich der bei der Bewegung des Kolbens auf dessen Flächeneinheit Statt findende Widerstand besteht eigentlich aus drei Theilen: dem aus der Bewegung der Nutzlast entstehenden Widerstand $= q$, aus dem aus der eigenen Reibung entspringenden Widerstand $= f + \alpha q$, wo f die Reibung der leeren Maschine und α der Zuwachs für die Einheit der Nutzlast ist, und endlich drittens aus dem Gegendruck auf den Kolben von Seite des Condensators, oder wenn keiner vorhanden, von Seite der Atmosphäre $= p$, wobei sich alle diese Widerstände ebenfalls wieder auf die Flächeneinheit beziehen, so, daſs also $Q = (1 + \alpha) q + f + p$ gesetzt werden kann. Setzt man nun Kürze halber:

$$\frac{l}{l+a} + Logn \frac{L+a}{l+a} = k,$$

so geht bei diesem Werthe von Q die vorige Gl. 1) über in folgende:

$$v = \frac{S}{F} \cdot \frac{k}{n + m[(1+\alpha)q + f + p]} \ldots (2.$$

Diese Relation zeigt, daſs die Geschwindigkeit des Kolbens von der Dampfspannung P im Kessel ganz unabhängig, dagegen wesentlich von der Dampfmenge S, welche der Kessel in der Zeiteinheit liefert, so wie von dem der Kolbenbewegung entgegenwirkenden Widerstande $(1+\alpha) q + f + p$ abhängig sey.

§. 519. Bestimmt man umgekehrt aus dieser Formel 2) die Gröſse der Nutzlast Fq, welche die Maschine mit einer gegebenen Geschwindigkeit v bewegen kann, so findet man:

$$Fq = \frac{Sk}{(1+\alpha) m v} - \frac{F}{1+\alpha} \left(\frac{n}{m} + f + p \right) \ldots (3.$$

§. 520. Sucht man dagegen die nöthige Verdampfungskraft des Kessels per Minute, damit der Kolben einen gegebenen Widerstand mit einer bestimmten Geschwindigkeit v bewegen kann; so hat man aus den Gleichungen 2) und 3):

$$S = Fv \cdot \frac{n + m[f + p + (1+\alpha) q]}{k} \ldots (4.$$

Da S das Wasservolumen bezeichnet, welches in einer Minute verdampfen und dem Cylinder zugeführt werden muſs, so wird man auch leicht die nö-

thige Heizfläche des Kessels nach §. 496 bestimmen können, wenn man zu der wirksamen Dampfmenge S auch noch den durch die Sicherheitsventile entstehenden Verlust an Dampf hinzurechnet.

§. 521. Um den per Minute Statt findenden Nutzeffect $E = Fqv$ durch die obigen Gröſsen auszudrücken, darf man nur die Gleichung 2) mit Fq, oder jene 3) (der nächst vorhergehenden Paragraphe) mit v multipliciren, wodurch man beziehungsweise die beiden Ausdrücke erhält:

$$E^{\text{F. Pf.}} = Fqv = \frac{Sqk}{n + m[(1+\alpha)q + f + p]} \quad \ldots (5,$$

$$E^{\text{F. Pf.}} = Fqv = \frac{Sk}{(1+\alpha)m} - \frac{Fv}{1+\alpha}\left(\frac{n}{m} + f + p\right) \quad \ldots (5',$$

und in Pferdekräften ausgedrückt ist:

$$E^{\text{Pferde}} = \frac{E^{\text{F. Pf.}}}{25800} \quad \ldots (6.$$

Hat die Maschine per Minute (zur Verdampfung des Wassers vom Volumen S) N Pfunde Brennmateriale consumirt, so ist in 5) oder 5') zugleich der Nutzeffect für N Pfunde Brennmateriale ausgedrückt, woraus sofort folgt, daſs der Nutzeffect aus 1 Pfund Brennmateriale $= \frac{E}{N}$ ist.

Eben so wird der durch die Verdampfung von 1 Kubikfuſs Wasser hervorgebrachte Nutzeffect durch $\frac{E}{S}$ ausgedrückt, wobei E in beiden Fällen den Werth aus den genannten Gleichungen 5), 5') oder 6) hat.

Anmerkung. Der Ausdruck 5') zeigt, daſs der Nutzeffect am gröſsten wird, wenn die Geschwindigkeit v am kleinsten ist; aus der obigen Relation b) (§. 517) ersieht man aber, daſs v am kleinsten wird, wenn P' am gröſsten ist. Da nun P' niemals gröſser als P seyn kann, so wird die Bedingungsgleichung $P' = P$, wofür die kleinste Kolbengeschwindigkeit:

$$v' = \frac{S}{(n + mP)F} \cdot \frac{L}{l + a},$$

oder wenn ω das relative Volumen des Dampfes unter dem Drucke P bezeichnet $\left(\text{wofür } \omega = \frac{1}{n + mP}, \text{ §. 515, } s\right)$, auch:

$$v' = \frac{\omega S}{F} \cdot \frac{L}{l + a}$$

wird, sofort dem Maximum des Nutzeffectes E entsprechen. Zugleich ist ersichtlich, daſs die diesem Effecte entsprechende Geschwindigkeit v' im geraden Verhältnisse der Verdampfungsfähigkeit S des Kessels und im umgekehrten der Kolbenfläche F stehe.

Setzt man ferner diesen Werth von v' für v in der Formel 3) (§. 519), so erhält man die dem Maximum des Nutzeffectes entsprechende Belastung

$q = q'$ für die Flächeneinheit des Kolbens, und diese Belastung q' ist zugleich [wie diese Formel 3) zeigt, indem q darin um so gröfser wird, je kleiner v ist] die gröfste, welche die Maschine überwinden kann, so, dafs also die Maschine am vortheilhaftesten arbeitet, wenn man dieselbe mit der kleinsten Geschwindigkeit und gröfsten entsprechenden Belastung wirken läfst.

Bestimmt man durch die Substitution von v' und q' den gröfsten Nutzeffect $E' = F q' v'$, so ersieht man sogleich, dafs dieser lediglich (oder wenigstens wesentlich) von der Verdampfungskraft S des Kessels und dem Drucke P abhängt, unter welchem sich der Dampf im Kessel bildet, so, dafs also weder der Durchmesser des Dampfcylinders noch die Länge des Kolbenlaufes (wenn nämlich die Maschine ohne Expansion arbeitet) hierauf Einflufs hat.

Endlich kann auch die durch die genannte Substitution für die gröfste Belastung q' entstehende Gleichung noch zur Bestimmung der Reibung f im leeren Zustande der Maschine, so wie zur Bestimmung von $1 + \alpha$ oder α benützt werden, wenn man den Druck P im Kessel in beiden Fällen so weit, z. B. bis P' und P'', abnehmen läfst, dafs im erstern dafür die blofse Reibung f, und im letztern die willkürliche vorhandene Belastung q'' als gröfste Last für die Maschine erscheint, und wenn man in der Gleichung 3) (§. 519) im erstern Falle $P = P'$, $q = 0$ und im letztern $P = P''$, $q = q''$ setzt und daraus beziehungsweise f (Reibung der Maschine ohne Last) und α (Zunahme der Reibung für die Einheit der Belastung) bestimmt.

§. 522. Arbeitet die Maschine mit Expansion und ist das Verhältnifs der Länge des Kolbenganges vor der Absperrung zum ganzen Kolbenlauf nicht im Voraus gegeben; so kann man fragen, bei welchem Verhältnifs der Absperrung das absolute Maximum des Nutzeffectes eintritt? Aus der Gleichung, welche das Maximum des Nutzeffectes ausdrückt, findet man dafür:

$$l : L = \frac{1}{n + m P} : \frac{1}{n + m(p + f)},$$

und diefs ist (§. 515, s) zugleich das Verhältnifs der relativen Volumina des unter dem Drucke P und jenem $p + f$ gebildeten Dampfes.

Es darf dabei nicht übersehen werden, dafs die dem absoluten Maximum des Nutzeffectes entsprechende Belastung q keinesweges auch die gröfstmögliche sey, sondern, dafs diese letztere $l = L$ seyn, d. h. die Maschine ohne Expansion arbeiten müsse.

§. 523. Zur leichtern Anwendung der obigen Formeln von 1) bis 6) und zu ihrer numerischen Berechnung gibt *Pambour*, bei Voraussetzung des freien Raumes von $a = {\cdot}05\, L$ für Kurbelmaschinen mit Schwungrädern (bei den übrigen ist es räthlich $a = {\cdot}1\, L$ zu setzen), folgende Tabelle:

T a f e l

zur numerischen Berechnung der vorigen Formeln von 1) bis 6).

Werth des Verhältnisses $l : L$ oder $\frac{l}{L}$:	Entsprechender Werth des Bruches $\frac{L}{l+a}$:	Entsprechender Werth von k oder $\frac{l}{l+a} + Logn \frac{L+a}{l+a}$:
·10	6·667	2·613
·11	6·250	2·569
·12	5·882	2·526
·13	5 556	2·485
·14	5·263	2·446
·15	5·000	2·408
·16	4·762	2·371
·17	4·546	2·336
·18	4·348	2·301
·19	4·167	2·268
·20	4·000	2·235
·21	3·846	2·203
·22	3·704	2·173
·23	3·571	2·142
·24	3·448	2·114
·25	3·333	2·085
·26	3·226	2·059
·27	3·125	2·032
·28	3·030	2·006
·29	2·941	1·980
·30	2·857	1·955
·31	2·778	1·931
·32	2·703	1·908
·33	2·632	1·884
·34	2·564	1·862
·35	2·500	1·840
·36	2·439	1·818
·37	2·381	1·797
·38	2·326	1·776
·39	2·273	1·755
·40	2·222	1 736
·41	2·174	1 716
·42	2·128	1·697
·43	2·083	1·678
·44	2·041	1·660
·45	2·000	1·642
·46	1·961	1·624
·47	1·923	1·606
·48	1·887	1·589
·49	1·852	1·572
·50	1·818	1·555
·51	1·786	1·539
·52	1·754	1·523

Werth des Verhältnisses $l:L$ oder $\frac{l}{L}$:	Entsprechender Werth des Bruches $\frac{L}{l+a}$:	Entsprechender Werth von k oder $\frac{l}{l+a}+Log\,n\frac{L+a}{l+a}$:
·53	1·724	1·507
·54	1·695	1·491
·55	1·667	1·476
·56	1·639	1·461
·57	1·613	1·445
·58	1·587	1·431
·59	1·563	1·417
·60	1·539	1·402
·61	1·515	1·388
·62	1·493	1·374
·63	1·471	1·361
·64	1·449	1·347
·65	1·429	1·334
·66	1·409	1·321
·67	1·389	1·308
·68	1·370	1·295
·69	1·351	1·282
·70	1·333	1·269
·71	1·316	1·257
·72	1·299	1·240
·73	1·282	1·233
·74	1·266	1·221
·75	1·250	1·210
·76	1·235	1·197
·77	1·220	1·186
·78	1·205	1·175
·79	1·191	1·164
·80	1·177	1·152
·81	1·163	1·141
·82	1·149	1·131
·83	1·136	1·119
·84	1·123	1·109
·85	1·111	1·099
·86	1·099	1·088
·87	1·087	1 078
·88	1·075	1·067
·89	1·064	1·057
·90	1·053	1·047

§. 524. Um von den bisher aufgestellten Formeln eine Anwendung zu zeigen, so soll zuerst für Hochdruckmaschinen ohne Condensation bemerkt werden, daſs man $p = 12{\cdot}8$ Pfund für den Wiener Quadratzoll und nach den Versuchen von *Pambour* (welche zwar nur bei Locomotiven gemacht wurden, aber auch hier ihre Anwendung finden) $f = 1$ Pfund auf den englischen Quadratzoll oder auf den Wie-

ner Quadratfufs bezogen (weil man lieber den Fufs zur Einheit nimmt), $f = 125$ Pfund und $a = \cdot 14$ setzen kann. Da man ferner bei diesen Maschinen $a = \frac{1}{20} L$ setzt, so ist $\frac{L + a}{L} = \frac{21}{20} = 1 \cdot 05$ oder $k = \frac{1}{1 \cdot 05}$; ferner ist nach §. 515 für diese Mafseinheit $n = \cdot 0001421$ und $m = \frac{\cdot 0^4 38016}{144} = \cdot 0^6 264$ (d. i. $= \cdot 000000264$, wenn P auf den Wiener Quadratfufs bezogen wird).

Beispiel. Bei einer solchen Hochdruckmaschine hat der Cylinder (alles in englischem Mafs und Gewicht) 17 Zoll im lichten Durchmesser, der Kolbenlauf oder die Hubhöhe beträgt 16 Zoll, die wirksame Verdampfung des Kessels ·67 Kubikfufs per Minute, so wie die Koks-Consumtion in dieser Zeit 8 Pfund, endlich der Dampfdruck im Kessel 65 Pf. auf 1 Quadratzoll.

Auf das Wiener Mafs und Gewicht reducirt ist demnach für dieses Beispiel $D = 16 \cdot 39$ Zoll oder $F = 1 \cdot 46$ Quadratfufs, $L = 1\ 286$ Fufs, $S = \cdot 6$ Kubikfufs (per Minute), $P = 56 \cdot 614 \times 144$ Pfund und $p = 12 \cdot 8 \times 144$ (auf 1 Quadratfufs). Mit diesen Werthen findet man für die dem Maximum des Nutzeffectes entsprechende Geschwindigkeit (§. 521, Anmerkung): $v' = \frac{S}{F(\ + mP)} \cdot \frac{1}{1 \cdot 05} = 170\frac{1}{2}$ Fufs per Minute. Die gröfste dem Maximum des Nutzeffectes entsprechende Belastung dagegen ist:

$$Fq' = \frac{F}{1 + a}(P - f - p) = 7920 \text{ Pfund},$$

folglich hat man f r den dem Maximum entsprechenden Nutzeffect, wenn man nur $v' = 170$ Fufs setzt: $E = Fq'v' = 7920 \times 170 = 1346400^{\text{F. Pf.}}$ per Minute oder $\frac{1346400}{60 \times 430} = 52\frac{1}{5}$ Pferdekraft. (Für $v = 170\frac{1}{2}$ Fufs dagegen ist $E = 52\frac{2}{5}$ Pferdekraft.) Der Nutzeffect für 1 Pfund verbrannter Kokes ist $\frac{1346400}{8} = 168300^{\text{F. Pf.}}$ per Minute $= \frac{52 \cdot 2}{8} = 6\frac{1}{2}$ Pferdekraft (wenn man nämlich die englische Zahl 8 nicht weiter reducirt). Der Nutzeffect aus 1 Kubikfufs verdampften Wassers ist $\left(\text{wegen } \frac{1346400}{60} = 22440\right)$

$$\frac{22440}{\cdot 6} = 37400^{\text{F. Pf.}} = \frac{52 \cdot 2}{\cdot 6} = 87 \text{ Pferdekräfte.}$$

Der für 1 Pferdekraft verbrauchte Brennstoff (hier Kokes) beträgt $\frac{8}{52 \cdot 2} = \cdot 153$ Pfunde, und das verbrauchte oder verdampfte Wasser $\frac{\cdot 6}{52 \cdot 2} = \cdot 0115$ Kubikfufs.

Nimmt man anstatt der kleinsten, d. i. dem Maximum des Nutzeffectes entsprechenden Geschwindigkeit (von 170 Fufs per Minute), irgend eine andere, z. B. $v = 200$ und 280 Fufs (kleiner als 170 Fufs kann man v schon

deſshalb nicht nehmen, weil dafür die Ladung $Fq > FP$, d.i. gröſser als der Dampfdruck im Kessel seyn müſste), so findet man beziehungsweise $E = 48{\cdot}76$ und $38{\cdot}75$ Pferdekräfte, nämlich (§. 519, 3) $Fq = 6290{\cdot}3$ und $3570{\cdot}6$ Pfund.

Anmerkung. Nach der gewöhnlichen Theorie, d.i. nach der Formel 1), §. 505, wäre für $v = 170$, also $n = \frac{170}{1{\cdot}286} = 132$, sofort $E = k\,60{\cdot}6$ Pferdekräfte, so, daſs man also hier nicht (wie es nach §. 509 seyn sollte) $k = {\cdot}6$ (womit man nur 36 Pferdekräfte erhalten würde), sondern $= {\cdot}86$ setzen müſste, um eine Übereinstimmung mit dem hier gefundenen Resultate zu erhalten. Für die beiden übrigen Werthe von $v = 200$ und 280 dagegen, wofür $n = 155{\cdot}5$ und $217{\cdot}7$ zu setzen ist, müſste man beziehungsweise, um eine Übereinstimmung zu erhalten (weil $E = 71{\cdot}4\,k$ und $100\,k$ wird) $k = {\cdot}68$ und ${\cdot}39$ setzen, was wohl am besten die Unhaltbarkeit dieser Reductionscoefficienten beweisen dürfte.

§. **525.** Nehmen wir als zweiten Fall die *Watt*'sche doppelt wirkende Niederdruckmaschine, welche mit Condensation, aber ohne Expansion arbeitet.

Pambour bemerkt richtig, daſs obschon bei einer guten Condensirung die Dampfspannung im Condensator nur $1\frac{1}{2}$ Pfund englisch auf den englischen Quadratzoll beträgt, der Gegendruck auf den Kolben, auf seinen ganzen Lauf bezogen, dennoch für gewöhnlich zu 4 Pfund auf den Quadratzoll gerechnet werden kann, weil diese geringere Spannung von $1\frac{1}{2}$ Pfund nicht gleich im ersten Augenblicke, sondern nur erst allmälig eintritt. Ferner bemerkt *Pambour*, daſs bei den kleinern Maschinen die Reibung, bei geringer Belastung der Maschine auf $2\frac{1}{2}$, dagegen bei den gröſsern (auch sorgfältiger ausgeführten) Maschinen nur zu $1\frac{1}{2}$ Pfund per Quadratzoll der Kolbenfläche angeschlagen werden könne (worin auch schon die nöthige Kraft zur Bewegung der Luft- und Speisepumpen u. s. w. begriffen ist), und daſs nach seinen Versuchen die Reibungszunahme $\frac{1}{7}$ der (gewöhnlich 8 Pfund auf den Quadratzoll betragenden) Belastung ausmache, daſs man daher die Reibung bei diesen *Watt*'schen Dampfmaschinen ohne Belastung (d. i. im leeren Zustande) von $1\frac{1}{2}$ bis $\frac{1}{2}$ Pfund herab per Quadratzoll der Kolbenfläche annehmen könne, und zwar gelte die erstere Zahl für die kleinern nicht 10 Pferdekräfte übersteigenden, die letztere oder kleinere Zahl für die gröſsern bis 100 Pferdekräfte betragenden Maschinen, so, daſs man für jene von mittlerer Gröſse diese Reibung zu 1 Pfund per Quadratzoll der Kolbenfläche anschlagen kann; dadurch wird (auf englisches Maſs und Gewicht bezogen) $f = 1 \times 144$ oder auf das Wiener

Mafs und Gewicht und auf den Quadratfufs bezogen $f = 125$; ferner kann man eben so wie oben $\alpha = \cdot 14$ setzen.

Da ferner $a = \frac{1}{20} L = \cdot 05\, L$ und (§. 515) $n = \cdot 0^4 4227$, so wie (auf den Quadratfufs bezogen) $m = \cdot 0^6 296$ ist; so hat man auch hier wieder $k = \frac{L}{L + a} = \frac{1}{1\cdot 05}$.

Beispiel. Bei einer doppelt wirkenden derartigen Maschine (von *Watt* selbst in London ausgeführt) hat der Cylinder 34 Zoll im Durchmesser (wieder englisches Mafs und Gewicht), der Kolbengang beträgt 8 Fufs, der freie Raum im Cylinder $^1/_{20}$ des Kolbenganges, der Dampfdruck im Kessel $16^1/_2$ Pfund auf den Quadratzoll, die wirksame Verdampfung des Kessels ·927 Kubikfufs per Minute und der Steinkohlenverbrauch in dieser Zeit 6·71 Pfund.

Diefs gibt auf das Wiener Mafs und Gewicht bezogen, $D = 32\cdot 79$ Zoll oder $F = 5\cdot 861$ Quadratfufs, $L = 7\cdot 714$, $P = 14\cdot 38 \times 144$, $p = 3\cdot 5 \times 144$, $S = \cdot 83$ und $N = 5^1/_2$, so, dafs also, wegen $k = \frac{L}{L + a} = \frac{1}{1\cdot 05}$, die dem gröfsten Nutzeffect entsprechende Geschwindigkeit:

$$v' = \frac{S}{F(n + m P)} \cdot \frac{1}{1\cdot 05} = 206$$

(genauer $205^3/_4$) Fufs ist.

Die diesem Nutzeffecte entsprechende gröfste Belastung ist:

$$F q' = \frac{F}{1 + \alpha}(P - p - f) = 7416 \text{ Pfund,}$$

folglich ist der gröfste Nutzeffect selbst $E = F q' v' = 205\cdot 74 \times 7416 = 1525775^{\text{F. Pf.}}$ per Minute oder nahe 59 Pferdekräfte.

Ferner findet man auf dieselbe Weise, wie im vorigen Beispiel, den Nutzeffect für 1 Pfund Brennmateriale $= \frac{E}{5\cdot 5} = 10^3/_4$ Pferdekraft, jenen für 1 Kubikfufs verdampften Wassers $= 71$ Pferdekraft u. s. w.

Läfst man diese Maschine beziehungsweise mit 286 und 256 Fufs englisch, d. i. mit 275·7 und 246·8 Wiener Fufs Geschwindigkeit per Minute (anstatt der vorigen von 206 Fufs) arbeiten, so findet man den entsprechenden Nutzeffect in diesen beiden Fällen nur $= 48\cdot 4$ und 53 Pferdekräfte (es ist nämlich für diese beiden Geschwindigkeiten beziehungsweise $F q = 4526\cdot 8$ und $= 5552\cdot 6$), wodurch also auch der Aufwand an Brennmateriale per Pferdekraft gröfser, die Nutzleistung von 1 Pfund Brennmateriale, so wie von 1 Kubikfufs verdampften Wassers u. s. w. (da S denselben Werth beibehält) dagegen kleiner als im vorigen, dem absoluten Maximum des Nutzeffectes entsprechenden Falle ist.

Berechnet man endlich den Nutzeffect dieser Maschine nach der gewöhnlichen Theorie (§. 505) für die Geschwindigkeit des Kolbens von 206 Fufs, wofür $n = \frac{206}{7\cdot 714} = 26\cdot 7$ wird, so müfste man (da $E = k\, 86\cdot 1$ Pfer-

dekraft wird), um die 59 Pferde herauszubringen, den Reductionscoefficienten $k = \cdot 69$ setzen (indem der dort angegebene Werth von ·6 nur 51·6 Pferde geben würde). Eben so findet man für die beiden übrigen erwähnten Geschwindigkeiten von $v = 275\cdot7$ und $246\cdot8$, wofür $n = 35\cdot74$ und $31\cdot99$, und damit $E = 115\cdot3\,k$ und $103\,k$ Pferde wird, beziehungsweise $k = \cdot425$ und $\cdot515$.

§. 526. Bei der sogenannten *Cornwall'schen* doppelt wirkenden Maschine erhält der Dampf im Kessel gewöhnlich eine absolute Spannung von $3\frac{1}{2}$ Atmosphären, und wird dieser zugleich mit Expansion benützt und condensirt. Da hier der Cylinder gröfser als bei den Maschinen ohne Expansion ist, so nimmt *Pambour* die Reibung nur halb so grofs, d. i. auf den englischen Quadratfufs der Kolbenfläche zu $\frac{1}{2} \times 144 = 72$ Pfund an, während die übrigen Gröfsen wie bei der *Watt'schen* Maschine angenommen werden.

Für den Fall des gröfsten Nutzeffectes bei einer beliebigen Expansion (das relative Maximum) hat man für die Kolbengeschwindigkeit (per Minute):

$$v' = \frac{L}{l+a} \cdot \frac{S}{F} \cdot \frac{10000}{\cdot4227 + \cdot00296\,P} \; . \; . \; . \; (1,$$

und für die entsprechende gröfste Belastung:

$$Fq' = \frac{F}{1+a} \cdot \frac{l+a}{L} k (142\cdot5 + P) - \frac{F}{1+a}(142\cdot5 + p + f) \; . \; . \; . \; (2,$$

wobei $f = \frac{125}{2} = 62\cdot5$, $1 + a = 1\cdot14$ und wieder $a = \cdot05\,L$, und $p = 3\cdot5 \times 144$ zu setzen, so wie endlich k für die gegebene Expansion $\frac{l}{L}$ aus der Formel:

$$k = \frac{l}{l+a} + Logn \frac{L+a}{l+a} \; . \; . \; . \; (m$$

zu berechnen, oder einfacher aus der obigen Tabelle (in §. 523) zu nehmen ist.

Um jedoch das absolute Maximum des Nutzeffectes dieser Maschine zu erhalten, mufs die Gröfse oder das Verhältnifs der Expansion aus der Gleichung:

$$\frac{l}{L} = \frac{142\cdot8 + \quad + f}{142\cdot8 + P} \; . \; . \; . \; (3$$

bestimmt und der dafür gefundene Werth in den vorigen Ausdrücken von v' und Fq' substituirt werden, um die diesem absoluten Maximum entsprechende Kolbengeschwindigkeit und Belastung der Maschine, wie

endlich damit diesen absolut gröfsten Nutzeffect $E = Fq' v'$ selbst zu erhalten.

Im Falle man die Leistung dieser Maschine für irgend eine Kolbengeschwindigkeit und Expansion bestimmen will, mufs man in die allgemeine Formel von v und damit in jene von Fq gehen und dabei den dem betreffenden Verhältnifs von $\frac{l}{L}$ entsprechenden Coefficienten k direct (aus Gl. m) berechnen oder aus der Tabelle (§. 523) nehmen.

Beispiel. Es sey bei einer solchen Maschine (in englischem Mafs und Gewicht) der Durchmesser des Cylinders oder Kolbens = 48 Zoll, der Kolbenlauf = 10 Fufs, der Dampfdruck im Kessel = 50 und der Gegendruck = 4 Pfund auf den Quadratzoll. Der Dampf werde abgesperrt, sobald der Kolben den vierten Theil seines Laufes zurückgelegt hat und die wirksame Verdampfung des Kessels betrage per Minute ·927 Kubikfufs Wasser, so wie das Consumo an Brennmateriale während dieser Zeit 6·71 Pfund.

Auf das Wiener Mafs und Gewicht reducirt, ist sonach $D = 3{\cdot}857$ Fufs, also $F = 11{\cdot}684$ Quadratfufs, $L = 9{\cdot}642$ Fufs, $l = \frac{1}{4} L$, $P = 43{\cdot}55 \times 144 = 6271{\cdot}2$, $p = 3{\cdot}5 \times 144 = 504$, $S = {\cdot}833$, $f = 62{\cdot}5$, $1 + \alpha = 1{\cdot}14$ und aus der obigen Tabelle (§. 523) oder nach der Formel m), §. 526, wegen $a = {\cdot}05\,L$, sofort $k = 2{\cdot}085$, folglich nach den betreffenden Formeln 1) und 2): $v' = 125$ Fufs, $Fq' = 33868$ Pfund, und daher $E = 33868 \times 125 = 4233500^{\text{F. Pf.}} = \frac{4233500}{60 \times 430} = 164$ Pferdekräfte.

Bei derselben Expansion und allen übrigen Verhältnissen mit Ausnahme der dem relativen Maximum entsprechenden Geschwindigkeit v' fände man z. B. für $v = 200$ Fufs per Minute, $Fq = 19779{\cdot}6$ Pfund, daher $E = 153\frac{1}{3}$ Pferdekraft.

Sucht man dagegen das absolute Maximum, d. h. überhaupt den gröfsten Nutzeffect bei verschiedenen Expansionsverhältnissen, so findet man zuerst nach Gleichung 3) (gegenwärtigen Paragraph) $\frac{l}{L} = {\cdot}11$, dann aus m) (gegenwärtigen Paragraph) $k = 2{\cdot}5689$, damit aus 1) $v' = 234{\cdot}58$ Fufs, aus 2) $Fq' = 19762$ Pfund, und daher als absolutes Maximum $E = 179{\cdot}68$ Pferdekräfte.

Man überzeugt sich leicht, dafs für jedes andere Absperrungsverhältnifs von $\frac{l}{L} \gtrless {\cdot}11$ in beiden Fällen das relative Maximum von E kleiner als das so eben gefundene absolute Maximum sey.

Nach der gewöhnlichen Theorie, nämlich nach der obigen Gleichung 1), §. 505, findet man, wegen $q = 1{\cdot}6 \times 144$, $n = 25{\cdot}5$ u. s. w. mit den übrigen Werthen $E = k\,228{\cdot}9$ Pferdekräfte, so, dafs man hier $k = 179{\cdot}68 : 228{\cdot}9 = {\cdot}78$ setzen müfste.

Locomotivmaschinen.

§. 527. Ohne in eine detaillirte Beschreibung und Erklärung der Locomotive eingehen zu können, welche in den eigends dafür geschriebenen Werken (wie z B. in *Pambour's* sehr practischen Abhandlung) zu finden ist, soll mit Hilfe der Figuren 288, 288.*a* . . . 288.*h*, welche der Reihe nach die Längenansicht, die hintere Ansicht, den Längendurchschnitt, die vordere Ansicht, den Grundrifs des Gestelles, einen vordern Querschnitt, einen hintern Querschnitt, die Steuerung mit einem Längenschnitt durch einen Cylinder und die Speispumpe darstellen, nur so viel darüber bemerkt werden, als zum Verstehen der nachstehenden Formeln unumgänglich nothwendig ist.

Um von den gewöhnlich vorhandenen 6 Rädern (die neuern grofsen Maschinen erhalten sogar 8 Räder, nämlich 4 kleinere am Vordergestell und 4 grössere, welche zusammengekuppelt werden) die beiden Treibräder *a*, *a*, die auf ihrer gemeinschaftlichen Achse festgekeilt sind, umzudrehen, durch deren Adhäsion an die Eisenbahnschienen das Locomotiv sammt der angehängten Last fortgeführt, oder der ganze Train in Bewegung gesetzt wird, bringt man zwei liegende (oder etwas weniges geneigte) Dampfcylinder *A*, *A* an, deren Kolben *b* mittelst der Kolben- und Lenkstangen *d* und *e* entweder (nach englischem System) mit der Achse der Treibräder, die zu zwei unter einander einen rechten Winkel bildenden Krummzapfen abgekröpft ist, oder (nach dem amerikanischen und jetzt immer mehr angewendeten Systeme) bei auswärts liegenden Cylindern unmittelbar mit den Treibrädern durch Kurbelwarzen (einem in jedem Treibrade befestigten Bolzen) *s* dergestalt in Verbindung, dafs durch die Hin - und Herbewegung der Dampfkolben die Kurbelachse mit den Treibrädern, oder im letztern Falle (in welchem diese Achse gerade oder ungekröpft bleibt) die Treibräder unmittelbar umgedreht werden, wobei der eine Kolben gerade seinen halben Lauf gemacht, die entsprechende Kurbelwarze also gerade die vortheilhafteste Stellung hat, wenn der andere am Anfange oder Ende seines Laufes ist, die betreffende Kurbelwarze (in welche die Kolbenstange eingehängt ist), also im sogenannten todten Puncte steht.

Zur Bewegung des Dampfschiebers *m* (Fig. 288.*g*) bei jedem der beiden Cylinder befinden sich auf der Achse der Treibräder gewöhnlich zwei excentrische Scheiben *t*, *t* (wovon die eine zur Umkehrung der Bewegung dient), bei welchen die Excentricitätslinien mit der entsprechenden Kurbel nahe einen rechten Winkel bilden, so, dafs die 4 Hauptstellungen einer Kurbel *s*, einer der zugehörigen Excentric *t*, des Kolbens *b* und Dampfschiebers *m* in der Art Statt finden, wie sie in Fig. 289. *A*, *B*, *C* und *D* dargestellt sind, wobei jedoch das sogenannte Voreilen des Schiebers absichtlich nicht angegeben ist; so ist nämlich in der Stellung *B*, wo der Kolben seinen Lauf vollendet hat und beide Canäle *k* und *l* geschlossen erscheinen,

durch dieses Voreilen der Canal *k* schon etwas für den einströmenden, und jener *l* für den ausströmenden Dampf geöffnet; dasselbe findet auch in der Stellung *D*, nur in umgekehrter Ordnung Statt.

Durch einen zweiten auf dem erstern liegenden und aus zwei Theilen bestehenden Schieber, welche durch die Drehung einer Spindel mittelst des Schnecken- oder Stirnrädchens *g* (vom Stande des Locomotivführers aus), welche mit einem rechten und linken Gewinde versehen ist, zusammen- oder aus einander geschoben werden können, bewirkt man in der neuern Zeit auch eine Art von variabler Expansion.

Was die Steuerung des Dampfschiebers oder der Dampfschublade *m* mittelst der einen, oder wenn man die Bewegung der Maschine umkehren (*reversiren*) will, mit der zweiten Excentric *t* betrifft, so findet diese in der gezeichneten Stellung (in welcher das Locomotiv vorwärts geht) durch die mit ihrem Halsband in die erste Excentric eingelegte Schubstange ω Statt, welche in die Warze *i* des um *c* drehbaren Hebels, dessen Endpunct *r* mit diesem Dampfschieber in Verbindung steht, eingehängt ist. Soll nun die vorwärtige Bewegung der Maschine in die rückwärtige verwandelt werden, so schiebt der Führer die in seinem Bereiche liegende Stange *h* nach vorwärts, wodurch der um *o* drehbare Winkelhebel die Schubstange ω aus der Warze *i* auslöst und dafür jene mit der zweiten Excentric in Verbindung stehende ω′ mit ihrer Gabel in dieselbe Warze einlegt; weil aber diese zweite gegen die erste Excentric um eine halbe Umdrehung verschoben ist (hat die eine z. B. ihren Vorsprung nach vorwärts, so hat ihn die andere gerade nach rückwärts), so stellt sich, wenn z. B. der Kolben in der Stellung *A* (Fig. 289) eben im Vorwärtsgehen begriffen war, durch dieses Reversiren der Dampfschieber aus dieser Lage in *A* plötzlich in jene, welche in *C* dargestellt ist, wodurch der Kolben augenblicklich die rückgängige Bewegung annimmt und dadurch auch die Bewegung der Treibräder umkehrt.

Aus Fig. 288. *e* sind die beiden Röhren *q*, *q* ersichtlich, welche den bereits gewirkten Dampf aus den Cylindern durch das Blasrohr *r* in den Schornstein und von da in die Atmosphäre abführen. Da die Blasrohröffnung verhältnifsmäfsig klein ist, so mufs der Dampf mit grofser Geschwindigkeit ausströmen und im Schornstein bei jedem Stofs eine Art Vacuum erzeugen, welches augenblicklich wieder durch die durch den Rost *u* und die Feuerröhren *x* strömende Luft ausgefüllt wird und dadurch dieselbe Wirkung wie ein Gebläse hervorbringt; obschon also durch die enge Öffnung des Blasrohrs eine nicht unbedeutende Reaction des ausströmenden Dampfes auf den Dampfkolben entsteht, so läfst man sich diesen Kraftverlust dennoch gerne gefallen, weil es sonst unmöglich wäre, in einem verhältnifsmäfsig kleinen Kessel so aufserordentlich viel Dampf zu erzeugen. (In der neuern Zeit macht man die Blasrohröffnung durch Einsetzung einer beweglichen Klappe veränderlich, und zwar im Mittel von 3 bis 10 Quadratzoll.)

Sowohl im Längen- als Querdurchnitt (Fig. 288. *b* und Fig. 288.) sieht man den aus starken Kupferplatten hergestellten Feuerkasten *B* mit dem Roste *u* und den hohlen Räumen *z*, *z*, welche mit Wasser bis auf die Höhe

$a\,a'$ gefüllt werden; auch sieht man wie in diesem Feuerkasten, welcher die von 48 bis 62 Quadratfufs betragende directe Feuerfläche bildet, die 11 bis 14 Fufs langen und 2 Zoll im Durchmesser haltenden messingenen horizontal liegenden Röhren x, durch welche die Flamme zieht, während sie von aufsen ringsherum von Wasser umgeben sind, und sofort die von 700 bis 900 Quadratfufs haltende indirecte Feuerfläche bilden, einmünden, während diese vorne im Rauchkasten *E*, welcher durch die Thüren *F*, *F* (Fig. 288. c) zugängig wird, ausmünden. Auch ersieht man aus diesem Längendurchschnitt nicht nur (durch die Richtung der Pfeile) wie die Luft zur Anfachung des Feuers von der vordern Seite des Aschenkastens *D* durch den Rost und die Röhren zieht, sondern man bemerkt auch, wie durch das Aufziehen des horizontal liegenden Schiebers oder sogenannten Regulators z, welcher durch die Zugstange 1 mit dem Hebel u in Verbindung steht, der im obern Kesselraum und besonders in dem Dome *G* angesammelte Dampf durch die Röhren 3 und 4 in die Cylinder, d. h. in ihre Dampfkammern gelangen kann; die sich darstellende eigenthümliche Form des Schornsteins rührt von dem in der neuern Zeit erfundenen Funkenapparate (mittelst welchem das feuergefährliche Funkenauswerfen beinahe gänzlich beseitigt oder wenigstens unschädlich gemacht wird) her, welcher oben aufgesetzt wird und wodurch die im Schornsteine aufsteigenden Funken, durch das conische Dach 15 aufgehalten, genöthigt sind, in einer durch 5 oder 6 Leitcurven (krumme Blechschaufeln wie beim *Fourneyron*'schen Kreiselrade) vorgezeichneten Richtung rund herum von der Seite m' auszutreten und in den durch den äufsern Blechmantel gebildeten hohlen Raum o' zu fallen, aus welchem sie von Zeit zu Zeit durch das Thürchen 16 herausgenommen werden. Schliefslich bemerkt man in demselben Durchschnitte das durch Druckfedern niedergehaltene Sicherheitsventil 5, so wie auch jenes 6, welches durch einen Hebel 7 (Fig. 288. a) und eine eingehängte Federwage 8 niedergedrückt wird; der Trichter 9 dient zum ersten Füllen des Kessels mit Wasser, indem dieser, während der Fahrt durch die beiden Speisepumpen 10 (Fig. 288), (wovon in der Regel nur immer eine in Thätigkeit ist), welche das Wasser mittelst der Röhren 11 und 12 aus dem Tender ziehen, ununterbrochen gespeist wird. In derselben Figur (288) ist auch der Sandkasten *J* angedeutet, aus welchem bei Glatteis die Schienen durch das Rohr 13 (auf einer wie auf der andern Seite mit Sand bestreut werden. Dafs der Kessel endlich auch mit einem Wasserstandsglas, mit Probierhähnen, sowohl um sich von dem Wasserstande, als auch von der Thätigkeit der Pumpen (wefshalb die Ausmündung α, Fig. 288. h vorhanden) zu überzeugen, versehen wird, bedarf kaum einer Erwähnung.

§. 528. Die Locomotive sind Hochdruckmaschinen ohne Condensation und in der Regel auch ohne Expansion (welche erst in der neuesten Zeit mehr versucht und theilweise angewendet wird), so, dafs man also im Wesentlichen die obigen (in §. 524 erwähnten) Formeln darauf anwenden kann. Allein bei dem Umstande, dafs sich diese Dampfma-

schine selbst mit fortbewegen mufs, dafs ferner, um die in dem verhältnifsmäfsig kleinen Kessel nöthige rasche Verbrennung des Brennmateriales zu bewirken, ein künstlicher Luftzug, bis jetzt immer noch durch das Entweichen des gebrauchten Dampfes durch ein enges Rohr (das Blasrohr) in den Schornstein, erzeugt werden mufs, so mufs nebst dem eigenen Gewichte der Maschine sammt dem zugehörigen Kohlen- und Wasserwagen (dem Tender) auch noch der Widerstand der Luft zur bewegenden Last (wodurch die Nutzlast um eben so viel vermindert wird) hinzugerechnet, und der aus dem Drucke der Atmosphäre entstehende Gegendruck auf die Kolben, noch um jenen Widerstand vermehrt werden, welcher durch die Reaction des aus dem Blasrohr ausgestofsenen Dampfes auf die Kolbenfläche entsteht.

§. 529. Bezeichnet man die zur eigenen Fortbewegung des Locomotives nöthige Kraft mit b, den Widerstand der Luft gegen den Wagenzug, welcher (§. 465) von dem Quadrat der Kolbengeschwindigkeit abhängig ist, mit rv^2, den vom Blasrohr herrührenden Widerstand, welcher nach den Versuchen von *Pambour* der einfachen Kolbengeschwindigkeit proportional ist, mit sv; so mufs man in den erwähnten Formeln $q + b + rv^2$ statt q, und $p + sv$ statt p setzen. Dadurch gehen die obigen Formeln (in den §§. 517 bis 521) mit Beibehaltung der übrigen Bezeichnung, und da man hier keine Expansion voraussetzt (im entgegengesetzten Falle würde nur noch die logarithmische Gröfse, die jetzt wegfällt, stehen bleiben und sonst gar keinen Unterschied oder eine Schwierigkeit machen), für die Locomotivmaschinen in folgende über:

Für den allgemeinen Fall ist:

$$\text{A.}\begin{cases} v = \dfrac{S}{F} \cdot \dfrac{L}{L+a} \cdot \dfrac{1}{n + m[(1+\alpha)(q+b+rv^2)+f+p+sv]}, \\ Fq = \dfrac{L}{L+a} \cdot \dfrac{S}{m(1+\alpha)v} - \dfrac{F}{1+\alpha}\left(\dfrac{n}{m}+p+sv+f\right) - F(b+rv^2), \\ S = \dfrac{L+a}{L} Fv[n+m(1+\alpha)(q+b+rv^2)+p+sv+f] \text{ und} \\ E = Fqv. \end{cases}$$

Für den Fall des Maximums des Nutzeffectes ist:

$$\text{B.}\begin{cases} v' = \dfrac{L}{L+a} \cdot \dfrac{S}{F(n+mP)}, \\ Fq' = \dfrac{F}{1+\alpha}(P-p-sv'-f) - F(b+rv'^2), \\ S = \dfrac{L+a}{L} Fv'(n+mP) \text{ und } E = Fq'v'. \end{cases}$$

Aufserdem hat man noch nach der Constructionsart dieser Maschine, da durch einen Hin- und Hergang des Kolbens die Treibräder immer einen Umlauf machen, wenn L die Länge eines Kolbenlaufes und D der Durchmesser der Treibräder ist, für die Geschwindigkeit V der Maschine:

$$V = \frac{\pi D}{2L} v = 1{\cdot}5708 \frac{D}{L} v \;.\;.\;.\; (t.$$

§. **530.** Was nun die numerischen Werthe betrifft, so kann man nach den Versuchen von *Pambour* für die Reibung eines Locomotives mit nicht gekuppelten Rädern 1, und mit gekuppelten Rädern $1\frac{1}{4}$ Pfund (englisch) auf jeden Quadratzoll der Kolbenfläche setzen; nimmt man diesen letztern Werth, so beträgt die Reibung auf den englischen Quadratfufs $f = 1{\cdot}25 \times 144$ englische Pfund, oder auf den Wiener Quadratfufs bezogen $1{\cdot}25 \times {\cdot}8713 \times 144 = 156{\cdot}83$ W. Pfund. Ferner ist, wenn F in Quadratfufs, also auch P dem gemäfs ausgedrückt wird (§. 515), $n = {\cdot}0^3 1421$ und $m = {\cdot}0^6 264$.

Bei einer mittlern Verdampfung und Dimension der Maschine und bei einer Geschwindigkeit von 10 englischen Meilen per Stunde, oder 150 Fufs Kolbengeschwindigkeit per Minute, beträgt der vom Blasrohr herrührende Druck oder Widerstand auf den Quadratzoll der Kolbenfläche $1\frac{3}{4}$ Pfund (*Pambour* findet nämlich per Quadratzoll ${\cdot}175\, v$ Pfund, wobei v die Geschwindigkeit der Maschine in englischen Meilen per Stunde bezeichnet), und da er im geraden Verhältnifs mit der Geschwindigkeit v steht, so ist $sv = 1{\cdot}75 \times 144$ für $v = 150$, folglich:

$$s = \frac{1{\cdot}75 \times 144}{150},$$

oder auf das Wiener Mafs und Gewicht reducirt, $s = 1{\cdot}5183$ Pfund auf den Quadratfufs.

Da ferner nach *Pambour's* Versuchen der Widerstand der Luft gegen einen Wagenzug von mittlerer Oberfläche und bei 10 Meilen Geschwindigkeit 33 Pfund beträgt, so wird, wenn v und V die Kolben- und Wagengeschwindigkeiten, und x den auf die Einheit der Kolbenfläche reducirten Luftwiderstand bezeichnet, sofort, wenn man unter F nur die eine Kolbenfläche versteht: $2xFv = 33V$, woraus (t, §. 529):

$$x = \frac{33}{2F}\frac{V}{v} = \frac{33}{2F} \cdot \frac{\pi D}{2L}$$

ist. Für die mittlern Dimensionen, nämlich für $D = 5$ Fufs (Cylinderdurchmesser $d = 1$ Fufs), $L = 16$ Zoll, wird die Kolbengeschwindigkeit (für $V = 10$ Meilen per Stunde) $v = 150$ Fufs per Minute (nämlich

nahe 6 Mal kleiner als die Wagengeschwindigkeit), also ist auf den englischen Quadratfuſs der Kolbenfläche $x = rv^2 = 124{\cdot}1$ englische Pf. oder $r = {\cdot}005515$, oder auf das Wiener Maſs und Gewicht reducirt, nahe genug $r = {\cdot}005$ Pfund auf den Quadratfuſs der gesammten Kolbenfläche.

Beispiel. Bei einem Locomotiv der Liverpooler Eisenbahn fanden genau jene Dimensionen und Verhältnisse Statt, welche wir oben in dem Beispiele der Hochdruckmaschinen (§. 524) angenommen haben. Es ist nämlich dafür (auf das Wiener Maſs und Gewicht bezogen und beide Kolben zusammen als einen gerechnet) $d = 16{\cdot}39$ Zoll oder $F = 1{\cdot}46$ Quadratfuſs, $L = 1{\cdot}286$ Fuſs, $a = {\cdot}05\,L$, $S = {\cdot}6$ Kubikfuſs (per Minute), $P = 56{\cdot}614 \times 144$ und $p = 12{\cdot}8 \times 144$ Pfund; ferner ist hier noch $f = 156{\cdot}83$, $1 + \alpha = 1{\cdot}14$, $r = {\cdot}005$, $s = 1{\cdot}5183$, und da *Pambour* $\frac{1}{320}$ des eigenen Gewichtes des Locomotives zur Fortbewegung desselben oder bei dieser Maschine 80 Pf. englisch rechnet, so macht dieſs auf den Kolben reducirt, welcher sich (vorige Paragraph, *l*) 5·9 Mal langsamer als die Maschine bewegt, $5{\cdot}9 \times 80 = 472$ Pfund, folglich auf den englischen Quadratzoll der Kolbenfläche 2·09 englische Pfund oder auf den Wiener Quadratfuſs 262·22 Wiener Pfund beträgt, wodurch $b = 262{\cdot}22$ wird.

Mit diesen Werthen erhält man aus den Formeln B. des vorhergehenden Paragraphes für das Maximum des Nutzeffectes $v' = 170{\cdot}6$ Fuſs per Minute (nahe wie oben); für die auf den Kolben wirkende Nutzlast $Fq' = 6952{\cdot}4$ Pfund, folglich für den gröſsten Nutzeffect:

$$E = 170{\cdot}6 \times 6952{\cdot}4 = 1186079{\cdot}4^{\text{F. Pf.}} = \frac{1186079{\cdot}4}{60 \times 430} = 46$$

Pferdekräfte.

Anmerkung. Aus der Vergleichung dieses Resultates mit jenem der oben (§. 524) angenommenen stationären Hochdruckmaschine von denselben Dimensionen zeigt sich deutlich, welchen Einfluſs es auf den Nutzeffect der Locomotive hat, daſs diese Maschinen ihr eigenes Gewicht fortbewegen, den Widerstand der Luft überwinden und das Anfachen des Feuers im Herde übernehmen müssen. Da wir oben für die feststehende Maschine $52\frac{1}{5}$ Pferdekraft gefunden haben, so entsteht aus den genannten Hindernissen unter übrigens gleichen Umständen bei den Locomotiven ein Verlust an Nutzeffect von circa 10 Procent.

§. 531. Nach ***Pambour*** erhält man zur Berechnung des auf die Kolbenflächen reducirten Gesammtwiderstandes, welchen diese bei Bewegung eines Eisenbahnzuges zu überwinden haben, folgende Formel, wobei das englische Maſs und Gewicht vorausgesetzt wird:

$$R = (1+\alpha)\left[(k \mp h)M \mp hm + rv^2\right]\frac{D}{d^2 L} + \frac{DF}{d^2 L} + p + sv.$$

In dieser Formel bezeichnet h das relative Gewicht des Trains auf

der **schiefen** Ebene (beim Aufwärtssteigen gilt das Zeichen $+$, beim Abwärtsgehen jenes $-$), so, daſs also auf **horizontaler** Bahn $h = 0$ wird; M und m bezeichnen beziehungsweise das absolute Gewicht des Trains sammt Tender, und jenes der Maschine in Tonnen ausgedrückt. v ist die Geschwindigkeit des Trains in Meilen per Stunde, D der Durchmesser der Treibräder, L die Länge des Kolbenlaufes, d der Durchmesser der Cylinder oder Kolben, F die Reibung der leeren Maschine, α die additionelle Reibung durch das Anhängen einer Last, p der atmosphärische Druck auf die Flächeneinheit, $r v^2$ der Widerstand der Luft gegen den in Bewegung befindlichen Train, $s v$ der Gegendruck auf den Kolben von Seite des Blasrohres, und endlich ist $k M$ die Reibung der Waggons.

Dabei ist $k = 6$ Pfund für 1 Tonne Bruttolast (d. h. um 1 Tonne auf einer horizontalen Eisenbahn fortzubewegen, ist eine Zugkraft von 6 Pfund, also nur der $\frac{20 \times 112}{6} = 373^{\text{ste}}$ Theil nöthig), $\alpha = \cdot 137$ oder $1/_7$ für Maschinen mit ungekuppelten und $\alpha = \cdot 215$ für Maschinen mit gekuppelten Rädern. Je nachdem man ferner D, L und d in Zollen oder Fuſsen und p, r und s in Pfunden beziehungsweise auf den Quadratzoll oder Quadratfuſs ausdrückt, erhält man auch den auf die Kolbenfläche reducirten Widerstand R aus der vorigen Formel in Pfunden beziehungsweise auf den Quadratzoll oder Quadratfuſs der Kolbenfläche.

Ist ferner irgend eine Last von Q Tonnen über eine schiefe Ebene von der Steigung $\frac{1}{n}$ (auf n Klafter Länge nach der schiefen Ebene gemessen, 1 Klafter verticale Steigung) hinauf zu ziehen, so ist das sogenannte **relative** Gewicht dieser Last $= \frac{Q}{n}$ Tonnen $= \frac{2240}{n} Q$ Pfunde, folglich hat man in der obigen Formel $h = \frac{2240}{n} Q$ zu setzen, wenn Q die betreffende Last ist.

Der Gegendruck von Seite des **Blasrohres** ist auf 1 Quadratzoll der Kolbenfläche $s v = \cdot 0113 \frac{S'}{a} v$, wobei S' die totale Verdampfungsfähigkeit des Kessels per Stunde in Kubikfuſs, a die Öffnung des Blasrohres in Quadratzoll und v die Geschwindigkeit des Trains in Meilen per Stunde bezeichnet. Für gewöhnliche Dimensionen ist $S' = 60$ und $a = 3 \cdot 96$, folglich $\frac{S'}{a} = 15 \cdot 2$ und $s v = \cdot 175 v$.

Endlich kann man den Widerstand der Luft gegen einen gewöhn-

lichen Train $r v^2 = \cdot 002687 A v^2$ Pfunde setzen, wenn die Fläche A in Quadratfufs ausgedrückt wird.

Beispiel 1. Ein aus 9 beladenen Waggons von 50 Tonnen Bruttogewicht bestehender Train wird von einem 8 Tonnen wiegenden Locomotiv, dessen beide Cylinder 11 Zoll (lichten) und die nicht gekuppelten Treibräder 5 Fufs Durchmesser haben, der Kolbenlauf 16 Zoll und der Durchmesser der Blasrohröffnung $2^1/_2$ Zoll beträgt, auf einer Eisenbahnstrecke von $^1/_{500}$ Steigung mit 20 Meilen Geschwindigkeit (per Stunde) aufwärts gezogen; wie grofs ist dabei der auf die Kolbenflächen reducirte Widerstand?

Da sich hier die sämmtlichen Mafse und Gewichte auf das englische System beziehen, so hat man unmittelbar nach dem Vorhergehenden: Reibung der Waggons $k M = 6 \times 50 = 300$ Pfund; relatives Gewicht des ganzen Trains auf der schiefen Ebene $h(M + m) = \frac{2240}{500} \times 58 = 260$ Pfund; Widerstand der Luft für eine effective (hier anzunehmende) Fläche von $A = 180$ Quadratfufs und von $v = 20$ sofort $r v^2 = 194$ Pfund; additionelle Reibung $1 + \alpha = 1{\cdot}137$, Reibung der ledigen Maschine $F = 104$ Pfund; folglich ist der gesammte Widerstand gegen das Fortbewegen des Trains $W = (1 + \alpha)[(k + h) M + h m + r v^2] + F = 961$ Pf. (Genauer ist $r v^2 = 193^1/_2$ und $W = 960^1/_2$ Pf.)

Von der andern Seite ist der Umfang eines Treibrades in Zollen $D\pi = 60 \times 3{\cdot}1416 = 188{\cdot}5$ Zoll; der doppelte Kolbenlauf $2L = 32$ Zoll; das Verhältnifs der Wagen- und Kolbengeschwindigkeit $\frac{D\pi}{2L} = 5{\cdot}9$; es ist daher der vorige Widerstand W auf die Kolbenfläche reducirt:

$$R' = W \times \frac{D\pi}{2L} = 961 \times 5{\cdot}9 = 5670 \text{ Pfund.}$$

Ferner ist die Summe der beiden Kolbenflächen $\frac{2 \cdot d^2 \pi}{4} = \frac{11^2 \times 3{\cdot}1416}{2} = 190$ Quadratzoll; demnach kommt von dem vorigen Widerstande R' auf 1 Quadratzoll der Kolbenflächen die Gröfse $\frac{5670}{190} = 29{\cdot}8$ Pfund; dazu den effectiven Druck oder Widerstand von Seite des Blasrohrs, d. i. $s v = 3{\cdot}5$ Pfund, und den Druck der Atmosphäre, d. i. $p = 14{\cdot}7$ Pfund hinzugefügt, erhält man für den gesuchten auf 1 Quadratzoll der Kolbenflächen kommenden Widerstand $R = 29{\cdot}8 + 3{\cdot}5 + 14{\cdot}7 = 48$ Pfund, oder auf 1 Quadratfufs $48 \times 144 = 6912$ Pfund.

Beispiel 2. Um nun auch zu sehen, ob ein Locomotiv von der genannten Gröfse, welche gewöhnlich 60 Kubikfufs Wasser in einer Stunde in Dampf verwandeln kann, und wobei die absolute Dampfspannung im Kessel 65, folglich die wirksame 50 Pfund auf den Quadratzoll beträgt, zur Überwindung des eben berechneten Widerstandes die nöthige Leistungsfähigkeit besitzt; so mufs zuerst bemerkt werden, dafs von den 60 Kubikfufs Wasser beiläufig nur $^3/_4$ oder 75 Procent, d. i. 45 Kubikfufs per Stunde oder

·75 Kubikfuſs per Minute effective in Dampf verwandelt werden und der übrige Theil liquid oder mechanisch in die Cylinder hinüber gerissen wird.

Nach dem oben (§. 514, Anmerkung) ausgesprochenen Grundsatze muſs der unter dem Drucke von 65 Pfund im Kessel gebildete Dampf für den Beharrungsstand der Maschine, im Cylinder einen Druck von nur 48 Pfund auf den Quadratzoll annehmen, und da bei diesem Übergange (von 65 auf 48 Pfund Druck) der Dampf im Maximum seiner Dichte bleibt, so ist dessen relatives Volumen (§. 477) = 573, d. h. sein Volumen ist 573 Mal gröſser als jenes des Wassers, woraus er gebildet wurde. Das während 1 Minute effectiv erzeugte Dampfvolumen ist demnach = ·75 × 573 = 429¾ Kubikfuſs; da nun der von einem Kolben zurückgelegte Raum = ·66 × 1·33 = ·88 Kubikfuſs und der freie Raum = $\frac{\cdot 88}{20}$ ist, so beträgt der ganze Raum, welcher bei jedem Kolbenlauf vom Dampf erfüllt werden muſs, oder das per Kolbenlauf nöthige Dampfquantum die Gröſse $\frac{21}{20} \times \cdot 88 = \cdot 924$ Kubikfuſs, und die Maschine kann daher (bezüglich auf die vorhandene Dampfmenge) per Minute $\frac{429\cdot 75}{\cdot 924} = 465$ Kolbengänge machen.

Da ferner jeder Kolben bei einem Radumlaufe 2 Gänge macht, so kommen auf jeden Radumlauf 4 Kolbengänge, und es können daher per Minute $\frac{465}{4} = 116\frac{1}{4}$ Radumläufe Statt finden, was für die Maschine eine Geschwindigkeit von $5 \times 3\cdot 1416 \times 116\frac{1}{4} = 1826$ Fuſs per Minute oder von $\frac{60 \times 1826}{5280} = 20\cdot 75$ Meilen per Stunde gibt.

Erleidet die Maschine, wie dieſs in der Regel bei den Locomotiven der Fall ist, durch die Sicherheitsventile einen Dampfverlust, so entsteht dadurch auch eine verhältniſsmäſsige Verminderung in der Geschwindigkeit des Wagenzuges; beträgt z. B. dieser Verlust ·05 der vollen Dampferzeugung, so beträgt die Geschwindigkeit des Trains nur mehr ·95 × 20·7 = 19·66 Meilen.

Anmerkung 1. Nach *Pambours* Versuchen und Beobachtungen kann man bei richtigem Verhältnisse des Herdes (6 bis 8 Quadratfuſs Rostfläche), der ganzen Feuerfläche zu jener des Feuerkastens (*firebox*, im Durchschnitt von 10 : 1) der Blasrohröffnung (1¼ bis 6¼ Quadratzoll) ohne Unterschied der Feuerflächen (ob directe oder indirecte) bei 20 Meilen Geschwindigkeit der Maschine sofort auf jeden Quadratfuſs Heizfläche ·2 Kubikfuſs Wasser per Stunde verdampfen; dagegen bei n Meilen Geschwindigkeit, wenn $n > 20$ ist, $\cdot 2\sqrt[4]{\frac{n}{20}}$ und beim Stillstehen der Maschine, beiläufig $\frac{1}{5} \times \cdot 2 = \cdot 04$ Kubikfuſs. Endlich kann man zur Verdampfung von 1 Kubikfuſs Wasser 10·7 Pfund Koks rechnen. (*Wood* und *Stephenson* glauben, daſs

3 Quadratschuh Röhrenfläche nicht mehr Dampf geben als 1 Quadratfufs der directen Heizfläche des Heizkastens.)

Anmerkung 2. Abgesehen von dem sogenannten Voreilen der Dampfschieber, in Folge welchem der Dampf noch vor vollendetem Kolbenlauf abgesperrt und auf der entgegengesetzten Seite zugelassen wird (nach der neuesten Erfindung von *Stephenson* hat man dieses ganz in seiner Gewalt und ist bezüglich der grofsen Einfachheit der variablen Expansion vorzuziehen), wodurch nicht blofs die Maschine besser conservirt, sondern auch die Geschwindigkeit derselben bei einer gegebenen Belastung vergrössert wird, indem durch die Verkürzung des Kolbenlaufes bei offener Communication mit dem Kessel, der per Minute erzeugte Dampf die Cylinder öfter füllen kann, wendet man in der neuern Zeit zur Erhöhung des Nutzeffectes bei einer gegebenen Menge an Brennmateriale mit Vortheil die feste oder besser variable Expansion an, wodurch in einzelnen Fällen bei guter und zweckmäfsiger Handhabung derselben bei demselben Nutzeffect von 25 bis 30 Procent an Brennmateriale erspart werden kann.

Da ferner durch Umdrehung der Treibräder, in der oben (§. 527) angegebenen Weise, diese nur in so ferne auf der Schienenbahn fortrollen können, als sie auf den Schienen den nöthigen Stützpunct, nämlich die gehörige Adhärenz oder Adhäsion finden (gerade so, wie diefs auch nöthig wäre, um einen gewöhnlichen Wagen durch das Fortschieben an den Radspeichen in Bewegung zu setzen), so ist klar, dafs wenn die durch den Druck (welcher aus der auf diese Räder durch das Gewicht der Maschine entfallenden Belastung entsteht) der Treibräder gegen die Schienen erzeugte gleitende Reibung kleiner als die zur Fortbewegung des Trains nöthige Zugkraft ist, die Räder zwar umlaufen werden, ohne jedoch die Maschine mit der angehängten Ladung forfzubewegen. Da die gleitende Reibung zwischen den Treibrädern und Eisenbahnschienen bei trockenem (oder auch ganz nassem) Wetter, wenn die Schienen rein sind, ungefähr $\frac{1}{7}$, höchstens $\frac{1}{6}$, bei feuchtem Wetter, oder wenn die Schienen schmutzig oder schmierig sind, bis auf $\frac{1}{12}$, ja selbst manchmal bis auf $\frac{1}{16}$ (Gröfse des Reibungscoefficienten) herabgeht; so kann eine Maschine, deren Treibräder nur z. B. mit 5 Tonnen gegen die Schienen gedrückt werden, auf horizontaler Bahn, und wenn auch übrigens ihre Kraft oder Stärke noch so grofs wäre, im ersten Falle höchstens $\frac{5 \times 2240}{6 \times 7} = 266{\cdot}7$ und im letztern $\frac{5 \times 2240}{6 \times 16} = 116{\cdot}67$ Tonnen, das eigene Gewicht der Maschine mit inbegriffen, fortschaffen (wenn man nämlich 6 Pfund Zugkraft auf 1 Tonne Bruttolast rechnet, weil, wenn die in Tonnen ausgedrückte gröfste Last, welche bei dem Reibungscoefficient $= \frac{1}{m}$ und dem Drucke der Treib- oder überhaupt der gekuppelten Räder $= Q$ Tonnen mit x bezeichnet wird, sofort $6x = \frac{2240\,Q}{m}$, also $x = \frac{2240\,Q}{6m}$ ist), so, dafs also im ersten

Falle die Maschine das 53- (bei $^1/_6$ Reibung das 62-) fache der auf den Treibrädern ruhenden Last, im letztern dagegen nur das 23fache derselben auf horizontaler Bahn fortzuschaffen im Stande ist. Da bei Steigungen die nöthige Zugkraft zunimmt, so wird auch, wenn eine Maschine auf horizontaler Bahn die fache Last von der auf den Treibrädern ruhenden oder adhärirenden fortschaffen kann, diese Zahl n dadurch verhältnifsmässig (mit der Steigung) vermindert.

So wäre z. B. bei $^1/_{200}$ Steigung die gröfste Last, welche die vorige Maschine bei $^1/_7$ Reibung, ohne zu gleiten noch fortbringen kann, 93 Tonnen, was jetzt nicht mehr als der 19te Theil der auf den Treibrädern ruhenden Last ist. Denn ist überhaupt x die gröfste Last in Tonnen, welche auf einer Steigung von $\frac{1}{n}$, einer Reibung von $\frac{1}{m}$ und einer Belastung der Treib- oder gekuppelten Räder von Q Tonnen noch fortgeschafft werden kann, ohne dafs die Räder gleiten; so ist allgemein:

$$6x + \frac{2240\,x}{n} = \frac{2240\,Q}{m}, \text{ woraus sofort } x = \frac{2240\,n\,Q}{m(6n + 2240)}$$

Tonnen folgt. (Streng genommen wäre auch noch die allerdings nur geringe Verminderung, die bei einer Steigung im Normaldruck zwischen den Rädern und Schienen eintritt, in Rechnung zu bringen.) Es versteht sich übrigens von selbst, dafs durch das nur theilweise eintretende Gleiten der Räder nicht nur diese und die Schienen mehr abgenützt werden, sondern dafs auch, weil die Geschwindigkeit der fortzuschaffenden Last bei gleichem Aufwand an Brennmateriale abnimmt, der Nutzeffect selbst vermindert wird. Aus diesem Grunde baut man heut zu Tage Locomotive, welche über 300 Centner (d. i. über 16 Tonnen) im Gewichte haben und kuppelt die beiden Treibräder noch mit zwei der übrigen ganz gleich grofsen Räder so zusammen, dafs nunmehr das auf diese 4 Räder entfallende grössere Gewicht der Maschine für die Adhäsion in Rechnung kommt.

Anmerkung 3. Da nach *Pambours* Versuchen das Fortschaffen einer Last von 1 Tonne brutto auf einer horizontalen Eisenbahn 6 Pfund Zugkraft erfordert, so kann jede Leistung, welche in dem Heben einer in Pfunden ausgedrückten Last 1 Fufs hoch per Minute besteht, in eine Zahl von Tonnen Bruttolast verwandelt werden, welche auf einer horizontalen Eisenbahn mit 1 Meile (per Stunde) Geschwindigkeit fortgeschafft wird, wenn man die erstere Leistung mit dem Factor $\frac{60}{6 \times 5280} = \frac{1}{528}$ multiplicirt. Da nun die Leistung einer (Maschinen-) Pferdekraft in dem Heben von 33000 Pfund 1 Fufs hoch in 1 Minute besteht, so ist diese Leistung oder 1 Pferdekraft auch $= \frac{33000}{528} = 65^1/_2$ Tonne Bruttolast, auf einer horizontalen Eisenbahn mit 1 Meile Geschwindigkeit per Stunde fortgeschafft. Auf das Wiener Mafs und Gewicht reducirt, würde also die Leistung einer Pferdekraft in dem Fortschaffen einer Bruttolast von $240^1/_2$ Centner 1 Meile weit

auf horizontaler Bahn bestehen; nimmt man dafür die runde Zahl 240, so müfste das Locomotiv, um eine Bruttolast von Q Wiener Centner mit C Meilen Geschwindigkeit (per Stunde) auf einer horizontalen Eisenbahn fortzubewegen, eine nutzbringende Kraft von $N = \frac{QC}{240}$ Pferdekräfte haben.

Die für die Staats-Eisenbahnen construirten Maschinen oder Locomotive müssen nach der ersten, zweiten und dritten Cathegorie beziehungsweise eine Bruttolast von 4000 Centner mit 4 Meilen, 6000 Centner mit 3 Meilen und 8000 Centner mit 3 Meilen Geschwindigkeit per Stunde auf horizontaler Bahn fortschaffen können: diefs würde also für die disponible Stärke der Locomotive dieser drei Cathegorien beziehungsweise $66^2/_3$, 75 und 100 Pferdekräfte erfordern.

Da jedes Treibrad höchstens mit 80 Centner belastet seyn oder gegen die Schienen gedrückt werden darf, so sind bei den Maschinen dritter Cathegorie, da sie mit 6 Zoll Wasser im Kessel gegen 350 Centner wiegen, 4 gekuppelte Räder vorhanden; beträgt nun z. B. das auf diesen Rädern ruhende Gewicht $4 \times 80 = 320$ Centner, so wäre nach den in der vorigen Anmerkung gegebenen Daten die gröfste Last, welche eine solche Maschine bezüglich der Adhäsion der Räder fortschaffen könnte, bei trockenem oder ganz nassem Wetter und reinen Schienen $53 \times 320 = 16960$, und bei feuchtem Wetter und unreinen Schienen $23 \times 320 = 7360$ Centner.

Von den vorhandenen Maschinen hat eine Cathegorie angeblich 627 Quadratfufs totale Feuerfläche, $13^1/_2$zöllige Cylinder mit 20 Zoll Kolbenhub, 5füfsige Treibräder und ein Gewicht von 286 Centner. Eine zweite Cathegorie 614 Quadratfufs Feuerfläche (dabei die directe zur indirecten wie 1:11·8), 15zöllige Cylinder bei 22 Zoll Kolbenhub, 4füfsige Treibräder und ein Gewicht von 275 (sammt Wasser gegen 300) Centner. Eine dritte Reihe oder Cathegorie 941 Quadratfufs gesammte Heizfläche (dabei die directe zur indirecten wie 1:14·2), 15zöllige Cylinder, 22 Zoll Kolbenhub, 4füfsige Treibräder und ein Gewicht von nahe 350 Centner. (Alles in Wiener Mafs und Gewicht.)

Rechnet man auf 1 Quadratfufs Heizfläche eine stündliche Verdampfung von $^1/_5$ Kubikfufs Wasser und davon $^3/_4$ oder 75 Procent als wirksam; so kann man für diese drei genannten Cathegorien der Reihe nach $S = 1·4$, 1·3 und 2 Kubikfufs per Minute; die Kolbenflächen (beide als eine angesehen) $F = 2$, 2·454 und 2·454 Quadratfufs; die Kolbenläufe $L = 1·67$, 1·83 und 1·83 Fufs; die in den obigen Formeln vorkommende, von dem Gewichte der Maschine herrührende Gröfse $b = 210·5$, 120·6 und 153·5, so wie endlich, da die Dampfspannung im Kessel wenigstens 70 Pfund auf den Quadratzoll betragen soll, in allen drei Fällen $P = 70 \times 144$ Pfund setzen; dadurch erhält man mit Beibehaltung der übrigen, im Beispiele des §. 530 angeführten Werthe von p, f, s u. s. w. aus den Formeln B. des §. 529 für den gröfsten Effect dieser Maschinen nach derselben Ordnung:

Kolbengeschwindigkeit per Minute: $v' = 237·8$, 180, 276·9 Fufs;
Belastung: $Fq' = 12555·3$, 16111 6, 15170·8 Pf.
Nutzeffect: $E = 115·7$, 112·4, 162·8 Pferdekräfte.

Hieraus folgt, dafs diese Maschinen selbst noch bei bedeutenden Abweichungen von den Bedingungen des Maximums (so würde z. B. eine solche Maschine der ersten Cathegorie nur mit $2\frac{4}{5}$ Meilen laufen dürfen, dabei aber auf horizontaler Bahn, freilich mit Vernachläfsigung des Widerstandes der Luft, eine Bruttolast von 9880 Centner fortziehen können) so weit dieses durch Rechnung zu ermitteln ist, die verlangte Leistungsfähigkeit besitzen.

Tredgold'sche Regeln zur einfachen Berechnung der Locomotive.

§. 532. *Tredgold* gibt zur näherungsweisen Berechnung der wichtigsten bei Locomotiven vorkommenden Fragen folgende einfache, practische Regeln an (dabei bezieht sich alles auf das englische Mafs und Gewicht).

1. Geht ein Train über eine schiefe Ebene von $\frac{1}{n}$ Steigung, so findet man das relative Gewicht des Trains (= der Kraft, mit welcher er über diese Ebene herabgehen will) in Pfunden, wenn man die Bruttolast in Tonnen (1 Tonne = 2240 Pfund) mit 2240 multiplicirt und durch n dividirt.

Beispiel. Hat z. B. das Locomotiv 12, der Tender 7 und der Wagenzug 150 Tonnen, und die Bahn eine Steigung von $\frac{1}{120}$; so ist der blofs aus der Steigung herrührende Widerstand beim Hinaufziehen des Trains (welcher Widerstand noch zu der auf horizontaler Bahn nöthigen Zugkraft hinzukömmt): $\frac{2240}{120}(12+7+150) = 3154\frac{2}{3}$ Pfund.

§. 533. 2. Die auf horizontaler Bahn nöthige Zugkraft in Pfunden, auf die Peripherie der Treibräder reducirt, ist gleich der 8fachen Bruttolast in Tonnen ausgedrückt (diefs gibt $\frac{8}{2240} = \frac{1}{280}$, während nach den Versuchen von *Pambour* nur $\frac{6}{2240} = \frac{1}{373}$ an Zugkraft nöthig ist).

Beispiel. Für das vorige Beispiel wäre sonach die nöthige Zugkraft auf horizontaler Bahn $= 169 \times 8 = 1352$ Pfund, und daher ist die nöthige Kraft, um den Train über die genannte Steigung zu ziehen, $P = 1352 + 3154\frac{2}{3} = 4506\frac{2}{3}$ Pf. (Nach der obigen Annahme wäre blofs $P = 1014 + 3154\frac{2}{3} = 4168\frac{2}{3}$ Pf.)

Beim Hinabgehen des Trains wäre $P = 1352 - 3154\frac{2}{3} = -1802\frac{2}{3}$ Pf., d. h. der Train mufs noch mit dieser Kraft von $1802\frac{2}{3}$ Pfund zurückgehalten werden.

§. **534.** 3. Um die nöthige Dampfspannung im Kessel zu finden, suche man nach den vorigen Regeln die nöthige Zugkraft, vermehre diese wegen der additionellen Reibung um den achten Theil und füge dieser Summe noch so viel Mal 6 Pfund hinzu, als das Locomotiv Tonnen wiegt, so hat man den gesammten Widerstand, welchen die Maschine zu überwinden hat. Diesen Widerstand W mit dem Durchmesser D eines Treibrades multiplicirt, dividire man durch das Product aus dem Quadrate des Durchmessers d des Dampfcylinders in den Kolbenlauf L, alles in Zollen ausgedrückt, und füge diesem Quotienten noch den atmosphärischen Druck von 14·7 hinzu, so erhält man die nöthige Dampfspannung in Pfunden auf 1 Quadratzoll. (Es ist nämlich, wenn q die Dampfspannung auf die gesammte Fläche beider Kolben bezeichnet, ohne Rücksicht auf den atmosphärischen Druck: $WD\pi = 2Lq$, und daher $q = \frac{WD\pi}{2L}$, und da beide Kolbenflächen $= \frac{1}{2}d^2\pi$ Quadratzoll ausmachen, der Dampfdruck auf 1 Quadratzoll $= q : \frac{1}{2}d^2\pi = \frac{WD}{d^2L}$.)

Beispiel. Haben die Cylinder einer Maschine von 12 Tonnen im Gewichte, 12 Zoll, und die Treibräder 54 Zoll im Durchmesser, beträgt der Kolbenlauf 18 Zoll, das Gewicht des Tenders 7 und der fortzubewegenden Last 50 Tonnen, und soll die Maschine dabei eine Steigung von $^1/_{140}$ überwinden, so hat man nach den vorigen beiden Regeln die horizontale Zugkraft: $8 \times 69 = 552$ Pfund, außerdem noch, wegen der Steigung: $\frac{2240}{140} \times 69 = 1104$ Pfund, also zusammen 1656 Pf., dazu $\frac{1}{8} . 1656 = 207$ Pf für die additionelle Reibung und $6 \times 12 = 72$ Pfund für die Reibung der leeren Maschine, gibt als Gesammtwiderstand ($W =$) 1935 Pfund. Die gesuchte Dampfspannung per Quadratzoll ist nach der letzten Regel:

$$\frac{1935 \times 54}{12^2 \times 18} + 14{\cdot}7 = 40{\cdot}3 + 14{\cdot}7 = 55 \text{ Pf.}$$

Das erste Beispiel des §. 531 nach dieser Regel gerechnet würde übrigens nur eine Dampfspannung von $41\frac{1}{2}$ Pfund geben, während wir dort genauer 48 Pf. gefunden haben.

§. **535.** 4. Um das per Minute in Dampf zu verwandelnde Wasservolumen zu finden, sucht man zuerst den von beiden Kolben per Minute zurückgelegten kubischen Raum ($= \frac{1}{2}d^2\pi . v$, wobei d und v in Fußen zu nehmen sind) und dividirt diesen durch das relative Volumen des Dampfes, welches dieser bei dem nach der vorigen Regel gefundenen absoluten Spannung besitzen muß.

Beispiel. Für das vorige Beispiel und einer Kolbengeschwindigkeit von $v = 150$ Fufs per Minute (was bei diesen Dimensionen nur mehr 8 Meilen per Stunde gibt) ist $\frac{1}{4} d^2 \pi v = \frac{1}{4} \times 1 \times 3{\cdot}1416 \times 150 = 235{\cdot}62$ Kubikfufs als die per Minute nöthige Dampfmenge. Da ferner das relative Volumen eines Dampfes, welcher auf den Quadratzoll einen Druck von 55 Pfund ausübt, $= 506$ ist (§. 475), so müssen per Minute $\frac{235{\cdot}62}{506} = {\cdot}466$, d. i. nahe $\frac{1}{2}$ Kubikfufs Wasser verdampft werden.

Sollte die Maschine anstatt 8 Meilen 30 Meilen per Stunde zurücklegen, was auf die Minute $\frac{1}{2}$ Meile beträgt, so würde, da bei den vorhandenen Dimensionen die Kolbengeschwindigkeit nahe 4·7 Mal kleiner ist:

$$v = \tfrac{1}{2} \cdot \frac{5280}{4{\cdot}7} = 561{\cdot}7,$$

was nahe $3\frac{3}{4}$ Mal die vorige Geschwindigkeit ist (eben so wie $\frac{30}{8} = 3\frac{3}{4}$ ausmacht), folglich müfsten auch jetzt per Minute $\frac{1}{2} \times 3\frac{3}{4} = 1\frac{7}{8}$ Kubikfufs Wasser verdampft werden. Bei 12 Meilen Geschwindigkeit würde das zu verdampfende Wasser $\frac{3}{4}$ Kubikfufs per Minute oder 45 Kubikfufs per Stunde betragen u. s. w.

§. 536. 5. Um die Kraft eines Locomotives zu finden, bestimme man zuerst nach der dritten Regel (§. 334) den gesammten Widerstand oder die nöthige Zugkraft und multiplicire diese mit der Geschwindigkeit des Wagenzuges, oder um die Stärke der Maschine in Pferdekräften zu erhalten, multiplicire man diesen Widerstand mit der 8fachen in Meilen (per Stunde) ausgedrückten Geschwindigkeit des Trains und dividire dieses Product durch die Zahl 3000. (Es ist nämlich die Stärke der Maschine, wenn diese per Stunde n Meilen zurücklegt und W den Widerstand oder die nöthige Zugkraft bezeichnet:

$$= W \times n \times \frac{5280^{\text{F. Pf.}}}{60} \text{per Minute} = W \times n \times \frac{5280}{60 \times 33000} = \frac{8\,n\,W}{3000} \text{ Pferdekräfte.})$$

Beispiel. Für das Beispiel in §. 534 ist der gesammte Widerstand ($W =$) 1935 Pfund; soll nun die Maschine dabei nur mit 12 Meilen Geschwindigkeit laufen, so erhält man für die nöthige Stärke der Maschine:

$$\frac{8 \times 12 \times 1935}{3000} = 62 \text{ Pferdekräfte.}$$

Wäre der Kessel im Stande die doppelte Dampfmenge in derselben Zeit (als jetzt für 12 Meilen Geschwindigkeit nöthig ist) zu liefern, so würde auch, da bei demselben Widerstande die Geschwindigkeit noch einmal so grofs wäre, die Leistung oder Stärke dieser Maschine auf das Doppelte steigen.

§. 537. 6. Um endlich für eine Maschine, deren Leistungsfähigkeit in Pferdekräften gegeben ist, die Geschwindigkeit zu bestimmen, mit welcher diese Maschine eine gegebene Last bei gegebenen Steigungsverhältnissen auf einer Eisenbahn fortschaffen kann, suche man den gesammten Widerstand oder die Zugkraft W nach den beiden ersten Regeln, multiplicire die Anzahl der Pferdekräfte N, welche das Locomotiv besitzt, mit 375, so gibt der Quotient $\frac{375\,N}{W}$ die gesuchte Geschwindigkeit in Meilen per Stunde. (Es ist nämlich nach dem vorigen Paragraphe $N = \frac{8\,n\,W}{3000}$, also folgt daraus $n = \frac{375\,N}{W}$; eben so ist umgekehrt, wenn n gegeben ist, $W = \frac{375\,N}{n}$.)

Beispiel. Gesetzt die in den vorigen Beispielen angenommene Maschine soll bei einer Steigung der Bahn von $^1/_{600}$ den Train aufwärts bewegen; so ist nach den im §. 534 angenommenen Verhältnissen der Widerstand auf horizontaler Bahn $= 552$ Pfund, wegen der Steigung ein *plus* von $\frac{2242 \times 69}{600} = 257{\cdot}8$ Pfund, also zusammen 809·8 Pfund, dazu $^1/_8$ für die additionelle Reibung $= 101{\cdot}2$ Pf. und $6 \times 12 = 72$ Pfund als Reibung der leeren Maschine, gibt als gesammten Widerstand $W = 983$ Pf., folglich ist die gesuchte Geschwindigkeit $= \frac{375 \times 62}{983} = 23^3/_5$ Meilen. Beim Abwärtsgehen des Trains wäre die Rechnung so zu führen:

$$552 - 257{\cdot}8 = 294{\cdot}2,$$
$$36{\cdot}8 \text{ additionelle Reibung,}$$
$$72 \text{ Reibung der Maschine,}$$
$$W = 403,$$

daher die Geschwindigkeit per Stunde $= \frac{375 \times 62}{403} = 57^3/_5$ Meilen. Indefs wird diese Geschwindigkeit durch den hier nicht in Rechnung gebrachten Widerstand der Luft nicht unbedeutend vermindert.

§. 538. Zur leichtern Berechnung der Dampfmaschinen, welche mit Expansion arbeiten, gibt Professor *M. Choffel* zu Mülhausen (im *Bulletin de la Société Industrielle de Mulhausen* N^{ro} 49) eine Tabelle für die Wirkung von 1 Kubikmeter Wasserdampf von der Spannung einer Atmosphäre bei verschiedenen Expansionsverhältnissen, ebenfalls mit Rücksicht auf die dabei Statt findende Temperaturabnahme. Auf das Wiener Mafs und Gewicht reducirt erhält man die nachstehende Tabelle.

Tabelle

des dynamischen Effectes von 1 Kubikfuſs Wasserdampf bei der Spannung von einer Atmosphäre und bei verschiedenen Expansionsverhältnissen $\frac{L}{l}$, wo L den ganzen und l jenen Theil des Kolbenlaufes bezeichnet, welcher vor der Absperrung zurückgelegt wird.

Expansionsverhältniſs $\frac{L}{l}$:	Wirkung von 1 Kubikfuſs Dampf:	Expansionsverhältniſs $\frac{L}{l}$:	Wirkung von 1 Kubikfuſs Dampf:
	F. Pf.		F. Pf.
1	1843·1	$5\frac{3}{4}$	4821·1
$1\frac{1}{4}$	2250·1	6	4887·8
$1\frac{1}{2}$	2576·7	$6\frac{1}{4}$	4951·5
$1\frac{3}{4}$	2848·4	$6\frac{1}{2}$	5012·4
2	3080·9	$6\frac{3}{4}$	5070·9
$2\frac{1}{4}$	3283·4	7	5127·1
$2\frac{1}{2}$	3462·7	$7\frac{1}{4}$	5181·0
$2\frac{3}{4}$	3623·5	$7\frac{1}{2}$	5233·1
3	3769·1	$7\frac{3}{4}$	5283·2
$3\frac{1}{4}$	3902·0	8	5331·6
$3\frac{1}{2}$	4024·1	$8\frac{1}{4}$	5378·3
$3\frac{3}{4}$	4137·0	$8\frac{1}{2}$	5423·7
4	4242·1	$8\frac{3}{4}$	5467·4
$4\frac{1}{4}$	4340·2	9	5509·8
$4\frac{1}{2}$	4432·1	$9\frac{1}{4}$	5551·0
$4\frac{3}{4}$	4518·7	$9\frac{1}{2}$	5591·0
5	4600·4	$9\frac{3}{4}$	5629·9
$5\frac{1}{4}$	4677·8	10	5667·7
$5\frac{1}{2}$	4751·3		

Beispiel. Um eine Anwendung von dieser Tabelle zu zeigen, soll das im §. 526 durchgeführte Beispiel von der doppelt wirkenden *Cornwall*'schen Dampfmaschine, welche condensirt und mit 4facher Expansion arbeitet, gewählt werden. Da der Dampf beim Eintritt in den Cylinder eine Spannung von nahe 3·42 Atmosphären besitzt und der Kolben bei offener Communication mit dem Kessel einen Raum von $11·684 \times \frac{9·642}{4} = 28·165$ Kubikfuſs zurücklegt; da ferner der freie Raum $·05\, L\, F = ·482 \times 11·684 = 5·62$ Kubikfuſs beträgt, so strömt bei jedem Kolbengang $28·165 + 5·62 = 33·785$ Kubikfuſs in den Cylinder, wodurch das Expansionsverhältniſs $\left(\frac{L}{l+a}\right)$ auf $3\frac{1}{3}$ herabsinkt. Durch Einschaltung erhält man für diese

Zahl aus der vorigen Tabelle genau genug die Wirkung von 3921·5, und es ist daher die dynamische Wirkung bei einem Kolbengang

$$= 3{\cdot}42 \times 33{\cdot}785 \times 3921{\cdot}5 = 453108^{\text{F. Pf.}}$$

Da ferner der Gegendruck von Seite des Condensators nahe ·275 Atmosphären, und der Raum des ganzen Kolbenlaufes (FL) oder die Dampfmenge von dieser Spannung $= 4 \times 28{\cdot}165 = 112{\cdot}66$ Kubikfuſs beträgt, so hat man für die Gegenwirkung dieses Dampfes bei einem Kolbengang (mit Benützung der obigen Zahl 1843·1) sofort:

$$\cdot 275 \times 112{\cdot}66 \times 1843{\cdot}1 = 57102^{\text{F. Pf.}};$$

der übrig bleibende Theil der Wirkung ist daher per Kolbengang

$$= 453108 - 57102 = 396006^{\text{F. Pf.}},$$

und da der Kolben per Minute 13 einfache Gänge macht, so ist der theoretische Effect dieser Maschine:

$$\frac{13 \times 396006}{60 \times 430} = 199{\cdot}54 \text{ Pferdekräfte.}$$

Da wir oben (§. 526) nach der Theorie von *Pambour* für dieselbe Maschine 164 Pferdekraft Nutzleistung gefunden haben, so absorbirt die eigene Reibung der Maschine nahe 36 Pferdekräfte oder 18 Procent, oder man muſs die theoretische Leistung mit dem Coefficient ·82 multipliciren, um die Nutzleistung dieser Maschine zu erhalten.

Auf dieselbe Weise findet man für das absolute Maximum dieser Maschine, welches (§. 526) bei dem Absperrungsverhältniſs von $\frac{L}{l} = \frac{1}{\cdot 11} = 9{\cdot}1$ eintritt, den vom Kolben zurückgelegten Raum $= 12{\cdot}392$, also mit Hinzurechnung des freien Raumes, die bei jedem Kolbengang consumirte Dampfmenge $= 12{\cdot}392 + 5{\cdot}62 = 18{\cdot}012$ Kubikfuſs; da nun das Expansionsverhältniſs $\left(\frac{L}{l+a}\right)$ auf $6\frac{1}{4}$ herabgeht, wofür in der vorigen Tabelle die entsprechende Zahl $= 4951{\cdot}5$ ist, so hat man als Wirkung bei einem Kolbengange $3{\cdot}42 \times 18{\cdot}012 \times 4951{\cdot}5 = 305017{\cdot}6^{\text{F. Pf.}}$, davon die vorige Gegenwirkung mit $57102^{\text{F. Pf.}}$ abgezogen, gibt die Wirkung für jeden Kolbengang $= 247915{\cdot}6^{\text{F. Pf.}}$, und da in diesem Falle der Kolben per Minute $\left(\frac{234{\cdot}58}{9{\cdot}642} =\right) 24{\cdot}33$ Gänge macht, so ist der theoretische Effect der Maschine $E = \frac{24{\cdot}33 \times 247915{\cdot}6}{60 \times 430} = 233{\cdot}8$ Pferdekräfte. Der oben in §. 526 für diesen Fall gefundene Nutzeffect beträgt 179·68 Pferdekräfte, es werden also in diesem Falle 23 Procent des theoretischen Effectes für die Reibung der Maschine verwendet, oder man muſs diesen mit dem Coefficient ·77 multipliciren, um daraus den reinen Nutzeffect zu erhalten; das Mittel aus den beiden Reductionscoefficienten wäre $\frac{\cdot 82 + \cdot 77}{2} = \cdot 795$.

Schiffs-Dampfmaschinen.

§. 539. Einleitung. Bei den Schiffsdampfmaschinen, welche in der Regel die Dampfbote dadurch in Bewegung setzen, dafs sie zwei an einer horizontalen Welle *W* (Fig. 290 und Fig. 290. *a*) befestigte, zu beiden Seiten der äufsern Schiffswände laufende Ruder- oder Schaufelräder *R*, *R* umtreiben, läfst man fast immer zwei gleiche Maschinen so zusammenwirken, dafs die Kolbenbewegung auf zwei unter einem rechten Winkel gegeneinander stehenden Krummzapfen oder Kurbeln *r*, *r* der Radachse *W* übertragen und dadurch den Schaufelrädern mitgetheilt wird. Bei Niederdruckmaschinen nach dem Systeme von *Boulton*, *Watt*, wendet man vertical stehende Cylinder, und bei jedem zwei ganz unten liegende Balanciers *D*, *D* an, welche durch die Verbindungsstangen *f*, *f* einerseits mit der Kolbenstange *d* durch den Sattel *N* und andererseits mit dem Krummzapfen durch die Bläuelstange *j* in Verbindung stehen, so, dafs durch einen jeden Auf- und Niedergang (einen Doppelhub) des Kolbens die Räder eine volle Umdrehung machen.

Bei Hoch- und Mitteldruckmaschinen (welche jetzt für Passagierbote immer häufiger angewendet werden) benützt man gerne zur Ersparung an Raum oscillirende Cylinder, in welchem Falle die vier Balanciers gänzlich wegfallen, indem die Kolbenstangen unmittelbar in die Kurbeln eingreifen. Aber auch in diesem Falle wendet man, da das Wasser leicht zu haben ist, die Condensation und in der neuesten Zeit auch die Expansion, sey es in einem einfachen oder in einem Doppelcylinder (nach *Woolf's* System) an.

Aus dem Längendurchschnitte in Fig. 290 (so wie auch zum Theil aus dem Querschnitte in Fig. 290. *a*) ist zu ersehen, wie der Dampf aus dem mit inwendiger Feuerung versehenen Kessel *K* (wobei *z* eines der beiden Sicherheitsventile ist) durch das Dampfrohr *B* in die Dampfkammer *A* und von da in den Dampfcylinder *Z* abwechselnd über und unter den Kolben *K* treten, und sobald er gewirkt hat, durch die Röhren *m* und *n* in den Condensator *C* abziehen kann. Nach einer von *Watt* selbst gemachten Verbesserung ist hier die lange Schublade (*B*, in Fig. 291) dadurch ersetzt, dafs die beiden kurzen Schubventile *a*, *a* an der Ventilstange *b* befestigt sind. Die Kolbenstange *d* ist an ihrem obern Ende mit einem horizontalen Querarm *N* verbunden, an dessen Endpuncten die beiden Treibstangen *f*, *f* eingehängt sind, welche die Kolbenstange mit den Endpuncten *g*, *g* der beiden Balanciers *D*, *D*, deren Drehungsachse in *O* liegt, verbinden. Die zweiten Endpuncte *p*, *p* dieser Balanciers sind durch die kurzen Treibstangen *h*, *h* mit dem Quer-

arm *U* verbunden, in welchem die in die Kurbel *r* eingreifende Bläuel- oder Kurbelstange *j* eingehängt ist.

Die Luftpumpe *E* pumpt sowohl die Luft (wenn sich solche entwickelt) als auch das eingespritzte oder condensirte Wasser (welches sich bis auf einen gewissen Grad erwärmt oder erhitzt hat) aus dem Condensator *C* in die Cisterne *F*, von wo aus ein Theil durch die neben der Luftpumpe stehende Speisepumpe durch das Rohr *y* wieder in den Kessel gepumpt, der überflüssige Theil aber (da im obern Raume der Cisterne die Luft bei jedem Hub der Luftpumpe etwas comprimirt wird) durch das Evacuations- oder Abführungsrohr *x* wieder in die See oder den Flufs hinaus getrieben wird. An dem mit der Kolbenstange *v* der Luftpumpe verbundenen Querarm *M* sind zugleich die Speise- und jene Pumpe eingehängt, welche im Nothfalle das Wasser aus dem untersten Schiffsraume pumpt.

Auf der Kurbelwelle *W* befindet sich (hier nur immer von einer Maschine redend) die excentrische Scheibe *L*, durch welche der Schubrechen *e*, mit diesem der um *o* drehbare Winkelhebel *q* bewegt, und dadurch das Schubventil *a*, *a* gesteuert wird. Der in die Warze *i* dieses Hebels eingreifende Schubrechen kann ganz leicht ausgelöst und dadurch die Maschine augenblicklich zum Stillstande gebracht werden. Durch einen damit in Verbindung stehenden Handsteuerungshebel kann, bevor der Schubrechen wieder eingehängt wird, das Schubventil beliebig, sowohl zum Vor- als auch Rückwärtsbewegen des Schiffes mit der Hand gesteuert werden. Zur Regulirung der Dampfeinströmung in den Cylinder, um schneller oder langsamer zu fahren, dient das mit der Hand zu bewegende Drosselventil *s*. Das Injectionswasser für den Condensator (wobei der Injectionshahn verstellbar ist, um die Quantität reguliren zu können) kommt für gewöhnlich durch das an der Schiffwand ausmündende Rohr *T*, kann aber auch, wenn das Schiff einen Leck bekommen sollte, durch das Rohr *t* (welches durch einen Hahn geöffnet, jenes *T* eben so geschlossen wird) aus dem Schiffraume selbst genommen werden (wodurch per Pferdekraft der Maschine in jeder Minute von 12 bis 13 Mafs Wasser ausgezogen werden).

Ferner bemerkt man noch das Schnüffel- oder Ausblasventil *k*, welches vor Beginne der Ingangsetzung der Maschine geöffnet wird, um den Dampf, welcher durch das obere Ventil während einiger Secunden in den Condensator gelassen wird, um daraus Wasser und Luft auszublasen, durchströmen zu lassen; *n*, *n* sind die Hähne zum Ablassen des Wassers aus dem Kessel (Ausblasen des Kessels), so wie endlich noch *c*, *c* die Gegenlenker für die Verticalbewegung der Kolbenstange bezeichnen.

Ohne in die nähern Details der Schiffsmaschinen einzugehen, soll hier nur so viel noch bemerkt werden, dafs heut zu Tage, besonders bei den Flufsschiffen, auf denen man verhältnifsmäfsig (nach der ganzen Schiffsgröfse) grofse Passagiersräume und eine bedeutende Fahrgeschwindigkeit verlangt, das Hauptaugenmerk darauf gerichtet seyn mufs, den Maschinen bei aller nöthigen Solidität einen geringen Raum und das möglich kleinste Gewicht zu geben. Aus diesem Grunde verläfst man jetzt häufig, wenig-

stens für Passagierboote (während diefs bei den Remorqueurs, welche blofs zum Schleppen der Waaren- oder Lastschiffe bestimmt sind, und selbst keine oder nur wenig Ladung nehmen, weniger nothwendig ist) das *Watt'*sche Niederdruck-System, nach welchem, mit Hinzurechnung des in den schweren Kesseln (mit inwendiger Feuerung, mit vielen Abtheilungen und flachen Wänden) befindlichen Wassers, das Gewicht der Maschinen per Pferdekraft nahe 1 englische Tonne (etwas über 18 Wiener Centner, genauer 1814 Pf.) betrug, und benützt das Mittel- oder Hochdrucksystem mit cylinderischen oder in der neuesten Zeit mit Tubularkesseln (nach Art der Locomotivkessel), wodurch es gelungen ist, das Gewicht wenigstens auf die Hälfte herabzubringen, indem z. B. die schönen und soliden Schiffdampfmaschinen von mittlerem Druck (16 bis 18 Pfund englisch auf den Quadratzoll Dampfspannung über den Luftdruck), welche *Penn* & *Sohn* in Greenwich liefert, sammt gefüllten Kesseln $^1/_2$ Tonne, und selbst noch darunter per Pferdekraft wiegen und dabei noch (sie besitzen oscillirende Cylinder) einen weit geringern Raum als jene Maschinen einnehmen, welche nach einem andern Systeme gebaut sind.

In der neuern Zeit werden auch Dampfbote gebaut, welche anstatt der Schaufelräder am hintern Theil des Schiffes eine grofse Archimedische Schraube erhalten, die horizontal in der Verlängerung des Schiffes unter Wasser liegend durch schnelle Umdrehung um ihre Achse, welche von der Dampfmaschine aus bewirkt wird, das Schiff forttreibt.

Endlich kann noch bemerkt werden, dafs die Schalen der neuern Dampfschiffe fast durchgehends aus Eisenblech (und einem Gerippe aus sogenannten Winkeleisen) hergestellt, und dadurch bedeutend (oft um die Hälfte) leichter und dauerhafter werden.

§. 540. Zur Bestimmung der Gröfse oder Stärke der Dampfmaschinen mufs man zuerst den Widerstand berechnen, welchen das Boot oder Schiff bei einer gegebenen Geschwindigkeit im Wasser erfährt, und dann auch die Art und Weise, wie das Schiff fortgetrieben werden soll, berücksichtigen. Wendet man die gewöhnlichen Schaufelräder an, bei welchen die Schaufeln radial stehen, so hat man einen doppelten Verlust in Rechnung zu bringen, weil erstens die Schaufeln (eine einzige, einen Augenblick lang dauernde Stellung ausgenommen) schief gegen das Wasser wirken, und zweitens das Wasser den Schaufeln keinen festen Stützpunct darbietet, diese daher erst um einen gewissen Weg zurückweichen müssen, um den nöthigen Widerstand als Stützpunct zu erzeugen.

Was nun den Widerstand des Schiffes betrifft, welcher im quadratischen (folglich das Bewegungsmoment im cubischen) Verhältnifs der Geschwindigkeit wächst (§. 359); so kann dieser wenigstens annähernd nach §. 360 gefunden werden. Hierauf bestimmt man die

Kraft, welche nöthig ist, um die Räder dergestalt zu bewegen, dafs auf ihre Schaufeln von Seite des Wassers ein in horizontaler Richtung gezählter Widerstand oder Druck entsteht, welcher dem vorigen Widerstande gleich ist.

§. **541.** Bewegt sich das Schiff mit der Geschwindigkeit v gegen den mit der Geschwindigkeit V fliefsenden Strom, so würden die Schaufeln der Ruderräder, im Falle diese fest stünden, vom Wasser mit der Geschwindigkeit $V + v$ getroffen; da sich die Schaufeln jedoch nach der Richtung des Stromes, und zwar mit einer Geschwindigkeit von $v' > V + v$ bewegen, so stofsen oder treffen sie das Wasser mit der relativen Geschwindigkeit $v' - (V + v)$. Ist nun A die Fläche der gleichzeitig eintauchenden Schaufeln und K ein Erfahrungscoefficient, in welchem zugleich auch die schiefe Stellung der Schaufeln mit berücksichtigt seyn soll, so hat man für den Widerstand, welchen die Schaufeln bei der Umdrehung der Räder, und zwar nach horizontaler Richtung genommen, erfahren (§. 358):

$$R = KA\frac{\gamma}{2g}\,[v' - (V + v)]^2.$$

Ist ferner A' die eingetauchte Fläche des Schiffkörpers, so hat das Schiff bei seiner Bewegung einen Widerstand zu überwinden, welcher durch $R' = K'A'\frac{\gamma}{2g}(V+v)^2$ ausgedrückt wird, wenn K' den betreffenden Erfahrungscoefficienten bezeichnet.

Da nun für den Beharrungsstand $R = R'$ seyn mufs, so folgt, wenn man Kürze halber $\sqrt{\left(\frac{K'A'}{KA}\right)} = m$ setzt, sofort:

$v' - (V + v) = m\,(V + v)$ und daraus $v' = (m+1)(V+v)$.

Die Wirkung oder Arbeit der Schaufeln ist per Secunde $E = Rv' = R'v'$, oder wenn man für R' und v' die vorigen Werthe substituirt, auch, wenn das Schiff

stromaufwärts geht: $E = (m+1)\,K'A'\frac{\gamma}{2g}(v+V)^3$,

stromabwärts „ $E = (m+1)\,K'A'\frac{\gamma}{2g}(v-V)^3$,

im ruhigen Wasser „ $E = (m+1)\,K'A'\frac{\gamma}{2g}v^3$.

Anmerkung. Bezeichnet man dagegen in diesem letztern Falle die Geschwindigkeit des Schiffes mit V (anstatt v), so ist auch (wenn man in R und R' $V = 0$ und V statt v setzt):

$$K A V^2 = K' A' (v' - V)^2.$$

Um die Formeln des französischen Marine-Ingenieurs *A. Campaignac* (*Navigat. par la vapeur* etc. Paris 1842) zu erhalten, darf man in dieser letzten Gleichung nur $k b^2$ statt $K A$ und $k a^2$ statt $K' A'$ setzen, wobei jedoch $b^2 = \beta B^2$ eine ebene Fläche, welche denselben Widerstand wie die eingetauchte Schiffsoberfläche (*la carène*) erleidet, B^2 die eingetauchte Fläche des gröfsten Querschnittes des Schiffes (*maitre couple*), β einen von der Form der eingetauchten Schiffsoberfläche abhängigen Coefficienten, $a^2 = \alpha A^2$ die widerstehende Fläche der Schaufeln (eine ebene Fläche, welche mit der mittlern Geschwindigkeit der Schaufeln senkrecht im Wasser bewegt denselben Widerstand wie die gleichzeitig eingetauchten Schaufelflächen erleidet), A^2 die Fläche einer Schaufel, α einen von der Zahl der gleichzeitig eintauchenden Schaufeln und ihrer Stellung abhängigen Coefficienten, und k den Widerstand des Wassers bezeichnet, welchen die Flächeneinheit bei der Geschwindigkeit = 1 erleidet. (Nach mehreren Versuchen liegt k zwischen 50 und 60^k für eine ebene Fläche von 1 Quadratmeter, welche sich perpendikulär im Wasser mit der Geschwindigkeit von 1^m per Secunde bewegt.)

Mit dieser Bezeichnung ist im ruhigen Wasser $b^2 V^2 = a^2 (v' - V)^2$, woraus

$$s) \; . \; . \; . \; v' = \left(1 + \frac{b}{a}\right) V$$

folgt.

Diese Formel zeigt, dafs wenn $\frac{b}{a}$ constant bleibt, die Geschwindigkeit des Schiffes jener der Schaufeln proportional ist, und dafs jene v' der Schaufeln gegen jene V des Schiffes um so gröfser seyn müsse, je kleiner die widerstehende Fläche der Schaufeln gegen jene des Schiffes ist.

§. 542. Um die Geschwindigkeit des Schiffes und der Radschaufeln durch die Arbeit der Dampfmaschine auszudrücken, sey d der lichte Durchmesser des Dampfcylinders (bei zwei Maschinen werden diese in der Rechnung auf eine reducirt), p der Dampfdruck auf die Flächeneinheit des Dampfkolbens, mp der Nutzeffect dieses Druckes (wobei m ein vom Systeme und dem Zustande der Maschine abhängiger Coefficient ist), v die mittlere Geschwindigkeit des Dampfkolbens per Secunde, c die Länge des Kolbenlaufes, n die Anzahl der Doppel-Kolbengänge oder Umdrehungen der Ruderräder per Minute, D der äufsere Durchmesser dieser Räder, so wie endlich δD der mittlere Durchmesser derselben, d. i. bis zum Mittelpunct des Widerstandes der Schaufeln genommen (dabei ist δ ein von der Höhe und Wirkungsart der Schaufeln abhängiger Coefficient). Die Arbeit der Maschine ist per Secunde $= \frac{1}{4} \pi d^2 m p v$, der Widerstand, welchen die Schaufeln erfahren, ist nach der vorigen Anmerkung $= k a^2 (v' - V)^2 = k b^2 V^2$, und da sich diese mit der Geschwindigkeit

v' bewegen, so ist die Arbeit dieses Widerstandes (d. h. die zur Überwindung desselben nöthige Arbeit) $= k a^2 v' (v' - V)^2$, und daher für den Beharrungsstand:

$$\tfrac{1}{4} \pi d^2 m p v = k a^2 v' (v' - V)^2$$

oder auch

$$\tfrac{1}{4} \pi d^2 m p v = k b^2 V^2 v'.$$

Setzt man Kürze halber $\frac{\frac{1}{4} \pi d^2 m p}{k b^2} = N$ uad das Verhältniſs der Geschwindigkeit der Schaufeln v' zu jener des Dampfkolbens v, d. i. $\frac{v'}{v} = e$; so folgt aus der letztern dieser beiden Gleichungen:

$$V = \sqrt{\frac{N}{e}} \ldots (1$$

und aus der erstern in Verbindung mit der obigen s) (im vorhergehenden Paragraphe):

$$V = \sqrt[3]{\left(\frac{N}{1 + \frac{b}{a}}\right)} \ldots (2 \text{ und } v' = \sqrt[3]{\left[N\left(1 + \frac{b}{a}\right)^2\right]} \ldots (3.$$

Bei der fortwährenden Zunahme von a gegen b würde $\sqrt[3]{N}$ gleichzeitig die äussere Grenze für die Geschwindigkeit V des Schiffes und die innere für die Geschwindigkeit v' der Schaufeln bilden. Bleibt $\frac{b}{a}$ constant, so ist (Gl. 2) die Geschwindigkeit des Schiffes der Kubikwurzel aus der Leistung der Maschine proportional. Soll der Dampfkolben jene Geschwindigkeit v erhalten, welche der Dampferzeugung des Kessels angemessen ist, so muſs man das Ganze so einrichten, daſs die Schaufeln die in der Gleichung 3 ausgedrückte Geschwindigkeit v' erhalten.

Mit Hilfe der drei obigen Gleichungen $v' = \left(1 + \frac{b}{a}\right) V$, $\frac{1}{4} \pi d^2 m p v = k a^2 (v' - V)^2 v'$ und $v' = e v$ können im Allgemeinen, wenn von den 8 vorhandenen Gröſsen a, b, d, p, e, v', v und V, 5 gegeben sind, die übrigen 3 bestimmt werden; wären z. B. die Gröſsen v', v und V zu suchen, so fände man:

$$v' = \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b}\right) \sqrt{\left(\frac{\frac{1}{4} \pi d^2 m p}{k e}\right)},$$

$$v = \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b}\right) \sqrt{\left(\frac{\frac{1}{4} \pi d^2 m p}{k e^3}\right)} \text{ und } V = \frac{1}{b} \sqrt{\left(\frac{\frac{1}{4} \pi d^2 m p}{k e}\right)}.$$

Hieraus folgt z. B. auch, daſs der Überschuſs der Geschwindigkeit der Radschaufeln v' über jene V des Schiffes $= \frac{1}{a} \sqrt{\left(\frac{\frac{1}{4} \pi d^2 m p}{k n}\right)}$ ist, d. h. je gröſser die Radschaufeln sind, desto kleiner ist dieser Überschuſs. Da V von a unabhängig ist, so folgt, daſs wenn nur das Verhältniſs n dasselbe bleibt, die Schaufelflächen vergröſsert oder verkleinert werden können, ohne

dafs diefs einen Einflufs auf die Geschwindigkeit des Schiffes hat. Aus dem Werthe von r dagegen ist ersichtlich, dafs wenn a oder die Schaufelfläche zunimmt, die Kolbengeschwindigkeit r, also auch der Dampfverbrauch abnimmt und umgekehrt.

Die obigen Gleichungen zeigen auch, dafs wenn die Ruderräder kleiner werden, dadurch auch v' und n kleiner, folglich V und r gröfser werden, und sonach auch mehr Dampf consumirt wird. Arbeitet also die Maschine zu langsam, so, dafs sie nicht den ganzen Dampf, welchen der Kessel zu erzeugen im Stande ist, zu consumiren vermag, so darf man nur, um dem Schiff einen schnellern Gang zu geben, den Durchmesser der Räder gehörig verkleinern.

Zerlegt man die schiefe Wirkung der Schaufeln gegen das Wasser in eine horizontale und verticale Kraft, so geht die letztere gänzlich verloren, während von der erstern, mittelst welcher das Schiff vorwärts getrieben wird, auch noch ein Theil durch das Zurückweichen der Schaufeln (indem $v' > V$ ist) verloren geht, gerade so, wie bei einem Locomotiv die Kraft der Maschine nur dann vollständig benützt wird, wenn die Räder nicht gleiten, ihre Umfangsgeschwindigkeit nämlich nicht gröfser als die Geschwindigkeit des Wagenzuges ist; gleiten dagegen die Räder (d. h. weichen sie zurück) wegen zu geringer Adhäsion oder Reibung der Räder gegen die Schienen, so bleibt der Train gegen die Geschwindigkeit der Räder zurück, und da der Dampfaufwand dieser Geschwindigkeit oder Umdrehungszahl der Räder proportional ist, so entsteht dadurch ein Kraft- oder Effectverlust, welcher mit der Gröfse dieses Zurückweichens der Räder im geraden Verhältnifs steht. Aus diesen Betrachtungen folgt also erstens, dafs, je gröfser die Schaufeln sind, desto weniger übertrifft ihre Geschwindigkeit jene des Schiffes und desto geringer ist der Verlust an bewegender Kraft; zweitens dafs es also nichts nützen würde, wenn man, um die ganze Kraft der Maschine in Anwendung zu bringen, die Schaufelflächen vermindern wollte, indem man dadurch nichts anders als eine gröfsere Geschwindigkeit der Radschaufeln und eine gröfsere Dampfconsumtion ohne Nutzen herbeiführen würde, und drittens dafs man durch Verkleinerung der Räder eine gröfsere Geschwindigkeit des Schiffes erlangen kann, dabei dürfen jedoch gewisse Grenzen nicht überschritten werden, um den Schaufeln ihre geeignete Tauchung zu lassen und der Maschine keine gröfsere Geschwindigkeit zu geben als für den gröfsten Effect angemessen ist. So tauchen die Schaufeln grofser Seedampfschiffe, welche sich für weite Reisen mit sehr vielem Brennstoff versehen müssen, oft im Anfange so stark ein, dafs die Maschine nur $^2/_3$ oder $^3/_4$ ihrer eigentlichen Kraft ausüben kann; indem der Eintauchungswinkel dadurch verringert wird, und die Schaufeln um so schiefer in das Wasser eintreten. In dieser Beziehung sind also wieder grofse Räder den kleinern vorzuziehen. Aus diesem Grunde benützt man jetzt häufig bei Remorqueurs, um die Geschwindigkeit der grofsen Räder zu mäfsigen, ohne die Maschine langsamer arbeiten zu lassen, als es für ihren gröfsten Effect angemessen ist, eine Räderübersetzung.

§. **543.** Um eine Relation zwischen der Kraft der Maschine und den Dimensionen des Schiffes zu erhalten, hat man, bei der obigen Bezeichnung, nach welcher v die Kolbengeschwindigkeit, n die Anzahl der Oscillationen oder Doppelgänge des Kolbens, folglich (bei der gewöhnlichen Anordnung) auch die Anzahl der Umdrehungen der Räder per Minute, c die Länge eines Kolbenganges u. s. w. darstellt, ganz einfach:

$$v = \frac{n \times 2c}{60} = \frac{nc}{30}, \quad v' = \frac{n \pi \delta D}{60} \ldots (t,$$

und daher $e = \frac{v'}{v} = \frac{\pi \delta D}{2c}$.

Substituirt man diesen Werth für e in der obigen Gleichung 1) (§. 542) und setzt zugleich βB^2 für b^2 (§. 541, Anmerkung), so wird $V^2 = \frac{1}{2k\beta\delta} \cdot \frac{a^2 m p c}{D B^2}$, oder, wenn man den Coefficienten $\frac{1}{2k\beta\delta}$ als bekannt voraussetzt und $\frac{1}{\sqrt{(2k\beta\delta)}} = M$ setzt, auch:

$$V = M \sqrt{\left(\frac{a^2 m p c}{D B^2}\right)} \ldots (4.$$

Eben so folgt aus der obigen Gleichung s) (§. 541), wegen $b = B\sqrt{\beta}$, $a = A\sqrt{\alpha}$ (§. 541, Anmerkung) und $v' = \frac{n\pi\delta D}{60}$ (vorige Gleichung t) sofort:

$$D = \frac{60\left(1 + \frac{B}{A}\sqrt{\frac{\alpha}{\beta}}\right)}{\pi\delta} \cdot \frac{V}{n},$$

oder, wenn man Kürze halber den ersten Factor mit S bezeichnet, auch:

$$D = S\frac{V}{n} \ldots (5.$$

Eliminirt man aus diesen beiden Gleichungen 4) und 5) die Gröſse D, und bestimmt aus der entstehenden Gleichung B^2, so erhält man:

$$B^2 = \frac{M^2}{S} \cdot \frac{a^2 m p n c}{V^3} \ldots (6.$$

Ferner folgt aus dieser letztern Gleichung wegen $nc = 30\,v$ sofort:

$$30\, a^2 m p v = \frac{S}{M^2} \cdot B^2 V^3 \text{ oder auch } \tfrac{1}{4}\pi a^2 m p v = \tfrac{1}{120}\pi \frac{S}{M^2} B^2 V^3 \ldots (7.$$

Die Gleichung 6) gibt die Gröſse der eingetauchten Fläche des gröſsten Querschnittes des Schiffes, welche noch von der Maschine, deren Kraft gegeben ist, mit einer bestimmten Geschwindigkeit bewegt werden kann; die Gleichung 7) dagegen gibt die Stärke der Maschine, welche nöthig ist,

um ein Schiff von gegebener Grösse mit einer bestimmten Geschwindigkeit fortzutreiben. Wie man sieht, so muss diese Stärke im Verhältniss der dritten Potenz der Geschwindigkeit des Schiffes zunehmen.

§. **544.** Bezeichnet man die Wirkung der Maschine einfach durch E, so wie den Factor $\frac{1}{120}\pi\frac{S}{M^2}$ durch den Coefficienten K, so erhält man die beiden Gleichungen:

$$7) \ldots E = KB^2 V^3 \quad \text{und} \quad B^2 = \frac{E}{KV^3} \ldots (7',$$

wobei man den Coefficienten $K = \frac{E}{B^2 V^3}$ nach bekannten Schiffen berechnen, und dann in diese beide Gleichungen substituiren kann, um zur Berechnung anderer Schiffe zu dienen.

Setzt man $B^2 = \lambda LT$, wobei L die Breite des Schiffes im grössten Querschnitte und in der Wasserlinie (am Niveau des Wassers) gemessen, T den Tiefgang in diesem Querschnitt und λ das Verhältniss der eingetauchten Fläche dieses Querschnittes zu dem herum beschriebenen Parallelogramm bezeichnet; so ist auch, wenn man noch $\lambda K = K'$ setzt:

$$8) \ldots E = K'LTV^3 \quad \text{und} \quad LT = \frac{E}{K'V^3}.$$

§. **545.** Fährt das Dampfschiff in einem Fluss, welcher die Geschwindigkeit u besitzt, mit der absoluten Geschwindigkeit V', so wird die eingetauchte Oberfläche des Schiffes vom Wasser mit der relativen Geschwindigkeit $V' \pm u$ getroffen, je nachdem das Schiff gegen oder mit dem Fluss geht; die mit der Geschwindigkeit v' arbeitenden Schaufeln treffen also das Wasser mit der relativen Geschwindigkeit $v' - (V' \pm u)$, wodurch also die obigen Gleichungen in die analogen:

$$kb^2(V' \pm u)^2 = ka^2[v' - (V' \pm u)]^2,$$

$$v' = \left(1 + \frac{b}{a}\right)(V' \pm u)$$

und

$$\tfrac{1}{4}\pi d^2 mpv = ka^2[v' - (V' \pm u)]^2 v' = kb^2(V' \pm u)^2 v'$$

übergehen, und aus deren letztern:

$$\tfrac{1}{4}\pi d^2 mpv = kb^2(V' \pm u)^3\left(1 + \frac{b}{a}\right)$$

folgt.

Behält der Dampfkolben dieselbe Geschwindigkeit wie im stillen oder ruhigen Wasser, so behalten auch die Schaufeln ihre Geschwindigkeit bei, und man hat $V = V' \pm u$, also daraus $V' = V \mp u$, d. h. die absolute Geschwin-

digkeit des gegen den Strom fahrenden Dampfschiffes ist gleich der Geschwindigkeit desselben im ruhigen Wasser, vermindert um die Geschwindigkeit des Stromes; geht das Boot dagegen mit dem Strome, so wird dessen Geschwindigkeit (im ruhigen Wasser) um jene des Stromes vergröſsert.

§. 546. Verwendung der Dampfboote zum Remorquiren. Soll mittelst eines Dampfschiffes, für welches wir die vorigen Bezeichnungen beibehalten, ein anderes Schiff remorquirt oder geschleppt werden, so sey B'^2 die eingetauchte Fläche des gröſsten Querschnittes desselben und V die gemeinschaftliche Geschwindigkeit beider Schiffe; so geht die obige Gleichung $E = KB^2V^3$ über in $E = K(B^2 + B'^2)V^3$, woraus:

$$9) \ldots V = \sqrt[3]{\left[\frac{E}{K(B^2 + B'^2)}\right]}$$

folgt.

Haben also die Schaufelräder jene Gröſse und Einrichtung, welche der Geschwindigkeit des allein laufenden Dampfbootes entspricht oder angemessen ist, so werden, sobald dieses Boot zum Schleppen verwendet wird, die Räder weniger Rotationen machen, die Maschine also auch ihre volle Kraft nicht entwickeln können; es müssen daher die Räder schon von vorne herein jene Einrichtung erhalten, wofür die Maschine ihre volle Kraft E entwickeln kann, wenn das Schiff nur mit der obigen Geschwindigkeit V geht. (Eigentlich sollte man durch variable Räderübersetzungen das Verhältniſs zwischen der Geschwindigkeit der Maschine und jener der Ruderräder beliebig und nach Umständen ändern können.)

Beispiel. Das französische Dampfboot „Sphinx" von 160 Pferdekräften gab bei einer Tauchung von $10^4/_2$ Fuſs die Fläche $B^2 = 216$ Quadratfuſs, die Geschwindigkeit des Schiffes bei 22 Umdrehungen der Schaufelräder im ruhigen Wasser war $V = 9$ Knoten (binnen 30 Secunden oder 9 nautische Meilen per Stunde *), folglich ist dafür der Coefficient:

$$K = \frac{E}{B^2 V^3} = \frac{160}{216 \times 9^3} = \cdot 0010161,$$

bei dem zu remorquirenden Schiffe von 86 Kanonen war bei voller Ladung $B'^2 = 873$ Quadratfuſs.

Sind also die Schaufelräder so eingerichtet, daſs die Maschine dabei ihre volle Kraft entwickeln kann, so ist die gröſste Geschwindigkeit, welche

*) Die Knoten auf der Logleine haben eine Entfernung von einander von $^1/_{120}$ Seemeile oder nahe 48·82 Wiener Fuſs. Jeder Knoten entspricht dabei einer Geschwindigkeit von 1·627 Fuſs per Secunde oder einer See- oder nautischen Meile (nahe 976·4 W. Klafter per Stunde). Eine Geschwindigkeit von 1 W. Fuſs per Secunde entspricht jener von ·6145 Knoten per 30 Secunden oder ·6145 Seemeilen per Stunde.

bei diesem Remorquiren erlangt werden konnte, nach der Gleichung 9):

$$V = \sqrt[3]{\left[\frac{160}{\cdot0010161\,(216 + 873)}\right]} = 5\cdot25 \text{ Knoten.}$$

Allein, da der Durchmesser der Räder derselbe geblieben war, wie bei dem isolirten Dampfboote, so mufsten diese sofort weniger Rotationen machen, und da, wenn die Dampfspannung dieselbe blieb, auch die Maschine in demselben Verhältnisse weniger Kraft entwickeln konnte, so dürfte ihre Leistung bei 15 Umgängen der Räder (anstatt 22) blofs auf 110 Pferdekräfte angeschlagen werden, wodurch dann die noch kleinere Geschwindigkeit von $V = 4\cdot6$ Knoten entsteht, was nahe die Hälfte von der obigen beim isolirten Gange des Dampfschiffes ist.

§. 547. Einflufs des Gewichtes der Maschine und des Brennmateriales auf die Geschwindigkeit des Dampfschiffes. Ist P das Gewicht der Maschine sammt Wasser im Kessel per Pferdekraft, Q das Gewicht des per Stunde und Pferdekraft nöthigen Brennstoffes, h die Anzahl der Fahrstunden, wofür das Brennmateriale an Bord genommen werden mufs, so wie endlich T' die Zunahme der Tauchung (des „Wasserziehens") für jede Tonne Mehrbelastung; so ist, wenn T die ursprüngliche Tauchung des leeren nicht montirten Schiffes und E die Anzahl der Pferdekräfte der Maschine bezeichnet, die totale Zunahme in der Tauchung $= (P + Qh)\,T'E$, so, dafs also die obige Gleichung 8) in §. 544 in folgende:

$$E = K'L\,[T + (P + Qh)\,T'E]\,V^3$$

übergeht, woraus:

$$E = \frac{K'LTV^3}{1 - K'LT'(P + Qh)\,V^3}$$

folgt.

Hieraus geht hervor, dafs die Kraft der Maschine nicht mehr blofs wie die dritte Potenz der Geschwindigkeit des Schiffes, sondern in einem weit gröfseren Verhältnifs zunehmen müsse. Die Grenze für die Geschwindigkeit des Schiffes ergibt sich aus der Bedingungsgleichung:

$$1 - K'LT'(P + Qh)\,V^3 = 0,$$

weil dafür die Kraft der Maschine unendlich grofs seyn müfste; das Schiff kann also niemals diese Geschwindigkeit von

$$V = \sqrt[3]{\left[\frac{1}{K'LT'(P + Qh)}\right]}$$

erreichen.

Beispiel. Bei einem Dampfboote von 160 Pferdekraft ist $L = 25\cdot8$, $T = 9\cdot74$ und $V = 15\cdot45$ Fufs per Secunde oder $9\frac{1}{2}$ nautische Meilen per Stunde (als gröfste Geschwindigkeit, welche man mit diesem Schiffe im ruhigen Wasser erhalten konnte); ferner ist $T' = \cdot00949$ Fufs, $P = 1$ Tonne

$(=1000^k = 17{\cdot}85676$ W. Centner), $Q = 7{\cdot}44$ Pfund und $h = 240$ Stunden, folglich $Qh = 1$ Tonne. Der Coefficient K' ist $= \frac{E}{L\,T\,V^3} = \frac{160}{25{\cdot}8 \times 9{\cdot}74 (15{\cdot}54)^3} = {\cdot}00017$, und damit folgt aus der vorigen Gleichung

$$V^3 = \frac{1}{{\cdot}00017 \times 25{\cdot}8 \times {\cdot}00949 \times 2} = 1201{\cdot}25$$

und daher

$$V = \sqrt[3]{1201{\cdot}25} = 22{\cdot}9$$

Fuſs per Secunde oder 14 Knoten (= 14 Seemeilen per Stunde), welches sofort die Grenze für die Geschwindigkeit dieses Schiffes ist.

Anmerkung 1. Es hat also die Geschwindigkeit eines jeden Dampfbootes eine theoretische Grenze, welche durch das gröſste Gewicht der Maschine und des Brennmateriales bestimmt wird, welches das Boot im Verhältniſs seiner Gröſse oder Tonnage tragen kann.

Die Erfahrungen zeigen, daſs man mit den am best gebauten Seedampfschiffen durch die bloſse Wirkung der Maschine und im ruhigen Wasser die nachstehenden Geschwindigkeiten, welche zugleich als die vorzüglichsten erkannt werden, erreicht, und zwar für Schiffe mit einer Kraft von

5	bis	20 Pferden	6	bis	7	Knoten,
20	„	50	7	„	8	„
50	„	100	8	„	9	„
100	„	200	9	„	10	„
200	„	400	10	„	11	„
400	„	500	11	„	12	Knoten.

Anmerkung 2. Hat ein Dampfschiff einen Weg von N Meilen, wofür es mit dem nöthigen Brennstoffe versehen seyn muſs, zurückzulegen, so wird die Zeit oder Dauer der Reise durch $\frac{N}{V}$ ausgedrückt, und man hat wegen (§. 544, Gleichung 7) $E = K B^2 V^3$ auch $\frac{N}{V} E = K B^2 N V^2$, so, daſs also die zu dieser Reise oder Überfahrt verbrauchte Kraft nur der zweiten Potenz der Geschwindigkeit des Schiffes proportional ist, während die Wirkung oder Stärke der Maschine wie die dritte Potenz dieser Geschwindigkeit V zunehmen muſs, folglich auch schon eine kleine Vermehrung der Geschwindigkeit eine bedeutende Vergröſserung der Maschine, also auch des Kohlenverbrauches nach sich zieht. Da nun bei Waarenschiffen die Geschwindigkeit mehr untergeordnet ist, so ist es vortheilhafter dafür kleinere Schiffe und Maschinen anzuwenden und die Geschwindigkeit zu vermindern. Reducirt man z. B. diese um die Hälfte, so kann die Maschine 8 Mal kleiner oder schwächer seyn und der Verbrauch an Kraft, um denselben Weg (obschon nur in der doppelten Zeit) zurückzulegen, beträgt nur den vierten Theil von jenem im ersten Falle.

Hat z. B. ein Dampfboot, welches zur Verführung von Waaren bestimmt

ist, eine solche Gröfse, dafs es Maschinen von zusammen 100 Pferdekräften bedarf, um demselben die gröfst mögliche Geschwindigkeit zu geben, welche dasselbe annehmen kann und die wir zu 9 Seemeilen per Stunde rechnen wollen (vorige Anmerkung), so würde dieses Schiff, wenn man die Maschinen auf 80 Pferdekräfte reducirte, noch mit der Geschwindigkeit von $8\frac{1}{3}$ Meilen fahren. Beträgt die Überfahrt z. B. 120 Meilen, so werden dazu im letztern Falle $\frac{120}{8\frac{1}{3}} = 14$ Stunden 24 Minuten, im erstern nur $\frac{120}{9} =$ 13 Stunden 20 Minuten nöthig seyn; ein Unterschied jedoch, welcher für den Waarentransport ohne Belang, dagegen für den Mehraufwand an Brennstoff von weit gröfserm Einflusse ist. Für die Maschinen von 100 Pferden ist derselbe nämlich (9 Pfund per Stunde und Pferdekraft gerechnet) $9 \times 100 \times 13{\cdot}33 = 11997$, dagegen für die 80er Maschinen nur $9 \times 80 \times 14{\cdot}4 = 10368$ Pfund Steinkohlen, wobei das Schiff auch noch aufserdem um 20 Tonnen (um welches Gewicht die Niederdruckmaschinen von 80 Pferden leichter als jene von 100 Pferden sind) mehr Waaren laden kann als mit den Maschinen von 100 Pferdekraft.

In diesem Beispiele könnte also das Schiff im letztern Falle bei demselben Kohlenaufwande eine im Verhältnifs von $1 : 1{\cdot}157$ gröfsere Entfernung zurücklegen als im erstern Falle mit den Maschinen von 100 Pferdekraft.

§. 548. Numerische Werthe der Coefficienten K und S. Um den in der obigen Gleichung 7) (§. 544) $E = K B^2 V^3$ vorkommenden Coefficienten $K = \frac{E}{B^2 V^3}$ zu bestimmen, hat *Campaignac* eine Reihe von Beobachtungen an Seedampfschiffen von 12, 50, 80, 120 und 160 Pferdekräften gemacht und gefunden, dafs die numerischen Werthe von K abnehmen, wie die Anzahl der Pferdekräfte zunimmt. Wird nämlich die Stärke der Maschine E in Pferdekräften, die Fläche B^2 in Wiener Quadratfufs und die Geschwindigkeit V in Knoten, oder was dasselbe ist, in See- oder nautischen Meilen per Stunde ausgedrückt, so hat man nach der Zusammenstellung von *Campaignac* $K = {\cdot}0013$ für ganz kleine Boote oder für die gröfste Anzahl von (Doppel-) Kolbengängen der Maschine, welche in der Regel die Zahl 40 per Minute nicht überschreitet; $K = {\cdot}0012$ für Schiffe von 20 bis 50 Pferden oder bei 40 bis 30 Kolbengängen; $K = {\cdot}0011$ für Schiffe von 50 bis 160 Pferden oder bei 30 bis 25 Kolbengängen; $K = {\cdot}0010$ für Schiffe von 160 bis 200 Pferden oder bei 25 bis 22 Kolbengängen; $K = {\cdot}0009$ für Schiffe von 200 bis 300 Pferden oder bei 22 bis 20 Kolbengängen; durch Ausdehnung dieser Progression wird $K = {\cdot}0008$ für Schiffe von 300 bis 400 Pferden oder bei 20 bis 18 Kolbengängen und $K = {\cdot}0007$ für die Schiffe von 400 bis 500 Pferdekräften oder bei

18 bis 17 Kolbengängen der Maschine oder Rotationen der Räder per Minute. (Diese Coefficienten haben sich bei ihrer Anwendung auf die Dampfschiffe „Sirius“ von 320, „British-Queen“ von 500 Pferdekräften u. s. w. als richtig bewährt.)

Der zur Bestimmung des äufsern Durchmessers D der Schaufelräder in der Formel 5) (§. 543) vorkommende Coefficient S wurde eben so durch Beobachtungen, und zwar aus der Gleichung $S = \frac{n D}{V}$, in welcher n die Anzahl der ganzen Kolbenspiele per Minute, D der äussere Raddurchmesser und V die Geschwindigkeit des Schiffes per Secunde, beides in Wiener Fufs ausgedrückt bezeichnet. Aus der Zusammenstellung von *Campaignac* ergibt sich als mittlerer Werth $S = 30{\cdot}416$ für die kleinen Dampfboote, $S = 27{\cdot}279$ für die Packetboote von 50 bis 120 Pferdekräften und $S = 28{\cdot}07$ für die Kriegs-Dampfschiffe von 160 bis 220 Pferdekräften.

Anmerkung. Bei Anwendung dieser Werthe von K und S wird angenommen, dafs die Dampfschiffe ihre normale, d. h. die gröfste Geschwindigkeit erhalten, welche sie durch die Maschine allein, und zwar bei gutem Wetter im ruhigen Wasser und bei normaler Tauchung erlangen können; diese letztere wird von den Schiffbauern gewöhnlich so bestimmt, dafs diese Tauchung oder der Tiefgang bei der halben Ladung der gewöhnlichen oder bei dem dritten Theil der stärksten Verproviantirung an Brennmateriale eintritt, wobei der innere Rand der am tiefsten stehenden Schaufel des Ruderrades um 4 englische Zoll unterm Wasserspiegel taucht.

Da die Geschwindigkeit der Seeschiffe nach dem guten oder schlechten Wetter veränderlich ist, so nimmt man für die mittlere Geschwindigkeit derselben $(\frac{2}{3} + \frac{1}{30})\,V$, wenn V die normale oder gröfste bezeichnet, weil nach den Erfahrungen überseeische Schiffe, deren normale Geschwindigkeit = 9 Knoten ist, nur mit 6·3 Knoten mittlerer Geschwindigkeit fahren.

Aus der von *Campaignac* zusammengestellten Tabelle ergibt sich noch, dafs erstens der Überschufs an Geschwindigkeit des innern Bords der Radschaufeln über die Geschwindigkeit des Schiffes im Mittel 1·585 Fufs per Secunde oder nahe 1 Seemeile per Stunde beträgt; dafs zweitens die Differenz zwischen der normalen Geschwindigkeit des Schiffes und $\frac{2}{3}$ der Geschwindigkeit des äufsern Bordes der Schaufeln für die kleinern Dampfboote negativ ist, diese sich aber bei andern Booten sehr nahe der Nulle nähert (setzt man diese = 0, so wird $S = 28{\cdot}6478$); dafs drittens die Verhältnifszahl zwischen der eingetauchten Fläche des gröfsten Querschnittes der Schiffschale (*maître-couple*) und der Fläche einer Radschaufel für Schiffe von 80 bis 220 Pferdekräften = $13\frac{1}{2}$ sey; dafs viertens durch den Schiffskörper per Pferdekraft im Mittel 4·1667 Tonnen Wasser verdrängt werden; dafs fünftens die mittlere Verhältnifszahl λ zwischen der eingetauchten Fläche

des gröfsten Querschnittes und des herumbeschriebenen Parallelogrammes $= \cdot 843$ ist; dafs sechstens das Verhältnifs zwischen der im Niveau des Wassers liegenden horizontalen Schiffsfläche und des um dieselbe herum beschriebenen Parallelogrammes als Durchschnitt von 13 Schiffen (bei normalem Tiefgang) $= \cdot 843$; dafs siebentens die Verhältnifszahl zwischen dem Volumen der benetzten Schiffsoberfläche (bei normaler Tauchung) und jenem des herum beschriebenen Parallelopipedes als Durchschnitt von eben so vielen Schiffen $= \cdot 596$, und dafs endlich das Verhältnifs zwischen dem in Fufsen ausgedrückten äufsern Umfang eines Rades und der Anzahl der Schaufeln desselben im Mittel $f = 3{\cdot}43$ ist, so, dafs also z. B. ein Rad, dessen Umfang 34 Fufs beträgt, 10 Schaufeln besitzt.

Ist also N die Anzahl der Schaufeln eines Rades, so ist:

$$N = \frac{\pi D}{f} \ldots (10,$$

wobei $f = 3{\cdot}43$ gesetzt werden kann.

Ist i der Überschufs der Geschwindigkeit r_1 des innern Randes oder Bordes der Radschaufeln über jene V des Schiffes, so ist:

$$r_1 = V + i = \frac{n\pi D'}{60},$$

wenn D' den innern Raddurchmesser bezeichnet, und daraus:

$$D' = \frac{60}{n\pi}(V + i) \ldots (11,$$

wobei als Mittelwerth $i = r_1 - V = 1{\cdot}585$ gesetzt werden kann. Für die Höhe der Radschaufeln hat man sonach:

$$h = \frac{D - D'}{2} \ldots (12.$$

Ist l die Länge der Radschaufeln, so ist lh die Fläche einer Schaufel, und wenn r das Verhältnifs der eingetauchten Fläche B^2 des gröfsten Querschnittes (*maître-couple*) zur Fläche lh einer Radschaufel ist, so hat man $rlh = B^2$ oder für die Länge der Schaufeln:

$$l = \frac{B^2}{rh} \ldots (13,$$

wobei als mittlerer Werth, für Schiffe von 80 bis 220 Pferdekräften, $r = 13{\cdot}5$ gesetzt werden kann.

Schliefslich wollen wir noch bemerken, dafs sich gegenwärtig sowohl die meisten englischen als auch französischen Constructeurs der Schiffs-Dampfmaschinen nach dem *Watt*'schen System nach der ganz einfachen Formel $E = \frac{n c d^2}{3000}$ halten, in welcher d den Durchmesser des Dampfkolbens in Zollen, c die Länge des Kolbenlaufes in Fufsen (und zwar nach englischem Mafs) und n die Zahl der Kolbenspiele oder Umdrehungen der Räder per Minute, so wie E die Anzahl der (Maschinen) Pferdekräfte, welche die Maschine dabei besitzt, bezeichnet. (Dabei ist der effective oder nutzbare Dampfdruck auf den Quadratzoll des Kolbens zu 7 Pfund englisch angenommen.)

Nach dem französischen Mafs und Gewicht entspricht dieser Formel die folgende: $E = \frac{n c d^2}{5900}$, wobei d in Centimeter und c in Meter ausgedrückt werden mufs (die vorigen 7 Pfunde entsprechen einem Dampfdrucke von ·4919 Kilogrammen auf den Quadratcentimeter).

Auf das Wiener Mafs bezogen, kann man $E = \frac{n c d^2}{2690}$ setzen, wobei d in Zollen und c in Fufsen auszudrücken ist. (Die erwähnten 7 Pfunde Dampfdruck entsprechen einem Drucke von 6·1 Pfund auf den Quadratzoll).

Die genauere *Watt*'sche Formel für den Effect der Niederdruckmaschinen in Pferdekräften ist:

$$E = \frac{5{\cdot}4978 \times d^2 \times N}{33000} = \frac{5{\cdot}4978 \times d^2 \times 2 n c}{33000},$$

wobei (Alles in englischem Mafs und Gewicht) d den Durchmesser des Dampfkolbens in Zollen, N die Geschwindigkeit desselben in Fufsen per Minute, n die Anzahl der Kolbenspiele oder Radumdrehungen per Minute und c die Länge des Kolbenganges bezeichnet.

Im französischen Mafs und Gewicht ausgedrückt ist:

$$E = \frac{{\cdot}38125 \times d^2 \times 2 n c}{4500},$$

wobei c in Meter und d in Centimeter auszudrücken ist.

Beispiel 1. Ein Dampfschiff von $E = 320$ Pferdekräften taucht mit halber Verproviantirung des Brennstoffes (als normalen Tiefgang) $T = 14$ Fufs, die Breite des eingetauchten gröfsten Querschnittes ist im Niveau des Wassers $L = 36$ Fufs, das Verhältnifs des eingetauchten Theils dieses Querschnittes zum umschriebenen Parallelogramm ist $\lambda = {\cdot}75$, folglich die eingetauchte Fläche dieses Querschnittes beim normalen Tiefgang $B^2 = \lambda L T = 378$ Quadratfufs; es soll die normale und mittlere Geschwindigkeit dieses Dampfschiffes bestimmt werden.

Da nach den obigen Angaben (§. 548) für den vorliegenden Fall der Coefficient $K = {\cdot}0008$ zu setzen ist, so hat man aus der Gleichung 7) (§. 544) für die normale (d. i. gröfste) Geschwindigkeit des Schiffes:

$$V = \sqrt[3]{\left(\frac{E}{K B^2}\right)} = \sqrt[3]{\left(\frac{320}{{\cdot}0008 \times 378}\right)} = 10{\cdot}2 \text{ Knoten}$$

oder per Stunde 10·2 Seemeilen. Die mittlere Geschwindigkeit ist daher (§. 548, Anmerkung) $(\frac{2}{3} + \frac{1}{30})\, 10{\cdot}2 = 7{\cdot}14$ Seemeilen.

Wäre dieses Schiff zur Überfahrt von Bristol nach New-York bestimmt, welche 3000 Seemeilen beträgt, so würde dasselbe zu dieser Reise $\frac{3000}{7{\cdot}14} = 420{\cdot}2$ Stunden oder $17\frac{1}{2}$ Tage benöthigen.

Beispiel 2. Es sollen die Hauptdaten zur Erbauung eines überseeischen Dampf-Packetbootes von 450 Pferdekräften angegeben werden. (Ein solches ist z. B. das englische Dampfboot »Great-Western.«)

Nimmt man die **normale Geschwindigkeit** dieses Dampfbootes (§. 547) zu 12 Seemeilen per Stunde, setzt nämlich $V = 12$, so ist auch (§. 546, Note) $V = \frac{12 \times 5858{\cdot}4}{3600} = 19{\cdot}53$ Fufs per Secunde.

Da ferner wegen $E = 450$ Pferdekräfte nach §. 548 für dieses Boot $K = {\cdot}0007$ und die Verhältnifszahl der eingetauchten Fläche des Hauptquerschnittes zum umschriebenen Parallelogramm $\lambda = {\cdot}80$ gesetzt werden kann; so ist zuerst die **eingetauchte Fläche** des Hauptquerschnittes (§. 544, Gl. 7) $B^2 = \frac{E}{K V^3} = \frac{450}{{\cdot}0007.(12)^3} = 372$ Quadratfufs.

Setzt man bei einer mittlern Ladung Kohlen von 300 Tonnen den normalen **Tiefgang** $T = 13\frac{1}{2}$ Fufs (der Vorsprung des Kiels von beinahe 1 Fufs wird hier nicht dazu gerechnet), so folgt aus der Gleichung (§. 544) $B^2 = \lambda L T$ sofort $L = \frac{B^2}{\lambda T} = \frac{372}{{\cdot}80 \times 13{\cdot}5} = 34{\cdot}44$ Fufs.

Die **mittlere** Geschwindigkeit des Bootes ist $(\frac{2}{3} + \frac{1}{30})\, 12 = 8{\cdot}4$ Knoten oder per Stunde $8\frac{2}{5}$ Seemeilen.

Nimmt man ferner, um den äufsern Radhalbmesser und die Schaufelhöhe zu bestimmen, nach der obigen Reihe der Coefficienten K (§. 548) die Anzahl der Kolbenspiele der Maschinen per Minute $n = 18$ und (eben da) $S = 28$; so hat man (§. 543, 5) für den **äufsern** Durchmesser $D = \frac{S V}{n} = \frac{28 \times 19{\cdot}53}{18} = 30{\cdot}38$ Fufs. Nach der Gleichung 11) (§. 548, Anmerkung), ist der **innere** Durchmesser $D' = \frac{60}{n \pi}(V + i)$, und wenn man hier aus guten Gründen i so wählt, dafs der innere Rand der Schaufeln eine nicht blofs um 1, sondern $1\frac{1}{2}$ Knoten gröfsere Geschwindigkeit als das Schiff hat, so wird $i = 2{\cdot}377$, und daher ist:

$$D' = \frac{60}{18 \times 3{\cdot}14}(19{\cdot}53 + 2{\cdot}377) = 23{\cdot}26 \text{ Fufs};$$

es ist also die **Höhe** der Schaufeln (Gleichung 12):

$$h = \frac{D - D'}{2} = \frac{7{\cdot}12}{2} = 3{\cdot}56 \text{ Fufs}.$$

Die **Länge** der Schaufeln folgt aus (Gleichung 13):

$$l = \frac{B^2}{r h} = \frac{372}{13{\cdot}5 \times 3{\cdot}56} = 7{\cdot}74 \text{ oder } 7\tfrac{3}{4} \text{ Fufs}.$$

Die **Anzahl** der Schaufeln in einem Rade erhält man aus der Gleichung 10), wornach: $N = \frac{\pi D}{f} = \frac{3{\cdot}14 \times 30{\cdot}38}{3{\cdot}43} = 27{\cdot}8$, d. i. 28.

Berechnet man endlich noch für dieses Schiff den Widerstand nach der von *Barlow* (aus seinen neuesten Beobachtungen und Versuchen) abgeleiteten Regel, dafs dieser nämlich im Mittel nur $\frac{1}{17}$ des Widerstandes des eingetauchten Hauptquerschnittes A beträgt (bei 11 verschiedenen Schiffen variirte dieser Widerstand von $\frac{1}{15}$ bis $\frac{1}{24}$), wenn dieser letztere nur mit

$\gamma A \frac{V^2}{2g}$ in Rechnung gebracht wird, nämlich nach der Formel *b*) in §. 360; so erhält man:

$$P = \cdot 059 \gamma A \frac{V^2}{2g} = \cdot 059 \times 56\cdot 5 \times 372 \times \frac{(19\cdot 53)^2}{62} = 7629 \text{ Pfund.}$$

Die Arbeit dieses Widerstandes per Secunde ist also:

$7629 \times 19\cdot 53 = 149000^{F.\,Pf.}$ (in runder Zahl) $= 346\cdot 5$ Pferdekräfte oder nahe ·77 (d. i. 77 Procent) von der Nominalkraft der Maschine von 450 Pferden. In England rechnet man für gewöhnlich nur $^2/_3$ der Nominalkraft der Maschine als effective zum Forttreiben des Schiffes benützte Kraft, indem $^1/_3$ davon (wenn der Mittelpunct des Widerstandes an den Schaufeln um $^1/_3$ schneller zurückweicht als das Schiff vorwärts geht) durch das Zurückweichen der Schaufeln verloren geht.

Nach *Barlows* Versuchen beträgt bei gewöhnlichen (radial stehenden) Schaufelrädern bei einer mittlern Eintauchung (bei einem Eintauchungswinkel von 44°) die effective Kraft der Maschine ·645, wenn die ganze Kraft = 1 ist. Bei einer tiefern Eintauchung, wobei die Schaufeln schon bei einem Winkel (am Mittelpuncte des Radkreises gemessen) von 60° in das Wasser treten, ist diese Wirkung nur = ·550. In diesem letztern Falle haben die beweglichen Schaufeln von *Morgan* (in der neuesten Zeit von *Penn* verbessert), welche sich während der ganzen Bewegung durch das Wasser immer vertical stellen, einen entschiedenen Vorzug, indem, abgesehen davon, daſs die bei den gewöhnlichen oder radial stehenden Schaufeln Statt findenden Stöſse und Erschütterungen wegfallen, diese immer nahe zu eine, und zwar bei jeder Tauchung des Schiffes, effective Wirkung von ·66 geben.

Nimmt man diesen letztern Werth für die effective Kraft der Maschine an, so müſste die Maschine 525 Pferdekräfte wirklich besitzen, obschon sie (wie dieſs in England üblich) allerdings nominell nur 450 haben kann.

Bei der obigen Zahl von ·645 als effective Kraft und der Voraussetzung, daſs die Maschine wirklich nur 450 Pferdekräfte hatte, müſste dann der Widerstand des Schiffes nicht bloſs zu $^1/_{17}$, sondern zu $^1/_{20}$ von jenem der gröſsten Querschnittsfläche angenommen werden.

Der Vergleichung wegen mögen hier noch die Dimensionen des englischen überseeischen Dampfbootes „Great-Western" von (nominell) 450 Pferdekräften, und zwar in englischem Maſs und Gewicht, angeführt werden. Diese sind: äuſserste Länge 236 Fuſs, Länge des Verdeckes 212 Fuſs, des Kiels 205 Fuſs, Breite innerhalb der Schaufelräder 35 Fuſs, 4 Zoll; Tiefe des Schiffraumes in der Mitte 23 Fuſs, 2 Zoll; Tonnengehalt des Raumes $679^1/_2$ Tonnen, jener für den Maschinenraum $641^1/_2$ Tonnen, gesammter Tonnengehalt 1321 Tonnen, Durchmesser der Cylinder 73 Zoll, Länge des Kolbenganges 7 Fuſs, Durchmesser der Schaufelräder 28 Fuſs, 9 Zoll; Gewicht der Maschinen sammt gefüllten Kesseln 480 Tonnen; Kohlengewicht für 20 Tage 600 Tonnen, Kohlenconsumo per Stunde und Pferdkraft $6^1/_8$ Pfund,

Gewicht der Schiffsladung (Fracht) 250 Tonnen, Tiefgang bei diesen Ladungen 16 Fufs, 8 Zoll.

Campaignac findet für dieses Schiff (in französischem Mafs und Gewicht): Volle Ladung des Brennstoffes (600 T. englisch =) 609·39 Tonnen, entsprechender Tiefgang 5·080 Meter, mittlere Ladung an Brennstoff 304·695 Tonnen, Wasserverdrängung für 1 Centimeter der Schichte zwischen der vollen und mittlern Ladung 5·876 Tonnen, Tiefgang bei der mittlern Ladung (normaler) 4·562 Meter, Tiefe des Hauptquerschnittes bei dieser Tauchung 4·262 Meter (Kielhöhe oder Vorsprung ·30 Meter), eingetauchte Fläche des Hauptquerschnitts (*maître-couple*) 36·187 Quadratmeter, Anzahl der Pferdekräfte auf 1 Quadratmeter dieser Fläche 12¼, normale Geschwindigkeit bei ruhigem Wetter 12·05 Knoten, mittlere Geschwindigkeit für jedes Wetter 8·435 Knoten, mittlere Zeit, um die Reise von 3000 Seemeilen (von Bristol nach New-York) zurückzulegen, 14 Tage, 19 Stunden, 40 Minuten.

Um schliefslich auch ein Beispiel von einem Schraubenboot anzuführen, so mag bemerkt werden, dafs das kürzlich in England für die Königin besonders gebaute schöne und bequeme eiserne Dampfboot, „die königliche Yacht Fairy“ von 128 Pferdekräften (2 *Penn*'sche Maschinen, jede von 64 Pferden, mit 48 Kolbenspielen), mit einem solchen Schraubenapparate (*screw propeller*) versehen ist, und bei einer der Probefahrten auf der Themse allen übrigen mit Ruderrädern (Paddle Wheels) versehenen Dampfbooten den Rang ablief, indem es als Durchschnitt von 10 Proben 13 Knoten zurücklegte (bei einer spätern Wettfahrt soll es von dem mit Schaufelrädern versehenen Dampfboot „the wonder“ besiegt worden seyn). Durch eine Räderübersetzung ertheilen die schönen und ungeachtet ihrer grofsen Geschwindigkeit ganz ruhig arbeitenden Maschinen der Schraube 240 Rotationen per Minute. Das Boot ist 145 Fufs (engl.) lang, 21 Fufs breit und hat eine Tragfähigkeit von 260 Tonnen; es taucht vorne 4 Fufs, 4 Zoll, hinten 5 Fufs, 4 Zoll.

Übrigens stehen nach dem Urtheile aller competenten Sachverständigen die Schraubenschiffe bis jetzt noch wegen des dabei eintretenden Kraftverlustes, welcher gegen jene mit Schaufelrädern 8 bis 10 Procent beträgt, diesen letztern und besonders dort, wo nicht wenigstens 10 Fufs Wassertiefe zu Gebote steht, noch nach, gewähren dagegen in anderer Beziehung, namentlich für Kriegsschiffe, entschiedene Vortheile.

Achtes Kapitel.

Berechnung einiger zum Verarbeiten der Stoffe und Materialien bestimmten Maschinen.

§. **549. Einleitung.** Um nur in Kürze noch einige Beispiele von der Berechnung solcher Maschinen zu geben, welche zur Verarbeitung der Stoffe bestimmt sind, so wollen wir hiezu die am meisten verbreiteten Mahl-, Stampf- und Sägmühlen und Hammerwerke wählen, ohne übrigens dabei in eine sehr detaillirte Beschreibung der einzelnen Bestandtheile eingehen zu können.

Mahlmühlen.

§. **550.** Bekanntlich bestehen die deutschen Mahlmühlen zum Vermahlen des Getreides im Wesentlichen aus zwei cylindrischen Steinen, deren Grundflächen horizontal liegen und wovon der untere *a*, Fig. 294, (Bodenstein) fest, der obere *b* (Läufer) dagegen beweglich ist, indem er sich mittelst des in das quer eingelassene Obereisen *i* (Haue) eingreifenden vertical stehenden Mühleisens *s* (Spindel), welches unten einen Trilling *d* trägt und durch das Eingreifen eines Kamm- oder Stirnrades *A* in Bewegung gesetzt wird, um seine Achse dreht; dabei läuft dieses Mühleisen *s* (von 2 bis 3 Zoll Durchmesser und 4 bis 6 Fufs in der Länge) unten in einer Spur oder Pfanne *e* (Mühlpfanne), welche in einem Querbalken *f* (Steg), der sich mittelst der Tragbänke *g*, *g*, worauf er ruht, auf und ab bewegen läfst, um die Entfernung der beiden Mahlflächen gegen einander reguliren zu können, eingelassen ist, während dasselbe oben durch die im Bodenstein eingelassene hölzerne Büchse *t* (Bux), die eine Art Halslager bildet, durchgeht. Das zu vermahlende Getreide gelangt durch die Gosse *B* und die im Läufer centrisch gebohrte oder ausgehauene runde Öffnung *h* (das Läuferauge) zwischen die Steine, welche an ihren Grund- oder Mahlflächen geschärft oder gehauen sind (siehe die Detailzeichnungen), und wird durch die Centrifugalkraft allmälich vom Mittelpuncte gegen die äufsere Peripherie getrieben und dabei geschroten oder nach Umständen mehr oder weniger fein vermahlen. Aus den Steinen austretend fällt das Mahlgut in das sogenannte Beutelgeschirr, um die feinern Mehltheile von den gröbern, und namentlich von den Kleien zu sondern, wozu der im Beutelkasten *D* eingehängte Mehlbeutel *E* und die verschiedenen Drahtsiebe, Sauberer *l* vorhanden sind.

In der Regel trägt die horizontale Wasserradwelle (die Mühlen gehen gewöhnlich unter- oder mittelschlächtig) ein Kammrad *A*, welches unmittelbar in den auf dem Mühleisen befestigten Trilling *d* eingreift; da jedoch die in Österreich in der Regel 3 Fuſs im Durchmesser haltenden Steine 180 bis 200 Mal per Minute umlaufen sollen, so kommt man (da das Kammrad dabei sehr groſs und der Trilling sehr klein ausfällt) oft mit dieser einfachen Radübersetzung nicht aus, und man ist genöthigt noch ein groſses und ein kleines Zwischenrad, ein Zwischengeschirr anzubringen, wie z. B. ein solches gleichzeitig für 2 Mahlgänge in Fig. 295, wo *d* den vorigen Trilling bezeichnet, dargestellt ist.

Dürfte z. B. das Wasserrad für die vortheilhafteste Wirkung des Wassers per Minute nur 6 Umgänge machen, und erhielte das auf derselben Welle befestigte Kammrad *A* 60 Kämme, das Getrieb *B* 12 Spindeln oder Stöcke, das auf derselben Achse befestigte Stirnrad *C* 48 Zähne und der Mühltrilling *d* 8 Stöcke; so würde 1 Umdrehung des Wasserrades $^{60}/_{12} = 5$ Umdrehungen des Getriebes *B* und Stirnrades *C*, und 1 Umdrehung dieses Stirnrades $^{48}/_{8} = 6$ Umdrehungen des Trillings *d* zur Folge haben, dieser daher sammt dem Mühlstein in jeder Minute $6 \times 5 \times 6 = 180$ Mal umlaufen.

Ohne in weitere Details eingehen zu können (in welcher Beziehung wir auf unsere ausführliche Abhandlung über Mühlen, in *Prechtl's* technologischer Encyclopädie, Band 10 verweisen), soll nur noch erwähnt werden, daſs die nöthige schüttelnde Bewegung des Goſsschuhes *m* durch einen in den Ring *k* (Fig. 294. *a*), welcher in das Läuferauge eingelassen ist, hineinreichenden Bolzen *r*, dagegen das Schütteln des Beutels und Sauberers (alles nämlich bei den deutschen Mühlen) mittelst des auf der Mühlspindel *s* aufgesteckten Dreischlages *v* (Fig. 294. *b*) bewirkt wird, an welchen mittelst einer Feder der Anschlag *ω*, welcher in der um ihre Achse drehbaren Säule *z* eingelassen ist, angedrückt wird, und dadurch sowohl die Beutelgabel 1 als auch die mit dem Sauberer in Verbindung stehende Stange 2 in eine schnell oscillirende Bewegung setzt.

§. 551. Nöthige Betriebskraft. Da der Hauptwiderstand, welcher bei dem Betriebe einer Mahlmühle zu überwinden ist, in dem Zermahlen des Getreides zwischen den Steinen besteht, und als Erfahrungssatz angenommen werden kann, daſs dieser Widerstand bei einem Durchmesser der Steine von 1 (W.) Fuſs durch eine an der Peripherie des Läufers wirkende Kraft von 25 (W.) Pfund überwunden wird, so hat man für Steine vom Halbmesser R, da dieser Widerstand der Mahlfläche (also dem Quadrate des Halbmessers) proportional ist, $1^2 : R^2 = 25 : P = 25 R^2$ in Pfunden, als diejenige Kraft, welche am Umfange des Läufers anzubringen wäre, um den genannten Widerstand zu

überwinden. (Auch kann man sich, wie bei der Reibung eines Cylinders auf seiner Grundfläche, §. 235, den Gesammtwiderstand in der Peripherie eines Kreises vom Halbmesser $\frac{2}{3}R$ vorstellen, so daſs $\frac{2}{3}R$ der Hebelarm dieses Widerstandes wäre.)

Da sich ferner aus vielen Beobachtungen jene Geschwindigkeit des Läufers als die zweckmäſsigste herausstellt, bei welcher im Mittel ein Punct im äuſsern Umfange desselben eine Geschwindigkeit von 25 (W.) Fuſs per Secunde besitzt, so ist die Arbeit der vorigen Kraft P, welche diesen Widerstand überwindet, $M = 25P = 25 \times 25R^2 = 625R^2$ F. Pf. per Secunde.

Rechnet man ferner $\frac{1}{40}M$ zur Überwindung der Reibung der Spindel in der Pfanne und Büchse, $\frac{1}{20}M$ für die Reibung zwischen dem Kammrad und Trilling, so wie $\frac{1}{30}$ bis $\frac{1}{25}M$ für jene eines Vorgeleges; so hat man bei n Vorgelegen (mit Einschluſs der Bewegung des Beutelwerkes) für die Arbeit der nöthigen Betriebskraft:

$$E = 625R^2\left(1 + \frac{1}{40} + \frac{1}{20} + \frac{n}{25}\right)^{\text{F. Pf.}}$$

oder in Pferdekräften:

$$N = \frac{E}{430} = 1{\cdot}4535\,R^2\left(1{\cdot}075 + \frac{n}{25}\right).$$

Beispiel. Führt eine Mühle 36zöllige Steine und ist dabei ein Vorgelege vorhanden, so hat man $N = 1{\cdot}4535 \times (3/2)^2(1{\cdot}075 + {\cdot}04) = 3{\cdot}65$, d. i. etwas über $3\,3/5$ Pferdekräfte.

Anmerkung. Nach den neuern und bessern Einrichtungen des mechanischen Triebwerkes brauchen die mehrgängigen Mühlen bedeutend weniger Betriebskraft. So würde nach der alten Einrichtung eine Mühle mit 4 Fuſs im Durchmesser haltenden Steinen nach der vorigen Formel $6\,1/2$ Pferdekräfte erfordern, während man bei den neuern Dampfmühlen, welche solche Steine führen, nicht mehr als 4 bis 5 Pferdekräfte per Mahlgang zu rechnen braucht.

Was die Leistungsfähigkeit dieser Mühlen betrifft, so können auf einem Mahlgange bei der angegebenen Gröſse (von 35 bis 36 Zoll) und Geschwindigkeit (von 180 bis 200 Umläufe per Minute) der Steine und der etwas langwierigen, jedoch ganz vorzüglichen Mahlmethode in Österreich (wobei der Weizen und das daraus erhaltene Erzeugniſs oft bis 12 Mal aufgeschüttet wird), binnen 24 Stunden von 12 bis 18 Metzen Weizen vermahlen werden, was die Betriebskraft für einen solchen Mahlgang zu $3\,1/2$ Pferdekräfte angeschlagen, per Stunde und Pferdekraft von $1/7$ bis $1/5$ oder ·143 bis ·2 Metzen gibt.

Nach den Beobachtungen von *Navier* ist die Leistung in Frankreich bei der *Mouture économique* = ·6; in den von *Moudslay* erbauten Dampfmühlen

in Frankreich und England = 67; nach *Ganzel* in einer amerikanischen Mühle von 8 Gängen = ·7 bis ·85, je nachdem die Betriebskraft eines Mahlganges zu 5 oder 4 Pferdekräften gerechnet wird u. s. w.; in allen diesen Fällen müſste natürlich, wenn diese Zahlen einen richtigen Maſsstab für die Zweckmäſsigkeit der Mühlen abgeben sollen, vorausgesetzt werden, daſs der Weizen überall in dasselbe Mahlgut verwandelt wurde, was wohl schwerlich der Fall seyn dürfte. (Näheres über diesen Gegenstand findet man in unserer oben erwähnten Abhandlung.)

Stampfwerke.

§. 552. Bekanntlich besteht ein Stampfwerk (eine „Stampfmühle") aus einer Reihe von hölzernen Prismen *A* [(Fig. 296) Stämpfern], welche je nach dem beabsichtigten Zwecke (bezüglich des zu verkleinernden Materiales) an ihrem untern Ende mit verschieden geformten eisernen Schuhen *S* versehen, zwischen 4 horizontal liegenden Balken *n* (Scheidelatten), wovon zwei ober- und zwei unterhalb angebracht sind, vertical auf und ab bewegt werden können; eine horizontal liegende Welle *C* mit den gehörig vertheilten Hebeköpfen *a* versehen (Daumenwelle), ergreift bei ihrer Umdrehung den Hebkopf oder die Hebelatte *b* des Stämpfers, hebt diesen, wenn die Hebeköpfe *a* (§. 221) nach der Kreisevolvente gekrümmt sind, nicht bloſs vertical, sondern auch (wenn sich die Welle gleichförmig dreht) mit gleichförmiger Geschwindigkeit in die Höhe, worauf dieser vom Hebekopf in der Stellung *a′ b′* ausgelassen, mit seinem ganzen Gewichte herabfällt und die beabsichtigte Wirkung ausübt.

In §. 221 ist der Halbmesser $CA = r$ des Grundkreises der Daumenwelle bereits bestimmt, und zwar ist nach der dort angenommenen Bezeichnung

1) $r = \frac{h\,m\,t}{2\pi t'}$, wobei nämlich h die Hubhöhe, t die Zwischenzeit von einem Angriff bis zum nächst folgenden, t' die Hubzeit und m die Anzahl der Hebköpfe für ein und denselben Stämpfer bezeichnet.

Die der Welle zugekehrte Fläche muſs wenigstens einen Abstand haben, welcher (Fig. 167) durch:

$$Cb = \sqrt{(CA^2 + Ab^2)} = \sqrt{(r^2 + h^2)} \; . \; . \; . \; (a$$

bestimmt wird. Die Länge l der Hebelatten AB kann mit Rücksicht auf den nöthigen Spielraum aus der Gleichung:

$$l = Cb - r = -r + \sqrt{(r^2 + h^2)} \; . \; . \; . \; (b$$

bestimmt werden.

Dreht sich die Daumenwelle (nach §. 221) in einer Minute n Mal um und ist dabei v die Geschwindigkeit des Grundkreises CA, so ist:

$$v = \frac{2\,r\pi n}{60} = \frac{r\pi n}{30} \; . \; . \; . \; (2.$$

Der Bogen, welchen irgend ein Punct des Grundkreises CA während der Zeit als ein Stämpfer vom Hebekopf $A'b$ ausgelassen und von dem nächstfolgenden Hebekopf wieder ergriffen wird, beschreibt, ist (wegen Bogen $AA' = h$) $= \frac{2r\pi}{m} - h$, folglich die dazu gehörige in Secunden ausgedrückte Zeit $T = \frac{\frac{2r\pi}{m} - h}{v} = 30 \cdot \frac{2r\pi - mh}{r\pi n m}$ (Gl. 2). Da nun (§. 221) die Fallzeit des Stämpfers $t'' = \sqrt{\frac{2h}{g}}$ ist, so muſs, damit der Stämpfer nicht schon vom nächsten Hebekopf wieder ergriffen werde, bevor derselbe noch seinen Stoſs auf das zu verkleinernde Material vollständig ausgeübt hat:

$$T > t'', \text{ d. i. } 30 \cdot \frac{2r\pi - mh}{r\pi n m} > \sqrt{\frac{2h}{g}}$$

seyn, woraus

$$3) \ldots n < \frac{30(2r\pi - mh)}{r\pi m}\sqrt{\frac{g}{2h}}$$

folgt.

Bezeichnet man endlich noch die gesammte Anzahl der Stämpfer des Stampfwerkes durch N, jene Anzahl, welche immer (bei gehöriger Vertheilung der Hebköpfe auf der Welle) gleichzeitig im Angriffe ist, durch N', so wie die Anzahl der Schläge oder Stöſse (= der Anzahl der Angriffe), welche jeder Stämpfer per Minute macht, durch S; so ist erstlich:

$$S = nm \ldots (4.$$

Der Bogen, welchen ein Punct im Grundkreise CA beschreibt, von dem Augenblicke an, als irgend ein Stämpfer ergriffen wird, bis zum nächst darauf folgenden Angriff eines zweiten Stämpfers, ist (weil während der Bewegung dieses Punctes durch den Bogen $AA' = h$ immer N' Stämpfer gleichzeitig im Hube sind, da, wie einer abfällt, sogleich wieder ein neuer ergriffen wird) $= \frac{h}{N'}$; da aber dieser Bogen auch $= \frac{2r\pi}{mN}$ ist (indem während einer Umdrehung der Welle jeder Stämpfer m Mal gehoben wird, so kommen auf jede solche Umdrehung mN Angriffe), so folgt:

$$\frac{h}{N'} = \frac{2r\pi}{mN} \text{ und daraus } N' = \frac{mNh}{2r\pi} \ldots (5.$$

§. 553. Nöthige Betriebskraft. Abstrahirt man vor der Hand von der vergleichungsweise unbedeutenden Arbeit, welche nöthig ist, um die leere Daumenwelle in Bewegung zu setzen, behält ferner die vorige Bezeichnung bei und setzt noch auſserdem das Gewicht eines Stämpfers $= p$, dessen Masse $= m'$, die auf den Angriffspunct A (Fig. 167) nach §. 159 reducirte Masse der Daumenwelle und aller etwa noch

sonst mit ihr verbundenen Massen $= M$, den Abstand des Angriffspunctes A von der Achse des Stämpfers $= d$, den verticalen Abstand der beiden vordern oder hintern Scheidelatten, vom Mittel zu Mittel $= e$, so wie die betreffenden Reibungscoefficienten, die man hier einander gleich setzen kann, $= f$; so lassen sich die einzelnen zu überwindenden Widerstände auf folgende Weise berechnen.

Die zur Hebung des Gewichtes p des Stämpfers auf die Höhe h nöthige Arbeit ist (§. 175) $\omega = ph$.

Die Geschwindigkeit c, mit welcher der Stämpfer gleichförmig gehoben wird, ist, wegen $ct' = h$, sofort:

$$c = \frac{h}{t'} \ldots (6,$$

und da dessen Masse m' bei jedem Angriffe von der Ruhe aus auf diese Geschwindigkeit gebracht werden mufs, so ist die hiezu nöthige Arbeit (§. 186) $\omega' = m'\frac{c^2}{2g}$, oder da (§. 35) $m' = p$ gesetzt werden kann und wegen Gleichung 6) auch $\omega' = \frac{p\,h^2}{2g\,t'^2}$.

Da dem Stämpfer die erwähnte Geschwindigkeit durch den Stofs mitgetheilt wird, so ist (bei der Annahme von unelastischen Körpern) der Verlust an lebendiger Kraft (§. 201, Gl. 5 und der Annahme, dafs m' gegen M, welche letztere reducirte Masse immer sehr grofs ist, vernachläfsigt werden darf) $= m'c^2$, folglich jener an Arbeit (§. 201, Anmerk.) $\omega'' = \frac{m'c^2}{2g} = \frac{m'h^2}{2g\,t'^2}$ ($= \omega'$, weil $m' = p$ ist).

Da ferner die Richtung der Hubkraft p in die Gerade Ab (Fig. 167) fällt, so erhält der Stämpfer ein Bestreben sich um seinen Schwerpunct zu drehen, und er wird nur durch die obere hintere und untere vordere Scheidelatte am Umküppen verhindert, wodurch jedoch ein Druck gegen diese beiden Latten, und daher auch bei der Aufwärtsbewegung des Stämpfers eine Reibung entsteht. Reducirt man diesen Druck auf eine einzige dieser beiden Latten und bezeichnet diesen mit k, so ist $\frac{1}{2}e.k = d.p$ und daraus $k = \frac{2dp}{e}$, folglich ist der Betrag der Reibung (§. 228) $= fk$ und die Arbeit derselben bei jedem Hub $\omega''' = fkh = \frac{2dpfh}{e}$.
Ist b die Dicke des Stämpfers, so ist auch $d = l + \frac{1}{2}b$, wobei l aus der obigen Gleichung b) gefunden wird.

Da endlich die Länge der Kreisevolvente Aa des Hebkopfes (wie aus der höhern Mathematik bekannt) $= \frac{r\alpha^2}{2}$ ist, wenn α den Winkel

ACA' bezeichnet, folglich $r\alpha =$ Bogen $AA' = h$ ist, und da ferner die Heblatte fortwährend mit dem Gewichte p des Stämpfers auf den Hebkopf drückt, so ist die Arbeit der Reibung zwischen dem Hebkopf und der Heblatte während eines Hubes $\omega^{IV} = fp \cdot \frac{r\alpha^2}{2} = \frac{1}{2} f p h \alpha$.

Die durch das Heben eines Stämpfers, während welchem nämlich ein Punct A im Grundkreis den Bogen h zurücklegt, erschöpfte Wirkung oder Arbeit ist daher $W = \omega + \omega' + \omega'' + \omega''' + \omega^{IV}$, folglich da während dieser Zeit gleichzeitig N' Stämpfer im Angriffe oder Hube sind, so ist die dafür nöthige Arbeit $W' = N' W$, und da dieses in der Zeit t' geschieht, so ist die in 1 Secunde nöthige Arbeit der Betriebskraft $E = \frac{W'}{t'}$, oder wenn man gehörig substituirt, wobei auch der Werth von N' aus der Gleichung 5) zu setzen ist:

$$E = \frac{Nmph^2}{2r\pi t'}\left(1 + \frac{h}{gt'^2} + \frac{2df}{e} + \frac{1}{2}f\alpha\right) \ldots \text{I.},$$

wobei (§. 221) $t' = \frac{54}{mn} - \sqrt{\frac{2h}{g}}$ ist.

Da der Nutzeffect eines Stämpfers per Secunde $= \frac{Sph}{60} = \frac{nmph}{60}$ (Gl. 4), so ist jener des ganzen Stampfwerkes:

$$\mathfrak{E} = \frac{Nnmph}{60} \ldots \text{II.}$$

Anmerkung 1. Wollte man auch noch den Widerstand, welcher von Seite der Daumenwelle herrührt, in Rechnung bringen, so müſste man vorzüglich die aus den fortwährenden Stöſsen gegen die Hebköpfe der Welle entstehende Reibung in den Zapfenlagern berücksichtigen, die jedoch hier um so mehr ausgelassen werden kann, als diese erstlich nicht genau zu ermitteln, und dann auch gegen die übrigen Widerstände, die man schon etwas voller gerechnet hat, zu unbedeutend ist. Überhaupt sollte man sich bei solchen Berechnungen, in soferne sie einen practischen Nutzen gewähren sollen, aller sublimen und unfruchtbaren Calculationen, die allenfalls als theoretische Übungsexempel recht schön seyn können, enthalten, indem man dabei doch immer auf Prämissen, in Beziehung auf die Eigenschaft der betreffenden Körper (Härte, Politur, Elasticität etc.), der mehr oder weniger vollkommenen mechanischen Ausführung der einzelnen Bestandtheile der Maschine u. s. w. fuſsen muſs, die eine weit gröſsere Fehlergrenze darbieten, als durch Auslassung jener subtilen Glieder in einer Formel, welche diese letztere ganz unbrauchbar und ungenieſsbar machen, je zu befürchten steht. Was würde z. B. in dem vorliegenden Falle für die Anwendung gewonnen seyn, wenn man untersuchen wollte, um wie viel die Daumenwelle bei jedem neuen Angriffe eines Stämpfers durch den ent-

stehenden Stoſs zurückbleiben oder von ihrer Geschwindigkeit momentan verlieren kann, um daraus die Rückwirkung zu finden, welche die übrigen bereits im Hub begriffenen und der Welle dadurch (wenigstens in der Idee) vorauseilenden Stämpfer auf die betreffenden Hebeköpfe ausüben, sobald ihre Hebelatten von diesen letztern wieder eingeholt werden? Dort, wo man schon in der ersten Annahme, der Natur der Sache nach, um 10 Pfund, und zwar auch ohne Nachtheil für die Sache selbst, fehlen kann, ist es nicht nur zwecklos oder illusorisch, von einigen Lothen Rechnung tragen zu wollen, sondern eine ganz falsche Richtung, wenn dadurch die betreffende, sonst einfache Formel, so complicirt wird, daſs sich Niemand entschlieſsen kann dieselbe anzuwenden und damit seine Zeit zu verlieren. Der verständige und geübte Ingenieur oder Constructeur wird auch ohne eine solche ins Kleinliche gehende ziffermäſsige Nachweisung, und zwar durch seine Erfahrung und practischen Tact geleitet, noch weit sicherer jene kleinern Übelstände zu vermeiden oder wenigstens unschädlich zu machen wissen, und z. B. in dem angeführten Falle mit der Daumenwelle eine hinreichende Masse verbinden, damit diese im Vergleiche mit jener der Stämpfer groſs genug sey, um in ihrer Bewegung durch die einzelnen Stöſse keine Störung zu erleiden.

Anmerkung 2. Nach *Navier* betragen die Nebenhindernisse bei einem solchen Stampfwerke von $^1/_4$ bis $^1/_2$, nach *Tuffe* im Durchschnitt $^1/_3$ des Nutzeffectes; nach dieser letztern Annahme wäre daher (mit Rücksicht auf die Gl. II.) die zum Betriebe nöthige Arbeit per Secunde:

$$E = \tfrac{4}{3}\mathfrak{E} = \frac{N\,n\,m\,p\,h}{45} \quad . \; . \; . \; (A.$$

Auch kann noch bemerkt werden, daſs man den Stämpfern für Pulvermühlen im Durchschnitt ein Gewicht von 70 bis 80 Pfund, eine Hubhöhe von 15 bis 16 Zoll und per Minute von 55 bis 60 Schläge; bei Papiermühlen ein Gewicht von 180 bis 200 Pf., eine Hubhöhe von 3 bis 4 Zoll und per Minute 50 bis 60 Schläge, und bei Erz-Pochwerken ein Gewicht von 140 bis 180 Pf., eine Hubhöhe von beiläufig 12 Zoll und per Minute 40 bis 50 Schläge gibt oder machen läſst.

Beispiel. Es soll ein Stampfwerk für eine Pulvermühle unter der Bedingung angeordnet und berechnet werden, daſs dasselbe 30 Stämpfer erhält, wovon jeder bei einem Gewichte von 70 Pfund und einer Hubhöhe von 15 Zoll per Minute 60 Schläge macht.

Nimmt man, in soferne man in Beziehung auf die Umdrehungsgeschwindigkeit der Daumenwelle ganz freie Wahl hat, für jeden Stämpfer 3 Daumen oder Hebköpfe in der Peripherie, folglich die Umlaufzeit der Welle zu 3 Secunden an, wodurch per Minute 20 Umläufe, und daher $3 \times 20 = 60$ $(= S = nm)$ Angriffe für jeden Stämpfer entstehen; so ist zuerst $m = 3$, $n = 20$, $N = 30$, $p = 70$ und $h = {}^{15}/_{12} = 1{\cdot}25$. Die Fallzeit für jeden Stämpfer ist (§. 221) $t'' = \sqrt{\frac{2h}{g}} = \sqrt{\frac{2{\cdot}5}{31}} = {\cdot}284$, die Hubzeit ist

(§. 221) $t' = \frac{54}{mn} - t'' = \frac{54}{60} - {}^{\cdot}284 = {}^{\cdot}616$, so wie die Zeit von einem Angriff eines Stämpfers bis zum nächstfolgenden desselben Stämpfers (§. 221) $t = \frac{60}{nm} = \frac{60}{60} = 1$ Secunde so, dafs in der That eine kleine Ruhezeit von $^1/_{10}$ Secunde bleibt.

Ferner ist der Halbmesser des Grundkreises der Daumenwelle (voriger Paragraph, Gl. 1) $r = \frac{hmt}{2\pi t'} = \frac{1{\cdot}25 \times 3 \times 1}{2 \times 3{\cdot}1416 \times {}^{\cdot}616} = {}^{\cdot}969$ Fufs, und da mit diesen Werthen die durch die Gleichung 3) ausgedrückte Bedingung erfüllt wird, indem $20 < 27$ ist, so findet gegen die getroffene Anordnung kein Hindernifs Statt.

Die obige Gleichung a) gibt als Minimum des Abstandes der vordern (der Welle zugekehrten) Fläche des Stämpfers von der Achse der Daumenwelle (Fig. 167) $Cb = \sqrt{(r^2 + h^2)} = \sqrt{(2{\cdot}5013)} = 1{\cdot}58$ Fufs oder 19 Zolle, wofür man, um sicher zu gehen, dafs kein Anstreifen Statt findet, $19^1/_2$ bis 20 Zoll nehmen wird. Damit folgt ferner aus der Gleichung b) für die Länge der Hebköpfe vom Grundkreis an gerechnet (indem die Welle selbst einen etwas kleinern Halbmesser als der Grundkreis erhält, um ein Streifen der Hebelatten AB an der Welle zu verhindern) $l = Cb - r = 1{\cdot}58 - {}^{\cdot}969 = {}^{\cdot}611$ Fufs oder $7^1/_3$ Zoll. Eben so lang würden auch die Hebelatten AB, oder wenn man für den Abstand CB 20 Zoll nimmt, sofort $8^1/_3$ Zoll. Die Länge des Bogens $AA' = \alpha$, welchen ein Punct im Grundkreise beschreibt, während ein Stämpfer gehoben wird, ist, wegen $r\alpha = h$, sofort:

$$\alpha = \frac{h}{r} = \frac{1{\cdot}25}{{}^{\cdot}969} = 1{\cdot}29 \text{ Fufs}$$

(was auch aus der Proportion $r\alpha : 2r\pi = t' : 3$ folgt).

Die Zahl der gleichzeitig im Anhub befindlichen Stämpfer ist nach Gleichung 5): $N' = \frac{3 \times 30 \times 1{\cdot}25}{2 \times {}^{\cdot}969 \times 3{\cdot}1416} = 18^1/_2$.

Nimmt man ferner zur Bestimmung der Betriebskraft an, dafs die Dicke der Stämpfer $b = 4$ Zoll $= ^1/_3$ Fufs, der Abstand der Scheidelatten $e = 4$ Fufs und der Reibungscoefficient $f = {}^{\cdot}36$ sey; so ist zuerst der Abstand der durch den Schwerpunct eines Stämpfers gehenden Verticalen von dem Angriffspuncte A der Heblatte oder $d = l + \frac{1}{2}b = {}^{\cdot}611 + {}^{\cdot}167 = {}^{\cdot}778$ Fufs, oder wenn man, wie bemerkt, $l = 8^1/_3$ Zoll $= {}^{\cdot}694$ Fufs nimmt, sofort $d = {}^{\cdot}861$ Fufs.

Mit diesen Werthen hat man nun aus der obigen Formel I. für die nöthige Betriebskraft:

$$E = \frac{30 \times 3 \times 70 \times (1{\cdot}25)^2}{2 \times {}^{\cdot}969 \times 3{\cdot}1416 \times {}^{\cdot}616}\left(1 + \frac{1{\cdot}25}{31 \times ({}^{\cdot}616)^2} + \frac{2 \times {}^{\cdot}861 \times {}^{\cdot}36}{4} + \frac{{}^{\cdot}36 \times 1{\cdot}29}{2}\right)$$

$$= 2625 \times 1{\cdot}49344 = 3920^{\text{F. Pf.}} = \frac{3920}{430} = 9^1/_{10} \text{ Pferdekräfte.}$$

Der Nutzeffect dieses Stampfwerkes beträgt nach Gleichung II.:

$$\mathfrak{E} = \frac{30 \times 60 \times 70 \times 1{\cdot}25}{60} = 2625^{\text{F. Pf.}}$$

oder nahe 67 Procent von der Betriebskraft. Die Nebenhindernisse absorbiren 3920 — 2625 = 1295$^{\text{F. Pf.}}$, was nahe die halbe Nutzwirkung ausmacht. Es würde also die obige Formel 4) nach *Taffe's* Annahme (dafs die Nebenhindernisse nur $^1/_3$ des Nutzeffectes absorbiren) die nöthige Betriebskraft im vorliegenden Beispiele zu geringe veranschlagt werden, indem man darnach blofs E = 3500$^{\text{F. Pf.}}$ oder nahe $8^1/_{10}$ Pferdekraft fände.

Um endlich auch noch die gehörige Anordnung der Hebköpfe auf der Daumenwelle zu treffen, damit die vorausgesetzte gleichförmige Vertheilung der fortwährend im Hube befindlichen Stämpfer wirklich Statt finde, so wollen wir beispielsweise annehmen, dafs die 30 Stämpfer in 5 Löchern oder Sätzen von je 6 Stämpfern arbeiten, die wir der Reihe nach durch I, II, III, IV, V, so wie die in jedem Loche stehenden Stämpfer ebenfalls derselben Reihe nach durch 1, 2, 3, 4, 5, 6 bezeichnen.

Man zieht nun zuerst auf dem Umfange der Welle nach ihrer ganzen Länge 30, mit den beiden Grundflächen parallele Kreise in solchen Entfernungen, dafs jeder (oder vielmehr die durchgelegte Ebene, welche sofort auf der Achse der Welle senkrecht steht) auf die Mitte eines Stämpfers trifft; ferner theilt man den Umfang eines dieser Kreise in 3 × 30 = 90 gleiche Theile und zieht durch die Theilungspuncte auf der Mantelfläche gerade Linien, welche mit der Achse der Welle parallel laufen, wodurch sich mit den 30 Parallelkreisen sofort 30 × 90 = 270 Durchschnittspuncte ergeben.

Bezeichnet man die 90 parallelen geraden Linien der Reihe nach (der Bewegung der Welle entgegengesetzt) mit 1, 2, 3... 90, die 30 Parallelkreise der Reihe nach und in derselben Richtung der Sätze I, II, III, IV, V mit 1′, 2′, 3′, 4′, 5′, 6′ in I, 1′, 2′... 6′ in II u. s. w. 1′, 2′... 6′ in V; so markirt man von den erwähnten 270 Durchschnittspuncten die nachstehenden als diejenigen, in welche die Hebköpfe zu stehen kommen, nämlich: 1 mit 1′ in I, 2 mit 1′ in II, 3 mit 1′ in III...5 mit 1′ in V; 6 mit 2′ in I, 7 mit 2′ in II...10 mit 2′ in V; 11 mit 3′ in I, 12 mit 3′ in II...15 mit 3′ in V; 16 mit 4′ in I, 17 mit 4′ in II...20 mit 4′ in V; 21 mit 5′ in I...25 mit 5′ in V; 26 mit 6′ in I...30 mit 6′ in V. Auf diese Weise sind die Hebköpfe für das erste Drittel des Umfanges der Welle geordnet, so, dafs dadurch jeder Stämpfer 1 Mal, und zwar in derselben angezeigten Ordnung gehoben wird; dieselbe Ordnung wiederholt sich in den beiden folgenden Drittheilen des Umfanges der Welle; es kommt nämlich hierauf 31 mit 1′ in I, 32 mit 1′ in II...35 mit 1′ in V; 36 mit 2′ in I ...40 mit 2′ in V u. s. w. 86 mit 6′ in I, 87 mit 6′ in II, 88 mit 6′ in III, 89 mit 6′ in IV und 90 mit 6′ in V. Da der Winkel α, um welchen sich die Welle während eines ganzen Hubes eines Stämpfers umdreht, $\frac{{\cdot}616}{3}$ der ganzen Peripherie ausmacht, so sind dadurch gleichzeitig $\frac{{\cdot}616}{3} \times 90 =$ 18·48, d. i. nahe $18^1/_2$ Stämpfer im Anhube, was sofort genau mit der

obigen für N' gefundenen Zahl zusammenstimmt. Übrigens kann die Ordnung der Angriffe mit Beibehaltung dieses Verfahrens beliebig gewählt werden; so ist für das in Fig. 296 dargestellte Stampfwerk die Welle (Fig. 296. *a*), welche für jeden Stämpfer mit 2 Hebköpfen versehen ist, so eingetheilt, dafs die 6 Stämpfer in der nummerirten Ordnung angegriffen werden.

Anmerkung. Die für das Stampfwerk durchgeführte Berechnung kann zugleich als Muster für die deutschen Walkmühlen und Hammerwerke dienen, indem dabei nur geringe Modificationen, welche namentlich in dem Umstande liegen, dafs die Gewichte der Hämmer nicht lothrecht, sondern in Kreisbögen, wofür man einfacher schiefe Ebenen setzen kann, gehoben werden und herabfallen, eintreten; man reducirt nämlich sowohl die sämmtlichen zu bewegenden Gewichte nach statischen Gesetzen, als auch die sämmtlichen Massen der Hämmer und Schwingen und Hammerstiele nach dem Momente der Trägheit auf den Angriffspunct des Hebkopfes, um alle die beim Stampfwerke betrachteten Nebenhindernisse auch hier auf eine einfache Weise bestimmen zu können.

Hammerwerke.

§. 554. Erklärung. Die zum Bearbeiten, Ausschmieden und Ausstrecken der Metalle, und namentlich des Eisens üblichen Hämmer, welche von $\frac{1}{2}$ bis 10, ja in besondern Fällen selbst bis 100 Centner wiegen, werden, je nachdem sie an dem vordern Theile des um *c* (Fig. 168) drehbaren einarmigen Hammerstiels oder Helms an der Stirn oder auch von der Seite gehoben, oder an dem hintern Theile des um *c* (Fig. 169) drehbaren doppelarmigen Helmes niedergedrückt werden, in Aufwerf- (dabei im erstern Falle in Stirn-) und Schwanzhämmer getheilt. Die erstern, welche per Secunde nur 2 bis 3 Schläge machen (Stabhämmer), erhalten eine Hubhöhe von $1\frac{1}{2}$ bis 2, dagegen die letztern (Zainhämmer), welche so schnell arbeiten, dafs sie per Secunde 4 bis 6 und öfter auch noch mehr Schläge machen, nur eine Hubhöhe von $\frac{1}{2}$ bis 1 Fufs.

Um die Fallzeit zu vermindern, läfst man die Aufwerfer oben an einen im Hammergerüste befestigten elastischen Balken aus Eichen- oder Buchenholz (den sogenannten Stofsreitel), die Schwanzhämmer dagegen rückwärts an eine unten angebrachte, in einen elastischen Querbalken eingelassene eiserne Platte (den Prellstock) mittelst eines auf das Schwanzende des Hammerstiels aufgeschobenen gufseisernen Ringes (Prellring), welcher unten mit einem Knopfe versehen ist, aufstofsen.

Bei den deutschen Hämmern besteht der Hammerhelm oder Stiel in der Regel aus Buchen-, Eichen- oder Eschenholz, auf welchen eine

grofse, mit zwei diametral gegenüberstehenden conischen Zapfen versehene Hülse (die Hammerhülse) so aufgeschoben und festgekeilt wird, dafs diese Zapfen, welche in die ebenfalls conisch ausgedrehten Lager oder Büchsen der Hammersäulen zu liegen kommen, die horizontal liegende Umdrehungsachse *c* des Hammers bilden.

Bei den neuern und zweckmäfsiger construirten (wegen Vermeidung der unverhältnifsmäfsig grofsen Reibung in den Büchsen) französischen, belgischen und besonders englischen Hämmern, wie diese jetzt namentlich bei dem Puddlings-Frischprocefs angewendet werden, besteht der Helm mit dem grofsen Gestell aus Gufseisen (manchmal auch aus Schmiedeisen) und wiegt mit dem unter einem angegossenen Querstück, welches die Achse bildet, die auf zwei gewöhnlichen broncenen oder gufseisernen Lagern frei aufliegt, oft von 50 bis 80 Centner. Der Ambofs ruht auf einem sehr starken gufseisernen Klotz, die Chabotte genannt, welcher selbst wieder auf einer grofsen gufseisernen Platte aufliegt, während diese, so wie das ganze gufseiserne Hammergestell auf einem Gerüste von hölzernen Balken (wodurch das Ganze eine gewisse Elasticität erhält und zu häufige Brüche vermieden werden) ruht, welches mittelst solider Quadersteine gehörig untermauert wird; dabei mufs jedoch die Unterlage des Ambofses, die oft auf Pilotten ruht, von dem Mauerwerk gehörig isolirt werden.

Wird der Hammer durch Wasser betrieben, so bringt man, wenn es sonst vereinbar ist, auf der Daumenwelle, d. i. jener Welle, auf welcher für jeden Hammer der starke gufseiserne Ring mit den gufseisernen (öfter mit Holz zum Auswechseln ausgefütterten) Hebköpfen aufgekeilt wird, das Wasserrad an, welches hier zugleich die Stelle eines Schwungrades vertritt. Wird der Hammer dagegen durch eine Dampfmaschine in Bewegung gesetzt, so mufs man auf dieser Welle ein passendes Schwungrad, welches nach Umständen von 10 bis 18 Fufs Durchmesser und ein Gewicht von 50 bis 100 Centner und darüber erhält, anbringen. Im Falle für die nöthige Ausgleichung der stofsweisen Bewegung das Schwungrad nicht schnell genug umläuft, ist man genöthigt, dieses auf einer zweiten viel schneller umlaufenden Welle anzubringen und diese Welle durch Verzahnung mit der Daumenwelle in Verbindung zu setzen.

§. 555. Berechnung eines Schwanzhammers.

Es sey in Fig. 169 der Abstand des Schwerpunctes des Hammerkopfes von der Drehungsachse $c = a$, jener des Schwerpunctes des Hammerhelms von dieser Achse $= a'$, so wie jener des Prellringes *a* von dieser Achse $= a''$, welcher auch für den Angriffspunct der Hebköpfe genommen werden kann; ferner sey das Gewicht des Hammerkopfes $= p$, jenes

des Helmes $= p'$ und des Prellringes $= p''$. Setzt man den mittlern Erhebungswinkel $BCB' = \alpha$ (beim Angriff des Hammers ist der Helm noch horizontal, also dieser Winkel $= 0$, beim Auslassen ist dieser Winkel $= 2\alpha$) und die zum Niederdrücken des Angriffspunctes a nöthige Kraft $= P$; so ist nach statischen Gesetzen:

$$Pa'' = (pa + p'a' - p''a'')\, Cos\, \alpha \ldots (b,$$

wobei, wenn der Hammerhelm prismatisch ist, also dessen Schwerpunct in der halben Länge liegt, wegen $\frac{a + a''}{2} = a' + a''$, sofort:

$$a' = \tfrac{1}{2}(a - a'') \ldots (c$$

ist.

Für kleine Hubhöhen weicht $Cos\, \alpha$ von der Einheit so wenig ab, daſs man in solchen Fällen diesen Factor in der vorigen Gleichung b) weglassen kann.

§. **556.** Ist H die Hubhöhe des Schwerpunctes des Hammerkopfes (im Bogen gemessen), so macht der Angriffspunct a der Kraft P gleichzeitig den Weg:

$$h = \frac{a''}{a}H \ldots (d,$$

und es ist daher die zum Heben des Hammers nöthige Arbeit der Kraft P sofort: $\omega = Ph \ldots (1.$

Da man das Moment der Trägheit des Hammers (§. 169, Anmerk.) $= pa^2$ setzen kann, und jenes des prismatischen Hammerstiels oder Helms, wenn man dessen Länge durch l und Höhe, d. i. die auf der Oscillationsachse senkrechte (also verticale) Dimension, mit b bezeichnet (§. 163, 1 und §. 161, 1), durch:

$$m' = p'\left[a'^2 + \tfrac{1}{12}(l^2 + b^2)\right] \ldots (e$$

ausgedrückt wird; so ist die auf den Angriffspunct a des Hammerschwanzes reducirte Masse (§. 159, Gl. 3):

$$m'' = \frac{pa^2 + m'}{a''^2} \ldots (f,$$

und daher (wenn es der Mühe werth seyn sollte die Masse des Prellringes noch besonders zu berücksichtigen) die gesammte Masse in diesem Punct: $M = m'' + p'' \ldots (g.$

§. **557.** Ist R der mechanische Halbmesser der Daumenwelle, d. i. die Entfernung des Berührungspunctes des Hebkopfes und Hammers von der Achse, ferner, wie beim Stampfwerk, m die Anzahl der Hebköpfe für ein und denselben Hammer, so wie n die Anzahl der Umdrehungen dieser Welle per Minute und die Bewegung wieder gleich-

förmig; so hat der Berührungs- oder Angriffspunct die Geschwindigkeit

$$c = \frac{2nR\pi}{60} \ldots (h.$$

Um aber die auf diesen Punct reducirte Masse M bei jedem Hube des Hammers von der Ruhe aus auf die Geschwindigkeit c zu bringen, ist eine Arbeit von (§. 185)

$$\omega' = \frac{Mc^2}{2g} \ldots (2$$

nöthig, und da die Mittheilung durch den Stofs (unelastischer Körper) Statt findet, so wird dadurch annähernd (wenn man wie beim Stampfwerk in §. 201, Gl. 5 die Masse $m' = M$ des Hammers gegen jene m der Daumenwelle mit dem Wasser- oder Schwungrade, die immer sehr bedeutend ist, ausläfst oder $\frac{m'}{m} = 0$ setzt) eine eben so grofse Arbeit oder

$$\omega'' = \frac{Mc^2}{2g} \ldots (3$$

erschöpft.

§. 558. Die zur Überwindung der Reibung der Hammerachse in den Lagern nöthige Kraft q kann annähernd (übrigens genau genug, da der ganze Betrag, selbst wenn man auf die Stöfse Rücksicht nehmen wollte, welche diese Achse bei jedem Angriffe des Hammers zu erleiden hat, hier nur sehr unbedeutend ist) aus der Gleichung:

$$q a'' = f(p + p' + p'' + P) r \ldots (i$$

bestimmt werden, wenn r den betreffenden Halbmesser des nur an der untern Fläche abgerundeten Querstückes, und f den entsprechenden Reibungscoefficienten bezeichnet. Damit ist dann die zur Überwindung dieser Reibung während eines Hubes nöthige Arbeit:

$$\omega''' = qh \ldots (4.$$

Endlich ist die Arbeit zur Überwindung der Reibung zwischen den Hebköpfen und Hammerstiel während eines Hubes, wenn man den in §. 234, Gl. 1 für den Betrag der Reibung zwischen den Zähnen zweier Räder aufgestellten Ausdruck, welcher sich auch unter der Form $fP\frac{a}{2}\left(\frac{R+R'}{RR'}\right)$ darstellen läfst, wobei R, R' die Halbmesser der beiden Theil- oder Grundkreise und a die Theilung (§. 216) bezeichnet, benützt, wobei nur $R' = a''$ und $a = h$ zu setzen ist, sofort:

$$\omega^{IV} = \tfrac{1}{2} f' P h\left(\frac{R + a''}{a'' R}\right) . h = \tfrac{1}{2} f' P h^2 \left(\frac{R + a''}{R a''}\right) \ldots (5,$$

wenn man R für den mechanischen Halbmesser der Daumenwelle gelten läfst.

Die gesammte während eines Hubes erschöpfte Arbeit ist demnach:

$$W = \omega + \omega' + \omega'' + \omega''' + \omega^{IV} \; . \; . \; . \; \mathrm{I},$$

wobei jene zur Überwindung der Reibung der Daumenwellzapfen, welche in jedem besondern Falle leicht hinzugefügt werden kann, nicht mitbegriffen ist.

Sind nun wieder N' Hämmer gleichzeitig im Anhub, so ist die per Secunde nöthige Arbeit, wenn wieder t' die Hubzeit bezeichnet:

$$E = \frac{N' W}{t'} \; . \; . \; . \; \mathrm{II}.$$

Ist dagegen die Zwischenzeit von einem Angriff desselben Hammers bis zum nächst folgenden $= t$, so mufs, im Falle nur ein einziger Hammer, dagegen zur gehörigen Ausgleichung und Erlangung einer gleichförmigen Bewegung eine hinreichende Schwungmasse vorhanden ist:

$$E = \frac{W}{t} \; . \; . \; . \; \mathrm{III}$$

gesetzt werden, weil schon bei 2 Hämmern, wovon bei gehöriger Anordnung nur immer einer im Angriffe ist, in der vorigen Formel II $N' = 1$ ist.

Was endlich die Werthe von t und t' anbelangt, so ist, wenn bei einem bereits bestehenden Hammerwerke die Daumenwelle gleichförmig per Minute n Umdrehungen macht und für jeden Hammer m Hebköpfe vorhanden sind, sofort:

$$6) \; . \; . \; . \; t = \frac{60}{n\,m} \text{ Secunden},$$

und bei Voraussetzung einer gleichförmigen Bewegung $t' = \frac{h}{c}$, oder wenn man für die Geschwindigkeit des Angriffspunctes den Werth aus der obigen Gleichung h) setzt:

$$7) \; . \; . \; . \; t' = \frac{60}{2\,n\,R\,\pi} h \text{ Secunden}.$$

Anmerkung. Bei einer erst zu treffenden Anordnung mufs man wieder wie beim Stampfwerk dafür Sorge tragen, dafs wenn t'' die Fallzeit bezeichnet, $t > t' + t''$ ausfalle. Durch den Einflufs des elastischen Prellstockes oder Stofsreitels ist immer $t'' < t'$, folglich wird man in keinem Falle fehlen und das Auffallen des Hammers auf den nächsten Hebkopf zu befürchten haben, wenn man $t > 2t'$ oder $t' = \frac{1}{3} t$ nimmt.

§. 559. Um noch zu untersuchen, wie grofs die mit der Daumenwelle in Verbindung zu bringende Schwungmasse seyn mufs, um eine gewisse Gleichförmigkeit in der Bewegung zu erlangen, so sey die auf den Angriffspunct des Hebkopfes reducirte Masse der Daumenwelle mit

allen übrigen damit verbundenen Massen (des Wasserrades, Schwungrades u. s. w.) $= M'$, so wie die auf denselben Punct reducirte Masse des Hammers (wie bereits angenommen) $= M$, ferner sey V die Geschwindigkeit von M' vor und v jene nach dem Stofse, so wie $u = \frac{V+v}{2}$ die mittlere Geschwindigkeit. Nach §. 200, Gleich. 3 ist $v = \frac{M'V}{M+M'}$, folglich der Verlust an Geschwindigkeit durch den Stofs:

$$V - v = \frac{MV}{M+M'} \ldots (x;$$

soll nun dieser durch den Einflufs der Schwungmasse eine gewisse Grenze nicht übersteigen und z. B. nur den k^{ten} Theil der mittlern Geschwindigkeit betragen, also $V - v = \frac{u}{k}$ seyn, so ist wegen $V + v = 2u$ sofort $V = u + \frac{u}{2k} = \frac{u}{k}(k + \frac{1}{2})$. Damit wird die vorige Gleichung x) auch $\frac{u}{k} = \frac{M}{M+M'} \cdot \frac{u}{k}(k+\frac{1}{2})$ oder $M + M' = M(k + \frac{1}{2})$ oder die zur Erfüllung dieser Bedingung auf den Angriffspunct der Hebköpfe reducirte nöthige Masse der Daumenwelle u. s. w.:

$$M' = M(k - \tfrac{1}{2}) \ldots (q.$$

Ist $\mathfrak{M}$ das Moment der Trägheit der Daumenwelle sammt allen damit verbundenen Massen, so ist $M' = \frac{\mathfrak{M}}{R^2}$, wenn R der Halbmesser des Grundkreises für die Hebköpfe (Entfernung des Angriffspunctes von der Daumenwellenachse) ist, folglich ist:

$$\mathfrak{M} = MR^2(k - \tfrac{1}{2}) \ldots (q'.$$

Würde z. B. $k = 10$ angenommen, so wäre $M' = 9{\cdot}5\,M$; für $k = 20$ oder einen Geschwindigkeitsverlust der Daumenwelle, welcher nur den 20sten Theil der mittlern Geschwindigkeit beträgt, müfste $M' = 19{\cdot}5\,M$ seyn.

Ist auf der Daumenwelle ein Wasserrad angebracht, dessen auf den Angriffspunct der Hebköpfe (nach dem Momente der Trägheit) reducirte Masse sammt jener der Welle u. s. w. $M' > M(k - \frac{1}{2})$ ist, so wird die Abweichung von der mittlern Geschwindigkeit sogar noch weniger als $\frac{1}{k}$ betragen; wäre dagegen $M' < M(k - \frac{1}{2})$, so müfste man mit der Daumenwelle noch einen Schwungkranz von solcher Gröfse in Verbindung bringen, dafs dessen auf den erwähnten Angriffspunct reducirte Masse M'' der Gleichung:

$$M'' = M(k - \tfrac{1}{2}) - M' \ldots (r$$

entspricht, oder, wenn $\mathfrak{M}$ das Moment der Trägheit dieses hinzuzufügenden Schwungrades ist, wegen (§. 159, Gl. 3) $M'' = \frac{\mathfrak{M}}{R^2}$ sofort:

$$\mathfrak{M} = MR^2(k - \tfrac{1}{2}) - M'R^2 \ldots (r'$$

Statt findet.

§. 560. Bringt man, wenn bei dem gewöhnlich langsamen Gange des Wasserrades, das etwa noch nöthige Schwungrad (besonders für die grofsen Aufwerfhämmer) zu schwer ausfallen würde, dieses nicht auf der Daumen- oder Wasserradwelle selbst, sondern auf einer zweiten, viel schneller umlaufenden Welle an, welche mit der erstern durch Verzahnung so verbunden ist, dafs ein gröfseres Stirnrad der Daumenwelle vom mechanischen Halbmesser R' (Halbmesser des Grund- oder Theilkreises) in ein kleineres Getrieb der Schwungradwelle, vom mechanischen Halbmesser R'' eingreift (das Schwungrad also $\frac{R'}{R''}$ Mal schneller als die Daumenwelle umläuft) und ist M'' die auf den Berührungspunct dieser beiden Grundkreise reducirte Masse des Schwungrades, so wie $\mathfrak{M}$ das Moment der Trägheit desselben, folglich:

$$M'' = \frac{\mathfrak{M}}{R''^2} \ldots (n;$$

so ist die jener M'' gleichgeltende auf den Angriffspunct der Hebköpfe reducirte Masse (§. 159, Gl. 3) $= M'' \frac{R'^2}{R^2}$, und daher obige Gleich. q:

$$M'' \frac{R'^2}{R^2} + M' = M(k - \tfrac{1}{2}) \text{ und daraus } M'' = \frac{M R^2 (k - \frac{1}{2}) - M' R}{R'^2}$$

oder für das nöthige Moment der Trägheit dieses Schwungrades (vorige Gleichung n):

$$\mathfrak{M} = [M R^2 (k - \tfrac{1}{2}) - M' R^2] \frac{R''^2}{R'^2} \ldots (s,$$

welches daher (vergleiche obige Gleichung r') n^2 Mal kleiner als für ein auf der Daumenwelle angebrachtes Schwungrad seyn darf, wenn bei der letztern Anordnung das Schwungrad n Mal schneller als die Daumenwelle umläuft. (Vergleiche Gl. 4 in §. 159.)

Ist aus der Gleichung (r' oder jener (s das nöthige Trägheitsmoment gefunden, so läfst sich aus der Formel 6) in §. 169, in welcher also $\mathfrak{M}$ gegeben ist, wenn man die darin vorkommenden Gröfsen für die eben vorliegenden Verhältnisse bis auf e i n e passend annimmt, die noch zu bestimmende Gröfse für das betreffende Schwungrad (oder wenn deren, wie es manchmal geschieht, 2 angewendet werden, für diese) finden. Sind nicht, wie dort angenommen ist, 6, sondern allgemein n Radarme vorhanden, so mufs man das letzte Glied dieser Formel $2 m r^2$ mit $\frac{1}{3} n m r^2$ vertauschen.

Ist die radiale Breite a des Radkranzes gegen den mittlern Raddurchmesser $D = R + r$ genommen nur gering, so kann man sich, um einen ganz einfachen Näherungswerth für das Trägheitsmoment eines vorhandenen Schwungrades zu erhalten, erstlich die Masse M des Radkranzes in der halben Breite, d. i. in der Peripherie des Kreises vom Halbmesser $\frac{1}{2} D$ vereinigt denken, wodurch das Moment der Trägheit des Kranzes $= \frac{1}{4} M D^2$,

oder, wenn b die Dicke des Kranzes (parallel mit der Umdrehungsachse) und q das Gewicht der cubischen Einheit desselben ist, auch, wegen $M = D\pi a b q$, sofort $= \frac{1}{8} D^2 . D\pi a b q$ wird; ferner kann man das Volumen oder den cubischen Inhalt der vorhandenen Radarme, diese wieder bis zur Achse gerechnet, durch K bezeichnen, wodurch deren Masse $n.m = Kq$, folglich ihr Trägheitsmoment $\frac{1}{3} n m r^2 = \frac{1}{3} K q \left(\frac{D-a}{2}\right)^2$, oder wenn man hier etwa als Mittelwerth, um a nicht ganz auszulassen, $a = \frac{1}{6} D$ oder um zu compensiren, da der erste Ausdruck für den Kranz etwas zu klein wird, diesen für die Arme etwas zu grofs, und daher $a = \frac{1}{80} D$ nimmt, $= \frac{1}{3} K q \frac{D^2}{4} \times \cdot 9 = \frac{1}{8} D^2 \times \cdot 325\, K q$ wird; dieses mit dem vorigen des Kranzes vereinigt gibt für das Moment der Trägheit des ganzen Schwungrades die Näherungsformel:

$$\mathfrak{M} = \tfrac{1}{8} D^2 q (D\pi a b + \cdot 325\, K) \;.\;.\;. \;(r,$$

und wenn, wie gewöhnlich, das Material Gufseisen ist, wofür man, wenn D, a, b in Fufsen und K in Kubikfufs ausgedrückt werden, $q = 406$ Pfund setzen kann (Gewicht von 1 Kubikfufs Gufseisen), auch:

$$\mathfrak{M} = 406 (D\pi a b + \cdot 325\, K) \frac{D^2}{4} \;.\;.\;. \;(s,$$

wobei $\mathfrak{M}$, wie bekannt, die in der Kreisperipherie vom Halbmesser 1 Fufs concentrirte Masse in Pfunden bezeichnet. (Diese Formel stimmt mit der von *Poncelet* angegebenen überein.)

Beispiel. Bei einem derartigen Hammer fanden sich folgende Werthe: $p = 300$, $p' = 268$ und $p'' = 45$ Pfund, $a = 6$, $a' = 1^1/_2$, $a'' = 3$, $b = \cdot 82$, $R = 1 \cdot 8$, $r = \cdot 09$ und $H = 1 \cdot 2$, folglich $h = \cdot 6$ Fufs, $\alpha = 5^\circ 45'$, also $Cos\, \alpha = \cdot 995$, $m = 6$ und $n = 16$, endlich wog die ·8 Fufs lange und nahe 1 Fufs Durchmesser haltende cylinderische Hammerhülse mit den beiden Zapfen 186 Pfund.

Nach den letzten Gleichungen 6) und 7) erhält man für die Zeit von einem bis zum nächst folgenden Angriffe $t = {}^5/_8$ und für die Hubzeit sehr nahe $t' = \cdot 2$ Secunden.

Aus der Gl. b) findet man als mittlere Kraft $P = \frac{2056}{3} = 685\frac{1}{3}$, wofür wir die ganze Zahl 186 nehmen wollen; damit folgt aus der Gleichung 1):

$$\omega = 686 \times \cdot 6 = 411 \cdot 6^{\text{F. Pf.}}$$

Aus der Gleichung e) folgt für das Moment der Trägheit des Hammerhelms, wenn man (was hier ohne Fehler geschehen kann) $l = a + a'' = 9$ setzt: $m' = 2427$, welches noch um jenes der Hammerhülse (eines hohlen Cylinders, welcher um eine Achse schwingt, die auf der geometrischen senkrecht steht und durch den Schwerpunct geht), das jedoch jedenfalls nicht bedeutend ist, vermehrt werden mufs; da man dafür nahe die Ziffer 27 findet, so ist das vereinte Moment $m' = 2454$ und damit aus Gleichung

f) die auf den Angriffspunct des Hammers reducirte Masse:

$$m'' = \frac{36 \times 300 + 2454}{9} = 1472{\cdot}7,$$

und daher mit Hinzurechnung der Masse des Prellringes die gesammte Masse auf diesen Punct bezogen (Gl. *g*) $M = 1517{\cdot}7$ Pfund; damit folgt aus Gl. 2, wegen $c = \frac{2 \times 16 \times 1{\cdot}8 \times 3{\cdot}1416}{60} = 3{\cdot}016$ Fufs (Gl. *h*):

$$\omega' = \frac{1517{\cdot}7 \times 9{\cdot}1}{62} = 222{\cdot}76^{F.\,Pf.}$$

Eben so grofs ist auch der approximative Werth von ω'' (Gl. 3):

Aus der Gleichung *i*) findet man für $f = {\cdot}2$ (Eisen auf Bronce und nur wenig fettig) und mit Hinzurechnung des Gewichtes der Hammerhülse, $q = 4{\cdot}794$ und damit aus Gleichung 4):

$$\omega''' = 4{\cdot}794 \times {\cdot}6 = 2{\cdot}88^{F.\,Pf.}$$

Endlich findet man aus Gleichung 5), wenn man auch $f' = {\cdot}2$ (Gufs- auf Gufseisen) setzt: $\omega^{IV} = 21{\cdot}95^{F.\,Pf.}$

Mit diesen Werthen folgt nun aus der Gleichung I:

$$W = 411{\cdot}6 + 222{\cdot}76 + 222{\cdot}76 + 2{\cdot}88 + 21{\cdot}95 = 881{\cdot}95^{F.\,Pf.},$$

und da diese Arbeit, bei dem Vorhandenseyn eines gehörigen Schwungrades (wofür häufig auch das Wasserrad dienen kann), immer von einem Angriff des Hammers bis zum nächst folgenden, d. i. immer während $^5/_8$ Secunden erschöpft wird, so erhält man nach Gleichung III für den per Secunde nöthigen dynamischen Kraftaufwand:

$$E = \frac{881{\cdot}95}{^5/_8} = 1411{\cdot}12^{F.\,Pf.}$$ oder sehr nahe $3^1/_3$ Pferdekraft.

Was die Nutzleistung dieses Hammers betrifft, so ist das auf den Schwerpunct des Hammerkopfes reducirte Gewicht $P' = \frac{3}{6} P = 343$ Pfund, so wie die gesammte Masse des Hammers $M' = \frac{1}{4} M = 379{\cdot}4$ Pfund. Läfst man den Bogen $H = 1{\cdot}2$ Fufs für die verticale Fallhöhe gelten, so ist die Wirkung des von dieser Höhe herabfallenden Gewichtes P' sofort (§. 184) $= P'H = 343 \times 1{\cdot}2 = 411{\cdot}6^{F.\,Pf.}$ Da jedoch die Masse M' während des Hubes die Geschwindigkeit $c' = 2c$ oder von nahe 6 Fufs erlangt hat, wozu eine Arbeit von $\frac{M'c'^2}{2g} = 220^{F.\,Pf.}$ nothwendig war, und da in dem Augenblicke als der Hub vollendet ist, diese Arbeit von dem elastischen Prellklotz (oder beim Aufwerfer dem Stofsreitel) aufgenommen und dem herabfallenden Hammer bei vollkommener Elasticität gänzlich, sonst nur zum Theile zurückgegeben (bei vollkommener Unelasticität gänzlich vernichtet) wird; so hat man im erstern Falle (von der geringen Reibung der Hammerachse dabei abstrahirt) die gesammte Nutzleistung bei jedem Schlag $= 411{\cdot}6 + 220 = 631{\cdot}6^{F.\,Pf.}$ oder per Secunde $\mathfrak{E} = 631{\cdot}6 \times \frac{8}{5} = 1010{\cdot}56^{F.\,Pf.}$; dagegen wenn man die letztere Wirkung, wegen der unvollkommenen Elasticität des Prellklotzes, nur mit der Hälfte in Rechnung bringt, $\mathfrak{E} = (411{\cdot}6 + 110)\frac{8}{5} = 834{\cdot}56^{F.\,Pf.}$, so, dafs diese Leistung

im erstern Falle 71 und im letztern 59 Procent der Arbeit des Motors beträgt. Die von den Stöfsen und der Reibung absorbirte Arbeit des Motors beträgt also selbst bei Voraussetzung einer vollkommenen Elasticität des Prellklotzes 29 Procent.

Da dieser Hammer durch ein $11\frac{1}{2}$ Fufs hohes Wasserrad betrieben wird, welches mit Inbegriff der Daumenwelle nahe 34 Centner im Gewichte hat, so kann man (in Ermangelung der nähern Angaben), dessen Moment der Trägheit in runder Zahl auf etwa 80000, folglich die auf den Angriffspunct der Hebköpfe reducirte Masse M' zu $\frac{80000}{(1\cdot8)^2} = 24690$ Pfund annehmen. Da nun die auf denselben Punct reducirte Masse des Hammers, wie oben gefunden wurde, $M = 1517\cdot7$ Pfund beträgt; so folgt aus der Gleichung q (§. 559) $k = \frac{24690}{1517\cdot7} + \frac{1}{2} = 16\cdot7$, d. h. es würde bei dieser Annahme des Trägheitsmomentes die nach jedem Anstofs eines Hebekopfes entstehende Abnahme der Geschwindigkeit $\frac{1}{16\cdot7}$ der mittlern Geschwindigkeit, folglich, da diese Geschwindigkeit im Angriffspuncte nahe 3 Fufs ist, sofort $\frac{3}{16\cdot7} = \cdot18$ Fufs betragen.

Wäre dagegen, wenn der Hammer durch eine Dampfmaschine betrieben würde, auf der Daumenwelle ein gufseisernes Schwungrad angebracht, dessen mittlerer Durchmesser $D = 10$ Fufs, so wie die Breite und Dicke des Radkranzes $a = b = \frac{1}{2}$ Fufs ist; so hätte man nach der Näherungsformel s) für das Moment der Trägheit dieses Rades:

$$\mathfrak{M} = 406\,(10 \times 3\cdot1416 \times \tfrac{1}{2} \times \tfrac{1}{2} + 323 \times 7\cdot32)\,{}^{100}\!/_{4},$$

wenn nämlich die 6 vorhandenen Radarme (6 Zoll breit und eben so dick) 7·32 Kubikfufs im Volumen haben; die ausgeführte Rechnung gibt in runder Zahl $\mathfrak{M} = 103800$ Pfund. (Nach der genauern Formel 6) in §. 169 findet man $\mathfrak{M} = 103300$), folglich wäre die auf den Angriffspunct der Hebköpfe reducirte Masse M' nahe 32000 Pfund und $k = 21\cdot6$, ohne noch die Daumenwelle selbst berücksichtigt zu haben.

Ganz auf dieselbe Weise werden auch die grofsen Stirn- und überhaupt Aufwerfhämmer berechnet, dabei kann noch bemerkt werden, dafs der Angriffspunct des Hebkopfes mit dem Mittelpunct des Stofses (§. 206) des Hammers zusammenfallen mufs, wenn man die Stöfse in der Hammerachse (beim Aufheben des Hammers) vermeiden will; dafs dieses bei den Schwanzhämmern niemals möglich ist, folgt daraus, weil die Achse zwischen dem Stofspuncte und der widerstehenden Masse liegt, und sowohl diese als auch die Stofskraft nach einerlei Richtung auf die Achse wirken, während diese Wirkungen bei den Aufwerfern nach entgegengesetzter Richtung (in beiden Fällen in einer verticalen Ebene) Statt finden und bei gehöriger Stellung gegen diese Achse Null werden können.

Dampfhammer.

§. 561. Der in der neuesten Zeit von dem englischen Ingenieur *J. Nasmyth* erfundene Dampfhammer zum Schmieden und Bearbeiten grofser Metall- und besonders Eisenstücke ist mit dessen neuesten Verbesserung in Fig. 286 in der vordern Ansicht und zum Theile auch im Durchschnitte dargestellt. Wie hieraus zu ersehen ist, so besteht dieser sogenannte Hammer eigentlich in einem gufseisernen Fallblocke *H* (an dessen untern Fläche die Bahn des Hammers befestigt ist), welcher zwischen den aufrechten Ständern eines starken gufseisernen Gestelles in einer Führung auf und ab bewegt werden kann. Die aus dem über den Hammer angebrachten, vertical stehenden Dampfcylinder *Z*, in welchem der Kolben *F* spielt (durch eine in der Bodenplatte befindliche Stopfbüchse), abwärts gehende Kolbenstange *J* ist auf eine angemessene Weise (und zwar, um für den Kolben und dessen Stange die Stöfse unschädlich zu machen, durch Zwischenlagen von elastischen Körpern, am einfachsten durch mehrere Holzscheiben) mit dem erwähnten Klotze oder Hammer so verbunden, dafs bei jedem Kolbenhub der Hammer mit gehoben wird, und beim Niederfallen des Hammers der Kolben mit herabfällt. Der in dem Dampfgehäuse *B* befindliche Distributions- oder Dampfschieber *D*, dessen Stiel *G* sowohl bei *r* (in dem Schlitze) mit dem um *c* drehbaren doppelarmigen Hebel ωz, als auch oberhalb mit dem (aus der Durchschnittszeichnung zu ersehenden) kleinen Kolben *E* verbunden ist, wird durch das Niederziehen der in den Hebel ω eingehängten Stange *v* gehoben, dagegen durch den auf den kleinen Steuerkolben *E* ausgeübten Dampfdruck wieder herabgeschoben; durch die erstere Bewegung wird die Communication zwischen dem Dampfgehäuse *B* (oder dem Kessel) und dem untern Raume des Dampfcylinders abgesperrt, dagegen die Verbindung dieses Raumes mit der Ausströmungsöffnung *R* durch den Canal *a*, den hohlen Raum *f* des Schiebers und dem gekrümmten Canal *b* bewirkt; durch die letztere Bewegung dagegen wird die Communication zwischen dem Dampfgehäuse und dem untern Cylinderraume wieder hergestellt. Die Dampfeinströmung findet vom Kessel her durch das Rohr *A* Statt, in welchem sich zur Regulirung oder gänzlichen Absperrung ein mit der Hand zu steuerndes Admissionsventil (eine Art Drosselventil) befindet; eben so ist auch das Ausströmungsrohr mit einem Hahn versehen, um die Ausströmung des Dampfes zum Theil oder auch gänzlich hemmen zu können (wenn man die Fallgeschwindigkeit des Hammers mäfsigen

oder ganz aufheben wollte); durch das gebogene Rohr *a'* gelangt der Dampf in den kleinen Dampfcylinder *C* über den Steuerungskolben.

Der oben geschlossene Dampfcylinder *Z* ist an seinem obern Theile mit einem Mantel *Y* so umgeben, dafs dadurch ein ringförmiger hohler Raum *NN* gebildet wird, welcher durch die ringsherum gebohrten Löcher *cc* mit dem Innern *M* des Dampfcylinders communicirt. Auf gleiche Weise steht auch der kleine Cylinder *C* durch eine solche Öffnung *c*, so wie selbst der innere Raum des kleinen (schalenförmigen) Steuerungskolbens *E* dnrch eine Öffnung *d* mit diesem ringförmigen Raume *N*, der selbst wieder durch den Abzugscanal *S* mit der Ausströmungsöffnung *R* communicirt, in Verbindung.

Von den beiden cylinderischen Stangen *K* und *L*, wovon die eine mit einem rechten, die andere mit einem linken Schraubengewinde versehen ist, läfst sich die erstere, welche mit der Zugstange *v* in Verbindung steht, nicht blofs sammt den Rädern *g* und *k* um ihre Achse drehen, sondern auch (mit ihren Clavetten, die sich in den Nuthen der Räder auf und ab schieben) der Länge nach verschieben, die letztere dagegen blofs um ihre Achse drehen. Von den beiden zugehörigen prismatischen Muttern *m* und *n* trägt die erstere den Biegel *q*, welcher in den Endpunct des doppelarmigen Hebels *p* eingehängt ist, während die letztere den Bolzen *o* als Drehungspunct dieses Hebels aufnimmt. Stöfst nun beim Aufwärtsgehen des Hammers *H* die daran befestigte Nase *t* an den Endpunct *x* des Hebels *p* an, so wird die Mutter *m* sammt der Spindel *K* und Zugstange *v* herabgezogen, folglich die Stange *G* des kleinen Kolbens *E* sammt dem Dampfschieber *D* gehoben.

Was die Hauptmomente der Wirkungsart dieser sehr sinnreichen Maschine anbelangt, so mufs der Dampfschieber während des ganzen Hubes des Hammers in jener Stellung, in welcher er den Dampf unter den Kolben zuläfst, erhalten werden; oben angelangt, mufs der Schieber seine Stellung so verändern, dafs der Zuflufs des Dampfes abgesperrt, dagegen der Abflufs des im untern Theile des Cylinders befindlichen Dampfes möglich ist. (Diese Stellung oder Steuerung geschieht durch das Anstofsen des Ansatzes *t* an den Hebel *p*, wodurch die Stange *v* herabgezogen und der Schieber *D* gehoben wird; je höher also durch das Umdrehen der Kurbel *b'*, wodurch sich die beiden Spindeln *K* und *L* mittelst der beiden Kegelräder *l* und *k*, so wie der Stirnräder *g* und *h* nach entgegengesetzter Richtung umdrehen, die beiden Prismen *m* und *n* ohne ihre gegenseitige Stellung zu verändern, hinaufgeschoben werden, desto länger bleibt auch die Communication mit dem Dampfkessel offen, und desto gröfser ist die Hubhöhe des Hammers.) Diese Stellung des Schiebers mufs wieder während des Herabfallens des Hammers unverändert bleiben und im Augenblicke des

Schlages (wo also der Hammer das Eisen berührt), mufs der Schieber mit der gröfsten Schnelligkeit wieder die ursprüngliche Lage annehmen, in welcher der Dampf in den Cylinder unter den Kolben treten und den Hammer heben kann. Der mit dem Dampfschieber gehobene kleine Steuerkolben *E*, über welchen in diesem Augenblicke durch das Öffnen eines kleinen Ventils Dampf eintritt, bleibt durch eine einfache Stütze sammt dem Schieber so lange in dieser geprefsten Lage, bis der Hammer beim Herabfallen das Eisen berührt, worauf sich mit Blitzesschnelle diese durch eine Feder gehaltene Stütze auslöst, und der dadurch frei gewordene Steuerkolben den Dampfschieber so weit herabschiebt, dafs der Dampf wieder unter den Kolben treten kann.

Da man, kurz bevor der Kolben seinen höchsten Stand erreicht hat, durch das Öffnen eines Ventils Dampf über den Kolben treten läfst, so wirkt dieser als eine Art elastischer Feder und treibt den Hammer mit einer grössern Beschleunigung zurück; durch die oben erwähnten Öffnungen *c c* kann der über dem Kolben befindliche Dampf während des Hubes so lange entweichen, bis diese durch das Vorbeigehen des Kolbens abgesperrt sind, worauf der noch übrige zwischen dem Kolben und Cylinderdeckel eingeschlossene Dampf die erwähnte elastische Feder bildet.

So wie sich durch Verschiebung der beiden Prismen *m* und *n* die Hubhöhe des Hammers von 10 Zoll bis (bei grofsen Hämmern) 4 Fufs reguliren läfst, so kann man aueh durch theilweises oder gänzliches Absperren der Dampfausflufsöffnung den Schlag des Hammers so mäfsigen, dafs das Eisen kaum berührt wird, oder den Hammer in seinem Fallen noch vor der Berührung gänzlich aufhalten.

Die weitern Details findet man u. A. in *Armengaud's Publication industrielle des machines* etc. T. IV, p. 370 f. f.

Es kann noch bemerkt werden, dafs sich der Dampfschieber auch mit der Hand steuern läfst, und dafs es mehrere Etablissements (besonders bei dem Puddlings - Frischprocesse) vorgezogen haben, bei diesem Hammer die Handsteuerung für die Selbststeuerung zu substituiren.

Bei Voraussetzung eines Hochdruckdampfes von 4 Atmosphären im Kessel berechnen sich die Cylinderdurchmesser für die Hammergewichte von 180, 360, 540, 720, 900, 1780, 2680, 3570 und 7140 Wiener Pfund beziehungsweise nahe auf 3·9, 4·6, 6, 7, 7·7, 10·4, 12·8, 14 und 18·5 Wiener Zoll.

Nach den von den Gebrüdern *Schneider* gemachten Beobachtungen fordern Dampfhämmer von 900 Pf. Gewicht und 2·5 Fufs Hub, von 1780 Pf. Gewicht und 3 Fufs Hub, von 2680 Pf. Gewicht und 4$^3/_4$ Fufs Hub, von 5360 Pf. Gewicht und 6$^1/_3$ Fufs Hub, endlich von 8000 Pf. Gewicht und 8 Fufs Hub beziehungsweise einen Dampfkessel von 120, 150, 200, 300 und 400 Quadratfufs Heizfläche oder 15 Quadratfufs auf die Pferdkraft gerechnet, von 8, 10, 13, 20 und 27 Pferdekräften, wenn der Dampf im Kessel eine Spannung von 4 Atmosphären besitzt.

Macht der Hammer von 900 Pfund im Gewichte und 2$^1/_2$ Fufs Hub per

Minute 80 Schläge, so ist die theoretische Arbeitsgröfse dafür:

$$\omega = \frac{900 \times 2{\cdot}5 \times 80}{60} = 3000^{\text{F. Pf.}}$$

per Secunde oder 7 Pferdekräfte; das vorige Schema fordert dafür 8 Pferdekräfte.

Bei einem solchen von *Nasmyth* selbst gelieferten, in der Wien-Gloggnitzer Eisenbahn-Werkstätte zum eigenen Gebrauche eben in der Aufstellung befindlichen Dampfhammer hat der Hammer ein Gewicht von nahe 5 Centner, eine Hubhöhe von 2 Fufs und eine Einrichtung, dafs die Anzahl der ganz kurzen Schläge bis 250 per Minute soll gesteigert werden können. Der Durchmesser des Dampfcylinders beträgt $7^3/_4$ und jener für den Steuerungskolben $3^1/_2$ Zoll. Ventile sind keine vorhanden.

Mit einer geringen Modification verwendet *Nasmyth* diese Maschine mit aufserordentlichem Erfolge auch als Dampf-Ramme zum Einrammen der Pfähle. Bei einem kürzlich in England ausgeführten Versuche wurden 14 Zoll im Gevierte starke, 18 Fufs lange Pfähle mit 20 Schlägen 15 Fufs tief in den Boden (grobes Erdreich auf einem festen Tonlager) eingerammt. Der 50 Centner schwere Rammklotz macht bei 3 Fufs Hubhöhe 70 Schläge per Minute, und indem die Maschine auf einer kleinen Eisenbahn verschiebbar ist, werden 66 Fufs (englisch) lange Pfähle sammt allen Nebenarbeiten jeder in $4^1/_2$ Minute eingerammt; ein Pfahl drang beim ersten Schlag 6 Fufs tief in den Boden ein, welche Tiefe allmälig (nämlich in einem Schiefergestein) bis 9 Zoll abnahm.

Sägmühlen.

§. 562. Erklärung. Unter Sägmühlen versteht man jene Maschinen, mittelst welchen aus den Baumstämmen unter den verschiedensten Dimensionen Breter, Balken, Latten, Blöcke u. s. w. geschnitten werden. Bei der am meisten verbreiteten Einrichtung ist das Sägeblatt, oder wenn, wie es jetzt gewöhnlich der Fall, gleichzeitig mehrere Schnitte gemacht werden, sind die Sägeblätter in einem auf und ab gehenden Rahmen, dem Sägegatter, in verticaler Richtung befestigt und die Zähne so eingefeilt oder geformt, dafs die Säge nur beim Niedergehen schneidet, dagegen während des Hubes leer geht.

Das zwischen Coulissen oder einer sonstigen Führung genau auf und ab gehende Sägegatter erhält seine Bewegung durch einen an der Triebwelle befestigten Krummzapfen, in welchen eine Bläuel- oder Kurbelstange eingehängt ist, deren zweites Ende mit dem Gatter gelenkartig verbunden wird, so dafs auf jede Umdrehung der Kurbelwelle ein Auf- und Abgang des Gatters kommt.

Der zu zersägende Baum oder Klotz wird auf einem horizontalen Wagen der Säge ruckweise in der Art entgegen geführt, dafs das Vor-

schieben des Wagens immer nur während des Niederganges der Säge Statt findet. Zu diesem Ende ist der Wagen mit einer oder besser mit zwei Zahnstangen versehen, in welche im erstern Falle ein, im letztern zwei Getriebe eingreifen, auf deren (horizontal liegender) Achse zugleich ein gröfseres Stofs- oder Schubrad, dessen Zähne die Form eines Sperrades haben (§. 301), befestigt ist, und in welches ein Stofshaken eingreift, welcher beim Niedergehen des Gatters dieses Rad, folglich auch den Klotzwagen um ein oder mehrere Zähne vorschiebt, dagegen beim Hinaufgehen des Gatters um eben so viele Zähne leer zurückgeht, wobei jedes Zurückweichen des Stofsrades durch die angebrachten Sperrkegeln verhindert wird.

Damit die Zähne der Säge beim Hinaufgehen nicht gegen den Grund des Schnittes geprefst werden, dagegen beim Niedergehen ziemlich gleichmäfsig angreifen, läfst man die obern Zähne gegen die untern nach Verhältnifs der Gröfse des Vorschiebens des Wagens überhängen (wodurch die, die Zahnspitzen enthaltende gerade Linie nicht vollkommen vertical steht, sondern nach vorne zu etwas geneigt ist); diefs mufs noch mehr bei jener Einrichtung beobachtet werden, bei welcher, wie es oft in Frankreich der Fall ist, das Vorschieben des Wagens in der Periode des Hinaufgehens der Säge Statt findet.

§. 563. Die nach *Le Blanc* (2. Theil, 2. Lieferung) in den Figuren 297 bis 303 im Längen-, Quer- und horizontalen Durchschnitt, so wie in einigen Details dargestellten, vom Civil-Ingenieur *Hallatte* zu Arras gebaute Sägmühle besitzt mehrere Sägblätter und wird von einer 8 pferdekräftigen Dampfmaschine betrieben. Aus den Figuren 297, 298 und 299 ersieht man die beiden aufrechten, gufseisernen Ständer *A*, *A* des Gestelles, zwischen welchen das aus Schmiedeisen construirte Sägegatter *V V* mit seinen 4 Frictionsrollen *c c* in den entsprechenden Coulissen auf und ab geht. Die unterhalb liegende Kurbelwelle *B*, welche dem Sägegatter die auf und ab gehende Bewegung durch die Kurbelstange *C* mittheilt, erhält ihre Bewegung durch einen über die Scheibe oder Trommel *E* (Fig. 297 und Fig. 299) und die feste Rolle *D* gehenden Riemen von dieser Trommel aus; wird dieser Riemen *x* mittelst der verticalen, die Gabel *y* tragenden Spindel *P* auf die Leerrolle (lose Rolle) *D′* geschoben, so wird die Kurbelachse *B*, folglich auch das Sägegatter zum Stillstande gebracht. (M. s. auch auf der zweit vorhergehenden Tafel Fig. 290. *x*.)

Die beiden Längenschweller *M*, *M* sind oben nach ihrer ganzen Länge mit gufseisernen Schienen in Form von dreiseitigen Prismen versehen, in welche ähnliche hohle Prismen passen, die an der untern Flä-

che der beiden Schweller *N*, *N* des Wagens eingelassen sind, und dadurch die Coulissen zur parallelen Führung des Wagens bilden. Aufserdem ist an jeder dieser beiden Flächen noch, ebenfalls der ganzen Länge nach eine gezahnte (gufseiserne) Stange *s* (Fig. 301 und Fig. 302) befestigt, in welche die beiden auf der schmiedeisernen Achse *q* befestigten Getriebe *r*, *r* eingreifen und durch die Umdrehung des auf derselben Achse angebrachten Schiebrades *l* in der durch den Pfeil angedeuteten Richtung den Wagen sammt dem darauf durch die Querhölzer *a*, *a'* und den Flügelmutterschrauben befestigten Baum oder Klotz *H* der Säge entgegengeschoben wird.

Um dieses Schubrad *l* (dessen Zähne die Form eines Sperrades haben) ruckweise umzudrehen, greift in den um *o* drehbaren Hebel *k* (Fig. 300), dessen längerer Arm durchbrochen ist und eine gekrümmte Coulisse bildet ein Bolzen oder besser eine kleine Walze *p*, welche sich um die Achse der einen der beiden obern Frictionsrollen *c* des Gatters dreht, in diese Coulisse so ein, dafs durch das Auf- und Abgehen der Säge dieser Hebel um seinen festen Drehungspunct *o* oscillirt; in der gezeichneten Stellung des Hebels ist das Sägegatter am niedrigsten, in der durch die punctirten Linien angedeuteten Stellung dagegen am höchsten Punct seines Laufes. Da nun der untere oder kürzere Arm dieses Hebels mit einem Ziehhaken *m* versehen ist, welcher in die Zähne des Rades *l* eingreift, so gleitet dieser beim Hinaufgehen des Gatters um einen oder mehrere Zähne leer hinab und dreht beim Niedergehen desselben dieses Rad um eben so viele Zähne um. (Nach *Le Blanc's* Erklärung fände das Vorschieben des Wagens während des Aufganges der Säge Statt, was wohl auf einem Irrthume beruht.) Um das Zurückweichen dieses Rades zu verhindern, ist der Sperrhaken *n* vorhanden. Die zweiten Haken *m'* und *n'*, wovon der eine auf den halben Zahn trifft, wenn der andere mit einem Zahn im Eingriffe steht, dienen zur Vermeidung des todten Ganges oder auch, wenn die Zähne nicht eng genug stehen, um das Vorschieben um $1\frac{1}{2}$, $2\frac{1}{2}$ u. s. w. Zähne bewirken zu können.

Von den beiden Riemenscheiben *F*, *F'* (Fig. 299), welche auf der Achse der Trommel oder Scheibe *E* noch befestigt sind, dient die erstere zur Bewegung des Aufzuges oder der Seilwelle *G* (Figuren 297 und 298) und die andere zur rückgängigen Bewegung des Wagens *N*, wenn der Schnitt vollendet ist. Soll nämlich der Aufzug zum Aufziehen oder Herbeischaffen der zu sägenden Bäume oder Klötze in Thätigkeit gesetzt werden, so wird die drehende Bewegung der Achse, worauf die Riemenrolle *R* befestigt ist, durch das Einrücken der Kuppelung mittelst des

Hebels *d'* dem Getrieb *z* mitgetheilt, welches in das auf der Seilwelle *G* befestigte Stirnrad eingreift, und dadurch diese Welle mit in Bewegung setzt. Soll dagegen der Wagen zurückgeführt werden, so werden durch einen einzigen Zug die in das (Schieb- und Sperrad bildende) Rad *l* eingreifende Haken *m*, *n* ausgelöst und der Riemen *x'* von der Leerrolle *Q'* auf die feste Rolle *Q* geschoben.

Die oben genannten Coulissen lassen sich in etwas verschieben, so dafs das Sägegatter nicht nur genau vertical, sondern auch unter einem kleinen Neigungswinkel nach vorwärts auf und ab bewegt werden kann. Aufserdem lassen sich auch die vier an den beiden cylinderischen Längenstangen *J*, *J* des Sägegatters angeschraubten Reibungsrollen *c*, *c* so verstellen oder verschieben, dafs die über die Zahnspitzen eines Sägblattes gezogene gerade Linie mit jener, welche die Achsen der Rollen *c*, *c* beschreiben, je nach der Gröfse des Vorrückens des Wagens, einen grössern oder kleinern Neigungswinkel, und zwar in der Art bildet, dafs wenn z. B. 8 Zähne des Sägeblattes durch den zu schneidenden Block durchgehen und der Wagen gerade um 8 Linien vorrückt, sofort der erste Zahn, welcher zum Angriff kommt, nur 1 Linie tief eingreift und ein verticales Rechteck von der Höhe des Blockes und der Breite einer Linie, der zweite nächst höhere Zahn wieder ein eben solches Rechteck (eine Linie weiter vorwärts) u. s. w. der achte nach oben gelegene Zahn endlich das letzte oder achte derartige 1 Linie breite Rechteck, folglich alle acht Zähne zusammen das ganze Rechteck von 8 Linien Breite (was in der Wirklichkeit allerdings um das 6 oder 8fache zu viel wäre und hier nur beispielsweise angenommen ist) durchsägt.

Bei dieser hier in Rede stehenden Sägmühle macht das Gatter, in welchem die Sägblätter bis auf 12 vermehrt werden können, je nach der Anzahl derselben, von 60 bis 80 Auf- und Abgänge oder 120 bis 160 Oscillationen. Die Sägblätter sind hier $6\frac{1}{2}$ Zoll breit, von ·9 bis 1·1 Linien dick und $6\frac{1}{3}$ Fufs lang; sie werden, wie aus Fig. 303 zu ersehen ist, mit ihren an beiden Enden angenieteten Haken in die Kloben *b*, *b'* eingehängt, welche in das obere und untere Querstück *J'*, *J'* des Gatters eingeschoben und mittelst Keilen befestigt werden. Zum Spannen der Sägeblätter wird nach dem Vorgange von ***Brunell*** eine Art Schnellwage in die Welle *K* (Fig. 298), welche sich mittelst der beiden Stützen *f*, *f* auf den obern Querarm *J'* des Gatters stützt, benützt, deren kurzer Arm mittelst einer Zugstange *e* in die obere Öffnung des Klobens *b* des betreffenden Blattes eingehängt, durch ein am langen Hebelarm ω aufgehängtes Gewicht *z'* gespannt, und durch den in die weiter unten liegende

rechteckige Öffnung eingeschobenen eisernen Keil in dieser Spannung erhalten wird; dieser Hebel oder diese Schnellwage wird sammt den Stützen wieder weggenommen, sobald die sämmtlichen Sägeblätter auf dieselbe Weise gespannt worden. (M. s. auch Fig. 290. *y*.)

Bei *ii* und *i'i'* endlich sieht man die zwischen die Sägeblätter eingelegten und durch Druckschrauben in ihrer Lage erhaltenen Holzklötzchen, welche nach der Dicke der zu schneidenden Breter eine verschiedene Länge erhalten und darnach gewechselt werden.

Die Hubhöhe des Sägegatters (welches 3·8 Fuſs lichte Breite hat) beträgt $22\frac{3}{4}$ Zoll; sowohl die Zähne der Sägeblätter als jene der gezahnten Stange des Wagens haben $1\frac{1}{2}$ Zoll Abstand; das Schiebrad *l* hat 38 Zoll im Durchmesser und 144 Zähne; die beiden in die Zahnstangen eingreifenden Getriebe (jedes mit 9 Zähnen) haben 5 Zoll, das auf der Kurbelachse *B* befestigte guſseiserne Schwungrad hat $6\frac{1}{3}$ Fuſs Durchmesser; die Kurbelstange *C* ist nahe $5\frac{1}{2}$ Fuſs lang; endlich hat der Wagen eine Länge von 29 Fuſs und eine äuſsere Breite von 3·4 Fuſs.

Anmerkung. Bei der nach englischer Art eingerichteten und vortreffliche Dienste leistenden Sägmühle des Hof-Zimmermeisters *Fellner* in Wien mit zwei Bahnen und Sägegatter, wovon das eine für gewöhnlich 2 (öfter auch 4) und das andere 4 Sägeblätter enthält, geht das Vorschieben des Wagens in der Periode des Niederganges der Säge zweckmäſsiger als bei der vorigen Säge von einem ganz kurzen Krummzapfen (bei andern englischen Constructionen oft von einer excentrischen Scheibe) aus, welcher sich ebenfalls auf der Kurbelwelle befindet (das eine Ende trägt die Kurbel für das Sägegatter, das andere jene für die Bewegung des Zughakens). Der Zughaken wirkt auch hier nicht stoſsend, sondern ziehend auf das 4 Fuſs groſse und 208 Zähne haltende Schiebrad, dessen kleines Getrieb nicht unmittelbar mit der Zahnstange, sondern einem gröſsern Getrieb im Eingriffe steht, welches mit einem zweiten gleich groſsen auf derselben Achse befestigt, in eine der beiden Zahnstangen eingreift und die Bewegung des Wagens im Verhältniſs von 3:2 langsamer macht. Eine groſse Verbesserung wurde in der Führung des gegen 60 Fuſs langen Wagens dadurch herbeigeführt, daſs die dreiseitigen prismatischen Leitschienen, welche eine bedeutende Reibung gaben, durch beiläufig 4 Zoll im Durchmesser haltende eiserne Rollen, die auf den beiden untern festen Längenschwellern von 3 zu 3 Fuſs der ganzen Länge angebracht und an der Peripherie so breit und tief ausgedreht sind, daſs die an der untern Fläche der Längenhölzer des Wagens befestigten Zahnstangen mit einem sehr geringen Zwischenraum durchgehen können, ersetzt wurden.

Die runden Bäume werden auf dem Wagen nur an ihrem hintern (von der Säge am weitesten abstehenden) Ende, und zwar mit einer eigends construirten Zange festgehalten, während das vordere freie Ende, welches

auf zwei am Säggestell angebrachten horizontalen eisernen Walzen ruht, durch eine aufliegende dritte Walze, die sich am gufseisernen Säggestell mittelst eines kleinen Flaschenzuges leicht heben und noch aufser dem eigenen Gewichte durch eine gezahnte Stange (welche vertical steht und mit der die Zapfenlager dieser Walze enthaltenden Schere ein Stück ausmacht), auf welche ein mit einem grofsen Gewichte versehener gufseiserner Druckhebel mittelst eines Sperr - oder Schiebhakens drückt, auf den zu zersägenden Baum oder Klotz, also gegen die beiden zuerst genannten Walzen geprefst wird.

Auf der Achse des Schubrades ist ein zweites Rad befestigt, welches an seiner Peripherie eine Kehle besitzt, in welcher eine Kette ohne Ende liegt, die zugleich um ein zweites ähnliches Rad geht, auf dessen Achse eine Riemenscheibe befestigt und fortwährend in einer solchen Richtung in Bewegung ist, dafs sobald die sonst nur lose hängende Kette mittelst einer von oben leicht zu dirigirenden Spannrolle gespannt und der Sperrkegel und Ziehhaken aus dem Schiebrad ausgelöst wird, der Wagen sogleich, und zwar ziemlich schnell eine rückgängige Bewegung annimmt; läfst man die Spannrolle wieder los, so wird die Kette so locker, dafs die Bewegung aufhört.

Da man den Ziehhaken verstellen oder in mehrere Löcher des betreffenden Hebelarms, welcher diesem die Bewegung mittheilt, befestigen kann, so kann er nach Umständen und der Festigkeit des zu schneidenden Holzes auch mehr oder weniger Zähne des Schiebrades vorschieben. Bei andern englischen Constructionen ist öfter aufser einer verstellbaren Excentric auch noch eine Slellschraube hiezu vorhanden.

Beide diese auf- und abgehenden Sägen, so wie aufserdem noch eine Circularsäge werden blofs mittelst Riemen (was in jeder Beziehung einer Communication durch verzahnte Räder vorzuziehen ist) durch eine Dampfmaschine von nominell 12 Pferdekräften in Bewegung gesetzt.

Die englischen, über 5 Fufs (im gezahnten Theil) langen Sägeblätter haben nur eine Dicke von $^3/_4$ bis 1 Linie und die Zähne einen Abstand von 1 Zoll.

Bei der einen Säge hat das Gatter per Minute 90, bei der zweiten 112 bis 118 Auf und Niedergänge (oder 180 und 224 bis 236 Oscillationen), wobei die Hubhöhe 18 Zoll beträgt; bei der erstern rückt der Wagen (bei 2 Sägblättern) in jeder Minute um 12, bei der zweiten (bei 4 Sägblättern und wenn überall wenigstens 18zölliges Holz geschnitten wird), um $10^2/_3$ Zoll fort, was auf jeden Niedergang oder Schnitt der Säge beziehungsweise

$$\frac{1}{7\cdot5}\left(\text{nahe }\frac{1}{8}\right) \text{ und } \frac{1}{10\cdot5} \text{ bis } \frac{1}{11} \text{ Zoll beträgt.}$$

§. 564. Nöthige Betriebskraft. Nach *Navier* beträgt die 12stündige Arbeit oder Leistung eines geübten Arbeiters beim Zersägen des Holzes:

$$187200^{\text{k. m.}} \text{ oder } (187200 \times 5\cdot649 =) 1057493^{\text{F. Pf.}};$$

theilt man diese Zahl durch die Anzahl der Quadratfuſse der Schnittfläche, welche ein solcher Arbeiter den Erfahrungen zufolge binnen 12 Stunden von verschiedenen Holzgattungen (bei einer mäſsigen Dicke oder Höhe des Klotzes und bei einem Sägschnitt von $^1/_{10}$ bis $^2/_{10}$ Zoll Breite) liefern oder erzeugen kann, so erhält man folgende Tabelle, in welcher die angegebenen Zahlen natürlich nur als beiläufige Mittelwerthe anzusehen sind:

Holzgattung.	Zustand des Holzes.	Erzeugte Schnittfläche binnen 12 Stunden.	Arbeitsgröſse für 1 Quadratfuſs Schnittfläche.
		□ Fuſs.	F. Pf.
Weiches Holz	grün	77	13700
	trocken . .	50	21150
Eichen-	grün	66	16020
	trocken . .	44	24034
Ulmen- (Rüstern-) .	grün	60	17625
	trocken . .	40	26437
Nuſsbaum-	grün	70	15107
	trocken . .	50	21150

In einer mittelst eines ziemlich complicirten Göpels betriebenen Sägemühle fand man, die tägliche Leistung eines Pferdes (Seite 145) zu $6451200^{F.\,Pf.}$ (oder nach den französischen Tabellen zu $6589000^{F.\,Pf.}$) angenommen, bei Kirschbaum-, Zwetschkenbaum- und Ulmenholz (Wurzeln) beziehungsweise für die tägliche Schnittfläche: 80, 90 und 50 Quadratfuſs, folglich die Arbeitsgröſse per Quadratfuſs (in runden Zahlen) 82360, 73210 und $131780^{F.\,Pf.}$

Bei einer durch ein Wasserrad betriebenen Sägmühle dagegen, bei Eichenholz, und zwar grün und wenig ästig 17650, trocken und ästig 34740, endlich trocken und ohne Äste $64400^{F.\,Pf}$ als Arbeitsgröſse per Quadratfuſs Schnittfläche, dabei hatten die Blöcke beziehungsweise 1·1, 1 und 1·7 Fuſs in der Höhe.

Anmerkung. Die wenige Übereinstimmung aller dieser Zahlen fällt von selbst auf und liegt wohl auch in der Natur der Sache und in dem Umstande, daſs unter gleichen Bedingungen trockenes Holz schwerer als grünes zu schneiden ist, und daſs bei einer guten Qualität und Schärfung der Sägeblätter die Leistung in derselben Zeit wohl bis auf das 4fache von jener steigen kann, welche mit schlechten und stumpfen Sägen erzielt wird. Man nimmt ferner an, daſs das Trennen oder Zersägen des Holzes nach der Länge der Fi-

bern (oder Jahre) beinahe doppelt so viel Kraftaufwand als beim Zersägen nach der Quere (über Hirn) erfordert. Endlich nimmt auch der Kraftaufwand, wegen der gröfsern Reibung, in einem etwas gröfseren Verhältnisse als die Höhe des Blockes zu.

§. 565. Bei der oben erwähnten *Fellner*'schen Sägmühle können, wenn in jedem der beiden Gatter 4 Blätter eingespannt und 18zöllige (60 Fufs lange) runde Bäume von weichem Holz geschnitten werden, per Stunde von 500 bis 600 Quadratfufs Schnittfläche erzeugt werden, wobei aufser diesen beiden oscillirenden Sägen auch noch eine 3 bis 4 Pferde zu ihrem Betriebe erfordende Cirkularsäge von der erwähnten Dampfmaschine mit betrieben wird. Obschon nun die nominelle Kraft dieser Maschine nur 12 Pferdekräfte ausmacht, so sind wir doch überzeugt, dafs sie eine reelle Kraft von 16 bis 17 Pferden besitzt (da der Cylinder dieser nach dem *Watt*'schen Niederdrucksysteme construirten Maschine 21 Zoll, und die Kolbengeschwindigkeit 210 Fufs englisch per Minute beträgt, so geben die obigen Regeln in §. 508 dafür 15 bis 18 Pferdekräfte), so dafs man immerhin volle 12 Pferdekräfte für den Betrieb der beiden oscillirenden Sägemühlen allein rechnen kann. Diefs gibt bei einer continuirlichen Arbeit per Stunde und per Pferdekraft eine Schnittfläche im weichen, ziemlich trockenen Holze von 42 bis 50 Quadratfufs, so, dafs man (bei einer Sägschnittweite von beiläufig $1/_{10}$ Zoll) als Durchschnittszahl 45 setzen kann. Nach *Taffe* würde diese Zahl für weiches Holz 30 und für Eichenholz 19, nach *Belidor* für Eichenholz 30, nach *Morin* 26 und für Buchenholz 18 seyn. Diefs gäbe, wenn man alle diese Zahlen zusammenwerfen wollte, als grofsen Durchschnitt (wozu freilich noch viele andere verläfsliche Versuche wünschenswerth und nothwendig wären) 28 Quadratfufs Schnittfläche per Stunde und Pferdekraft oder es würde, wenn man dafür die runde Zahl 30 nimmt, eine Arbeitsgröfse von $\frac{430}{30} = 14{\cdot}3$ oder nahe von $14^{\text{F. Pf.}}$ per Secunde erfordert, um stündlich 1 Quadratfufs Schnittfläche zu erzeugen. Nach der vorigen Tabelle (§. 564) wäre die Durchschnittszahl für den unmittelbar an der Säge nöthigen dynamischen Kraftaufwand zur Erzeugung von 1 Quadratfufs Schnittfläche $19400^{\text{F. Pf.}}$, folglich der Nutzeffect einer Sägmühle im grofsen Durchschnitt wegen $14 \times 3600 = 50400$ und $50400 : 19400 = 100 : 38{\cdot}5$ nahe 39 oder 40 Procent; an diesem allerdings nicht sehr günstigen Resultate sind wahrscheinlich jene Constructionen mit Ursache, bei welchen die Communicationen nicht wie es

zweckmäfsiger ist, durch Riemen, sondern durch schlecht verzahnte Räder hergestellt sind.

Vergleicht man die Zahl 45 der *Fellner*'schen Mühle allein, welche per Stunde eine Arbeitsgröfse von $\frac{430}{45} \times 3600 = 34400^{\text{F. Pf.}}$ zur Erzeugung von 1 Quadratfufs Schnittfläche an der Dampfmaschine erfordert, mit der entsprechenden Zahl 21150 der genannten Tabelle, so erhält man hierbei einen Nutzeffect von (34400 : 21150 = 100 : 61·5) $61\frac{1}{2}$ Procent. Nimmt man dagegen aus den beiden obigen Zahlen 13700 und 21150, um sicher zu gehen, das Mittel, d. i. 17425; so erhält man für den Nutzeffect 50·6 Procent.

Nach *Navier* beträgt bei einer gewöhnlichen Sägmühle die Nutzleistung 50 Procent von der durch den Motor ausgeübten dynamischen Kraft, was man auch im Allgemeinen gelten lassen und bei einer nur halbweges guten Ausführung immerhin annehmen kann. (Bei der alten Sägmühle im Arsenale zu *Metz* absorbiren die Nebenhindernisse ·412 der ganzen Arbeit.)

Anmerkung. Da hier überall eine continuirliche Arbeit vorausgesetzt wird, so mufs man bei der Schätzung der täglichen Leistung einer zu erbauenden Sägmühle such auf den Zeitverlust Rücksicht nehmen, welcher durch das Wegschaffen des geschnittenen Holzes, Zurückschieben des leeren Wagens und Befestigen eines neuen Baumes oder Blockes herbeigeführt wird. Dieser Zeitverlust ist natürlich bei kurzen Hölzern (wobei sich diese Operationen öfter wiederholen) gröfser als bei langen und kann von $\frac{1}{10}$ bis $\frac{1}{3}$ der wirklichen Schnittzeit betragen.

§. 566. Bezeichnet man die vom Motor ausgeübte und auf den aufnehmenden Bestandtheil (Receptor, §. 278) der Sägmühle übertragene Kraft mit P (in Pfunden), die Geschwindigkeit dieses aufnehmenden Theils (z. B. eine Riemenscheibe) per Secunde mit v (in Fufsen), die in einer Stunde (ununterbrochener Arbeit) erzeugte Schnittfläche mit a (in Quadratfufs), die Anzahl der Hübe des Sägegatters per Minute durch n (also die Zahl der Oscillationen in dieser Zeit durch $2n$), die Länge des Krummzapfens durch r, folglich die Hubhöhe des Gatters mit $2r$, die Geschwindigkeit der Säge per Secunde durch c, die Anzahl der Sägeblätter durch m, die Höhe der Schnittfläche oder des Blockes durch h, das Vorrücken des Wagens bei jedem Niedergange der Säge durch s, die mittlere Geschwindigkeit der Kurbelwarze durch V, und die am Receptor oder die Kraft aufnehmenden Bestandtheil nöthige Arbeit per Secunde,

um binnen 1 Stunde (ununterbrochener Arbeit) 1 Quadratfuſs Schnittfläche zu erzeugen, durch p; so folgt zuerst, da, wenn der erwähnte Zeitverlust wegen des Zurückschiebens des Wagens u. s. w., den qten Theil der wirklichen Schnittzeit beträgt, in einer Stunde Schnittzeit [die nicht mehr 60, sondern nur $60 - \frac{60}{q} = 60\left(\frac{q-1}{q}\right)$ Minuten beträgt] $\frac{q}{q-1}a$ Quadratfuſs Schnittfläche erzeugt werden müssen, sofort:

$$Pv = \frac{q}{q-1}ap \ldots (1.$$

Ferner ist, wie leicht zu sehen, wenn t die Hubzeit in Secunden, und bei einer gleichförmigen Bewegung die Hubzeit gleich jener für den Niedergang des Gatters ist, $t = \frac{2r}{c}$, und da die Säge per Secunde $\frac{n}{60}$ Schnitte macht, folglich die Zeit für einen Auf- und Niedergang $2t = \frac{60}{n}$, also auch $t = \frac{30}{n}$ ist, sofort $\frac{30}{n} = \frac{2r}{c}$, woraus für die Länge des Krummzapfens:

$$r = \frac{15c}{n} \ldots (2$$

und für die Hubhöhe der Säge:

$$2r = \frac{30c}{n} \ldots (3$$

folgt.

Der Weg der Kurbelwarze ist bei jeder Umdrehung $= 2r\pi = \frac{30c\pi}{n}$, und da dieser in 1 Secunde $\frac{n}{60}$ Mal zurückgelegt wird, so ist die mittlere Geschwindigkeit der Kurbelwarze:

$$V = \frac{30c\pi}{n} \cdot \frac{n}{60} = \tfrac{1}{2}\pi c \ldots (4,$$

welche durch die Schwungmasse M (§. 192, 2.) herbeigeführt oder regulirt werden muſs; auch ist die Transmission so anzuordnen, daſs wenn der Receptor die Geschwindigkeit v hat, die Kurbelwarze sofort diese mittlere Geschwindigkeit V erhält.

Da die Gröſse der Schnittfläche in jeder Stunde (der wirklichen Schnittzeit) $\frac{q}{q-1}a$, also per Secunde $\frac{q}{q-1} \cdot \frac{a}{3600}$ Quadratfuſs betragen soll, so muſs, wenn das Gatter m Sägblätter enthält, für einen Auf- und Abgang des Gatters, d. i. für $2t = \frac{60}{n}$ Secunden eine Schnittflä-

che von $\frac{q}{q-1} \cdot \frac{n}{3600} \cdot \frac{60}{n}$, folglich von jedem einzelnen Sägblatt eine Fläche von $\frac{1}{m} \cdot \frac{q}{q-1} \cdot \frac{a}{3600} \cdot \frac{60}{n} = \frac{qa}{60\,m\,n\,(q-1)}$ Quadratfuſs erzeugt werden; setzt man für diesen Ausdruck den gleichgeltenden Werth $h\,s$ und bestimmt daraus s, so erhält man für die Gröſse des Vorrückens des Wagens bei jedem Niedergange des Gatters:

$$s = \frac{q\,a}{60\,m\,n\,(q-1)\,h} \;\ldots\; (5.$$

Da jedoch diese Gröſse s (welche von der Härte und Beschaffenheit der Holzgattung abhängt und gewöhnlich von $\frac{1}{12}$ bis $\frac{1}{8}$ Zoll beträgt) als gegeben angesehen werden kann, so wird man lieber aus der vorigen Gleichung die Anzahl der Sägblätter bestimmen, wofür man erhält:

$$m = \frac{q\,a}{60\,s\,n\,(q-1)\,h} \;\ldots\; (6.$$

Gibt man dem Stoſs- oder Schiebrad eine solche Gröſse und so viele Zähne, deren Anzahl $= N'$ seyn mag, daſs dieses für den kleinsten Werth von s nur um einen Zahn vorgeschoben wird (besser ist es, so viele Zähne zu nehmen, daſs zum wenigstens 2 vorgeschoben werden); erhält ferner das auf der Achse dieses Rades befindliche und in die Zahnstange des Wagens eingreifende Getrieb n' Zähne und eine Gröſse, wofür r' der mechanische Halbmesser ist; ist ferner d die Dicke der Zähne des Getriebes, d' jene der Zahnstange und e der nöthige Spielraum, so ist:

$$2\,r'\,\pi = n'(d + d' + e) \;\ldots\; (7,$$

woraus sich r', ferner:

$$\frac{n'(d + d' + e)}{N'} = s \;\ldots\; (8,$$

woraus sich n' bestimmen läſst.

Ist G das Gewicht des Sägegatters und Q der beim Niedergang zu überwindende Widerstand (mit Inbegriff des Vorschiebens des Wagens), so soll für einen möglichst gleichförmigen Gang und um dem Schwungrade nicht zu viel aufzubürden $G = Q - G$, folglich $G = \frac{1}{2}Q$ seyn, wobei man die nöthige Ausgleichung allenfalls durch ein Gegengewicht bewirken kann.

Betrachtet man die Kurbelachse ohne irgend eine damit verbundene Masse, so kann man die Gröſse des zur Ausgleichung auf dieser Achse anzubringenden

Schwungrades aus der Formel (§. 192, G. 3 und 4):

$$G = \frac{42090}{u^2} k \frac{N}{m'} \ldots (9$$

(*Poncelet* gibt in Folge eines Rechnungsfehlers die Zahl dafür nahe doppelt so grofs an) finden, in welcher G das Gewicht des Radkranzes (in Pfunden), u die mittlere Geschwindigkeit des durch die halbe Kranzbreite gezogenen Kreises (in Fufsen) per Secunde, k die Verhältnifszahl zwischen der mittlern Geschwindigkeit u und der Differenz zwischen dieser und der gröfsten oder kleinsten u' und u''

$$\left(k = \frac{u}{u' - u} \text{ oder } u' = u + \frac{u}{k} \text{ und } u'' = u - \frac{u}{k}\right),$$

m' die Anzahl der Umdrehungen der Kurbelachse per Minute und N die Anzahl der Pferdekräfte der nöthigen Betriebskraft (wobei der Widerstand des Sägegatters wie bei der einfachen, jedoch doppelt wirkenden Kurbel beim Auf- und Niedergang als ziemlich gleich angenommen wird) bezeichnet.

Der mittlere Halbmesser R oder die mittlere Geschwindigkeit u des betreffenden Kreises kann aus der Relation:

$$2 m' R \pi = 60 u \ldots (10,$$

die radiale Breite a' oder Dicke (in der Richtung der Radachse) b des Radkranzes (in Fufsen), wenn er aus Gufseisen besteht, aus der Relation (§. 193):

$$a' b = \frac{G}{2556 R} \ldots (11$$

gefunden werden. [Allgemein ist, wenn R' und R'' der äufsere und innere Halbmesser und q das Gewicht der cubischen Einheit des Materiales bezeichnet, woraus der Kranz besteht: $G = b q (R'^2 - R''^2) \pi$, so wie $R = \frac{1}{2}(R' + R'')$ und $a' = R' - R''$.]

Besitzt die auf der Kurbelachse befindliche oder auf diese in die Entfernung R reducirte Masse (z. B. jene des Wasserrades, wenn ein solches den Motor bildet) an und für sich schon das Gewicht G, so ist ein Schwungrad überflüssig, ja wegen der vermehrten Reibung in den Zapfenlagern eher schädlich als nützlich.

Beispiel. Es soll eine Sägmühle gebaut werden, auf welcher in 12 Arbeitsstunden 3600 Quadratfufs Schnittfläche bei weichen trockenen Hölzern, wobei man für den Zeitverlust durch die Nebenarbeiten (Zurückschieben des Wagens etc.) $\frac{1}{4}$ der Schnittzeit rechnet, erzeugt werden können.

Nimmt man, selbst bei einer guten und zweckmäfsigen Anordnung und Ausführung der Maschine, um sicher zu gehen, nur 50 Procent Nutzeffect an, und legt hier die Zahl 21150 der obigen Tabelle (§. 564) als Nutzeffect zum Grunde; so erhält man für die an den Receptor per Secunde zu übertragende Arbeitsgröfse, um stündlich 1 Quadratfufs Schnittfläche zu erzeugen, $p = \frac{2 \times 21150}{3600} = 11{\cdot}75^{\text{F. Pf.}}$ Ferner ist $a = \frac{3600}{12} = 300$

und $q = 4$, folglich nach der Gleichung 1) die nöthige Betriebskraft:

$$Pv = \frac{4}{3} \times 300 \times 11{\cdot}75 = 4700^{\text{F. Pf.}}$$

oder nahe 11 Pferdekräfte (bei 60 Procent Nutzleistung wären nur 9 Pferdekräfte nothwendig).

Nimmt man für die mittlere Geschwindigkeit der Säge (welche sich bei zu großer Geschwindigkeit erhitzt und die Sägspäne nicht gehörig auswirft, bei zu geringer dagegen einen rauhen Schnitt erzeugt) zu 6, so wie die Hubhöhe zu 2 Fuſs an; so ist $r = 1$ und $c = 6$, folglich die Anzahl der Schnitte oder Hübe des Gatters per Minute (aus der Gleichung 2) $n = \frac{15c}{r} = 90$, d. h. die Säge macht in dieser Zeit 180 Oscillationen.

Die Zeit eines Hubes oder Niederganges ist $t = \frac{2r}{c} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$ Secunde; die mittlere Geschwindigkeit der Kurbelwarze (Gleichung 4) $V = \frac{1}{2} \times 3{\cdot}1416 \times 6 = 9{\cdot}42$ Fuſs. Nimmt man an, daſs der Wagen bei jedem Niedergang der Säge, wenn 2 Fuſs hohe Stämme geschnitten werden, um $\frac{1}{10}$ Zoll vorrücken kann, so ist wegen $s = \frac{1}{10 \times 12} = \frac{1}{120}$ und $h = 2$ aus der Gl. 6) $m = \frac{4 \times 300 \times 120}{60 \times 1 \times 90 \times 3 \times 2} = 4\frac{4}{9}$, d. h. man könnte gleichzeitig mit 4 bis 5 Sägblättern schneiden. (Für 18zöllige Bäume wäre $m = 6\frac{2}{9}$.)

Mit 5 Sägblättern wäre die stündliche Erzeugung an Schnittfläche $= 5 \times 2 \times \frac{1}{120} \times 90 \times 60 = 450$, dagegen mit 4 Blättern nur 360 Quadratfuſs, während die verlangte Quantität 400 beträgt; nimmt man daher $m = 4$ und bestimmt dafür s aus der Gleichung 5), so findet man $s = \frac{1}{9}$ Zoll.

Gibt man den Zähnen des Getriebes und der Zahnstange eine Dicke von beziehungsweise $\frac{5}{4}$ und 1 Zoll, und nimmt für den Spielraum $\frac{1}{10}$ Zoll, setzt also $d = \frac{5}{4}$, $d' = 1$ und $e = \frac{1}{10}$; setzt man ferner fest, daſs für diesen Werth von s das Stoſsrad immer um 2 Zähne vorgeschoben werden soll (wodurch 1 Zahn ein Vorschieben von $\frac{1}{2}s = \frac{1}{18}$ Zoll gibt), so erhält man aus der Gleichung 8) für die Anzahl der Zähne der Getriebe, welche in die Zahnstangen eingreifen, $n' = \frac{N'}{18 \times 2{\cdot}35} = \frac{N'}{42{\cdot}3}$; setzt man daher $n' = 7$, so wird die Anzahl der Zähne im Stoſs- oder Schiebrad $N' = 296$; gibt man den Zähnen auf der äuſsern Peripherie einen Abstand von $\frac{1}{2}$ Zoll, so muſs dieses Rad einen äuſsern Durchmesser von 47·1 Zoll erhalten; der mechanische Halbmesser der Getriebe ist (Gl. 7) $r' = 2{\cdot}62$ Zoll.

Gibt man dem auf der Kurbelachse anzubringenden Schwungrade einen mittlern Halbmesser von $R = 2$ Fuſs und dem Radkranze eine radiale Breite von $a' = R' - R'' = 3$ Zoll, wodurch wegen $R' + R'' = 2R = 48$ Zoll sofort $R' = 24 + 1\frac{1}{2} = 25\frac{1}{2}$ und $R'' = 24 - 1\frac{1}{2} = 22\frac{1}{2}$ Zoll, so wie

die mittlere Geschwindigkeit (da dieses Rad per Secunde $^{90}/_{60} = 1^1/_2$ Mal umläuft oder nach der Relation 10) $u = 4 \times 3{\cdot}1416 \times 1^1/_2 = 18{\cdot}85$ Fuſs wird; so hat man aus der Gleichung 9), wegen $N = 11$, $m' = 90$, und wenn man (§. 193, Anm.) $k = 20$ setzt, für das Gewicht des Radkranzes $G = 290$ Pfund, wofür man in runder Zahl 300 Pfund oder 3 Centner nehmen kann. Besteht der Radkranz, wie gewöhnlich, aus Guſseisen, so hat man aus der Relation 11): $a'b = \frac{300}{2556 \times 2} = {\cdot}0587$ Quadratfuſs, folglich, da $a' = {}^1/_4$ Fuſs, sofort $b = 4 \times {\cdot}0587 = {\cdot}2348$ Fuſs $= 2{\cdot}82$ Zoll.

§. 567. Fortpflanzung der Bewegung durch Riemen. Da wir die Übertragung der Bewegung vom Motor aus mittelst Riemen als zweckmäſsiger als jene mittelst verzahnter Räder angegeben haben, so wollen wir zum Schlusse des Ganzen noch die nöthigen Bemerkungen hierüber mittheilen.

Ist AB (Fig. 304) die mit dem Motor in Verbindung stehende Riemenscheibe, von welcher aus die drehende Bewegung auf die Riemenscheibe ab durch einen über beide Scheiben gespannten Riemen $aADBbd$ übertragen oder fortgepflanzt werden soll; so sind natürlich im Stande der Ruhe die Spannungen t und t' der beiden Riementheile aA und Bb einander gleich (und ihre Resultirende geht durch die Centrilinie cC). Tritt jedoch die Bewegung der Scheibe AB in der durch den Pfeil angedeuteten Richtung ein, wobei von den genannten Riementheilen jener aA der führende und Bb der geführte genannt wird, so muſs (weil sonst die Bewegung des Riemens und der Scheibe ab nicht möglich wäre) die Spannung des erstern gröſser als die des letztern, d. i. $t > t'$ seyn. Da man nicht annehmen kann, daſs sich beim Beginne der Bewegung die Länge des Riemens ändert, so ist, wenn T die gemeinschaftliche Spannung der beiden Riementheile Aa und Bb im Stande der Ruhe bezeichnet (wobei $T = t = t'$), sofort während der Bewegung, da die Spannung t' um eben so viel abnehmen muſs als jene t zunimmt:

$$T - t' = t - T, \quad \text{also} \quad T = \frac{t + t'}{2}.$$

Ist nun während der Bewegung $t - t' = 2d$, so ist, wegen $t + t' = 2T$, sofort $t = T + d$ und $t' = T - d$; wächst T, so nimmt (wie man sich leicht überzeugt) t' in einem gröſsern Verhältniſs zu als t, so daſs wenn dadurch t in δ und t' in δ' übergeht, sofort:

$$\frac{\delta}{\delta'} < \frac{t}{t'} \ldots (a$$

wird.

Umfaſst der Riemen von der Seiltrommel AB einen Bogen ADB, dessen Winkel i ist, wodurch also, wenn der Halbmesser $CA = r$, der vom Riemen umfaſste Bogen $ADB = ri$, oder wenn n die Anzahl der Grade dieses Bogens ausdrückt, $i = \frac{2\pi}{360} n = \frac{n\pi}{180}$ wird; so ist nach der Formel 1) in §. 240, wegen $P = t$ und $Q = t'$, sofort $t = t' e^{fi}$, wobei $e = 2·7183$ und f der Reibungscoefficient zwischen dem Riemen und der Trommel ist. Soll also kein Gleiten Statt finden, so muſs, wenn man Kürze halber $e^{fi} = A$ setzt, die Spannung t noch etwas kleiner oder (als Grenze) höchstens gleich At' seyn, indem für $t > At'$ ein Gleiten des Riemens auf der Trommel oder Scheibe AB eintritt; diesem kann durch Vergröſserung von f oder i (weil in beiden Fällen A zunimmt), keineswegs aber durch die der Riemenbreite abgeholfen werden; eben so könnte man der obigen Bemerkung zufolge (Relation a) dem Gleiten durch eine stärkere Spannung des Riemens vorbeugen (weil dadurch ebenfalls At' gegen t zunimmt), allein dieſs ist, sobald einmal die Spannung $t = At'$, also $T = \frac{t + t'}{2} = \frac{1}{2} t'(A + 1)$ erreicht ist, deſshalb unzweckmäſsig, weil dadurch die Achsen einen übermäſsigen Druck erleiden und eine gröſsere Reibung entsteht.

Die Werthe des Reibungscoefficienten f sind nach der Tabelle auf S. 194 je nach der verschiedenen Beschaffenheit der Scheiben oder Trommeln ·47, ·54, ·28, ·38 und von Hanfseilen ·50; es ist jedoch rathsam, um sicher zu seyn, daſs nicht gleich bei der geringsten Vermehrung des Widerstandes (wodurch t zu- und t' abnimmt) ein Gleiten eintritt, diese Zahlen um $\frac{1}{10}$ zu vermindern. Die Erfahrung lehrt, daſs glatte polirte Riemenscheiben (wodurch mehr Berührungspuncte entstehen) besser als rauhe sind.

§. 568. Ist die vom Motor ausgehende, auf die Peripherie der Scheibe AD reducirte bewegende Kraft $= P$, so muſs, da die Spannung t' der Kraft zu Hilfe kommt, und daher bloſs der Widerstand t zu überwinden ist, $P + t' = t$ seyn, und da nach Obigem auch $t = At'$ ist, so folgt $t = P\frac{A}{A-1}$, $t' = P\frac{1}{A-1}$ und $T = P\frac{A+1}{2(A-1)}$, oder auch $t = T + \frac{1}{2}P$ und $t' = T - \frac{1}{2}P$.

Da man das Tragvermögen der ledernen Riemen zu 300 (bis 320) Pfund per Quadratzoll annehmen kann, so darf man die Spannung t nur durch diese Zahl dividiren, um den nöthigen Querschnitt und bei gegebener Dicke die Breite des Riemens zu finden.

Anmerkung. Nach den Erfahrungen des Pariser Maschinenbauers *Laborde* soll ein Riemen bei einer Geschwindigkeit von beiläufig 500 Fufs per Minute und einem Berührungsbogen von einer halben Kreisperipherie 3 Zoll breit seyn, wenn er eine Pferdekraft zu übertragen hat. Will man diese Bestimmung gelten lassen, so würde sich die Riemenbreite B in Zollen aus der Formel:

$$B = \frac{3 \times 500\, N}{v}$$

berechnen lassen, wenn N die Anzahl der zu übertragenden Pferdekräfte und v die Geschwindigkeit des Riemens in Fufsen per Minute ausgedrückt bezeichnen, und angenommen wird, dafs der Riemen nur die halbe Scheibe umfafst; dabei ist wahrscheinlich nur eine Dicke des Riemens von $1\frac{1}{2}$ bis 2 Linien vorausgesetzt.

Man verwendet überhaupt zu solchen Treibriemen am besten lohgares Kuhleder, welches von $1\frac{1}{2}$ bis 3 Linien dick ist. In der Praxis gibt man den Riemen nicht leicht weniger als 2 und mehr als 9 Zoll zur Breite.

Aufser dem Umstande, dafs man zur Übertragung von bedeutenden Geschwindigkeiten, wozu die verzahnten Räder (deren Theilkreise keine Geschwindigkeit über 1200 Fufs per Minute erhalten sollten) nicht mehr zweckmäfsig erscheinen, gewährt die Anwendung der Riemen auch noch den Vortheil, dafs diese beim Eintreten unvorhergesehener Widerstände nachgeben oder gleiten und so die einzelnen Maschinenbestandtheile vor dem Zerbrechen bewahren.

Beispiel. Es sey von der Scheibe AB, welche auf der Schwungradachse einer Dampfmaschine befestigt ist, eine Arbeit von 10 Pferdekräften auf eine kleinere Scheibe ab zu übertragen, dabei der Halbmesser $r = 3$ Fufs, die Anzahl der Umdrehungen per Minute $= 30$ und der vom Riemen umfafste Bogen $ADB = 200$ Grad; so ist die Umfangsgeschwindigkeit dieser Scheibe per Secunde $v = \frac{6 \times 3{\cdot}1416 \times 30}{60} = 9{\cdot}425$ Fufs, folglich wegen $Pv = 10 \times 430 = 4300$, die am Umfange der Scheibe nöthige bewegende Kraft $P = \frac{4300}{v} = \frac{4300}{9{\cdot}425} = 456{\cdot}2$, wofür wir die ganze Zahl oder $P = 456$ Pfund nehmen wollen.

Setzt man den Reibungscoefficienten, wenn die Scheibe aus Gufseisen besteht, polirt und fettig ist, anstatt, wie ihn die Tabelle gibt ($\cdot 28$), nach der obigen Bemerkung $= \cdot 2\ (= f)$, so ist, wegen $i = \frac{200}{180}\, 3{\cdot}1416 = 3{\cdot}49$ oder nahe genug 3 5, sofort $fi = \cdot 7$, und daher $A = (2{\cdot}7183)^{\cdot 7} = 2{\cdot}0138$, folglich nach den obigen Relationen in ganzen Zahlen $T = 678$, $t = 906$ und $t' = 450$ Pfund.

Der Riemen mufs daher einen Querschnitt von $\frac{906}{300} = 3$ Quadratzoll, und wenn derselbe $\frac{1}{4}$ Zoll dick ist, eine Breite von 12 Zoll erhalten.

Wäre die Umfanggeschwindigkeit v der Scheibe AB doppelt so grofs, so würde, wie man sieht, P nur halb, und daher würden auch die Spannungen T, t und t' nur halb so grofs, mithin auch endlich der Riemen nur halb so breit ausfallen.

§. 569. Die Kreis- oder Circularsäge. Man wendet in der neuern Zeit mit vielem Vortheile die Circularsägen an, die aus einer 12 bis 30 Zoll im Durchmesser haltenden kreisrunden, an der Peripherie sägartig gezähnten, $^3/_4$ bis 1 Linie starken stählernen Scheibe (Stahlblatte) bestehen, welche (zwischen zwei kreisrunde Backen geklemmt) auf einer horizontalen Achse, die zugleich eine kleine Riemenscheibe trägt, befestigt und durch ein mechanisches Triebwerk in eine schnell rotirende Bewegung gesetzt wird, so dafs diese per Minute 700 bis 800 (manchmal auch über 1000) Mal umläuft. Die Achse erhält ihre Lager in einem festen (am besten gufseisernen) Tische, auf welchem das zu sägende Holz entweder ganz frei, oder an einer verstellbaren Führung anliegend, von dem Arbeiter blofs nach seinem Gefühle der Säge schneller oder langsamer entgegen geführt wird.

Da 30 Zoll schon so ziemlich die Grenze für die guten und brauchbaren Sägeblätter bilden, so kann man auch in der Regel keine stärkern Hölzer als von 12 bis 14 Zoll auf diesen Sägen schneiden.

Obschon es hier noch schwieriger als bei den oscillirenden Sägen ist, einen Mittelwerth für die Leistung anzugeben, so können wir dennoch anführen, dafs nach unsern eigenen Beobachtungen der gewöhnliche Betrieb einer 12 bis 15 Zoll im Durchmesser haltenden, per Minute 750 bis 800 Mal umlaufenden Kreissäge im Durchschnitt 3 Pferdekräfte fordert, wenn 6 Zoll dicke nicht sehr trockene eichene Bohlen geschnitten werden, und dafs (bei einer Länge der Bohlen von 9 Fufs) binnen 12 Arbeitsstunden dabei gegen 3000 Current- oder 1500 Quadratfufs Schnittfläche erzeugt werden, was per Stunde und Pferdekraft 42 Quadratfufs geben würde; allein, da durch das Auflegen und Wegnehmen des Holzes zum wenigsten $^1/_3$ der Zeit verloren geht, so kann man die 1500 Fufs auf 8 Stunden ununterbrochene Arbeit rechnen, was dann per Stunde und Pferdekraft von 60 bis 65 Quadratfufs gibt. Für kurze Zeit läfst sich die Leistung allerdings noch bedeutend erhöhen, dann wird aber auch wenigstens momentan eine gröfsere Betriebskraft in Anspruch genommen, und man kann bei einer 24-zölligen Kreissäge und einem 6 bis 10zölligen harten Pfosten durch zu starkes Andrücken sogar eine Dampfmaschine von 12 Pferdekräften aufhalten oder zum Stillstande bringen.

Die Umfangsgeschwindigkeiten der Kreissägen wechseln nach ihrer Gröfse und Umlaufszahl von 40 bis 100 Fufs per Secunde; 6zöllige eichene und

eschene Bohlen (Pfosten) werden je nach der Beschaffenheit der Säge mit $1\frac{1}{2}$ bis 3 Zoll Geschwindigkeit per Secunde vorgeschoben.

Nach *Scholl's* (Führer des Maschinisten) Angabe lieferte eine Kreissäge von 26 Zoll Durchmesser bei 266 Umläufen per Minute (also bei einer Umfangsgeschwindigkeit von nur etwas über 30 Fufs) von $8\frac{1}{2}$ Zoll hohem Eichenholz eine Schnittfläche von 128 Quadratfufs per Stunde, bei einem Aufwande von 3·55 Pferdekräften.

Angaben

einiger Maſse, Gewichte und sonstiger in der ausübenden Mechanik am häufigsten vorkommenden Gröſsen.

Österreichische Maſse und Gewichte.

Die Wiener Klafter (welche ihre wahre Länge bei 13° R. hat) wird in 6 Fuſs (oder Schuh), der Fuſs in 12 Zoll, der Zoll in 12 Linien und die Linie in 12 Puncte getheilt. Die Wiener Elle beträgt 2·465 Fuſs; 1 österr. Postmeile (deren 14·646 auf einen Grad des Äquators gehen) ist = 4000 Klafter.

1 Joch Feld- und Waldmaſs hat 1600 Quadratklafter; 1 Pfund Weingarten ist = $66\frac{2}{3}$ Quadratklafter.

1 Klafter Brennholz in Scheiter ist 1 Klafter hoch und eben so breit, wobei die Scheitlänge (in der Regel) 3 Fuſs beträgt, diese enthält daher 108 Kubikfuſs; die wirkliche Holzmasse rechnet man nur zu 80 Kubikfuſs. Die Waldklafter kann zu 94 Kubikfuſs angeschlagen werden, was beinahe $\frac{1}{6}$ Klafter mehr beträgt. 1 Stoſs ist = 2 Klafter.

Der niederösterr. oder W. Metzen ist = 1·9471 Kubikfuſs. Der Muth hat 30 Metzen als Getreide- und 31 Strich als Mehlmaſs; im Durchschnitt wird 1 Metzen Weizen bester Qualität zu 86 bis 90 Pfund, 1 Muth Mundmehl zu 1147, Semmelmehl zu 1116, Pohlmehl zu 1054 und Roggenmehl zu 992 Pfund gerechnet.

Der Stibich (Holzkohlenmaſs) hält 2 Metzen, das Kalkmüthel $2\frac{1}{2}$ M.

Der Eimer (Flüssigkeitsmaſs) zu 40 Maſs gerechnet (bloſses Rechnungsmaſs) ist = 1·792 Kubikfuſs, also 1 Maſs = ·0448 Kubikfuſs; der Wein-Eimer (wirkliches Maſs) hält 41 Maſs, ist also = 1·8368 Kubikfuſs; der Bier-Eimer hält $42\frac{1}{2}$ Maſs.

Der Centner Handelsgewicht hat 100 Pfund zu 32 Loth zu 4 Quentchen zu 60 Gran; 1 Pfund wiegt 130774 W. Richtpfennigtheile. Die W. Mark des Münz- und Silberwaaren-Gewichtes von 16 Loth zu 4 Quentchen hält genau $1\frac{1}{5}$ cölnische Mark und sehr nahe 5841 Asen des

holländischen Troys-Gewichtes. Theilt man die Mark in 65536 Richtpfennige, so enthält das Handelspfund 130744 solcher Richtpfennige. Das W. Apothekerpfund zu 12 Unzen, zu 8 Drachmen, zu 3 Scrupeln, zu 20 Gran, beträgt 24 Loth des W. Handelsgewichtes.

Vergleichung der Maſse.

a) Des *Französischen* mit dem *Wiener.*

Längenmaſs.

1 Par. Fuſs = ·324839 Meter = 1·02764 W. F.; 1 Par. Zoll = 1·02764 W. Zoll u. s. w. 1 Toise = 1·949034 Meter = 1·02764 W. Klafter (36 Par. Fuſs sind nahe = 37 W. Fuſs); 1 Meter (*Mètre*) = 3·1635336 W. Fuſs = 1·28338 W. Ellen; 1 Decimeter = $^1/_{10}$ Meter = ·316 .. W. F.; 1 Centimeter = $^1/_{100}$ M. = ·0316 .. W. F. = ·3796 W. Z. = 4·555 Linien; 1 Millimeter = $^1/_{1000}$ M. = ·00316 .. W. F. = ·03796 Z. = ·4555 Linien. (1 neuer Par. Fuſs = $^1/_3$ Meter.)

1 Lieue (*de France*), alte Meile = 2280 $^1/_3$ Toisen = 4444·4 M. (25 auf 1 Grad); 1 franz. Postmeile = 2000 T. = 3898·1 M.; 1 Seemeile (*lieue marine*), 20 auf einen Grad des Äquators = 5555·6 M.; 1 nautische oder gewöhnliche Seemeile (*Mille marin*), 60 auf 1 Grad = 1851·85 M.; die neue groſse franz. Meile (*lieue*) = 1 Myriameter = 10000 M.; 1 Myriameter = 2·25 Lieue de France = 2·565 franz. Posten = 1·8 franz. Seemeilen = 1·35 deutsche oder geographische Meilen; die neue kleine Meile oder der Kilometer = 1000 M. = 527·2556 W. Klafter = ·131814 österr. Meilen.

1 W. Fuſs = ·973103 Par. F. = ·316102 Meter; 1 W. Elle = 345·4128 P. Linien = ·7792 Meter; 1 österr. Postmeile = 7586·46 M.

Flächenmaſs.

1 Par. Quadratfuſs = ·1055 Quadratmeter = 1·0558 W. Quadratfuſs; 1 Quadratmeter = 10·0079 W. Quadratfuſs; 1 Quadratcentimeter = ·1441 W. Quadratzoll; 1 Are = 10 Quadratmeter = ·017375 Joch; 1 Hectare = 100 Are = 1·7375 Joch.

1 W. Quadratfuſs = ·9469 P. Quadratfuſs = ·1 (genauer ·09992) Quadratmeter; 1 W. Quadratzoll = 6·93896 Quadratcentimeter; 1 Joch = 57·5543 Aren.

Körper- und Hohlmafs.

1 P. Kubikfufs = ·034277 Kubikmeter = 34·277 Litre = 1·085834 W. Kubikfufs. 1 Kubikmeter = 1 Kilolitre = 1 Stère = ·135 Kubiktoise = 29·17385 Par. Kubikfufs = 31·660458 W. Kubikfufs = ·14658 W. Kubikklafter = 16·26031 W. Metzen = 17·66767 W. Eimer; 1 Litre = $^1/_{1000}$ Kubikmeter = 54·70925 Wien. Kubikzoll = ·01766767 W. Eimer zu 40 Mafs = ·7067 W. Mafs; 1 Hectolitre = 100 Litre = 1·62603 W. Metzen.

1 W. Kubikfufs = ·9214604 Par. Kubikfufs = ·0315851 Kubikmeter; 1 W. Metzen = 61·49945 Liter; 1 W. Eimer = 2853·37 Par. Kubikzoll = 56·6006 Liter; 1 Mafs = 71·3343 Par. Kubikzoll = 1·415 Liter.

b) Des *Englischen* mit dem *Wiener*.

Längenmafs.

1 Lond. Fufs = ·964228 W. Fufs; 1 Lond. Zoll = ·964228 W. Zoll u. s. w.; 1 Yard = 1 Elle = 3 engl. Fufs = $^1/_2$ Fathom = 2·89268 W. Fufs = 1·1735 W. Ellen; 1 Ruthe = 16$^1/_2$ engl. Fufs = 5$^1/_2$ Yard. 1 Fathom (Klafter) = 6 engl. Fufs.

1 engl. Meile (gesetzliche Mile) = 1760 Yard = 5280 engl. Fufs = 848·5167 W. Klafter = ·21213 österr. Postm.; 1 gewöhnliche Lond. Meile = 5000 engl. Fufs. Auf 1 Äquatorialgrad gehen 69$^1/_2$ gesetzliche Miles, 73·91 gewöhnliche Lond. M., 60 geographische englische Meilen oder gewöhnliche Seemeilen in der Schiffsrechnung, 20 engl. oder franz. Seemeilen (*Leagues*); 100 Seemeilen = 21·21 österr. Postmeilen.

1 W. Fufs = 1·0371 Lond. Fufs; 1 W. Zoll = 1·0371 Lond. Zoll u. s. w. 1 W. Elle = ·8522 engl. Yard. 1 österr. Postmeile = 4·714 gesetzlich englische Meilen.

Flächenmafs.

1 engl. Quadratfufs = 144 Quadratzoll = ·92973 W. Quadratfufs; 1 Quadratruthe = 7·0311 W. Quadratklafter; 1 Ruthe Land (*rood of land*) = 1210 Quadrat-Yards = 40 Quadratruthen; 1 Acre = 4 Ruthen Land = 160 Quadratruthen = 1124·9717 W. Quadratklafter = ·70311 österr. Joch.

1 W. Quadratfuſs = 1·07562 Londoner Quadratfuſs; 1 Joch = 1·42225 engl. Acre.

Kubik- und Hohlmaſs.

1 engl. Kubikfuſs = ·896475 W. Kubikfuſs; 1 Last (*Load*) behauenes Schiffs-Krummholz = 50, 1 Last unbehauenes = 40 und 1 Schiffstonne zur Fracht = 42 engl. Kubikfuſs.

1 Gallon = 277·2738 engl. Kubikzoll = ·14385 W. Kubikfuſs = 3·2109 W. Maſs (zu $^1/_{40}$ Eimer); 1 Quarter = 64 Gallons = 8 Bushels (als Flüssigkeitsmaſs).

1 Imper. Quarter = 8 Bushels = 17745·536 engl. Kubikzoll = 4·7282 W. Metzen. 1 gehäufter Bushel (für Kohlen, Kalk etc.) = 2815$^1/_2$ engl. Kubikzoll; 1 Chaldron = 12 Sacke = 36 gehäuften Bushels (100 gehäufte Bushels sind = 126·9 gestrichenen); übrigens ist das gehäufte Maſs seit dem Jahre 1835 in England abgeschafft.

1 W. Kubikfuſs = 1·115479 engl. Kubikfuſs; 1 W. Metzen = 21·15 Imper. Quarter; 1 Eimer zu 40 Maſs = 12·4575 Imper. Gallon.

c) Des *Französischen* mit dem *Englischen*.

1 Meter = 3·078444 Par. Fuſs = 3·280899 Lond. Fuſs; 1 Myriameter = 2·25 Lieues de France = 2·565 franz. Postmeilen = 1·8 franz. Seemeilen = 6·214 gesetzl. engl. Meilen; 1 franz. Postmeile = 2·422 engl. Meilen.

1 Quadratmeter = 10·7643 engl. Quadratfuſs = 1·196 Quadr. Yards; 1 Hectare = 2·4711 engl. Acres.

1 Kubikmeter = 29·17386 Par. Kubikfuſs = 35·31658 engl. Kubikfuſs; 1 Liter = ·220097 englischen Gallons = ·3439 englischen Quarters.

1 engl. Fuſs = ·93829 Par. Fuſs = ·30479 Meter; 1 Yard = ·91437 Meter; 1 englische Ruthe (*Pole* oder *Perch*) = 5$^1/_2$ Yard = 5·02911 Meter; 1 Furlong = 220 Yard; 1 gesetzl. engl. Meile = 1760 Yard = 1609·315 Meter.

1 engl. Quadratfuſs = ·09289968 Quadratmeter; der Acker oder Morgen Land (*Acre of Land*) = 40·4671 franz. Aren.

1 engl. Kubikfuſs = ·0283153 Kubikmeter. 1 Imperial-Standart-

Gallon = 277·2738 engl. Kubikzoll = 4·543458 Liter. 1 Imp. Quarter = 8 Bushel = 2·9078 Hectoliter. 1 alter Korn-Quarter (Winchester) = 2·81898 Hectoliter.

Vergleichung der Gewichte.

a) Des *Französischen* mit dem *Wiener*.

1 Kilogramm = 2·042877 alten Par. Pfunden = 1·78568 Wiener Pfunden; 1 metrischer Centner = 100 Kilogramm; 1 metrische Schiffstonne = 1000 Kilogramm.

1 Wien. Pfund = ·560012 Kilogramm; 1 W. Mark = ·280644 Kilogramm.

b) Des *Englischen* mit dem *Wiener*.

1 engl. Pfund Handelsgewicht (*Avoir-du-poids*-Gew.) = 16 engl. Unzen = 7680 engl. Grän = 7000 Troy-Grän = ·81 W. Pfund (genauer ·8098829); 1 engl. Centner (*Hundred weight*) = 4 Quarters = 8 Stones = 112 engl. Pfund; 1 Tonne = 20 engl. Centner = 1814·137 W. Pfund; 1 engl. Troy- (Apotheker-) Pfund = 1·32996 Wien. Mark (175 Troy-Pfunde = 144 *Avoir-du-poids* Pfunden).

1 W. Pfund = 1·2346 engl. Pfund *Avoir-du-poids;* 1 W. Mark = 9·0228 engl. Troy-Unzen.

c) Des *Französischen* mit dem *Englischen*.

1 Kilogramm = 2·6792 engl. Troy-Pfunden = 2·2046 englischen *Avoir-du-poids* Pf.

1 engl. Troy-Pfund = ·373246 Kilogramm; 1 Pfund *Avoir-du-poids*-Gew. = ·453598 Kilogramm; 1 engl. Centner (= 112 Pf.) = 50·803 Kilogramm; 1 Tonne (= 20 Centner) = 1016·06 Kilogramm.

Für die Vergleichung des *Preufsischen* Mafses und Gewichtes ist:

1 Berliner Fufs (rheinländischer Werkfufs) = 12 Zoll = 144 Linien = ·9929 W. Fufs = ·31385 Meter = 1·0297 engl. Fufs. 1 Ruthe = 12 Fufs; 1 Elle = 25½ Zoll = ·8559 W. Ellen = ·66694 Meter

= ·7294 engl. Yard. 1 preufsische Meile = 2000 Ruthen = 7532·5 Meter = 4·7 gesetzlich engl. = 4·94 gewöhnliche Londner = ·99289 österr. Postmeilen (14 $^{3}/_{4}$ auf 1 Meridiangrad). 1 preufsischer Morgen (Feldmafs) = 180 Quadratruthen; 1 Quadratruthe = 14·18458 Quadratmeter. 1 Schachtruthe = 144 Kubikfufs (preufsisch). 1 Scheffel = 16 Metzen = 48 Quart = 3072 preufsischen Kubikzoll = 54·9615 Liter = ·8937 W. Metzen.

1 Tonne (zum Messen des Kalkes, der Kohlen etc.) = 4 Scheffel.

1 Oxhoft (Flüssigkeitsmafs) = 1 $^{1}/_{2}$ Ohm = 3 Eimer = 6 Anker = 180 Quart; 1 Eimer Wein = 60 Quart = 68·7 Liter = 48·55 W. Mafs = 15·12 engl. Imper. Gallon. 1 Schiffslast = 4000 Pfund; 1 Centner = 110 Pfund, 1 Pfund = 32 Loth zu 4 Quentchen. 1 preufsisches Pfund = ·4677 Kilogramm = 1·0312 engl. *Avoir-du-poids* Pfund = ·8352 W. Pfund.

Anmerkung. Das Cölnische Mafs und Gewicht ist jetzt dem preufsischen gleich. Die Cölnische Mark wird von 233·543 bis 233·957 Grammen angegeben.

Für die Vergleichung des ***Baierischen*** Mafses und Gewichtes ist:

1 baier. Fufs = 12 Zoll = 12 × 12 Linien etc. = ·9233 W. F. = ·2919 Meter = ·9576 engl. Fufs = ·9299 preufs. F. = ·9729 bad. F. = 1·0187 würtemb. F. = 1·1674 hess. F. = 1·0331 Leipz. Fufs.

1 baier. Elle = 1·0691 W. E. = ·833 Meter = ·911 engl. Yard.

1 Ruthe = 10 Fufs.

1 Tagwerk, Morgen oder Juchert = 400 Quadratruthen = ·59201 W. Joch = 34·07272 franz. Aren = 1·3345 preufs. Morgen.

1 Klafter Brennholz ist 6 F. lang, eben so hoch und 3 $^{1}/_{2}$ F. tief, also = 126 Kubikfufs = 3·1325 franz. Steren.

1 baierischer Metzen = 37·0596 Liter; 1 Scheffel = 6 Metzen = 222·3576 Liter = 3·1656 W. Metzen = ·7649 engl. Imp. Quarter = 4·0457 preufs. Scheffel = 1·4824 bad. Malter = 1·2547 würtemberg. Scheffel.

1 baier. Mafs = ·75549 W. Mafs = 1·06903 Liter = ·23529 engl. Imp. Gallon = ·93365 preufs. Quart = ·71269 bad. M. = ·58193 würtemb. Hellaichmafs. 1 Eimer hält 64 Mafs oder 2·752 baier. Kubikfufs. 1 Fafs Bier enthält 25 solche Eimer.

1 baier. Pfund (Handelsgewicht) = ·99998 W. Pfund = ·56 Kilogramme = 1·23457 engl. *Avoir-du-poids* Pf. = 1·19732 preufs. Pf.

= 1·12 bad. Handelspf. = 1·19859 Leipz. Pf. = 1·19728 würtemb. Pf. = 1·15662 Hamburger Handelspf. = 1·12337 Bremer Pf. 1 Centner = 100 Pf. à 32 Loth, à 4 Quentchen.

Für die Vergleichung des herzoglich *Baden*'schen Maſses und Gewichtes ist:

1 Baden'scher Fuſs = 10 Zoll = 10 × 10 Linien etc. = ·9491 W. F. = ·3 Meter = ·9843 engl. F. = ·9559 preuſs. F. = 1·2 groſsh. hessische F. = 1·0279 baier. F. = 1·0472 würtemb. Fuſs. 1 Bad. Elle = 2 Bad. Fuſs.

Die Bad. Meile = 2 Wegstunden = $^1/_{25}$ Grad des Aquators. $2^1/_4$ Wegstunden = 1 Myriameter.

1 Ruthe (Feldmaſs) = 10 Bad. F. 1 Morgen = 400 Quadratruthen = 36 franz. Aren. 1 Klafter Brennholz ist 6 Fuſs hoch, eben so breit und die Scheitlänge ist 4 Fuſs; diese hat also 144 Kubikfuſs Inhalt = 3·888 franz. Steren.

Das Fuder (Flüssigkeitsmaſs) hat 10 Ohm, die Ohm hält 100 Maſs, 1 Maſs = 4 Schoppen = $1^1/_2$ Liter, 1 Ohm hält also (wie das Bad. Malter Fruchtmaſs) 150 Liter.

1 Bad. Centner = 10 Stein = 100 Pf. = 89·284 W. Pf. = 50 Kilogramm = 110·230 engl. Pf. *Avoir-du-poids* = 106·904 preuſs. Pf. = 106·900 würtemb. Pf. = 89·286 baier. Handelspf. = 107·017 Leipziger Pfund.

Für die Vergleichung des Groſsherzogthums *Hessen:*

1 hess. Fuſs = 10 Zoll = 100 Linien etc. = ·7909 W. Fuſs = ·25 Meter = ·8202 engl. Fuſs = ·7966 preuſs. Fuſs = ·8333 Bad. F. = ·8784 Frankf. Fuſs.

1 hess. Elle = ·77 W. Ellen = ·6 Meter = ·6562 engl. Yard = ·8996 preuſs. Ellen = 1 Bad. Elle = 1·0963 Frankf. Ellen.

1 hess. Klafter = 100 hess. Zolle = $2^1/_2$ Meter.

1 Quadratklafter = 100 Quadratfuſs.

1 Morgen (Feldmaſs) = 400 Quadratklafter = 25 Aren.

1 Kubikfuſs = $^1/_{64}$ Kubikmeter = ·4947 W. Kubikfuſs.

1 Steken Brennholz soll 100 Kubikfuſs enthalten = $1^9/_{16}$ Steren.

1 Malter (Fruchtmaſs) = 4 Simmer = 16 Kumpf = 64 Gescheid à 2 Liter.

1 Malter = 2·0813 W. Metzen = 1·28 Hectoliter = ·4402 engl.

Imp. Quarter = 2·3289 preufs. Scheffel = ·8533 Bad. Malter = 1·1156 Frankf. Malter.

1 Ohm hat 80 Mafs à 4 Schoppen, 1 Mafs = 2 Liter.

1 Centner 100 Pfund (à 32 Loth) = 50 Kilogramm = 89·284 Wiener Pfund.

Anmerkung. Dieser Centner von 50 Kilogramm bildet die Einheit des deutschen Zollvereingewichtes und heifst Zollcentner.

Verschiedene Angaben über Brennstoffe.

Holzgewichte.

1 Klafter lufttrockenes (mit 20 bis 25% Wassergehalt) Scheiterholz von 3 Fufs Länge wiegt durchschnittlich von Fichten 21, Tannen 23, Rothbuchen 26 bis 28, Birken 28, Steineichen 32 und Hainbuchen (Weifsbuchen) 35 Centner.

Nach den Versuchen des hessischen Gewerbvereins hält 1 Stecken (= 100 Kubikfufs) Scheiterholz 70, Prügelholz 60, Stockholz 50 und Reisigholz 25 Kubikfufs solide Holzmasse; 1 Stecken 2 Jahr altes lufttrockenes Buchen-Scheiterholz wiegt (als Mittel von 2 Abwägungen) 1560 Pf. (hessisches Mafs und Gewicht). Auf das Wiener Mafs und Gewicht reducirt (da auch die Scheitlänge ziemlich übereinstimmt) würden auf die Klafter von 108 Kubikfufs von Scheit-, Prügel-, Stock- und Reifsigholz beziehungsweise 76, 65, 54 und 27 Kubikfufs solide Holzmasse kommen, so wie 1 Klafter 2jähriges Buchenholz nach dieser Angabe nahe 30 Centner wiegen würde.

Vielseitigen Beobachtungen und Berechnungen zufolge enthält eine Klafter von dem geradspaltigsten und am besten geschlichteten Scheiterholz bei einer Scheitlänge von 3 Fufs, also (mit den Zwischenräumen) bei einem Inhalt von $6 \times 6 \times 3 = 108$ Kubikfufs, nach Abzug der Zwischenräume folgenden kubischen Inhalt:

Bei Ahornholz 67½, Birken 69, Buchen 74, Eichen 74, Erlen 69, Fichten 81, Kiefer 72, Lärchen 72, Tannen 81, Weidenholz 69 Kubikfufs.

Auf eine Klafter Scheitholz rechnet man 2 Klafter Stockholz, auf 4 Klafter Prügelholz dagegen 3 Klafter Scheitholz derselben Gattung und Länge.

Kohlengewicht.

1 Kubikfufs Holzkohlen aus Buchenscheiter wiegt, als solide Masse, ohne Zwischenräume gerechnet, 10 bis 11 Pfund, mit Rücksicht auf die

(unbestimmbaren) Zwischenräume beim Aufschlichten 7 bis 8 Pf.; vom Prügelholz 6 bis $6\frac{1}{2}$ Pf.; weiche Kohlen (aus weichem Holz) 4 bis 5 Pf.; vom Nadelholz 5 bis $6\frac{1}{2}$ Pf.

1 Kubikfufs Torf kann je nach dem verschiedenen Feuchtigkeitsgrade, Alter etc. 6 bis 58 Pfund wiegen.

1 Kubikfufs fossiles Holz (Lignit) wiegt (ohne Zwischenräume) von 62 bis 72 Pfund.

1 Kubikfufs lufttrockene Braunkohlen 70 bis 80 Pfund.

1 Kubikfufs Steinkohlen 68 bis 78 (mit Rücksicht auf die Zwischenräume beim Schichten 44 bis 48) Pfund.

1 Kubikfufs anthracitartige Steinkohlen 77 bis 100 Pfund.

1 Kubikfufs Anthracite 72 bis 100 Pfund.

Heizkraft verschiedener Brennstoffe.

Nach *Berthier:*

Holz.

	Gewichtstheile.
1 Gewichtstheil lufttrockenes	
Eichenholz erwärmt Wasser von 0 auf 100° *C* .	28·3
Buchenholz	31·0
Birkenholz	31·7
Tannenholz	32·8
Fichtenholz	31·0
Weifsbuchen	28·3
Erlen	31·0

Mit blofs 9% Wassergehalt reduciren sich diese Zahlen beziehungsweise auf 31·82, 31·71, 31·90, 31·39, 31·44; Kieferholz gab dabei 30·06, Lindenholz 32·80, Pappelholz 29·54, Ulmenholz 32·84.

Holzkohlen.

	Gewichtstheile.
1 Gewichtstheil käufliche Holzkohle im Durchschnitt . . .	68
„ in Flaschen aufbewahrte, im Durchschnitt . .	72

Torf.

„ Torf von 24 Sorten aus dem Erzgebirge (Winkler)	12—19
„ „ in mehreren französischen Departements .	18—34
„ „ von allen Torfarten in Irland (Griffith, gepresster, unterer, oberer)	28, 57, 63

Torfkohlen.

	Gewichtstheile.
1 Gewichtstheil Torfkohle erwärmt von 0 bis 100° *C* Wasser	40—59

Braunkohlen.

„ Braunkohle erwärmt Wasser von 0 bis 100° *C*	37—60
„ (nach *Kuhnert*)	41—59
„ (nach *Regnault*)	46·6—62·6

Steinkohlen.

„ Backkohlen erhitzen von 0 bis 100° *C* Wasser	53—72
„ Sinterkohlen	44—62
„ Sandkohlen	50—72

Kohks.

„ Kohks erhitzen von 0 bis 100° *C* Wasser .	50—66

Anthracit.

„ Anthracit erhitzt von 0 bis 100° *C* Wasser .	60—75

Anmerkung. Dem Volumen nach stellt sich die Heizkraft der Hölzer nach folgender Reihe: Pappel ·58, Fichte (Rothtanne) ·70, Erle und Linde ·75, Saalweide ·79, Tanne ·83, Buche 1, Eiche 1·03—1·36, Birke 1·1, Weifsbuche 1·15.

Nach *Morin's* Zusammenstellung gelten folgende Zahlen:

Heizkraft von

1 Kilogramm völlig trockene Holzkohle, Steinkohle, Kohks bester Qualität	7050
„ gewöhnlicher Holz- und Steinkohlen	6000
„ gedörrtes Holz	3670
„ lufttrockenes Holz	2950
„ Torf bester Qualität	3000
„ gewöhnlicher Torf	1500

(Man sehe auch Seite 463.)

Nach andern Angaben kann 1 Pfund künstlich getrocknetes Holz 35 Pf. eiskaltes Wasser zum Sieden bringen (von 0° auf 100° *C* erhitzen) und 6·36 Pf. in Dampf verwandeln; gewöhnliches lufttrockenes Holz (mit 25% Feuchtigkeit) erhitzt nur 26 Pf. Wasser von 0 bis 100° *C*.

1 Pfund Holzkohle erhitzt (immer von 0 bis 100° *C*) 73 Pf. und verdampft 13¼ Pfund eiskaltes Wasser.

1 Pf. Torf erhitzt durchschnittlich 30 und verdampft 5·45 Pfund Wasser (der Aschengehalt des Torfes beträgt von 2 bis 30%).

Die Leistungen der Braunkohlen können jenen des Torfes ziemlich gleich gesetzt werden.

1 Pf. Steinkohlen mittlerer Qualität erhitzt 60 und verdampft 11 Pfund Wasser.

1 Pf. Kohks erhitzt 65 Pf. Wasser (von 0 bis 100° *C*).

Im Durchschnitt stellt sich dem Gewichte nach die Heizkraft von gutem Torf zu 96, des Holzes zu 100 und der Steinkohlen zu 250.

Nach *Grouvelle (Guide du Chauffeur)* wird das Heizvermögen folgender Brennstoffe durch die beigesetzten Zahlen ausgedrückt:

Fette Steinkohlen von *Mons* 80, 89, 100; Kohlenklein 72, 80; Kohks 74, 92; Tannen- und Buchenholz (13 Monate lang gefällt) 43, Eichenholz 40, Holzkohlen 96, Lignit 56, Torf erster Qualität 43, Torf, gepreſst 64, getrocknete Gerberlohe 32.

1 Pfund gute Steinkohlen leisten so viel als 1⅘ Pfund Braunkohlen, 2½ Pfund trockenes Holz oder Torf bester Qualität, und 3½ Pfund Lohziegeln.

Nach dieser und der obigen Gewichtsangabe wäre 1 Klafter weiches 36zölliges Holz ein Äquivalent für 8 bis 9 Centner guter Steinkohlen oder 9 bis 15 Centner Braunkohlen; 1 Klafter Buchenholz für 10 bis 11, und 1 Klafter Weiſsbuchen für 14 Centner Steinkohlen, guter Qualität.

Nach *Grouvelle* wiegt 1 gestrichener Hectoliter trockener Steinkohlen im Durchschnitt 80, im nassen Zustande 87 Kilogramm; dieſs gäbe für den Wiener Metzen beziehungsweise 88 und 95 Pfund. Eben so findet man für 1 Metzen Kohks 62 bis 63 Pfund.

Nach den Versuchen des hessischen Gewerbvereins kann 1 Pfund Buchenholz (bereits zwei Jahre gefällt) 2·075, 1 Pfund Torf 1·992 und 1 Pfund Steinkohlenklein oder Grieſs 5·201 Pfund eiskaltes Wasser verdampfen.

Nach *Peclet* beträgt die strahlende Wärme beim Holz ¼, bei den Holz- und Steinkohlen ½ und beim Torf, so wie der Torfkohle $^5/_{12}$ der ganzen entwickelten Wärme.

Gewicht von 1 Kubikfufs der nachbenannten Substanzen in Pfunden.

(Aus *Morin's Aide-mémoire* auf das Wiener Mafs und Gewicht reducirt.)

Wasser:

Destillirtes (so wie auch Regen- und Flufs-) Wasser 56·4, Brunnenwasser 56·4 — 57·2, Meerwasser 58 — 58·8.

Sand- und Erdgattungen:

Humuserde mit feinem Sand vermengt 34·6—36, Erde von einem ungepflügten Boden (Urboden, Neubruch) 68·5—72·5, sehr kiesige Erde 76·5 — 80·5, feiner trockener Sand 79 — 80·5, feuchter Flufssand 100 — 105.

Torf- und Steinkohlen:

Trockener Torf 29, feuchter Torf 44, Steinkohlen 53—75.

Holz:

Buchen (Roth-) 40—48; Eichen (gewöhnliche), trocken 44, grün 56·4 — 65; Eschen 44·3, Quajakholz 74·8—75·6, Hainbuchen (Weifsbuchen) 42·7, Linden 31·4 — 33·8, Tannen (gemeine) 30 — 31·5, Rüstern (Ulmen) 53.

Metalle:

Blei, gegossen 640; Eisen, gegossen 406, geschmiedet 439; Kupfer 439 — 482; Quecksilber (flüssig) 764·8; Zink, gegossen 402·5.

Ziegel- und Bausteine:

Ziegel (Backsteine) 56·4 — 83 (die Wiener Ziegel wiegen bei den üblichen Dimensionen von 3, 6 und 11 bis 11 $^1/_2$ Zoll, im Durchschnitt 7 Pfund das Stück), frisches Mauerwerk aus Ziegeln 105·5, dasselbe aus Bruchsteinen 126.

Anmerkung. Die atmosphärische Luft ist unter dem Drucke von ·76 Meter Quecksilber- (Barometer-) Säule und bei 0° Temperatur 770 Mal leichter als destillirtes Wasser und 10366 Mal leichter als Quecksilber.

Gewichtstabelle für Eisenbleche, das specifische Gewicht zu 7788 angenommen.

Blechdicke in Wiener Zollen:	Gewicht von 1 □ Fuſs:	Blechdicke in Wiener Zollen:	Gewicht von 1 □ Fuſs:
	Pfund.		Pfund.
$^1/_{16}$	2·288	$^9/_{16}$	20·590
$^2/_{16} = {}^1/_8$	4·575	$^{10}/_{16} = {}^5/_8$	22·877
$^3/_{16}$	6·863	$^{11}/_{16}$	25·165
$^4/_{16} = {}^1/_4$	9·151	$^{12}/_{16} = {}^3/_4$	27·453
$^5/_{16}$	11·439	$^{13}/_{16}$	29·740
$^6/_{16} = {}^3/_8$	13·726	$^{14}/_{16} = {}^7/_8$	32·028
$^7/_{16}$	16·014	$^{15}/_{16}$	34·316
$^8/_{16} = {}^1/_2$	18·302	$^{16}/_{16} = 1$	36·604

Gewicht von 1 Kubikfuſs destillirtem Wasser bei 12° *R.* in den betreffenden Landesmaſsen und Gewichten.

Baden 53·90 Pf., Baiern 44·34 Pf., Braunschweig 49·68 Pf., Dänemark 61·82 Pf., England 62·54 Pf. *Avoir-du-poids*, Frankreich 70·02 Pf. (1 Kubikmeter wiegt im Maximum der Dichte, d. i. bei 4° *C*, 1000 Kilogramm), Hamburg 47·76 Pf., Hanover 53·22 Pf., Hessen-Darmstadt 31·25 Pf., Kurhessen 49·12 Pf., Nassau 265·04 Pf., Österreich 56·4 Pf., Preuſsen 66 Pf., Ruſsland 69·02 Pf., Sachsen 48·22 Pfund, Schweden 61·2 Pf., Weimar 38·67 Pf., Würtemberg 50·21 Pfund.

Werthe von *g* oder der Beschleunigung der Schwere nach dem betreffenden Landesmaſse.

Baden 32·69 Fuſs, Baiern 33·618 F., Braunschweig 34·40 F., England 32·178 F., Frankreich 30·190 Fuſs = 9·808 Meter, Hanover 33·588 F., Hessen-Darmstadt 39 23 Fuſs, Hessen-Kassel 34·42 F., Österreich 31·03 F., Preuſsen 31·25 F., Ruſsland 32·178 F., Sachsen: *a*) Dresden 34·624, *b*) Leipzig 34·714 Fuſs, Schweden 32·064 Fuſs, Schweiz 32·696 F., Würtemberg 34·236 Fuſs.

Die Länge des Secundenpendels ist im leeren Raume für Wien = 3·144 W. Fuſs.

Streckbarkeit der Metalle,

in der Reihenfolge, wie sie dem Hämmern und Drahtziehen am besten widerstehen:

Nach der Hämmerbarkeit (Malleabilität):	Nach der Ziehbarkeit (Ductilität):
1) Gold, 2) Silber, 3) Kupfer,	1) Gold, 2) Silber, 3) Platin,
4) Zinn, 5) Platin, 6) Blei,	4) Eisen, 5) Kupfer, 6) Zink,
7) Zink, 8) Eisen, 9) Nickel.	7) Zinn, 8) Blei, 9) Nickel.

Scala für die Härte der Metalle nach Proben mit Drähten:

Stahl hart gezogen . . .	100	Eisen ausgeglüht	42
Eisen „ . . .	88	Platin „	38
Messing „	77	Kupfer „	38
Gold (14karatig) ausgeglüht	73	Silber (feines) ausgeglüht . .	37
Stahl ausgeglüht	65	Zink	34
Kupfer hart gezogen . . .	58	Gold (feines) ausgeglüht . .	27
Silber (12löthig) ausgeglüht .	58	Zinn	11
„ (14löthig) „ .	54	Blei	4
Messing ausgeglüht . . .	46		

Tafel der specifischen Gewichte mehrerer Körper.

(Als Ergänzung der Tafel auf S. 26.)

Hölzer:

	frischgefällt	lufttrocken		frischgefällt	lufttrocken
Ahorn	·9036,	·6592	Erle	·8571,	·5001
Birke	·9012,	·6274	Esche	·9036,	·6440
Buche (Roth-) .	·9822,	·5907	Espe	·7654,	·4302
„ (Weiſs-)Hainb.	·9452,	·7695	Fichte	·8699,	·4716
Ebenholz	—	1·2260	Guajakholz . . .	—	1·3420
Eberesche (Vogelb.)	·8993,	·6440	Hainbuche . . .	·9452,	·7695
Eichen (Stein-) .	1·0754,	·7075	Kastanie	·8614,	·5749
„ (Stiel) .	1·0494,	·6777	Kiefer	·9121,	·5502

	frischgefällt	lufttrocken
Lärche	·9205,	·4735
Linde	·8170,	·4390
Pappel (ital.)	·7634,	·3931
„ (Schwarz-) . .	·7795,	·3656
Tanne	·8941,	·5550
Ulme (Rüstern) . . .	·9476,	·5474
Vogelbeerbaum . . .	·8993,	·6440
Weide (Saal-) . . .	·7155,	·5289

Ferner ist Cedernholz ·571—1·315, Kork ·240.

Metalle:

Eisen, geschmiedet . .	7·788	Platin, geschmolzen . .	20·855
„ gewalzt	7·600	„ gehämmert . . .	21·250
„ gezogen	7·750	„ Draht	21·500
„ Draht, ungeglüht .	7·631	„ gewalzt	22·069
„ „ geglüht . .	7·600	„ gemünzt	22·100
„ Hammerschlag . .	5·480	Quecksilber	13·597
„ Rost	3·940	„ gefroren . . .	14·400
„ Gufs-	7·0—7·5	Silber, gegossen	10·414
„ „ im Mittel . .	7·206	„ gehämmert . . .	10·620
Gold, gediegen	14·857—18·000	Stahl, weicher	7·833
„ gegossen	19·238—19·258	„ gehämmert . . .	7·840
„ gehämmert	19·361—19·600	„ im Wasser gehärtet .	7·816
Glockenmetall		„ Gufs-	7·919
(72 Kupf. 22 Zinn) .	8·815	Wismuth, gegossen	9·716—9·850
Kupfer, gegossen	8·667—8·788	Zink, geschmolzen . . .	6·861
„ gehämmert	8·878—8·952	„ gegossen	7·190
Kanonengut . .	8·441—9·235	Zinn, reines	7·291
Messing . . .	7·800—8·400	„ gehämmert	7·306—7·799
Packfong (Neusilber) . .	8·556	„ böhmisches	7·312

Stein- und Erdarten:

Alabaster . .	2·638—2·876	Glas, Krystall- .	2·892—3·000
Asphalt, im Mittel . . .	1·660	„ Flint- . .	3·158—3·442
Basalt . . .	2·720—2·870	Granit, Mittel aus 14 Arten	2·700
Bausteine, im Mittel . .	2·500	Graphit, reinster . . .	1·800
Glas, grünes	2·642	„ schlechtester . .	2·400
„ Spiegel- .	2·370—2·450	Gypsstein	1·875—2·964

Gypsstein, im Mittel . .	2·168	Quarz	2·624—2·652
Kalkstein	2·456—2·720	Sandstein	2·200—2·750
Kochsalz	2·120—2·300	Schiefer	2·636—2·763
Kreide	2·252—2·727	Schleifstein, feiner . . .	2·110
Porzellan	2·075—2·493	Steinsalz	2·143—2·412
Marmor	2·717—2·838	Thon	1·800—2·630
Mühlstein	2·500—2·600	Thonschiefer . . .	2·670—2·881

Brennstoffe:

Braunkohlen (Lignit)	1·100—1·850	Kohle aus Rothtanne . .	·176
„ erdige	1·254—1·436	„ Linden . . .	·106
Kohle aus Erlen . . .	·134	Steinkohlen,	
„ Birken . . .	·203	trockene	1·290—1·636
„ Weifsbuchen .	·183	„ magere	1·186—1·512
„ Rothbuchen .	·187	„ fette .	1·165—1·465
„ Eichen	·155	Torf	·113—1·329

Da beim Verkohksen der Steinkohlen das Volumen nahe ungeändert bleibt (in Öfen nimmt dieses beiläufig im Verhältnifs von 5 : 6 zu), dagegen die Ausbeute dem Gewichte nach nur von 40 bis 80 Procent beträgt, so wird auch in demselben Verhältnifs das specifische Gewicht der Kohks kleiner als jenes der betreffenden Steinkohlen.

Thierische Stoffe, Harze etc.

Milch, von Kühen . . .	1·032	Talg	·942
„ Ziegen	1·034	Kautschuk	·919—·943
„ Eseln	1·036	Kautschuksaft	1·041
Molken von Kuhmilch . .	1·019	Honig	1·450
Butter	·942	Wachs, gelbes	·965
Ochsenfett	·923	„ weifses	·969
Schweinfett	·937	Theer	1·015
Speck	·948	Zucker, weifser	1·606

Vegetabilische und andere Körper.

Holz, Holzfaser	1·500
Gerste	1·278
Weizen	1·346
Bernstein	1·065—1·086
Bimsstein	·914—1·648
Meerschaum	1·279—1·600
Eis, im Mittel	·950

Tropfbar flüssige Körper:

Alkohol	·792	Wasser vom todten Meere	1·245
Bier	1·023—1·034	„ Gasteiner	1·0002
Öl, Baum-	·915—·919	„ Karlsbadersprudel	1·005
„ Hanf-	·926	„ Marienbader-	1·005
„ Lein-	·940	„ Rohitscher-	1·005
„ Mohn-	·922	„ Selzer-	1·003
„ Rüb- (Raps-)	·913—·919	Wein	·962—·993
„ Stein-	·753—·836	„ Bordeaux-	·994
„ Terpentin-	·792—·870	„ Champagner-	·962
Säure, Essig-	1·079	„ Malaga-	1·015
„ Schwefel-	1·841—2·125	„ Madera	1·038
„ Salpeter-	1·271—1·580	„ Moseler-	·916
„ Salz-	1·194—1·211	„ Österreicher-	1·000
Thran	·918—·927	„ Rhein-	·990
Wasser, destillirtes	1·000	„ Tokayer-	1·054
„ See-	1·028—1·042	Weingeist	·829—·837

Luftförmige Körper:

Atmosphärische Luft	1·000
Joddunst (oder Dampf)	8·619—8·7160
Kohlendunst	·4166
Kohlenoxydgas	·9569—·9722
Kohlensaures Gas	1·5196—1·5277
Kohlenwasserstoffgas	·5546—·5555
Leuchtgas, aus Steinkohlen	·300—·654
„ aus Öl	·464—·758
„ aus Thran	·906
Öl erzeugendes Gas	·9706—·9722
Phosphordunst	2·2052
Sauerstoffgas	1·1026—1·1111
Schwefeldunst	1·1118
Stickgas	·9691—·9722
Wasserdampf	·6235—·6362
Wasserstoffgas	·0688—·0732

Numerische Werthe einiger anderer Gröfsen.

$1^{\text{k. m.}}$ (Kilogrammometer) = 5·6489 $W.^{\text{F. Pf.}}$ (Fufs-Pfund). 1 englisches$^{\text{F. Pf.}}$ = ·7809 $W.^{\text{F. Pf.}}$

1 Kilogrammometer ist nach preufsischem Mafs und Gewicht = $6{\cdot}812287^{F.\,Pf.}$

Die Maschinen-Pferdkraft wird in Österreich zu $430^{F.\,Pf.}$, in Frankreich zu $75^{k.\,m.}$ und in England zu $550^{P.\,Pf.}$ gerechnet. Nimmt man das in Frankreich geltende Mafs von $75^{k.\,m.}$ (d. h. 75 Kilogramme, 1 Meter hoch per Secunde) zur Norm, so wäre überall auf das betreffende Mafs und Gewicht reducirt: 1 Pferdekraft =

75	Kilogr.	1	Meter	hoch per Sec.					
424	Pfund	1	Fufs	„	„	„	Wiener Mafs und Gewicht.		
542	„	1	„	„	„	„	Englisches	„	
510	„	1	„	„	„	„	Preufsisches	„	
460	„	1	„	„	„	„	Baierisches	„	
560	„	1	„	„	„	„	Würtemberg.	„	
500	„	1	„	„	„	„	Schweizer.	„	

Der Druck von 1 Kilogramm auf 1 Quadratcentimeter ist = 12·391 W. Pfund auf 1 W. Quadratzoll. Der Druck von 1 engl. Pf. auf 1 engl. Quadratzoll ist = ·871 W. Pf. auf 1 W. Quadratzoll. 1 engl. Pf. auf 1 englischen Quadratzoll = ·0703 Kilogramm auf 1 Quadratcentimeter.

Der mittlere Druck der Atmosphäre wird gerechnet in Frankreich bei 28 Pariser Zoll oder ·76 Meter Quecksilbersäule zu 1·033 Kilogramm auf den Quadratcentimeter; in England bei 29·92 (für gewöhnlich 30) englische Zoll Quecksilbersäule zu 14·71 (gewöhnlich zu 15) englische Pfund auf den englischen Quadratzoll; in Österreich bei 28·8 W. Zoll Quecksilbersäule zu 12¾ (genauer 12·79) W. Pfund auf den Wiener Quadratzoll.

Literatur.

Zur Ergänzung der Literatur führen wir zum Schlusse unseres Compendiums, dessen Grenzen wir nicht noch weiter hinausrücken dürfen, noch folgende hieher gehörige Werke an:

J. A. Eytelwein: Handbuch der Statik fester Körper. Berlin (1ste Aufl.) 1808.

— — Handbuch der Mechanik fester Körper und der Hydraulik. Leipzig (2te Aufl.) 1823.

Carl (Baron von) *Dupin* (übersetzt aus dem Französischen): Geometrie und Mechanik der Künste und Handwerke. Paris und Strafsburg 1825.

Ritter von *Gerstner:* Handbuch der Mechanik. Wien und Prag 1831 — 1834.

Dr. *A. Baumgartner:* Die Mechanik in ihrer Anwendung auf Künste und Gewerbe. Wien 1834.

Verdam: Grundsätze der angewandten Werkzeugswissenschaft und Mechanik (aus dem Holländischen von Dr. *Ch. Schmid*). Weimar 1835 — 1837.

C. H. A. Kayser: Handbuch der Statik. Carlsruhe 1836.

— — Handbuch der Mechanik. Carlsruhe 1842.

Art. Morin: Aide-Mémoire de Mécanique pratique. 2de Edit. Paris 1838.

— — Dasselbe Werk ins Deutsche übersetzt von *C. Holtzmann.* Carlsruhe 1838.

J. F. d'Aubuisson de Voisin's: Handbuch der Hydraulik, aus dem Französischen von *Gust. Fischer.* Leipzig 1835.

Carl Hartmann: Encyclopädisches Handbuch des Maschinen- und Fabrikwesens. Leipzig 1838.

Jahrbücher des k. k. polytechnischen Institutes in Wien. Wien 1819 — 1839.

Comte de Pambour: Neue Theorie der Dampfmaschinen, aus dem Französischen von Dr. *Schnuse.* Braunschweig 1839.

— — Traité théorique et pratique des Machines Locomotives. 2de Edit. Paris 1840.

J. V. Poncelet: Industrielle Mechanik; der erste Theil deutsch bearbeitet von *Ant. Hallbauer,* der zweite Theil von *C. G. Kuppler.* Nürnberg 1845.

A. Taffe: Application de la Mécanique aux Machines le plus en usage. 3me Edit. Paris 1843.

V. Salzenberg: Vorträge über Maschinenbau. Berlin 1842.

Joh. Bernoulli: Handbuch der Dampfmaschinen-Lehre. 2te Aufl. Stutgart und Tübingen 1843.

— — Vademecum des Mechanikers. 5te Aufl. Stutgart und Tübingen 1846.

Alban: Die Hochdruckdampfmaschine. Rostock und Schwerin 1843.

Le Blanc: Recueil des machines.

Armengaud (Ainé): Publication industrielle des Machines, Outils etc. Paris 1842 u. f. (Deutsche Übersetzung von *Bickenbach* und *Baessen*. Köln 1845.)

Dr. *M. Rühlmann:* Die technische Mechanik und Maschinenlehre. 2te Aufl. Dresden und Leipzig 1845.

Jul. Weisbach: Lehrbuch der Ingenieur- und Maschinen-Mechanik. Braunschweig 1845.

C. F. Scholl: Der Führer des Maschinisten. Braunschweig 1845.

J. Schadeberg: Technisches Hilfs- und Handbuch für Gewerbtreibende. Halle 1846.

Migout und *Bergery* (aus dem Französischen übersetzt von Dr. *Schnuse*): Theoretische und practische Anleitung zur Berechnung der gebräuchlichsten Maschinen. Braunschweig 1846.

Polytechnisches Centralblatt. Leipzig.

Dingler: polytechnisches Journal. Stuttgart.

J. Prechtl: Technologische Encyclopädie. Wien und Stuttgart. 1. Band 1830, 12. Band 1842 (wird fortgesetzt).

C. Karsten und *H. v. Dechen:* Archiv für Mineralogie, Geognosie, Bergbau und Hüttenkunde. Berlin.

Die beste Abhandlung über die Theorie der Fuhrwerke findet man in *Morin:* Expériences sur le tirage des voitures. Metz et Paris 1839.

Berichtigungen.

Seite 21, Zeile 14 von unten kann es anstatt: „einen Punct“ heifsen: einen oder mehrere Puncte

» 44 » 8 » » ist der Theil $ED < DF$ wegzustreichen.

» 49 » 12 » » sind die Worte: „in der Regel“ auszulassen.

» 58 » 4 » oben statt $G.BC$ soll stehen $G'.BC$

» — » 7 » » » $W+G$ » $W+G'$

» 59 » 15 » unten » W und W » W und W'

» 64 » 14 » oben » $= DE.AC$ soll stehen: $:DA.AC$

» 70 » 11 » unten » Bcd soll stehen BcD

» 73 » 3 » oben » t, t » t, t'

» 80 » 16 » unten » wobei cd etc. soll stehen wobei ac etc.

» 95 » 17 » oben » $\frac{1884}{60}$ 31·4 soll stehen $\frac{1884}{60} = 31{\cdot}4$

» 104 » 4 » » » $\frac{62+62}{62}$ » $\frac{62 \times 62}{62}$

» — » 20 » » » 163·29 » 161·29

» — » 22 » » » 163·29 etc. = 11·29 soll stehen: 161·29 etc. = 9·29

» 120 » 9 » unten kann am Ende der Zeile noch hinzugefügt werden: und wegen $Ac = dn$

» 130 » 17 » oben statt $\frac{1}{2}M(R^2+r)$ soll stehen $\frac{1}{2}M(R^2+r^2)$

» 142 » 16 » » » $K = \left(2 - \frac{3}{2\frac{1}{2}}\right)$ soll stehen:

$$K = 25\left(2 - \frac{3}{2\frac{1}{2}}\right)$$

» 143 » 1 » » » Dynanometer soll stehen Dynamometer

» 155 » 13 » » » $Cn + Cn' = Cx$ soll stehen $Cn + Cn' = 2Cx$

» — » 15 » » ist das $= CO$ auszustreichen.

» 162 » 17 » » unten fehlt im Zähler des Bruches $\frac{53320\, t n^2}{(2n+1)v^2}$ der Factor 2

» 165 » 3 » » » ist in dem Factor $\frac{V^2}{2g}$ das g undeutlich.

» 166 » 13 und 16 von oben statt $P - M$ soll stehen $P - m$

» — » 1 von unten statt $P - M = 34568$ soll stehen $P - m = 34572$

» 168 » 1 » oben » „von diesem Ausdrucke den“ soll stehen „diesen Ausdruck von dem“

» 175 » 7 » unten statt $p : P =$ soll stehen $P : p =$

» — » 5 » » » $P' : p =$ » $p : P' =$

» — » 3 u. 1 » » » $P' : P =$ » $P : P' =$

» 176 » 9 u. 10 von oben sind c und C mit einander zu verwechseln.

» 177 » 18 von unten statt: dieses Punctes, soll stehen: des Punctes 1

» — » 17 » » » $1't$ soll stehen $1t$

» — » 15 » » » nNo » nMo

» 178 » 9 » oben » Abc » Amc

» 179 » 7 » » sind p und P mit einander zu verwechseln.

Seite	Zeile	von		statt		soll stehen
Seite 184,	Zeile 13	von unten	statt	AC	soll stehen	aC
» 186	» 16	» oben	»	Welle per Secunde, soll stehen: Welle in Secunden		
» 187	» 17	» unten	»	$Ad = a$	soll stehen	$Ab = a$
» —	» 13	» »	»	$\sqrt{\frac{2h}{g}}$	»	$\sqrt{\frac{2a}{g}}$
» 197	» 6	» »	»	(2 soll stehen (2′		
» 199	» 4	» »	»	wofür K negativ, soll stehen: wofür K positiv		
» 202	» 3	» »	»	in 3) soll stehen in 4)		
» 205	» 7	» oben	»	(Fig. 276, 3) soll stehen (Fig. 76, 3)		
» 213	» 14	» unten	»	statt Qr setzen, soll stehen: statt r setzen		
» 238	» 10	» oben	»	(Fig. 193) soll stehen (Fig. 193. a)		
» 239	» 3	» unten	»	in §. 271	»	in §. 272
» 259	» 16	» »	»	$B'a = Ba'$	»	$B'a' = Ba$
» 261	» 15	» oben	»	Winkelhaken f	»	Winkelhaken x
» —	» 21	» »	»	D	»	d
» 265	» 16	» »	»	va	»	ca
» 267	» 16	» »	»	AC	»	Ac
» 389	» 4	» unten		ist im Nenner des letztern Bruches das Glied $\frac{e}{s}$ undeutlich.		
» 449	» 13	» oben		statt: so ferne er, soll stehen: so ferne es		
» 481	» 4	» »	»	ω soll stehen ω'		

In Fig. 134 fehlt der Buchstabe A (auch soll f statt x stehen), in Fig. 141 der Buchstabe n und in Fig. 167 jener B, welche Buchstaben leicht an den gehörigen Orten beizufügen sind.

Regierungsbibliothek Niederbayern SB Passau

Bayerische StaatsBibliothek
Münchener DigitalisierungsZentrum Digitale Bibliothek

Burg, Adam von

Compendium der populären Mechanik und Maschinenlehre Mit einem Hefte von zwanzig Kupfertafeln

Wien 1846

Passau, Staatliche Bibliothek -- S 9/09 N 4
urn:nbn:de:bvb:12-bsb11339286-1